

Receitas líquidas nas variações da produção de alimentos com limitações hídricas

Angel Ramon Sanchez Delgado & Sergio Drummond Ventura

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática. BR 465, Km 7, CEP 2351000, Seropédica, RJ.

Resumo: Procura-se examinar as receitas líquidas ótimas, quando fazemos variações na produção por área irrigada (produção de alimento); isto é, conhecer o comportamento da lâmina e receita líquida quando realizamos acréscimos escalonados de 25%, 50% e 75% na produção máxima com limitações hídricas. Depois da caracterização e implementação computacional do modelo que representa o estudo, foram desenvolvidos experimentos numéricos para as culturas: Banana, Cebola, Tomate, Melancia, Melão e Milho. Desses experimentos conseguimos observar, que a melhor situação para todas as culturas é quando consideramos até 25% mais da lâmina de água máxima como água total disponível para irrigar. Pode-se concluir que o procedimento computacional desenvolvido representa uma alternativa metodológica de fácil acesso para dar respostas a problemas desta natureza na otimização agrícola.

Palavras chaves: barreira logarítmica, programação não linear, função resposta.

Liquid income in variations of the food production with water restrictions

ABSTRACT: We examined the optimal net revenue, when we make variations in production per irrigated area (food production); that is, to know the behavior of the mass and revenue when we do increases of 25%, 50% and 75% in the maximal production with water restrictions. After the characterization and implementation of the model that represents our study, we developed numerical experiments for the cultures: Banana, Onion, Tomato, Watermelon, Melon and Corn. Based on these experiments we could observe that the best situation for all the cultures is when we consider up to 25% more of the maximal water mass as the total water available to irrigate. We concluded that the developed computational procedure represents an easy alternative method to solve problems of this kind in farm optimization.

Keyword: logarithmic barrier, non-linear programming, answer function.

INTRODUÇÃO

Atualmente as taxas de crescimento da população agrícola e alimentar, assim como a degradação dos solos, os manejos inadequados da água, fertilizantes e defensivos, representam os principais vilões da produção de alimentos compatível com a população presente e futura; surgindo a intranquilidade mundial pela segurança alimentar. A FAO (organização para a alimentação e a agricultura da ONU) registra que até o 2025 a produção mundial de alimentos terá que alcançar um crescimento de aproximadamente 40%. Por outra parte, do lado econômico, se faz importante conhecer o comportamento das receitas líquidas quando realizamos acréscimos na produção máxima por área irrigada com limitações hídricas.

A prática revela que para se ter uma produção crescente de alimento, a alternativa está na produção agrícola sob irrigação, que tem possibilitado um número maior de safras por ano, principalmente em países do hemisfério sul. Mundialmente, a agricultura sem irrigação resulta restrita pela dificuldade de se encontrar solos que não apresentem riscos ambientais e até mesmo pela inexistência de solos aptos (LACERDA, et al. 2007, AQUINO, et al. 2008).

Na área da otimização agrícola, existem diversos trabalhos publicados que tratam com modelos em que se procura maximizar a produtividade, ou a receita líquida; sujeito a restrições referentes a insumos, capital, espaço, etc. (FRIZZONE, et al. 2005; CASTRO, et al. 2007; SANCHEZ, et al. 2007; SOUSA, et al. 2010; SANCHEZ, et al.

2010a, 2010b). Em geral, tais modelos são programas não lineares e a programação separável aparece como a metodologia mais usada na sua resolução. Recentemente em CARVALHO, et al. 2009, foi apresentada uma proposta metodológica diferente baseada em pontos interiores ou barreira logarítmica (MBL).

Neste trabalho modelamos (usando programação não linear) a maximização da receita líquida, restrita a limitações hídricas e onde a produção por área irrigada (quociente entre o volume total de água disponível vezes a produção da cultura e a lâmina de água) seja maior ou igual que certa demanda prefixada. Na seguinte seção apresentamos o modelo e o procedimento computacional baseado no MBL para resolver Iho. Seguidamente a discussão dos resultados obtidos, assim como as conclusões e referências bibliográficas.

MATERIAL E MÉTODOS

Denotemos com $y(w)$ a função resposta ou de produção de uma determinada cultura por volume de água aplicado; em geral, uma função não-linear ($kg \cdot ha^{-1}$). Consideramos como receita líquida ($R\$ ha^{-1}$) à relação dada por: $RL(w) = p_c y(w) - c_w w - c_0$, em que p_c representa o preço da cultura ($R\$ kg^{-1}$), c_w o custo da lâmina de água ($R\$ (mm \cdot ha)^{-1}$) e c_0 o custo fixo de produção ($R\$ ha^{-1}$). Neste trabalho estamos interessados em maximizar $RL(w)$ sujeito a que a produção por área irrigada, seja maior ou igual que certa demanda prefixada, com limitações hídricas. Matematicamente, procura-se a lâmina de água ótima (w) do seguinte problema de programação não-linear (PPNL):

$$\text{Maximizar} \quad RL(w) = p_c y(w) - c_w w - c_0 \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a :} \quad y_a(w) = \frac{w_T y(w)}{w} \geq d \quad (2)$$

$$w_l \leq w \leq w_u \quad (3)$$

Em que:

w – Lâmina de água (mm).

$RL(w)$ – Receita líquida por hectare de uma cultura, em função da lâmina de água w ($R\$ ha^{-1}$).

p_c – Preço da cultura considerada ($R\$ kg^{-1}$).

$y(w) = aw^2 + bw + c$ (resposta ou produção de uma cultura em função da lâmina de água w ($kg \cdot ha^{-1}$)).

c_w – Custo da lâmina de água ($R\$ (mm \cdot ha)^{-1}$).

c_0 – Custo fixo de produção por hectare ($R\$$).

$y_a(w)$ – Produção por área irrigada (ou produção de alimento) em função da lâmina de água ($kg \cdot ha^{-1}$).

w_T – Água total disponível para irrigar (mm).

d – Demanda prefixada de produção por área irrigada ($kg \cdot ha^{-1}$).

w_l , w_u – Limitante inferior e superior da lâmina de água respectivamente (mm).

Note que o problema anterior pode ser escrito como o PPNL:

$$\text{Maximizar } RL(w) = a p_c w^2 + (p_c b - c_w)w + (p_c c - c_0) \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a : } g_d(w) = -a w_T w^2 + (d - w_T b)w - w_T c \leq 0 \quad (5)$$

$$w_l \leq w \leq w_u \quad (6)$$

Observe que (4)-(5)-(6), representam uma família de problemas não lineares dependentes da produção por hectare irrigada (d) e da água total disponível para irrigar (w_T). Por facilidade, estamos supondo que w_T está fixo. A continuação descreve-se o procedimento computacional a ser implementado para a resolução do PPNL. Fixando o parâmetro $\mu > 0$ e incorporando as restrições (2) e (3) (ou equivalente, (5) e (6)) na função barreira logarítmica, resolvemos o problema de programação não linear sem restrições:

$$\text{Maximizar } \phi_\mu(w) = RL(w) + \mu B(w) \quad (7)$$

Em que, $B(w) = \log(-g_d(w)) + \log(w - w_l) + \log(w_u - w)$. Seguidamente, o parâmetro μ é diminuído e o processo repetido até que um critério de parada seja satisfeito (CARVALHO, et al. 2009). O nome barreira logarítmica deve-se ao fato que a função logaritmo obriga ao procedimento a gerar pontos interiores na região de viabilidade. Para cada $\mu > 0$, o máximo de $\phi_\mu(w)$ é alcançado em um ponto interior e quando $\mu \rightarrow 0$ (tende a zero), este se move até um ponto próximo da solução ótima do problema (7). Mais ainda, o conjunto $T_c = \{w = w(\mu): w \text{ resolve (7)}\}$ define uma curva suave denominada trajetória central associada ao PPNL.

Pode-se dizer que o procedimento implementado para resolver o problema (4)-(5)-(6) funciona como um método de duas fases. Numa primeira fase determinamos a lâmina de água, $w_{max} = \text{Argmax}\{y(w): w_l \leq w \leq w_u\}$. (Ver apêndice em SANCHEZ, et al. 2010b) e fazemos $w_T = w_{max}$ ou igual aos incrementos escalonados de w_{max} . Aqui $\text{Argmax}\{\}$ denota a variável ou argumento (lâmina de água) onde se alcança o valor objetivo máximo satisfazendo as restrições impostas. Na segunda fase, escolhemos d (próxima seção) e iterativamente com decrescimentos sucessivos do parâmetro de penalidade $\mu > 0$, geramos uma seqüência de soluções aproximadas dos problemas não restritos (7).

Para pesquisar o desempenho deste procedimento foram selecionados os dados apresentados em FRIZZONE, et al. 2005; para as culturas: banana, cebola, tomate e melancia; em MONTEIRO, et al. 2007, para a cultura do melão e em HEINEMANN, et al. 2001, para a cultura do milho, segundo as informações apresentadas na Tabela 1. As unidades monetárias apresentadas variam conforme o autor; a utilizada por FRIZZONE, et al. 1997 é o dólar (US\$), no entanto a utilizada por MONTEIRO, et al. 2007 e HEINEMANN, et al. 2001 é o real (R\$). Os custos dependentes da água (c_w) também variam com autor; para FRIZZONE, et al. 2005, foi de $0,2816 \text{ US}\$.mm^{-1}$; para MONTEIRO, et al. 2007 de $0,134 \text{ R}\$.mm^{-1}$ e para HEINEMANN, et al. 2001 de $0,15 \text{ R}\$.mm^{-1}$. Os intervalos de irrigação $[w_l, w_u]$ considerados foram: $[1000; 5000]$ para a banana, $[400; 1200]$ para a cebola, $[100; 1000]$ para o tomate, $[0; 1600]$ para a melancia, $[200; 1200]$ para o melão e $[109; 753]$ para o milho.

Tabela 1. Funções respostas das culturas em relação à lâmina de água aplicada (w), preços de cada cultura (P_c) e custos fixos de produção referente a cada cultura (c_0).

Culturas	Equações	P_c ($$. kg^{-1}$)	c_0 ($$. ha^{-1}$)
Banana	$y = -0,01097w^2 + 63,25504w - 36848$	0,18	1.200,00
Cebola	$y = -0,2299w^2 + 378,924w - 115910$	0,20	1.530,00
Tomate	$y = -0,23948w^2 + 271,9355w - 23000$	0,08	1.645,00
Melancia	$y = -0,0457w^2 + 81,09w - 2301,15$	0,08	750,00
Melão	$y = -0,0379w^2 + 54,132w + 5420,3$	0,40	6.285,00
Milho	$y = -0,1438w^2 + 112,10w - 10472,43$	0,171	832,77

y : Produtividade ($kg. ha^{-1}$); w : Lâmina de água (mm).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 2 mostra a lâmina de água, a produtividade e a receita máxima com limitações hídricas; assim como a chamada lâmina equivalente, definida como w_e : $RL(w_e) := RL(w_{max})$ (valor da receita líquida na lâmina máxima).

Tabela 2: Lâmina de água máxima, w_{max} ($mm. ha^{-1}$), produção máxima de cada cultura; y_{max} ($kg. ha^{-1}$), receita líquida na lâmina máxima RL_{max} ($$. ha^{-1}$) e lâmina equivalente, w_e ($mm. ha^{-1}$).

Culturas	w_{max} ($mm. ha^{-1}$)	$y_{max} := y(w_{max})$ ($kg. ha^{-1}$)	RL_{max} ($$. ha^{-1}$)	w_e ($mm. ha^{-1}$)
Banana	2.883,0	54.337	7.768,8	2.740,5
Cebola	824,1	40.227	6.283,3	817,9
Tomate	567,8	54.197	2.530,9	553,1
Melancia	887,2	33.670	1.693,8	810,1
Melão	714,1	24.749	3.507,6	704,3
Milho	389,8	11.375	1.002,5	378,3

w_e : $RL(w_e) := RL(w_{max})$ - Lâmina equivalente.

É importante ressaltar que no intervalo $[w_e, w_{max}]$, a irrigação parcial (com déficit), será mais rentável que a irrigação plena (para a máxima produção). A extensão desse intervalo pode ser interpretada como uma indicação do grau de segurança no manejo da irrigação parcial. Se o intervalo é relativamente amplo, o risco associado à decisão pode ser pequeno. Um intervalo pequeno implica maior risco e necessidade de um cuidadoso manejo da irrigação. Dessa forma, conhecido esse intervalo e a incerteza da estimativa da quantidade ótima de água, a decisão de quanto irrigar pode ser tomado com mais segurança (ver Tabela 2).

As Figuras um e dois, mostram um esboço da trajetória central associada à produtividade e à receita máxima para algumas culturas: Banana e Cebola,

respectivamente. A vantagem de utilizar uma metodologia que segue iterativamente a trajetória central é que ela permite visualizar a convergência à solução quando μ decresce até uma tolerância predeterminada. Mais ainda, a cada iteração é dada ciência do processo das soluções aproximadas geradas, e da região onde se encontram.

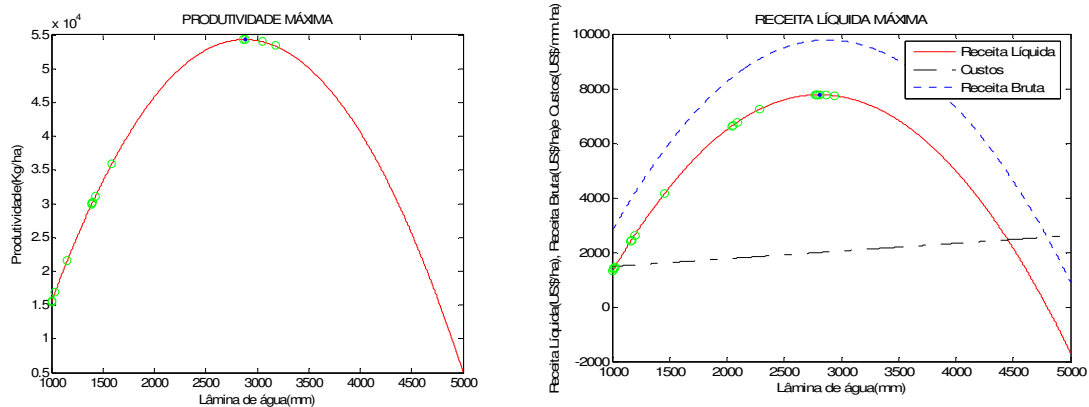


Figura 1: Curva resposta da produtividade ($kg\ ha^{-1}$) e receita líquida ($\$ha^{-1}$) máxima da Banana.

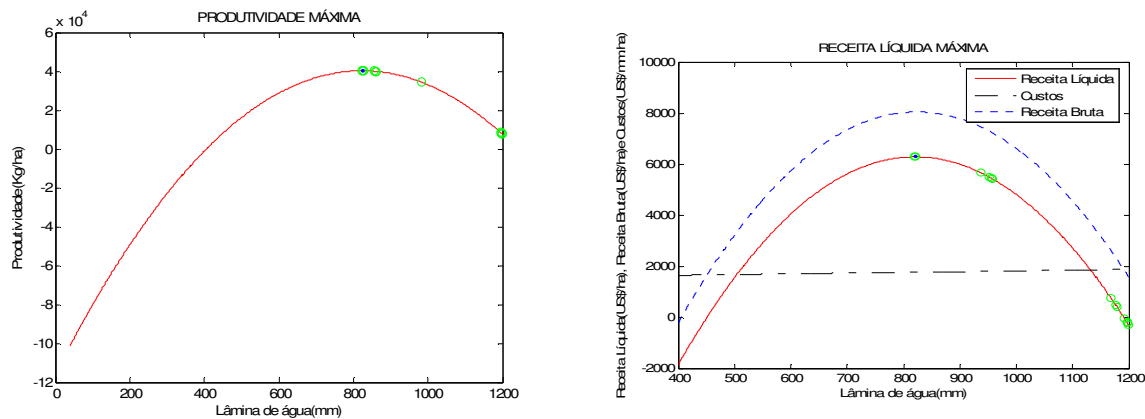


Figura 2: Curva resposta da produtividade ($kg\ ha^{-1}$) e receita líquida ($\$ha^{-1}$) máxima da Cebola.

Considerando que a resolução do problema (1)-(2)-(3) depende dos parâmetros externos w_T (água total disponível) e d (demanda prefixada de produção por área irrigada) e que ao final da fase um do procedimento, conhecemos o par (w_{max}, y_{max}) ; decidimos partir para um primeiro experimento numérico que considera aumentos escalonados (25%, 50% e 75%) de w_{max} e y_{max} respectivamente.

No ensaio, fizemos $w_T = w_{max}$ para cada cultura e analisados três cenários. $d = 25\% \uparrow y_{max}$; isto é, escolhemos d , 25% acima do valor de $y_{max} := y(w_{max})$. Seguidamente, $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e logo, $d = 75\% \uparrow y_{max}$. Em todas as tabelas a seguir é possível observar que salvo a cultura do tomate no primeiro cenário, as lâminas e receitas líquidas ótimas, independem dos cenários escolhidos; isto é, para $w_T = w_{max}$, aumentos da produção por área irrigada em 25%, 50% e 75% do valor de y_{max} , leva à mesma lâmina e receita líquida ótima.

Também, nas combinações $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e $d = 25\% \uparrow y_{max}$, $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 50\% \uparrow y_{max}$, $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$; as lâminas e receitas líquidas ótimas são as mesmas. Em relação à banana, a Tabela 3 mostra que quando com $d = 25\% \uparrow y_{max}$ e são realizados incrementos de 25%, 50% e 75% no volume total de água disponível, se obtém decrescimentos na lâmina e receita líquida ótima. Note que

quando $d = 50\% \uparrow y_{max}$, uma lâmina ótima de 1584.04 mm permite gerar uma receita líquida ótima (US\$4802.41) que é quase duas vezes a receita gerada quando $d = 25\% \uparrow y_{max}$ (US\$2423,53). Uma situação similar é observada quando $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$.

Tabela 3: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da banana.

Banana	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	2812.25	2812.05	2811.99
	7778.83	7778.83	7778.83
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	1164.94	1584.04	2812.10
	2423.53	4802.41	7778.83
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	1010.42	1164.94	1457.94
	1371.38	2423.53	4159.59
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	930.85	1028.75	1164.94
	792.82	1501.17	2423.53

Na Tabela 4 apresentamos os resultados obtidos para a cultura da cebola. Pode-se observar que em qualquer cenário e $w_T = 25\% \uparrow y_{max}$, as lâminas e receitas ótimas tem variações insignificantes; como também nas combinações: $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$; $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $d = 50\% \uparrow y_{max}$; $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$.

Tabela 4: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da cebola.

Cebola	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	821.11	821.08	821.07
	6283.72	6283.72	6283.72
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	826.22	821.12	821.09
	6282.49	6283.72	6283.72
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	928.06	826.22	821.14
	5757.13	6282.49	6283.72
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	984.44	915.64	826.22
	5056.15	5872.28	6282.49

Por outra parte, não são recomendáveis aumentos de 25% na produção máxima, utilizando 50% ou 75% mais da lâmina máxima como água total disponível para irrigar; ou um aumento de 50% na produção máxima, utilizando 75% mais da lâmina máxima.

A Tabela 5 mostra os resultados obtidos para a cultura do tomate. Com esta cultura pode se observar que só é recomendável permitir aumentos na produção máxima de 50% e 75%, quando $w_T = w_{max}$ ou quando $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$.

Tabela 5: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do tomate.

Tomate	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	244.42	560.55	560.52
	618.95	2531.94	2531.94
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	169.08	219.23	560.58
	-402.03	301.85	2531.94
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	146.06	169.08	207.29
	-757.30	-402.03	142.94
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	133.92	148.84	169.08
	-952.97	-713.32	-402.03

Os resultados para a melancia são mostrados na Tabela 6. Novamente para $d = 25\% \uparrow y_{max}$, não são recomendáveis os casos $w_T = 50\% \uparrow w_{max}$ e $w_T = 75\%$; como também, quando $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e $w_T = 75\%$. Note que para o cenário $d = 75\% \uparrow y_{max}$, a melhor consideração é alcançada quando $w_T = w_{max}$.

Tabela 6: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso da melancia.

Melancia	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	849.59	849.18	849.06
	1699.21	1699.21	1699.21
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	890.49	849.82	849.28
	1692.82	1699.21	1699.21
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	1034.39	890.49	850.07
	1573.13	1692.82	1699.21
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	1137.42	1013.71	890.49
	1394.43	1599.65	1692.82

No caso da cultura do melão (Tabela7), é possível observar que para $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$ e em qualquer cenário, as receitas líquidas máximas são as mesmas (R\$ 3519.31). Note que a combinação, $w_T = 75\% \uparrow w_{max}$ e $d = 25\% \uparrow y_{max}$, onde a lâmina é 929.20 mm e a receita, R\$ 2789.08, não é nada recomendável.

Tabela 7: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do melão.

Melão	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	709.96	709.86	709.83
	3519.31	3519.31	3519.31
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	718.07	710.01	709.89
	3518.26	3519.31	3519.31
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	837.35	718.07	710.06
	3272.37	3518.26	3519.31
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	929.20	819.38	718.07
	2789.08	3337.02	3518.26

Para o milho (Tabela 8), no cenário $d = 25\% \uparrow y_{max}$, é suficiente escolher $w_T = w_{max}$, onde se tem uma lâmina ótima de 386.992 mm e uma receita líquida máxima de R\$ 1054.047. Já para os cenários $d = 50\% \uparrow y_{max}$ e $d = 75\% \uparrow y_{max}$, o recomendável é fixar $w_T = 25\% \uparrow w_{max}$.

Tabela 8: Lâmina ótima w_* (mm) e receita líquida $RL(w_*)$ (R\$ ou US\$) para cada variação no volume total de água disponível (w_T) e demanda prefixada (d) de produção por área irrigada ($kg\ ha^{-1}$), em função da lâmina e produção máxima com limitações hídricas (w_{max}, y_{max}), no caso do milho.

Milho	$d=25\% \uparrow y_{max}$	$d=50\% \uparrow y_{max}$	$d=75\% \uparrow y_{max}$
$w_T = w_{max}$	386.992	386.884	386.849
	1054.047	1054.048	1054.048
$w_T = 25\% \uparrow w_{max}$	186.735	387.047	386.911
	70.530	1054.046	1054.047
$w_T = 50\% \uparrow w_{max}$	448.153	186.735	242.418
	961.270	70.530	541.958
$w_T = 75\% \uparrow w_{max}$	150.320	440.537	186.735
	-320.233	982.850	70.530

CONCLUSÕES

1. No ensaio numérico, em que $w_T = w_{max}$; salvo a cultura do tomate no cenário $d = 25\% \uparrow y_{max}$, as lâminas e receitas líquidas ótimas, independem dos cenários escolhidos.
2. Através dos experimentos numéricos realizados, conseguimos observar, que a melhor situação para todas as culturas, é quando consideramos até 25% mais da lâmina de água máxima como água total disponível para irrigação.

3. O procedimento computacional desenvolvido representa uma alternativa metodológica de fácil acesso para resolver problemas de otimização agrícola.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AQUINO D. DO NASCIMENTO; DE ANDRADE, E. M.; LOPES, B. F.; TEIXEIRA DOS SANTOS, A.; CRISOSTOMO DE ARAÚJO, L. Impacto do manejo da irrigação sobre os recursos solo e água. **Revista Ciência Agronômica**, v. 39. N. 2, p. 225-232, 2008.

CARVALHO FONSECA D., SANCHEZ DELGADO A. R., OLIVEIRA FERREIRA ROSANE, DA SILVA ARAÚJO W., DO FORTE LEAL V.; Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. **Engenharia Agrícola Jaboticabal**, v.29, n.2, p.321-327, 2009.

CASTRO, R. P.; COSTA, R. N. T.; SILVA, L. A. C.; FILHO, R. R. G.. Modelos de precisão para otimização econômica do uso da água em áreas irrigadas da fazenda experimental do vale do Curu, Pentecoste – CE. **Revista Irriga Botucatu**, v. 12, n.3, p. 377-392, 2007.

HEINEMANN, A. B.; SOUSA, S. A. V.; FRIZZONE, J. A.. Determinação da lâmina ótima de água para cultura do milho doce na região de Sete Lagoas – MG. **Revista Engenharia Agrícola e Ambiental**; v.5, n.1, p. 147-151, 2001.

FRIZZONE, J. A.; ANDRADE JÚNIOR, A. S.; ZOCOLER, J. L.. Planejamento da Irrigação. Análise de Decisão de Investimentos. 1 ed. Brasília. **Embrapa Informação Tecnológica**, 627 p.; 2005.

LACERDA, N. B. DE; OLIVEIRA, T. S. DE. Agricultura irrigada e a qualidade de vida dos agricultores em perímetros do Estado do Ceará, Brasil. **Revista Ciência Agronômica**, v. 38, n. 2, p. 216-223, 2007.

MONTEIRO, R. O. C.; NONATO TÁVORA R.; LEÃO SARAIVA C.; de AGUIAR VANGLÉSIO J. Aspectos econômicos da produção de melão submetido a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. **Revista Irriga Botucatu**, v.12, n.3, p.364-376, 2007.

SANCHEZ DELGADO, A. R.; RODRIGUES PARGA, P. C.; CARVALHO FONSECA D., DO FORTE LEAL, V. O problema inverso de otimização na produção agrícola com restrições hídricas. **Rev. Univ. Rural, Sér. Ci. Exatas e da terra, Seropédica, RJ, EDUR**, v.26, n.1-2, p. 01-11, 2007.

SANCHEZ DELGADO A. R.; CARVALHO FONSECA D., DUARTE SOUZA W., NEVES LIMA V.; Otimização da produção e renda de melão e melancia com restrições de água e nitrogênio. **Revista Irriga Botucatu**, v. 15, n.1, p.1-9, 2010.

SANCHEZ DELGADO A. R., CARVALHO FONSECA D., DRUMOND VENTURA S., DOS SANTOS DIAS R. Determinação de Intervalos Ótimos de Irrigação utilizando a barreira logarítmica. **Revista Brasileira de Agricultura Irrigada**, v.4, n.2, p.128-138, 2010.

SOUSA, C. A. E.; BEZERRA, F. M. L. ; DE SOUSA, C. H. C. ; DOS SANTOS F. S. S.;
Produtividade do meloeiro sob lâmina de irrigação e adubação potássica. **Revista
Engenharia Agrícola Jaboticabal**, v.30, n.2, p.271-278, 2010.