

INFERÊNCIA DOS PESOS DOS CRITÉRIOS NO MÉTODO DE CLASSIFICAÇÃO PROMETHEE TRI

Thalles Vitelli Garcez

Universidade Federal de Pernambuco
Caixa Postal 7462
tvgarcez@gmail.com

Bertrand Mareschal

Université Libre de Bruxelles
Campus de la Plaine - CP210/01 - 1050 Bruxelles – Belgium
bmaresc@ulb.ac.be

Adiel Teixeira de Almeida

Universidade Federal de Pernambuco
Caixa Postal 7462
almeidaatd@gmail.com

RESUMO

O método PROMETHEE TRI é um método multicritério de sobreclassificação (*outranking*) utilizado em problemáticas de classificação (*sorting*). Entretanto, para a utilização dele é preciso que decisor determine diversos parâmetros de entrada, entre eles os pesos dos critérios. Então, este trabalho foca numa forma alternativa da determinação desses pesos, através de alternativas amostras (reais ou fictícias) fornecidas pelo decisor, na qual ele tem certeza de quais categorias essas alternativas pertencam. Para tanto, é utilizado um modelo de otimização não-linear para definir um possível conjunto de pesos que minimizam as distâncias (desvios) das alternativas amostras para cada apropriada categoria. Além disso, é utilizada a ferramenta de Análise de Sensibilidade (AS) para avaliar a robustez dos resultados, e possíveis inconsistências no conjunto de restrições e das alternativas amostras. Por fim, esse trabalho será ilustrado com uma aplicação.

PALAVRAS CHAVE. Método PROMETHEE TRI, Pesos, Inferência.

Área principal. ADM - Apoio à Decisão Multicritério

ABSTRACT

PROMETHEE TRI Method is outranking multicriteria method to problematic of sorting. However, to use it is necessary that Decision Maker (DM) determines several input parameters, including the weights of criteria. So, this paper focus an alternative way of determining these weights through sample alternatives (real or fictional) provided by the DM, in which he/she has sure which category belong those alternatives. Therefore, it is used a nonlinear optimization model to define a better set of weights that minimize the distances (deviations) of the sample alternatives to appropriated category. Moreover, it is used Sensitivity Analysis tool (SA) to evaluate then robustness of result, and inconsistencies in the constraints and sample alternatives sets. Finally, this paper will be illustrated with an application example.

KEYWORDS. PROMETHEE TRI Method, Weights of criteria, Inferring.

Main area. ADM - Multicriteria Decision Support

1. Introdução

Em problemas de tomada de decisão diversos são os tipos de problemáticas que são enfrentadas pelo decisor, tais como: problemas de escolha, ordenamento, classificação, descrição e etc (ROY, 1985).

Uma problemática bastante utilizada no dia-a-dia é a problemática de classificação, na qual o decisor precisa alocar as alternativas a uma categoria pré-definida. As categorias podem ser definidas por limites superiores e inferiores ou por referências centrais. De acordo com Dias et al. (2008), esses limites podem ser determinados por uma interação direta com o decisor ou através de procedimentos de agregação/desagregação, de forma que possa elicitá-los.

Nas metodologias de Apoio à decisão Multicritério (MCDA, em inglês, *Multi-Criteria Decision Analysis*), segundo Figueira et al. (2006), a família dos métodos PROMETHEE tem grande aceitabilidade pelo decisores, devido sua base matemática e da sua característica de fácil entendimento.

Como requisito de aplicabilidade do método PROMETHEE TRI é preciso, inicialmente, que o decisor determine alguns parâmetros de entrada, tais como: pesos dos critérios, funções de preferências, limites das categorias e parâmetros de preferências. Segundo Mousseau et al. (2001), em situações práticas, alguns decisores nem sempre proveem informação confiável para determinar esses parâmetros diretamente, devido a restrição de tempo, informações inconsistentes, problemas complexos ou grandes, ou limitações cognitivas do decisor. Além disso, a determinação direta desses parâmetros torna-se uma tarefa árdua, requerendo alto esforço cognitivo do decisor.

Então, este trabalho se propõe a inferir os parâmetros pesos dos critérios, do método PROMETHEE TRI, através do fornecimento de alternativas amostras pelo decisor.

Este trabalho está organizado como segue. Na seção 2 será discutido sobre os métodos de inferência dos parâmetros pesos. Na seção 3, define os conceitos, definições e notações adotadas pelo método de classificação PROMETHEE TRI. Na seção 4 descrevem-se os procedimentos do modelo proposto para inferência dos pesos. Na seção 5, um exemplo ilustrativo é mostrado, e finalmente, conclusões e perspectivas são providas.

2. Inferência dos pesos

De acordo com Chen et al. (2011), existem duas abordagens gerais para elicitación dos parâmetros no MCDA, o julgamento direto e o baseado em caso. Na primeira abordagem, o decisor deve suprir informação suficiente para avaliar explicitamente os parâmetros do modelo; já na segunda abordagem, o decisor poderá fornecer alguns casos representativos de decisões anteriores ou casos fictícios. Os métodos baseados em casos são também conhecidos como abordagem de desagregação.

Segundo Frikha et al. (2010) e Eppe et al. (2011), existem diversas abordagens que têm sido desenvolvidas para inferir parâmetros dos métodos da família ELECTRE (especificamente para o problema de classificação: Mousseau e Slowinski, 1998; Mousseau et al., 2000; Mousseau et al., 2001; An Ngo e Mousseau, 2002; Mousseau e Dias, 2004; Lourenço e Costa, 2004). Enquanto alguns poucos têm focado para os métodos da família PROMETHEE.

Os métodos de sobreclassificação requerem que os pesos dos critérios tenham quantificação de importância entre os critérios. De acordo com Mareschal (1988) o uso de pesos dá a oportunidade para o modelo aproximar-se de aspectos reais do problema de decisão e do decisor, mas é muito importante estimar os “verdadeiros” pesos.

Diversos trabalhos para inferir os pesos têm sido aplicados nas abordagens não-compensatórias. Alguns autores trabalharam com a abordagem de desagregação, utilizando a ferramenta de programação matemática para determinar os pesos (Vansnick, 1986; Solymosi & Dombi, 1986; Mousseau et al., 2000; Mousseau et al., 2001; Lourenço e Costa, 2004; Frikha et al., 2010). Outra técnica utilizada exige informações de ordenamento de importância dos critérios para inferir os pesos, conhecida como técnica de *Simons* (Figueira & Roy, 2002).

Uma diferente abordagem é dada por Roy et al. (1986) e Mareschal (1988), onde utilizam da ferramenta de análise de sensibilidade para avaliar o range dos valores dos pesos. O

método descritivo GAIA auxilia os decisores na elicitação de preferências, baseado na projeção dos fluxos unicritérios no plano GAIA. Os procedimentos do GAIA *Brain* aperfeiçoa a análise por mostrar o que acontece quando o critério dos pesos é mudado dentro de um dado limite (Mareschal & De Smet, 2009).

3. Método PROMETHEE TRI

Nesta seção detalharemos os principais conceitos, definições e notações do método PROMETHEE TRI.

Esse método foi proposto por Figueira et al. (2006). Como em Figueira et al. (2006), este trabalho usará apenas uma alternativa central de referência para caracterizar cada categoria.

Definição inicial dos conjuntos de parâmetros:

- $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_m\}$ denota o conjunto finito de alternativas com $|A| = m$, e I corresponde o conjunto de índices dessas alternativas;
- $F = \{g_1, \dots, g_j, \dots, g_n\}$ denota o conjunto finito dos critérios a serem adotados pelo decisor com $|F| = n$, e J corresponde o conjunto dos índices dos critérios;
- $g_j(a_i)$ denota o valor de avaliação da alternativa a_i no critério g_j ;
- $C = \{C_1, \dots, C_h, \dots, C_k\}$ denota o conjunto finito de categorias, sendo C_1 a pior categoria, com $|C| = k$, e K corresponde o conjunto dos índices das categorias, e sendo $K \geq 2$. Assumindo que $C_{h+1} > C_h$ significa que a categoria $h+1$ sobreclassifica a categoria h .
- $R_j = \{r_{j_1}, \dots, r_{j_h}, \dots, r_{j_k}\}$ denota as alternativas de referência central dessa categorias para cada critério j , onde $r_{j_{h+1}} \geq r_{j_h} + p_j$. Então, as categorias devem ser ordenadas e distintas.
- w_j denota o coeficiente de importância relativa (peso) do critério g_j , onde $w_j \geq 0$ e $\sum_{j=1}^n w_j = 1$;
- q_j e p_j denota os possíveis limiares de indiferença e preferência para o critério g_j

O método PROMETEE TRI é baseado nas comparações par-a-par das alternativas. A função de preferência entre duas alternativas a e b no critério g_j é definida pela equação 1:

$$P_j(a, b) = f_j(d_j(a, b)), \quad \forall a, b \in A \quad (1)$$

onde $d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b)$, $P_j(a, b) \in [0, 1]$, e a função preferência (f_j) diferem de acordo com a natureza do critério.

De acordo com Figueira et al. (2006), o principal fundamento do método é a quantificação de como uma alternativa a sobreclassifica todas as restantes $(m-1)$ alternativas e como a alternativa a é sobreclassificada pelas demais $(m-1)$ alternativas. Então, tem-se a definição de fluxos de sobreclassificação positiva, negativa e de rede.

Para cada alternativa, é definida um fluxo de rede para cada critério separadamente como segue na equação 2:

$$\phi_j(a) = \frac{1}{m-1} \sum_{x \in A} (P_j(a, x) - P_j(x, a)) \quad (2)$$

Consequentemente, o fluxo de rede com múltiplos critérios pode também ser definido pela equação 3:

$$\phi(a) = \sum_{j \in J} \phi_j(a) w_j \quad (3)$$

Em específico, para o método PROMETHEE TRI, é necessário definir mais duas noções básicas. Primeiro, o conceito de alternativa de referência central, que permite definir as categorias, ou seja, a alternativa de referência central r_h que está associada à categoria C_h . Segundo, é o conceito de desvio da alternativa de referência central, permitindo alocar as alternativas para mais apropriada categoria.

Posteriormente, é calculado o fluxo de rede de cada critério com relação às alternativas de referências central, onde r_h é comparado à $|R|-1$ restantes alternativas de referências (R), que não depende do conjunto de alternativas amostras A , como mostrado na equação 4:

$$\phi_j(r_h) = \frac{1}{|R|-1} \sum_{r \in R} (P_j(r_h, r) - P_j(r, r_h)) \quad (4)$$

De maneira similar, os perfis de cada alternativa $a \in A$ para o conjunto de alternativas de referências (R) é calculado como mostrado na equação 5:

$$\phi_j^R(r_h) = \frac{1}{|R|-1} \sum_{r \in R} (P_j(a, r) - P_j(r, a)) \quad (5)$$

Uma vez obtidos os resultados acima (4) e (5), é necessário comparar ambos perfis de fluxo, $\phi_j(r_h)$ e $\phi_j^R(r_h)$. Para isto, é considerado a distância ponderada L_p (que para valores grandes de L_p , maior importância será dada às grandes desvios) para mensurar o desvio entre o perfil da alternativa a e r_h , como mostrado na Equação 6:

$$e_p(a, r_h) = \left(\sum_{j \in J} \left(|\phi_j^R(a) - \phi_j(r_h)|^{L_p} w_j \right) \right)^{\frac{1}{L_p}} \quad (6)$$

O desvio $e_p(a, r_h)$ expressa o quão próximo está a alternativa a da categoria C_h . Então, uma ação a_i é atribuída para a categoria C_l se seu desvio for mínimo, como mostrado na Equação 7:

$$a_i \in C_l, \text{ if } e_p(a_i, r_l) = \min_{h=1, \dots, k} \{e_1(a_i, r_h)\} \quad (7)$$

4. Procedimentos para inferência dos pesos

O procedimento de inferência dos pesos será dividido em duas partes (conforme mostrado na Figura 1): (i) compreendendo por procedimentos que dependam diretamente do decisor (parâmetros de entrada, feedbacks, e avaliação de resultados); e, (ii) compreendendo por procedimentos que dependam somente do algoritmo computacional da programação matemática.

Na primeira parte, é requerido definir os parâmetros de entrada do modelo PROMETHEE TRI, tais como, o conjunto de critérios a serem utilizados, as alternativas de referências centrais, e conjunto de alternativas amostras $s_s \in S$ para a categoria C_{Is} , que servirão como base do processo.

O conjunto de alternativas amostras S é formado por alternativas em que o decisor tem certeza de quais categorias elas pertençam. Essas alternativas podem ser reais, realísticas ou fictícias, dependendo do nível de conhecimento do decisor e de complexidade do contexto de decisão. Entretanto, é importante enfatizar que é necessário que o decisor seja racional na definição desse conjunto, pois sua escolha de conjuntos inconsistentes poderá gerar soluções não viáveis ou errôneas.

Usando o mesmo conceito definido pelo método PROMETHEE TRI, em que as alternativas são atribuídas à categoria com o menor desvio para a alternativa de referência central (Equação 7), é proposta uma nova abordagem para inferir os parâmetros pesos, minimizando o desvio de todas as alternativas amostras para a sua respectiva categoria C_{I_t} (pré-determinada pelo decisor). Ou seja, será minimizada a distância (desvio) das alternativas amostras para sua

respectiva alternativa de referência central, através do processo de otimização do conjunto de pesos dos critérios. Para isso, usaremos a metodologia de programação matemática.

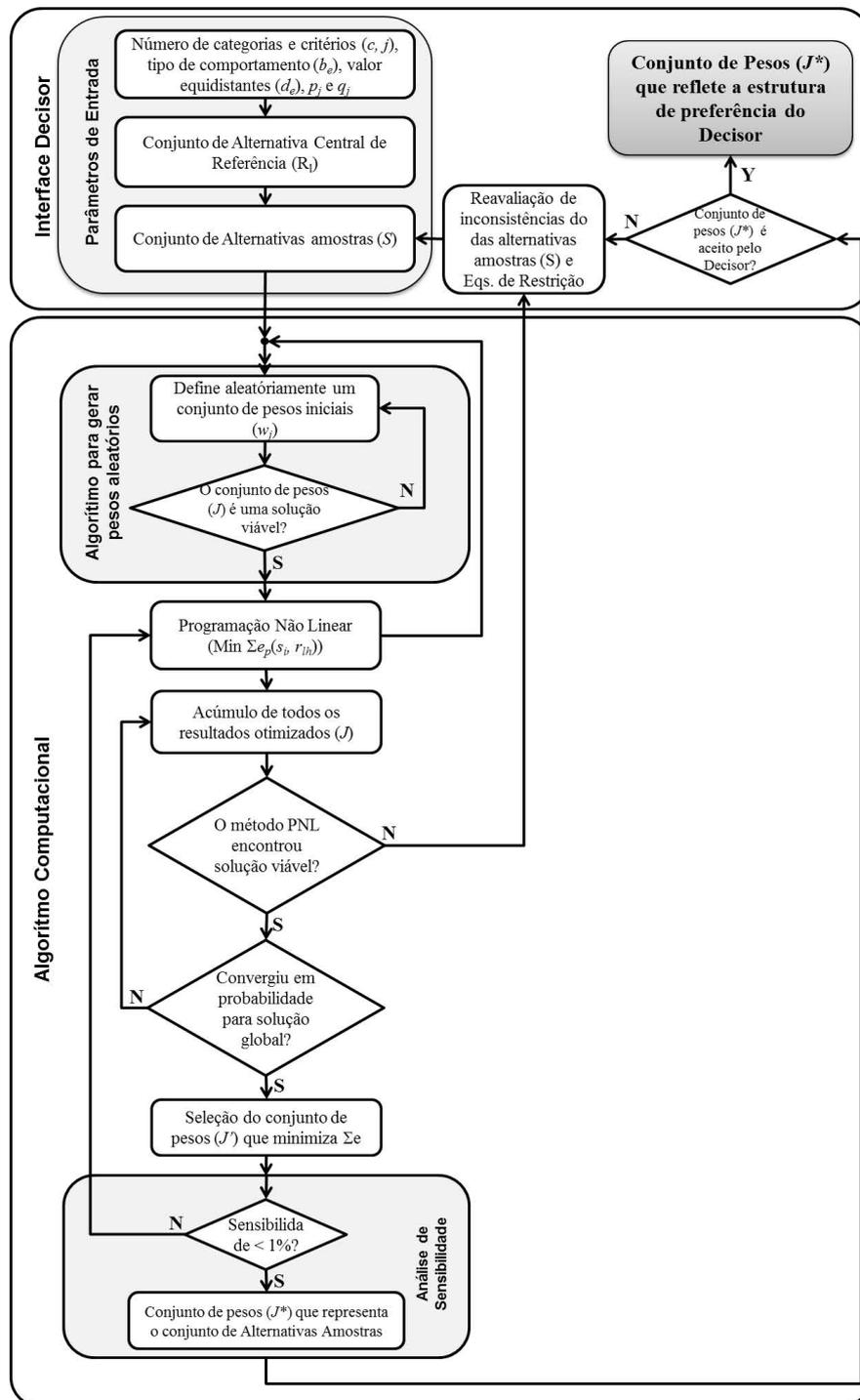


Figura 1. Fluxo de inferência dos pesos dos critérios

Em adição aos parâmetros já definidos pelo método PROMETHEE TRI, serão introduzidos novos parâmetros para inferir os pesos:

- $S = \{s_1, \dots, s_s, \dots, s_t\}$ denota o conjunto de alternativas amostras fornecida pelo decisor para inferência dos pesos com $|S|=t$, e T corresponde o conjunto de índices das alternativas amostras;

- $B = \{C_{l_1}, \dots, C_{l_s}, \dots, C_{l_t}\}$ denota o conjunto de categorias dessas alternativas amostras;
- $R_l = \{r_{l_1}, \dots, r_{l_h}, \dots, r_{l_k}\}$ denota o conjunto de alternativas de referência central para as respectivas categorias das alternativas amostras;
- $b_e = \{0 \text{ or } 1\}$ denota o comportamento adotado pelo decisor frente a situação de equidistância entre duas categorias consecutivas (C_h, C_{h+1}) e uma alternativa de amostra (s_s). Assume valor 0 quando o decisor deseja ter um comportamento conservativo, atribuindo a alternativa (s_s) para a categoria inferior (C_h), ou assume valor 1 quando o decisor deseja ter um comportamento menos conservador, atribuindo a alternativa (s_s) para uma categoria superior (C_{h+1}). Este valor é avaliado somente uma única vez, no início do processo, tornando-a coerente para todas as análises de categorias equidistantes a uma alternativa.
- $d_e = \{d\}$ denota a menor distância (desvio), na qual o decisor sente-se confortável em ter categorias equidistantes, ou seja, desvios abaixo a este valor não será questionado ao decisor se ele aceita ou não automaticamente a atribuição da alternativa (s_s) para uma categoria, de acordo com seu comportamento (b_e), definido anteriormente, e $d \in \mathfrak{R}$.

Dada as definições, a função objetivo do modelo de otimização (F_o) é minimizar a soma das distâncias (desvios) do conjunto de alternativas amostras (S) para suas respectivas alternativas de referências (R_l), pela determinação dos valores das variáveis pesos (w_j), que proverá uma melhor solução, como mostrado na Equação 8 e na Equação 9:

$$F_o = \min_{w_j \in \mathfrak{R}} \left\{ \sum_{i \in T} e_p(s_i, r_{l_h}) \right\} \quad (8)$$

onde:

$$e_p(s_i, r_{l_h}) = \left(\sum_{j \in J} \left(|\phi_j^{R_{l_h}}(s_i) - \phi_j(r_{l_h})|^{L_p} w_j \right) \right)^{\frac{1}{L_p}}$$

Assim, tem-se a função objetivo F_o (Equação 9):

$$F_o = \min_{w_j \in \mathfrak{R}} \left\{ \sum_{i \in T} \left(\sum_{j \in J} \left(|\phi_j^{R_{l_h}}(s_i) - \phi_j(r_{l_h})|^{L_p} w_j \right) \right)^{\frac{1}{L_p}} \right\} \quad (9)$$

onde

$$\phi_j^{R_{l_h}}(s_i) = P_j(s_i, r_{l_h}) - P_j(r_{l_h}, s_i);$$

$$\phi_j(r_{l_h}) = P_j(r_{l_h}, r) - P_j(r, r_{l_h});$$

P_j é calculado pela Equação 1.

O conjunto de restrições do modelo de otimização pode ser dividido em dois grupos: restrições obrigatórias e restrições opcionais. O primeiro grupo de restrições é formado por restrições compulsórias para a aplicabilidade do modelo de otimização, que consiste de: (i) o conjunto de pesos são números não negativos (Equação 10.1); (ii) a soma dos pesos tem que ser igual a 1 (Equação 10.2); e (iii) a obrigatoriedade das categorias (C_{l_s}) das alternativas amostras (s_s) definidas pelo conjunto ótimo de pesos ser igual as categorias designadas anteriormente pelo

decisor (Equação 10.3). Essa última restrição é formada por equações não-lineares, o que faz a necessidade do uso da otimização não-linear.

$$w_j \geq 0, \quad \forall j \in F \text{ e } w_j \in \mathfrak{R}^{*+} \quad (10.1)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad \forall j \in F \text{ e } w_j \in \mathfrak{R}^{*+} \quad (10.2)$$

$$s_s \in C_{I_s}, \text{ se e somente se,}$$

$$e_s(s_s, r_{lh}) = \begin{cases} \min_{h=1, \dots, k} \{e_t(s_s, r_h)\}, & \text{se não existirem categorias equidistantes à } s_s \\ \min_{h=1, \dots, k} \{e_t(s_s, r_{\min h})\}, & \text{se existirem categorias equidistantes à } s_s, b_e = 0 \text{ e} \\ e_t(s_s, r_h) < d_e & \\ \min_{h=1, \dots, k} \{e_t(s_s, r_{\max h})\}, & \text{se existirem categorias equidistantes à } s_s, b_e = 1 \text{ e} \\ e_t(s_s, r_h) < d_e & \end{cases} \quad (10.3)$$

, $\forall t \in T, \forall lh \in R_l, \forall h \in R$

O segundo grupo de restrições é formado por restrições opcionais; para caso o decisor tenha profundo conhecimento sobre as características dos pesos dos critérios. Por exemplo, se o decisor sabe que não existem critérios não ditadores, então ele pode limitar os valores dos critérios para a metade da soma de todos os pesos, como mostrado na Equação 11.1.

$$w_j \leq \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n w_j \right), \quad \forall j \in F \quad (11.1)$$

Outra maneira que o decisor pode usar seu conhecimento é definindo pelo ordenamento de importância dos critérios, como mostrado na Equação 11.2, que alternativamente pode ser mostrado como na Equação 11.3, onde é definido um limite mínimo (λ'_j) para quais os pesos dos critérios sejam considerados diferentes.

$$w_{j_1} \geq w_{j_2} \geq \dots \geq w_{j_n}, \quad \forall j \in F \quad (11.2)$$

que pode ser expressado por:

$$\begin{cases} -w_{j_1} + w_{j_2} \leq -\lambda'_j \\ \dots \\ -w_{j_2} + w_{j_n} \leq -\lambda'_j \end{cases}, \quad \forall j \in F, \lambda'_j \in \mathfrak{R}^+ \text{ e } w_j \in \mathfrak{R}^{*+} \quad (11.3)$$

De acordo com Frikha et al. (2010) é interessante no processo de classificação que nenhum dos critérios tenha peso nulo, ou seja, caso um critério foi escolhido para ser utilizado, espera-se que ele tenha um valor de importância mínima. Então, é necessário fixar um limite mínimo (λ''_j), para cada critério, que abaixo desse valor o critério não tem mais significado, como mostrado na Equação 11.4, conseqüentemente, a Equação 10.1 torna-se uma restrição dominada.

$$w_j \geq \lambda''_j, \quad \forall j \in F, \lambda''_j \in \mathfrak{R}^+ \text{ e } w_j \in \mathfrak{R}^{*+} \quad (11.4)$$

Dado definido a função objetivo e o conjunto de restrições do modelo de otimização, seguindo o diagrama anterior (Figura 1), a segunda etapa do modelo é rodar os procedimentos de otimização. Devido ser um problema de otimização não linear, não é garantida o encontro de uma solução global, mas encontram-se soluções locais que concorrem a ser a uma solução global.

Uma maneira simplista de solução desse problema é rodar a otimização para diversos pontos iniciais viáveis do conjunto de pesos, na qual é encontrado um ótimo local, (J'); e por fim, determinar quais desses pontos locais pode ser sugerido como o melhor de todos os

resultados (J^*), ou seja, qual desses resultados tem menor valor da soma dos desvios (Equação 9).

Na penúltima etapa, é realizada uma análise de sensibilidade dos resultados encontrados para verificar a robustez dos valores encontrados e também auxiliar o decisor na aceitabilidade dos resultados, uma vez que é necessário que o decisor aceite os valores sugeridos pela otimização. Também, a ferramenta de análise de sensibilidade auxilia o decisor na reavaliação do conjunto de alternativas amostras ou das equações de restrições do modelo.

Finalmente, na última etapa do processo, o decisor precisa aceitar os valores dos pesos, tal que esses valores refletem suas preferências com respeito ao conjunto de critérios analisados. No próximo tópico será feito um exemplo ilustrativo da nova maneira de inferir os pesos dos critérios para método PROMETHEE TRI.

5. Exemplo ilustrativo

Neste tópico é gerado um exemplo ilustrativo na qual o decisor depara-se com um problema de classificação. Considerando que ele opte por avaliar quatro critérios, na qual todos eles têm por objetivo a maximização de seus valores, cuja função preferência dele é determinada pela função área de indiferença, determinada pelos parâmetros de preferência p e q , segundo descrito em Almeida (2011), resumido na Tabela 1. Esses critérios serão classificados em três categorias ordenadas e distintas, definidas respectivamente por suas alternativas centrais de referência, como descritas na tabela 1.

Considera-se, também, que o decisor tenha um comportamento mais conservador alocando alternativas amostras equidistantes a duas ou mais categorias para a categoria mais inferior, ou seja, $b_e = 0$, e que o decisor seja tolerável a valores de distâncias equidistantes à $d_e = 1$. É assumido que $L_p = 0$.

Tabela 1. Alternativas centrais de referência e índice de preferência e indiferença para cada critério

R_l	g_1	g_2	g_3	g_4
r_{l1}	10	15	30	15
r_{l2}	30	40	55	50
r_{l3}	60	75	86	75
q_j	5	5	5	5
p_j	10	10	10	10

Dado o conhecimento do decisor a cerca do problema e sua experiência, ele provem o conjunto de alternativas amostras, na qual ele indica quais categorias a que elas pertençam, conforme mostrado na tabela 2.

Tabela 2. Matriz das alternativas amostras

S	g_1	g_2	g_3	g_4	C_l
s_1	20	6	39	25	1
s_2	13	20	35	20	1
s_3	15	25	85	90	2
s_4	75	40	89	62	3

De posse desses dados, é possível inferir os pesos de cada critério através de procedimentos de otimização (Figura 1) na qual a função objetivo é dado pela Equação 9. O algoritmo foi programado no programa matemático MATLAB.

O conjunto de restrições do modelo de otimização consiste das restrições compulsórias (Equações 10.1, 10.2 e 10.3) e também por:

- 1) $w_j \leq \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n w_j \right), \forall j \in F$
- 2) Como determinado pelo decisor um ordenamento dos critérios:
 $w_1 + \lambda' \geq w_2 + \lambda' \geq w_4 + \lambda' \geq w_3$ e $\lambda' = 0,01$
- 3) $w_j \geq \lambda'', \lambda'' = 0,01$ e $\forall j \in F$

Como resultado do procedimento de otimização encontramos o conjunto de pesos descrito na tabela 3.

Tabela 3. Conjunto de pesos inferidos e soma dos desvios entre as alternativas amostras e alternativas centrais de referência

w_j^*				$\sum_{t \in T} e_p(s_i, r_{th})$
g_1	g_2	g_3	g_4	
0,3115	0,3015	0,1884	0,1986	1,9561

Uma vez determinados prováveis boas soluções é preciso realizar a avaliação de análise de sensibilidade. Para isso, é realizada pequenas variações (positiva e negativa) nos valores de cada peso individualmente, e posteriormente, verificar o comportamento no resultado da soma dos desvios ($F_O^{S.A}$) e checar se existem equações de restrições que não são atendidas, após essa variação. Os resultados da análise de sensibilidade são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4. Resultado da análise de sensibilidade (equações de restrição violadas)

g_1	g_2	g_3	g_4	g_1	g_2	g_3	g_4
-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	+0,1%	+0,1%	+0,1%	+0,1%
$F_O^{S.A(1)}$	$F_O^{S.A(1)}$	$F_O^{S.A(1)}$	$F_O^{S.A(1)}$	$F_O^{S.A(2)}$	$F_O^{S.A(2)}$	$F_O^{S.A(2)}$	$F_O^{S.A(2)}$
$w_1 \geq w_2$	$w_2 \geq w_4$						
$w_2 \geq w_4$		s_3	s_3	s_3	$w_1 \geq w_2$	$w_1 \geq w_2$	$w_1 \geq w_2$

(1) $F_O^{S.A(-0.1\%)} \leq F_O^*$

(2) $F_O^{S.A(+0.1\%)} \leq F_O^*$

Pela tabela 4, observa-se a grande sensibilidade dos resultados ($\pm 0.1\%$). Percebe-se, também, que existem três equações de restrição ativas. Duas impostas pela relação de ordenamento e uma pela alternativa amostra (s_3). Este resultado pode ser refletido pelo decisor.

Considerando que o decisor resolva retirar a alternativa amostra s_3 do seu conjunto de alternativas amostras, temos o seguinte resultado, mostrado na Tabela 5 e Tabela 6.

Tabela 5. Conjunto de pesos inferidos e soma dos desvios entre as alternativas amostras e alternativas centrais de referência

w_j^*				$\sum_{t \in T} e_p(s_i, r_{th})$
g_1	g_2	g_3	g_4	
0,265	0,255	0,235	0,245	0,9609

A retirada da alternativa s_3 mostra a sensibilidade nos resultados, pois gera resultados de pesos diferentes. Então, é necessário que o decisor tenha maior atenção e certeza na utilização

dessa alternativa no conjunto de alternativa amostra para inferir o conjunto de pesos.

Como final do processo de inferência dos pesos, é necessário que o decisor aceite os resultados, já que ele deve confirmar que esses valores realmente refletem a estrutura de preferência que ele tem em mente. Caso contrário, é preciso que ele reveja seu conjunto de alternativas amostras ou o conjunto das equações de restrição do modelo de otimização.

Tabela 6. Resultado da análise de sensibilidade (equações de restrição violadas) – retirada a alternativa amostra s_3

g_1	g_2	g_3	g_4	g_1	g_2	g_3	g_4
-0,1%	-0,1%	-0,1%	-0,1%	+0,1%	+0,1%	+0,1%	+0,1%
$F_o^{S.A(1)}$	$F_o^{S.A(1)}$	$F_o^{S.A(1)}$	$F_o^{S.A(1)}$	$F_o^{S.A(2)}$	$F_o^{S.A(2)}$	$F_o^{S.A(2)}$	$F_o^{S.A(2)}$
$w_1 \geq w_2$	$w_2 \geq w_4$						
$w_2 \geq w_4$					$w_1 \geq w_2$	$w_1 \geq w_2$	$w_1 \geq w_2$

(1) $F_o^{S.A(-0.1\%)} \leq F_o^*$

(2) $F_o^{S.A(+0.1\%)} \leq F_o^*$

6. Conclusões

O método de classificação PROMETHEE TRI tem como requisito de entrada diversos parâmetros a serem fornecidos pelo decisor. Em determinadas situações, não é trivial para o decisor definir esses parâmetros diretamente, em especial os parâmetros peso dos critérios. Então, uma metodologia alternativa para auxiliar o decisor a definir o conjunto de pesos pode ser de grande importância.

Este trabalho propôs uma abordagem alternativa de obter o conjunto de pesos através do fornecimento de alternativas amostras por parte do decisor (uma abordagem de desagregação). Foi utilizada a metodologia de programação matemática com o objetivo de encontrar um conjunto de pesos que minimize as distâncias (desvios) das alternativas amostras para suas respectivas categorias, definidas anteriormente pelo decisor. Dessa forma, encontrando um conjunto de peso que obedeça a estrutura de preferência que indiretamente está representada pelas alternativas amostras fornecidas pelo decisor. A agilidade e facilidade dessa abordagem são pontos positivos a serem considerados.

Outro ponto a ser destacado nesse trabalho é o uso da ferramenta de análise de sensibilidade, na qual auxilia o decisor na avaliação da robustez dos resultados e também na reavaliação das equações de restrições opcionais definidas pelo decisor. E ainda, caso o decisor não se sinta confortável com os resultados dos pesos é possível perceber quais das equações restrições estão ativas com os resultados encontrados.

Como perspectivas de trabalhos futuros pode-se verificar a aplicabilidade dessa metodologia em outros parâmetros de entrada do método PROMETHEE TRI, dessa forma auxiliando na aplicabilidade desse método.

7. Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido com o apoio parcial do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) e o programa de cooperação internacional CAPES/WBI (DRI/CGCI N. 37/201, Projeto N. 007/10).

Referências

- Almeida, A.T.** (2011), O Conhecimento e o Uso de Métodos Multicritério de Apoio a Decisão, 2 ed., Recife, Editora Universitária da UFPE, 2011.
- An Ngo, T. e Mousseau, V.** (2002). Using assignment examples to infer category limits for the ELECTRE TRI method. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 11, pp.29–43.

- Chen, Y.; Kilgour, D. M.; Hipel, K. W.** (2011). *A Case-based Distance Approach to Multiple Criteria Ranking*. Service Systems and Service Management (ICSSSM), 2011 8th International Conference on , IEEE, 1-5, 2011.
- Dias, J. A.; Figueira, J. R. e Roy, B.** (2008) ELECTRE TRI-C: A Multiple Criteria Sorting Method Based on Central Reference Actions. Technical Report 5/2008, CEG-IST, Technical University of Lisbon, Lisboa, Portugal, 2008 (<http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/29/26/21/PDF/cahierLamsade274.pdf>)
- Eppe, S.; De Smet, Y.; Stützle, T.** (2011). A Bi-objective Optimization Model to Eliciting Decision Maker's Preferences for the PROMETHEE II Method. Algorithmic Decision Theory. Braffman, R.; Roberts, F.; Tsoukiàs, A. (Eds.) Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin / Heidelberg, 56-66, 2011.
- Figueira, J. e Roy, B.** (2002). Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised Simos' procedure. *European Journal of Operational Research*, 139 (2002) 317-326.
- Figueira, J.; Smet, Y. De e Brans, J.-P.** (2006). MCDA methods for sorting and clustering problems: Promethee TRI and Promethee CLUSTER. Review of the Technical Report TR/SMG/2004-002, SMG, Université Libre de Bruxelles, 2006.
- Frikha, H.; Chabchoub, H. e Martel, J.-M.** (2010). Inferring criteria's relative importance coefficients in PROMETHEE II. *Int. J. Operational Research*, v.7, n.2, 2010.
- Lourenço, R.P. e Costa, J.P** (2004). Using ELECTRI TRI outranking method to sort MOMILP nondominated solutions. *European Journal of Operational Research*, v. 153, 271-289, 2004.
- Mareschal, B.** (1988). Weight stability intervals in multicriteria decision aid. *European Journal of Operational Research*, 33 (1988) 54-64.
- Mareschal, B. e De Smet, Y.** (2009). Visual PROMETHEE: Developments of the PROMETHEE & GAIA Multicriteria Decision Aid Methods. Proceedings of the 2009 IEEE IEEM, 2009.
- Mousseau, V. e Slowinski, R.** (1998). Inferring an ELECTRE TRI Model from Assignment Examples. *Journal of Global Optimization*, 12 (2) (1998) 154-174 .
- Mousseau, V.; Slowinski, R.; Zielniewicz, P.** (2000). A user-oriented implementation of the ELECTRE-TRI method integrating preference elicitation support. *Computers & Operations Research*, 27, 757-777, 2000.
- Mousseau, V.; Figueira, J.; Naux, J.-Ph.** (2001). Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research*, 130 (2001) 263-275.
- Mousseau, V. e Dias, L.** (2004). Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures. *European Journal of Operational Research*. Vol. 156, pp.467-482, 2004.
- Roy, B.** (1985). *Méthodologie Multicrit'ere d'Aide `a la D'ecision*. Economica, Paris, France. (English translation: *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996), 1985.
- Roy, B.; Présent, M. e Silhol, D.** (1986). A programming method for determining which Paris metro stations should be renovated. *European Journal of Operational Research*, 24 (1986) 318-334.
- Solymosi, T. e Dombi, J.** (1986). A method for determining the weights of criteria: The centralized weights. *European Journal of Operational Research*, 26 (1986) 35-41.
- Vansnick, J-C.** (1986). On the problem of weights in multiple criteria decision making (the noncompensatory approach). *European Journal of Operational Research*. 24, 288-294, 1986.