UMA ALOCAÇÃO DE RECURSOS FIXOS EM ESPORTES USANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Talita Pereira dos Santos
Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ
talitaestrela1@yahoo.com.br

Lidia Angulo Meza
Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Av. dos Trabalhadores 420, 27255-125, Volta Redonda, RJ
lidia_a_meza@pq.cnpq.br

Resumo

Diversos modelos de Análise Envoltória de Dados (DEA) têm sido propostos para auxiliar na tomada de decisão em problemas de alocação de recursos. Neste trabalho, são comparados dois modelos DEA desenvolvidos para distribuir recursos de valor total fixo, o modelo DEA-GSZ e o modelo proposto por Beasley. Ambos são aplicados em um estudo de caso sobre a alocação de recursos financeiros às modalidades olímpicas praticadas no Brasil e presentes no programa de esportes das Olimpíadas de Pequim 2008. O *input* de soma constante a ser distribuído corresponde à verba repassada pela Lei Agnelo/Piva em 2008 ao Comitê Olímpico Brasileiro, e são tomados como *outputs* os números de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas pela delegação brasileira nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008. Restrições aos pesos são incluídas no estudo e recorre-se ao acréscimo de um *input* não controlável, o número total de medalhas de ouro fornecidas nas Olimpíadas de Pequim, bem como a uma redução no número de DMUs analisadas, para uma comparação mais adequada dos modelos. Os resultados obtidos são discutidos e utilizados para verificar se a distribuição de verba posta em prática pelo Comitê Olímpico Brasileiro em 2008 aproxima-se daquelas encontradas no estudo como sendo as mais eficientes, e apontam o modelo DEA-GSZ como o mais adequado ao problema de alocação de recursos aqui analisado.
Palavras-chave: Modelo DEA-GSZ; Modelo de Beasley; Alocação de Recursos; Esportes.

Abstract

Several models of Data Envelopment Analysis (DEA) have been proposed to assist in decision making in resource allocation problems. In this paper are compared two DEA models developed for allocating resources of total fixed value, ZSG-DEA model and the model proposed by Beasley. Both are applied in a case study on the allocation of financial resources to olympic sports practiced in Brazil and present in the sports program of the Beijing Olympics 2008. The input constant sum to be distributed corresponds to the amount transferred by Law Agnelo/Piva in 2008 the Brazilian Olympic Committee, and outputs are taken as the numbers of gold medals, silver and bronze won by the Brazilian delegation in the Beijing 2008 Olympic Games. Weight restrictions are included in the study and refers to the addition of a non-controllable input, the total number of gold medals at the Beijing Olympics provided, as well as a reduction in the number of DMUs analyzed for a more appropriate comparison of the models. The results obtained are discussed and used to verify if the distribution of funds implemented by the Brazilian Olympic Committee in 2008 approaches to those found in the study as the most efficient, and indicate ZSG-DEA model as the most appropriate to the problem of resource allocation analyzed here.
Keywords: ZSG-DEA Model; Beasley Model; Resource Allocation; Sports.

1. Introdução

A aprovação da Lei nº 10.264 pelo então presidente Fernando Henrique Cardoso, em 16 de julho de 2001, veio pôr fim a longa luta travada pelo Comitê Olímpico Brasileiro (COB) em prol da criação de uma lei que garantisse o repasse contínuo de verba às modalidades olímpicas. Também conhecida como Lei Agnelo/Piva, em homenagem a seus autores Pedro Piva e Agnelo Queiroz, na época senador e deputado federal, respectivamente, a lei disponibilizou uma nova fonte de recursos públicos aos desportos olímpicos, correspondente a 2% da arrecadação bruta obtida a partir de todos os testes de loterias federais, destinando 85% desse valor ao COB e os 15% restantes ao Comitê Paraolímpico Brasileiro (CPB) (COB, 2010).
O grande volume de recursos e a regularidade com que estes são repassados fazem da Lei Agnelo/Piva a principal financiadora dos esportes olímpicos no Brasil, especialmente para modalidades ainda em desenvolvimento e que têm dificuldades em atrair patrocinadores e em ter seus projetos aprovados pelo Ministério do Esporte. Porém, embora o problema de escassez de recursos tenha sido amenizado e vários avanços venham sendo observados no esporte olímpico nacional nos últimos anos, a grande expectativa de um bom desempenho do país nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008 não se concretizou, mostrando que o maior aporte financeiro não foi acompanhado de um significativo crescimento dos esportes de alto rendimento. Uma das prováveis causas para o desenvolvimento abaixo do esperado pode estar na forma como vêm sendo distribuídos os recursos da Lei Agnelo/Piva entre as confederações olímpicas brasileiras, entidades responsáveis por representar e administrar as modalidades olímpicas praticadas no Brasil.
Cabe ao COB, de acordo com critérios definidos pela própria entidade, dividir entre as confederações olímpicas os recursos advindos da Lei Agnelo/Piva. Desde 2009, a forma de distribuição da verba passou a ser determinada, principalmente, com base nos resultados apresentados pelas modalidades em competições esportivas relevantes, como Jogos Olímpicos, Pan-Americanos e campeonatos mundiais. Porém, a consequente pequena parcela de recursos colocada a disposição das confederações de menor porte faz com que muitos critiquem a forma de avaliação das modalidades olímpicas estabelecida pelo COB e se perguntem até que ponto decidir o quanto investir em desportos adotando critérios de merecimento é a maneira mais justa de se alocar recursos, especialmente após o anúncio do Brasil como país sede da Copa do Mundo de 2014 e das Olimpíadas de 2016, que fez com que a alocação de recursos governamentais para a área de esportes passasse a ser acompanhada com maior atenção.
O objetivo deste trabalho é aplicar dois modelos de Análise Envoltória de Dados (DEA) – os modelos DEA com Ganhos de Soma Zero (DEA-GSZ) (GOMES *et al.*, 2003; LINS *et al.*, 2003) e de Alocação de Custos Fixos de Beasley (BEASLEY, 2003) – para realizar a distribuição dos recursos financeiros repassados pela Lei Agnelo/Piva em 2008 entre as confederações olímpicas brasileiras, tendo como base o desempenho dos desportos representados por estas nos Jogos Olímpicos de Pequim. Busca-se comparar a forma como a verba é alocada pelos dois modelos empregados e verificar o quanto a distribuição realizada pelo COB em 2008 de acordo com o critério de meritocracia aproxima-se das alocações sugeridas como sendo as mais adequadas pela implementação dos modelos citados.

2. Análise Envoltória de Dados

A Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA), desenvolvida por Charnes *et al*. (1978), consiste em uma ferramenta de programação matemática que permite determinar a eficiência relativa de unidades produtivas, denominadas Unidades Tomadoras de Decisão (*Decision Making Units* – DMUs). Tais unidades de produção caracterizam-se por realizar tarefas similares e empregar os mesmos recursos (*inputs*) para produzir os mesmos produtos (*outputs*), diferindo apenas em relação às quantidades desses fatores.
Em DEA, há dois modelos clássicos: CCR e BCC. Formulado por Charnes *et al*. (1978), o modelo CCR admite retornos constantes de escala e assume proporcionalidade entre as variáveis, sendo a fronteira eficiente denominada de CRS (*Constant Returns to Scale*). Já o modelo BCC, proposto por Banker *et al*. (1984) considera diferenças de escala entre as DMUs.

A fronteira de produção baseada em retornos variáveis de escala é denominada VRS (*Variable Returns to Scale*) e o modelo BCC caracteriza-se por ser mais benevolente do que o modelo CCR, com um número de unidades produtivas eficientes no mínimo igual aquele encontrado pelo modelo com retornos constantes de escala. Tradicionalmente, pode-se optar por duas orientações distintas em modelos clássicos: a orientação a *inputs*, que tem por objetivo a redução no consumo de recursos, mantendo fixa a quantidade de produtos gerados a partir destes, e a orientação a *outputs* que visa aumentar os níveis dos produtos sem promover alterações nos insumos. No presente estudo de caso, foi utilizado um modelo com retornos variáveis de escala, devido às DMUs não estarem todas operando em uma escala ótima, e a orientação a *inputs*, uma vez que o recurso a ser distribuído corresponde a um *input* do modelo.

3. Modelo DEA com Ganhos de Soma Zero

O Modelo DEA com Ganhos de Soma Zero (DEA-GSZ ou DEA-ZSG) (GOMES *et al*., 2001, 2003, 2004, 2005; GOMES e SOARES DE MELLO, 2002; LINS *et al*., 2003) realiza a (re)distribuição de *inputs* ou *outputs* expressos por variáveis contínuas e de soma constante. Válido para problemas em que se assumem retornos de escala constantes (CCR) ou variáveis (BCC) e permitindo a inclusão de informações a *priori* através de restrições aos pesos, o modelo busca alocar recursos ou produtos de modo a atingir a condição ideal em que todas as unidades de produção tornam-se eficientes.

Em modelos DEA-GSZ, as DMUs seguem estratégias para a determinação de alvos, com destaque para a estratégia de redução proporcional, na qual diante da perda de *input* ou ganho de *output* por uma DMU, as outras unidades de produção irão ganhar *input* ou perder *output*, respectivamente, de modo proporcional a suas quantidades originais do insumo ou produto em questão. Logo, na alocação de um *input*, por exemplo, as DMUs que apresentam níveis mais elevados do insumo ganham maiores quantidades deste, enquanto menores quantidades são repassadas às DMUs que consomem menos unidades do mesmo (GOMES *et al*., 2003).

Quando várias DMUs ineficientes tentam alcançar a fronteira de eficiência, elas podem agir em cooperação ou competição, sendo a primeira possibilidade a mais interessante, na qual DMUS ineficientes buscam a eficiência cedendo *input* ou retirando *output* somente de DMUs que não pertencem ao grupo de cooperação. A adoção da estratégia proporcional e a busca em cooperação entre várias DMUs levam a formulação de um Problema de Programação Não Linear Mono-objetivo, no qual, de acordo com o Teorema da Proporcionalidade das Eficiências em Estratégia Proporcional, descrita em Gomes *et al*. (2003), o modelo DEA-GSZ fornece às DMUs eficiências diretamente proporcionais as obtidas com o uso do modelo DEA clássico.

Gomes *et al*. (2003) provaram que em um modelo com estratégia proporcional e que apresenta um único grupo de unidades produtivas ineficientes em cooperação (designado como *W*), o alvo a ser atingido por cada DMU para tornar-se eficiente no modelo DEA-GSZ será proporcional ao alvo da DMU no modelo clássico, sendo a constante de proporcionalidade denominada coeficiente de redução. Este enunciado corresponde ao Teorema da Determinação do Alvo, e, associado ao Teorema da Proporcionalidade das Eficiências em Estratégia Proporcional, faz com que o Problema de Programação Não Linear Mono-objetivo possa ser resolvido através de uma única equação, mostrada em (1) quando referente a modelos orientados a *inputs*, e em (2) no caso da orientação do modelo ser a *outputs*.

$$h_{Ro} = h_o \left\{ 1 + \frac{\sum_{j \in W} \lfloor x_j (1 - r_{oj} h_{Ro}) \rfloor}{\sum_{j \in W} x_j} \right\} \qquad (1)$$

$$h_{Ro} = h_o \left\{ 1 - \frac{\sum_{j \in W} \lfloor y_j (q_{oj} h_{Ro} - 1) \rfloor}{\sum_{j \in W} y_j} \right\} \qquad (2)$$

Em (1) e (2), x_j são os valores de *inputs* e y_j os valores de *outputs* antes de realizada a (re)alocação de recursos ou produtos. Para (1), as eficiências da DMU *o* em análise no modelo DEA clássico e no modelo DEA-GSZ são dadas por h_o e h_{Ro}, respectivamente, enquanto para (2) esses índices expressam os inversos das eficiências. Os termos $r_{oj} = h_{o\text{-}I} / h_{j\text{-}I}$ e $q_{oj} = h_{o\text{-}O} / h_{j\text{-}O}$ correspondem a fatores de proporcionalidade resultantes do emprego da estratégia proporcional. Em (3), apresenta-se o modelo DEA-GSZ BCC com orientação a *inputs*, que, devido à aplicação da equação (1), torna-se um Problema de Programação Linear semelhante ao modelo DEA clássico, mas que incorpora no cálculo da projeção eficiente novos valores de *input* baseados nos alvos fornecidos pelo modelo clássico a partir dos dados originais. As variáveis presentes em (3) são as mesmas definidas para a equação (1), com x_o e y_o sendo os valores de *input* e *output* da DMU em análise, e λ_j a contribuição de cada *benchmark* para a formação de seu alvo.

$$
\begin{aligned}
& Min\ h_{Ro} \\
& Sujeito\ a \\
& h_{Ro}x_o \geq \sum_j \lambda_j x_j \left[1 + \frac{x_o(1-h_{Ro})}{\sum_{j\neq o} x_j}\right] \qquad (3) \\
& y_o \leq \sum_j \lambda_j y_j \\
& \sum_j \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0, \forall j
\end{aligned}
$$

Após a (re)alocação do produto ou recurso de soma constante, todas as DMUs tornam-se eficientes, localizadas em uma nova fronteira de eficiência posicionada em níveis menores em relação à fronteira DEA clássica e denominada fronteira uniformizada ou de máxima eficiência. Em Fonseca *et al.* (2010), Gomes *et al*. (2003, 2004, 2005, 2007, 2008), Gomes e Lins (2008), Gomes e Souza (2010) e Macedo *et al*. (2010) podem ser vistas outras características e extensões do modelo DEA-GSZ, aplicações em exemplos numéricos e estudos de caso.

3.1 Modelo DEA-GSZ não radial

Os modelos DEA-GSZ descritos anteriormente são radiais, nos quais se considera variações (redução ou incremento) proporcionais nos valores dos *inputs* ou *outputs*. O modelo DEA-GSZ não radial é construído à semelhança dos modelos com variáveis não discricionárias (BANKER e MOREY, 1986; COOPER *et al.*, 2000, 2007). Desse modo, em um problema envolvendo *m inputs* e *n outputs*, e considerando o *input f* como sendo o único a apresentar soma constante, o modelo será construído de forma a realizar a distribuição ou redistribuição apenas do *input* de valor limitado. Os demais *inputs* são tratados como variáveis não controláveis, conforme pode ser visto em (4), em que se apresenta o modelo DEA-GSZ BCC não radial (FONSECA *et al* 2010), com orientação a *inputs*. A variável h_{Ro} corresponde à eficiência calculada com o modelo DEA-GSZ não radial, sendo x_{ji} e y_{jk}, respectivamente, os valores do *input i* e do *output k* da DMU *j*, x_{of} o valor original do *input f* da DMU *o*, e x'_{jf} o novo valor do *input f* para a DMU *j* depois de realizada a redistribuição. A contribuição de cada DMU para a projeção eficiente da unidade produtiva em análise é dada por λ_j.

$$
\begin{aligned}
& Min\ h_{Ro} \\
& Sujeito\ a \\
& x_i \geq \sum_j \lambda_j x_{ji}\ , \forall\ i \neq f \\
& h_{Ro}x_{of} \geq \sum_j \lambda_j x'_{jf} \qquad (4) \\
& y_k \leq \sum_j \lambda_j y_{jk}\ , \forall\ k \\
& \sum_j \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0, \forall j
\end{aligned}
$$

4. Modelo de Alocação de Custos Fixos de Beasley

Baseado na reinterpretação de DEA como uma técnica voltada para a maximização da eficiência média de um conjunto de DMUs, Beasley (2003) propôs um modelo para alocação de custos fixos, levando em consideração os demais *inputs* consumidos e os *outputs* produzidos pelas unidades de produção avaliadas. Segundo o autor, a alocação justa de um *input* se dá quando as DMUs são avaliadas utilizando-se um conjunto comum de pesos, e de modo que as eficiências calculadas para cada unidade produtiva, sempre que possível, sejam máximas. Baseado nessa consideração, o modelo consiste em uma série de passos, nos quais são resolvidos alguns modelos matemáticos que fornecem como resultados a quantidade de custo fixo que deve ser alocada a cada DMU para que a eficiência média seja maximizada e as ponderações comuns a todas as DMUs que levam a esses valores de eficiência desejados.

Como nem sempre é possível fazer com que todas as DMUs tornem-se eficientes após a alocação de um novo *input*, o primeiro passo consiste em aplicar o modelo mostrado em (5) – (11) para determinar a máxima eficiência média que pode ser obtida para as DMUs. Nesse modelo, e_p e f_p são respectivamente a eficiência e a parcela de custo fixo a ser alocado para a DMU p, com a condição de que a soma das quantidades de *input* f_p destinadas a cada unidade produtiva seja igual ao valor total fixo F. Os demais *inputs* e os *outputs* são dados por x_{jp} e y_{ip}, e seus pesos correspondem à β_j e α_i. A variável w é um fator de escala, que indica se os retornos de escala são crescentes, decrescentes ou constantes em modelos BCC. A omissão dessa variável na equação (6) leva a formulação do modelo CCR. Restrições aos pesos também podem ser adicionadas ao modelo junto às restrições (6) a (11), como forma de incluir julgamentos de valor no estudo.

$$Max\ \sum_{p=1}^{n} e_p/n \qquad (5)$$

$$Sujeito\ a$$

$$e_p = \left(\sum_{i=1}^{s} \alpha_i y_{ip} - w\right) / \left(\sum_{j=1}^{t} \beta_j x_{jp} + f_p\right) \qquad p = 1, \dots, n \qquad (6)$$

$$\sum_{p=1}^{n} f_p = F \qquad (7)$$

$$f_p \geq 0 \quad p = 1, \dots, n \qquad (8)$$

$$0 \leq e_p \leq 1 \quad p = 1, \dots, n$$

(9)

$$\alpha_i \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, s \qquad (10)$$

$$\beta_j \geq \varepsilon \quad j = 1, \dots, t \qquad (11)$$

Vale ressaltar que o somatório em (5) consiste na eficiência média do conjunto de n DMUs, a qual se deseja maximizar, enquanto a equação (6) é a eficiência clássica para o modelo BCC, com apenas uma diferença em relação à definição habitual: o peso associado ao *input* de valor total fixo f_p é tomado como um, por questão de simplicidade.

Quando a solução do modelo apresentado é igual a um, todas as DMUs podem se tornar eficientes com a alocação do custo fixo, e o problema de programação não linear (5) – (11) passa a ser um problema linear no qual e_p assume o valor unitário para todas as DMUs.

Em geral, uma DMU não tem apenas um único valor de f_p que satisfaz, em conjunto com as parcelas de custo fixo das demais unidades produtivas, as restrições mostradas de (6) a (11). Logo, considerando a solução ótima do modelo (5) – (11) como E^*, o próximo passo é determinar a flexibilidade associada à repartição do custo fixo para cada unidade produtiva, através dos modelos (12) e (13).

$$Min\ f_q$$

$$Sujeito\ a \qquad (12)$$

$$Equações\ (6)\ a\ (11)\ \text{ e }\ \sum_{p=1}^{n} e_p/n = E^*$$

$$Max\ f_q$$

$$Sujeito\ a \qquad (13)$$

$$Equações\ (6)\ a\ (11)\ \text{ e }\ \sum_{p=1}^{n} e_p/n = E^*$$

Denominando para uma DMU q, $q = 1, \dots, n$, o custo mínimo e o custo máximo obtidos com os modelos (12) e (13), respectivamente, de L_q e U_q, obtém-se o intervalo dentro do qual o valor de f_p de cada DMU pode variar. Desse modo, uma unidade produtiva não pode receber uma parcela de custo fixo que esteja fora do intervalo $[L_q; U_q]$, e, através do modelo (14) – (18), é possível definir as proporções máxima (p_{max}) e mínima (p_{min}) de recurso acima do valor mínimo L_q que as DMUs podem receber.

$$Min\ p_{max} - p_{min} \tag{14}$$
$$Sujeito\ a$$
$$p_{max} \geq (f_q - L_q)/(U_q - L_q) \quad q = 1, \ldots, n \tag{15}$$
$$p_{min} \leq (f_q - L_q)/(U_q - L_q) \quad q = 1, \ldots, n \tag{16}$$
$$Equações\ (6)\ a\ (11) \quad \text{e} \quad \textstyle\sum_{p=1}^{n} e_p/n = E^* \tag{17}$$
$$p_{max}, p_{min} \geq 0 \tag{18}$$

Diante da possibilidade de ainda haver flexibilidade em relação à alocação de custos fixos estabelecida, são implementados os modelos (19) e (20), em que P^* é a solução ótima do modelo (14) – (18).

$$Min\ f_q$$
$$Sujeito\ a \tag{19}$$
$$Equações\ (15)\ a\ (18) \quad \text{e} \quad p_{max} - p_{min} = P^*$$
$$Max\ f_q$$
$$Sujeito\ a \tag{20}$$
$$Equações\ (15)\ a\ (18) \quad \text{e} \quad p_{max} - p_{min} = P^*$$

Se, assim como na aplicação dos modelos (12) e (13), forem igualados a L_q e U_q os valores mínimo e máximo de f_p obtidos como solução ótima para cada DMU pelos modelos (19) e (20), respectivamente, e for encontrado $L_q = U_q = f_p$ para todas as unidades produtivas, a alocação do custo fixo proposta pelo modelo (14) – (18) é única. Se $L_q < U_q$ para uma ou mais DMUs, ainda há flexibilidade para o valor de f_p destas unidades produtivas, a qual deve ser eliminada.

5. Alocação de recursos da Lei Agnelo/Piva às confederações olímpicas

O estudo de caso a seguir trata da distribuição de recursos financeiros na área de esportes olímpicos e é utilizado na comparação dos modelos para alocação de custos fixos de Beasley e DEA-GSZ, de modo a identificar algumas das principais características e limitações de ambos, bem como para analisar o quanto a distribuição do dinheiro público advindo da Lei Agnelo/Piva no ano de 2008 esteve de acordo com as alocações propostas pelos dois modelos.

5.1 Modelagem

Foram selecionados como variáveis dos modelos um *input* e três *outputs*. O *input* corresponde à verba destinada pela Lei Agnelo/Piva em 2008 ao Comitê Olímpico Brasileiro e repassada por este às confederações olímpicas. Uma vez que o total de recurso disponível para ser distribuído entre as modalidades em um determinado ano possui valor fixo, o insumo em questão é um *input* de soma constante. Os *outputs* são os números de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas pelos atletas de cada desporto nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008, e expressam os resultados obtidos através dos esforços financeiros realizados por cada confederação olímpica, aqui medidos exclusivamente pelos recursos advindos da Lei Agnelo/Piva.

Além dos *inputs* e *outputs* já descritos, tem-se uma informação adicional acerca de outra variável que se tentará empregar nos modelos analisados devido a sua possível relevância para o estudo da alocação dos recursos das loterias federais às modalidades olímpicas: o número total de medalhas de ouro distribuídas nos Jogos Olímpicos de Pequim, equivalente à quantidade de eventos disputados durante a competição por cada desporto. Sua inclusão nos modelos permite considerar a discrepância nas possibilidades de ganho de medalhas entre os diferentes desportos olímpicos, correspondendo a um *input*, uma vez que se deseja minimizar o número de provas realizadas pelos atletas em relação ao número de medalhas que estes conseguiram conquistar. Afinal, entre dois esportes que tenham conquistado o mesmo número de medalhas nas Olimpíadas, será mais eficiente aquele que teve menos oportunidades para obtê-las, ou seja, o que disputou menos provas.

São tomadas como DMUs 26 dentre as 27 confederações olímpicas brasileiras cujos desportos por elas representados estavam presentes no programa de esportes das Olimpíadas de Verão de

2008, independente de terem conseguido ou não enviar seus atletas a Pequim e de estes terem subido ao pódio durante o evento esportivo. Mesmo as equipes masculina e feminina de futebol tendo conquistado nos Jogos de Pequim, respectivamente, uma medalha de bronze e uma de prata, a Confederação Brasileira de Futebol não foi incluída no estudo por não receber verba da Lei Agnelo/Piva. Deve-se destacar que algumas confederações olímpicas representam mais de uma modalidade esportiva. São elas as Confederações Brasileiras de Beisebol e Softbol, Desportos Aquáticos (maratona aquática, nado sincronizado, natação, pólo aquático e saltos ornamentais), Ginástica (ginásticas de trampolim, rítmica e artística) e Voleibol (vôleis de quadra e de praia).

Para o estudo de caso analisado, os modelos de Beasley e DEA-GSZ formulados assumem retornos variáveis de escala e orientação a *inputs*. A opção por modelos BCC se deu devido a não proporcionalidade das variáveis, o que pode ser notado ao se examinar a relação entre investimentos financeiros e possibilidade de ganho de medalhas para as diversas modalidades. Enquanto para confederações representantes de esportes de equipe a aplicação de elevadas quantias em dinheiro resulta em poucas medalhas (no máximo uma para cada equipe competidora), para as entidades as quais estão associadas modalidades individuais o investimento financeiro por atleta não é tão grande se considerado que cada esportista poderá retornar uma medalha como resultado, ou até mais de uma condecoração, no caso de um mesmo atleta participar de mais de uma prova relacionada a seu desporto. Já a orientação a *inputs* foi escolhida, porque o que se deseja no estudo de caso é distribuir entre as DMUs a verba repassada pela Lei Agnelo/Piva em 2008, a qual consiste em um *input* dos modelos.

Em relação aos *outputs*, os diferentes tipos de medalhas não possuem a mesma importância e esta informação conhecida a *priori* é acrescida aos modelos DEA através de restrições aos pesos pelo enfoque de Região de Segurança Tipo I ou *Cone Ratio* (CHARNES *et al*., 1990), um método no qual variáveis de mesma natureza (*outputs* ou *inputs*) têm a variação de seus pesos limitada a uma determinada região. Foram utilizadas as regiões de segurança expressas por (21), (22), e (23), envolvendo os *outputs* dos modelos. As restrições (21) e (22) indicam, respectivamente, que o peso associado a medalhas de ouro deve ser no mínimo igual ao peso das medalhas de prata, e que este, por sua vez, deve ser maior ou igual ao peso das medalhas de bronze obtidas por uma DMU. Já a restrição (23) impõe que a diferença entre os pesos de medalhas de ouro e de prata deve ser no mínimo igual ao resultado da diferença entre os pesos de medalhas de prata e de bronze.

$$u_{ouro} \geq u_{prata} \tag{21}$$

$$u_{prata} \geq u_{bronze} \tag{22}$$

$$u_{ouro} - u_{prata} \geq u_{prata} - u_{bronze} \tag{23}$$

Adicionadas ao modelo de Beasley na forma apresentada, no modelo DEA-GSZ, baseado no modelo do envelope, tais regiões de segurança são expressas por variáveis duais, γ_i, acompanhadas de coeficientes das restrições aos pesos, conforme sugerido por Lins e Silva (2002) e aplicado por Lins *et al*. (2003) ao tema dos Jogos Olímpicos. No presente trabalho, o modelo DEA-GSZ com restrições aos pesos é mostrado em (24), em que x_V é o *input* verba e y_O, y_P e y_B são, respectivamente, os *outputs* números de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas pelas modalidades.

$$\begin{aligned}
& Min\ h_{Ro} \\
& Sujeito\ a \\
& h_{Ro} x_{Vo} \geq \sum_j \lambda_j x_{Vj} \left[1 + \frac{x_{Vo}(1 - h_{Ro})}{\sum_{j \neq o} x_{Vj}} \right] \\
& y_{Oo} \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{Oj} - \gamma_1 - \gamma_3 \\
& y_{Po} \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{Pj} + \gamma_1 - \gamma_2 + 2\gamma_3 \\
& y_{Bo} \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{Bj} + \gamma_2 - \gamma_3 \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\
& \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \geq 0, \quad \lambda_j \geq 0,\ \forall j
\end{aligned} \tag{24}$$

5.2 Resultados e discussão

Nesta seção são apresentados e analisados os resultados obtidos com a aplicação dos modelos DEA, e calculados através do *software* LINDO (LINDO SYSTEMS INC., 2000). Considerando como variáveis o *input* verba e os *outputs* números de medalhas conquistadas, foram obtidas as distribuições propostas pelos modelos DEA-GSZ e de Beasley para os recursos da Lei Agnelo/Piva. Deve-se destacar que o modelo de Beasley apresentou inviabilidade em sua última etapa, quando é verificado se ainda há alguma flexibilidade na alocação de recursos sugerida pelo modelo. Observou-se que as distribuições foram inadequadas nos dois modelos DEA e devido também a inviabilidade ocorrida na implementação do modelo de Beasley, optou-se por acrescentar uma nova variável aos modelos, o número total de medalhas de ouro distribuídas nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008, na tentativa de se evitar os problemas observados e obter melhores resultados.

O número total de medalhas de ouro fornecidas nas Olimpíadas de Pequim corresponde a um *input* não discricionário, pois a quantidade de provas disputadas pelos desportos em cada edição dos Jogos Olímpicos é estabelecida pelo COI, e as confederações olímpicas brasileiras não podem intervir na decisão tomada pela entidade internacional. Trata-se, portanto, de um insumo cujo valor não pode ser alterado em busca de melhorar a eficiência das DMUs em análise, o que deve ser considerado ao adicionar tal variável nos modelos.

O modelo DEA-GSZ, na presença de dois *inputs* e sendo apenas um deles de soma constante, passa a ser não radial, no qual a variável que não será distribuída é tratada como não controlável, independente desta poder ser ou não modificada pelos decisores, o que, no presente estudo de caso, permite levar em consideração a verdadeira natureza do *input* adicional. O mesmo não é observado para o modelo de Beasley, o qual não é formulado de modo a considerar a existência de variáveis não discricionárias no estudo. Mas, para efeito de comparação, o *input* número total de medalhas de ouro foi adicionado aos dois modelos aqui analisados, sendo tratado como controlável no modelo de Beasley.

A aplicação do modelo DEA-GSZ não radial levou aos mesmos resultados encontrados para o modelo DEA-GSZ com um *input*. Já o modelo de Beasley com dois *inputs* não apresentou inviabilidade e seus resultados, contidos na Tabela 1, são comparados aos já obtidos pelo mesmo modelo de alocação de custos fixos antes de acrescido o novo insumo.

Alguns resultados foram semelhantes para os dois modelos de Beasley implementados. A máxima eficiência média possível para o conjunto de DMUs foi igual a um, seja com *input* único ou após o acréscimo da nova variável na modelagem. As diferenças entre as proporções máxima e mínima nos modelos com e sem o *input* adicional foram de 0,1160 e 0,1519, indicando que não é possível tornar todas as DMUs eficientes repassando a cada uma delas iguais proporções de recurso em relação a seus intervalos de valores máximos e mínimos de custo. Já no que diz respeito à ponderação dos *outputs*, no modelo de Beasley com dois *inputs*, assim como no discutido anteriormente, também é evidente a elevada importância dada às medalhas de ouro, com peso igual a 11,5601, quando comparadas aos outros tipos de medalhas distribuídas na competição, cujos pesos foram muito inferiores, iguais a 3,2903 e 1,6232, respectivamente. Novamente não houve diferenciação adequada entre as confederações olímpicas sem atletas medalhistas na última edição das Olimpíadas, pois, embora as parcelas de recurso propostas para essas unidades produtivas não sejam mais exatamente iguais, seus valores são muito próximos, entre R$600.285,24 e R$651.621,82. Devido ao peso muito baixo dado pelo modelo à nova variável, correspondente a 0,0088, o acréscimo do *input* levou ao aparecimento desses resultados apenas ligeiramente diferentes e manteve uma enorme parcela do total de verba voltada para as modalidades que conseguiram medalhas de ouro nos Jogos de Pequim 2008, com destaque para o exagerado valor associado à Confederação Brasileira de Voleibol, assim como sugeria o modelo de Beasley anterior.

Um resultado positivo da adição de um *input* ao modelo de Beasley foi a realização de uma distribuição ao menos um pouco mais homogênea dos recursos entre as unidades produtivas. Nota-se uma menor concentração da verba para as DMUs com medalhas de ouro, que receberiam 49,05% do total de custo fixo em vez dos 55,50% propostos no caso de *input* único, o que gerou como consequência uma elevação nos valores que seriam repassados às 20 confederações sem modalidades medalhistas, tornando-os mais próximos da quantia encontrada para as mesmas pelo modelo DEA-GSZ, que se manteve como o modelo de resultados mais equitativos. Além disso, para o modelo de Beasley com dois *inputs*, o número de DMUs que teriam seus recursos diminuídos em comparação aos valores transferidos pelo COB em 2008 tornou-se menor, caindo de 20 para 15 unidades produtivas, com todas apresentando reduções mais suaves de verba do que as recomendadas anteriormente. Com cortes correspondentes a, respectivamente, 76,44% e 71,86% em relação às verbas originais, as Confederações Brasileiras de Ginástica e Basquetebol permaneceram como as DMUs que sofreriam quedas mais acentuadas nas quantias recebidas.

Tabela 1 – Alocações de verba pelo COB e modelos de Beasley com e sem *input* adicional

Confederações Olímpicas Brasileiras	**Alocação COB (R$)**	**Alocação Beasley sem *input* adicional (R$)**	**Alocação Beasley com *input* adicional (R$)**
Atletismo	2.519.666,90	5.601.437,11	4.741.122,18
Badminton	551.193,81	490.066,63	641.996,10
Basquetebol	2.315.743,19	490.066,63	651.621,82
Beisebol e Softbol	340.611,63	490.066,63	651.621,82
Boxe	1.209.758,33	490.066,63	622.745,02
Canoagem	1.440.668,50	490.066,63	606.702,26
Ciclismo	1.351.652,77	490.066,63	600.285,24
Desportos Aquáticos	2.470.798,29	6.418.213,98	5.338.820,61
Esgrima	654.923,65	490.066,63	625.953,35
Ginástica	2.547.817,11	490.066,63	600.285,24
Handebol	1.998.623,79	490.066,63	651.621,82
Hipismo	1.731.707,34	490.066,63	638.787,77
Hóquei sobre a Grama e Indoor	816.140,66	490.066,63	651.621,82
Judô	1.953.668,06	2.940.398,68	2.396.589,59
Levantamento de Peso	814.124,37	490.066,63	609.910,59
Lutas Associadas	552.163,36	490.066,63	600.285,24
Pentatlo Moderno	609.337,50	490.066,63	651.621,82
Remo	1.697.058,39	490.066,63	613.119,29
Taekwondo	460.810,28	1.306.843,86	1.226.860,47
Tênis	1.431.547,89	490.066,63	645.204,79
Tênis de Mesa	1.378.171,85	490.066,63	645.204,79
Tiro com Arco	521.996,23	490.066,63	645.204,79
Tiro Esportivo	1.201.537,83	490.066,63	609.910,59
Triatlo	1.146.178,08	490.066,63	651.621,82
Vela	2.378.260,81	2.250.675,37	2.422.316,66
Voleibol	2.530.617,27	8.305.877,37	7.883.743,11
Total	36.624.777,89	36.624.778,99	36.624.778,62

Por outro lado, observou-se que considerar as DMUs com *outputs* nulos tanto no modelo DEA-GSZ como no de Beasley levou a uma distribuição inadequada dos recursos entre as confederações esportivas. Para realizar uma análise correta dos modelos de alocação de recursos aqui comparados, recorre-se à formulação de novos modelos com *input* único e nos quais apenas são consideradas as seis confederações cujas modalidades ganharam medalhas nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008. Isto é apresentado na Tabela 2. Ambas tornam todas as unidades produtivas eficientes e mantêm constante o valor total de verba da Lei Agnelo/Piva a ser repassado para as DMUs em questão, agora correspondente a R$12.313.821,61.

Segundo o modelo DEA-GSZ, a Confederação Brasileira de Vela e Motor não empregou corretamente os recursos a que teve acesso em 2008, tendo sido a única dentre as quatro DMUs que receberam verba superior a R$2.000.000,00 a não conseguir ao menos uma medalha de ouro na competição, o *output* de maior importância. Para uma distribuição mais adequada dos recursos, a vela teria sua verba reduzida para 54,54% do valor original e o restante do dinheiro seria dividido entre as demais unidades produtivas. Os maiores percentuais do total de R$1.081.163,13 que deixaria de ser repassado para a vela seriam destinados às três confederações que mais receberam recursos do COB em 2008: Confederações Brasileiras de Voleibol, Atletismo e Desportos Aquáticos, cabendo aos vôleis de quadra e de praia a maior parcela desse valor, 29,77%. O menor percentual, correspondente a 5,52%, seria utilizado na ampliação da verba do taekwondo, a DMU com menor valor de verba original.

Tabela 2 – Alocações de verba pelo COB e modelos de Beasley e DEA-GSZ com 6 DMUs

Confederações Olímpicas Brasileiras	Alocação COB (R$)	Alocação DEA-GSZ (R$)	Alocação Beasley (R$)
Atletismo	2.519.666,90	2.785.033,93	2.422.390,87
Desportos Aquáticos	2.470.798,29	2.785.034,02	2.775.656,19
Judô	1.953.668,06	2.074.779,16	1.564.461,31
Taekwondo	460.810,28	519.416,06	857.930,30
Vela	2.378.260,81	1.297.097,68	1.211.195,74
Voleibol	2.530.617,27	2.852.460,77	3.482.187,19
Total	12.313.821,61	12.313.821,61	12.313.821,61

A alocação realizada pelo COB não foi muito diferente daquela sugerida pelo modelo DEA-GSZ, a não ser quanto à modalidade vela. Verifica-se que, para os demais desportos, pequenos aumentos em suas verbas, inferiores a 13,00%, já seriam capazes de tornar todos os esportes eficientes. As Confederações Brasileiras de Voleibol e Taekwondo permaneceriam como as DMUs que receberiam, respectivamente, a maior e a menor parcela da verba das loterias federais. Iguais quantidades de recursos foram recomendadas aos desportos aquáticos e ao atletismo, o que também não se distancia muito dos valores estabelecidos pelo COB a essas modalidades, os quais diferiram em menos de R$50.000,00. Alterações significativas quanto à ordenação dos desportos de acordo com as verbas a eles repassadas foram observadas apenas para o judô e a vela, com o modelo DEA-GSZ considerando como mais adequado o repasse de um percentual maior de recursos para o primeiro. Desse modo, apenas 10,53% da verba total caberiam à vela, que seria a segunda DMU que menos receberia recursos da Lei Agnelo/Piva, ao contrário do que foi realizado pelo COB em 2008, que, dentre as duas modalidades, optou por fornecer uma quantia menor à Confederação Brasileira de Judô.

Já a distribuição proposta pelo modelo de Beasley foi única, não havendo outra forma de se alocar os recursos às DMUs de modo que sejam respeitados os valores encontrados na distribuição inicial para a máxima eficiência média (1,00) e para a menor diferença entre as proporções máxima e mínima (0,1721). Além disso, como esse último valor citado foi diferente de zero, verifica-se que não foi possível fornecer iguais proporções de recursos a todas as confederações para torná-las eficientes.

Ainda segundo o modelo de Beasley, a eficiência média máxima para o conjunto de DMUs seria obtida se uma parte dos recursos financeiros repassados aos desportos atletismo, judô e vela tivesse sido aplicada nas demais modalidades olímpicas medalhistas. Quanto às DMUs que teriam seus repasses reduzidos, a vela é a unidade produtiva que mais perderia verba, com um corte de 49,07% em seus recursos originais. Redução expressiva também é observada para o judô, que receberia um valor 19,92% menor para se tornar eficiente. Do mesmo modo, o taekwondo e os vôleis de quadra e de praia, dentre as modalidades que passariam a receber maiores quantias em dinheiro, teriam que sofrer aumentos acentuados em suas verbas, iguais a 86,18% e 37,60%, respectivamente. Também são significativas as diferenças nos valores sugeridos pelo modelo para os desportos judô, taekwondo e vela, que embolsariam quantias abaixo de R$1.600.000,00 cada, quando estes são comparados aos recursos repassados a voleibol, desportos aquáticos e atletismo, superiores a R$2.400.000,00. Tamanha benevolência para com os desportos que subiram ao lugar mais alto do pódio está relacionada ao peso fornecido pelo modelo de Beasley ao *output* número de medalhas de ouro, correspondente a 15,5738, o qual, assim como nas modelagens anteriores, é extremamente mais elevado do que os pesos associados às medalhas de prata e bronze, ambos iguais a 2,8689.

Ambos os modelos levaram a uma mesma ordenação das confederações de acordo com as parcelas de verba a que cada uma teria direito segundo DEA. Quantias semelhantes de recurso foram propostas pelos dois modelos para a vela, o que indica que somente seria possível tornar a modalidade eficiente reduzindo drasticamente seus recursos em mais de 45,00% do valor original. Já as medalhas conquistadas pela natação justificam o alto valor em dinheiro que a Confederação Brasileira de Desportos Aquáticos recebeu e até possibilitam que mais verba seja repassada à entidade mantendo-a ainda assim com eficiência máxima. Para essa DMU foram encontradas as parcelas de verba mais semelhantes entre aquelas sugeridas pelos modelos DEA-GSZ e de Beasley, as quais diferiram em menos de R$10.000,00, sendo recomendados aumentos de 12,72% e 12,34%, respectivamente, no valor original repassado à confederação. Para as demais modalidades, as diferenças entre os recursos alocados pelos dois modelos DEA ficaram acima de R$330.000,00, com destaque para os valores propostos para o Voleibol e o Judô. Ambos os modelos elevam a quantia destinada ao voleibol, porém o modelo de Beasley promove um aumento muito mais expressivo, devido ao já comentado peso excessivo dado às medalhas de ouro ganhas e ao fato de o esporte ter também conquistado medalhas de prata e de bronze, configurando um excelente desempenho. Já para o judô, enquanto o modelo de Beasley propõe uma redução em sua verba, o modelo DEA-GSZ julga como mais conveniente uma ampliação da mesma, o que provoca um distanciamento nos valores sugeridos pelos dois modelos.

7. Conclusões

Com base nos resultados encontrados no estudo de caso apresentado, envolvendo a distribuição da verba proveniente da Lei Agnelo/Piva em 2008 às confederações olímpicas brasileiras, este artigo realizou uma comparação entre os modelos de Beasley e DEA-GSZ. Foi possível redistribuir a verba destinada às modalidades olímpicas de acordo com o desempenho apresentado por seus atletas nos Jogos Olímpicos de Pequim 2008, e assim determinar formas de alocação dos recursos que, segundo os modelos DEA analisados, seriam mais justas do que aquela colocada em prática pelo COB no ano de realização das Olimpíadas de Pequim.

Ambos os modelos permitem a incorporação de julgamentos de valor através de restrições aos pesos, cuja influência nos resultados pôde ser notada nas alocações de recursos propostas no estudo de caso. Já quanto à existência de um *input* não controlável na análise, embora o modelo DEA-GSZ permita levar em consideração a natureza das variáveis presentes no estudo através do modelo não radial, em outros testes realizados e não apresentados neste trabalho a inclusão de um *input* não discricionário não afeta os valores de eficiência calculados para as DMUs, e, portanto, também não influi na redistribuição dos recursos, o que faz com que a alocação encontrada pelo modelo com ganhos de soma zero não seja alterada diante do acréscimo de uma variável não controlável. Já o modelo de Beasley considera todas as variáveis selecionadas para o estudo como discricionárias, não podendo, portanto, ser adicionadas ao modelo variáveis cujos valores não possam ser modificados em busca de proporcionar às DMUs eficiência média máxima, motivo pelo qual o *input* número total de medalhas de ouro oferecidas pelo COI nas Olimpíadas de Pequim teve de ser excluído da avaliação das modalidades medalhistas.

Uma diferença significativa entre os modelos comparados e que influenciou nos resultados obtidos está no fato de o modelo DEA-GSZ considerar em sua modelagem os valores originais de verba distribuídos às DMUs, enquanto o modelo de Beasley aloca custos fixos baseado apenas no valor total deste, o que, junto ao excessivo peso dado ao *output* número de medalhas de ouro, levou a sugestões de mudanças mais drásticas nas quantias distribuídas pelo COB em 2008. Considerando que ambos os modelos alocaram os recursos de modo a tornar todas as DMUs eficientes, o modelo DEA-GSZ mostra-se mais adequado ao estudo de caso analisado, pois atinge seu objetivo sem punir ou beneficiar demais nenhum desporto, propondo alterações

menos radicais nas quantias alocadas, a não ser quanto à modalidade vela, claramente ineficiente, e levando a uma distribuição de recursos menos desigual entre as DMUs. Tal proximidade entre os repasses de verba encontrados pelo modelo DEA-GSZ e os efetuados pelo COB torna mais fácil para a entidade esportiva colocar em prática as mudanças sugeridas por DEA, bem como a aceitação destas pelos comitês esportivos, a fim de proporcionar aos desportos uma alocação de verba mais justa e eficiente, objetivo para o qual a Análise Envoltória de Dados provou ser uma metodologia bastante útil e adequada.
Observa-se que o modelo de Beasley tem como característica uma maior complexidade na obtenção dos resultados, precisa-se implementar diversos modelos matemáticos para se chegar à alocação de recursos desejada. Já o modelo DEA-GSZ é mais fácil de ser aplicado, com cálculos e algoritmos mais simples, mesmo quando, em determinadas situações, o modelo torna-se não radial e precisa ser resolvido por um processo iterativo. Essa simplicidade computacional torna maior a aplicabilidade do modelo DEA-GSZ. Além disso, ressalta-se que não foi possível verificar se a inviabilidade ocorrida para o modelo de Beasley com 26 DMUs e um *input* é própria do estudo de caso ou do modelo em questão, para o qual não há garantia da viabilidade dos problemas de programação matemática aplicados em seus passos.

Referências

Banker, R. D.; Charnes, A. & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30(9), 1078-1092.
Banker, R. D. & Morey, R. C. (1986). Efficiency Analysis for Exogenously Fixed Inputs and Outputs. Operations Research, 34(4), 513-521.
Beasley, J. E. (2003). Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 147(1), 197-216.
Charnes, A.; Cooper, W. W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. European Journal of Operational Research, 2, 429-444.
COB (2010). Comitê Olímpico Brasileiro. Disponível em: <http://www.cob.org.br/>. Acesso em: 15 de abril de 2010.
COI (2010). Comitê Olímpico Internacional (*International Olympic Committee* – IOC). Disponível em: <http://www.olympic.org/>. Acesso em: 12 de maio de 2010.
Fonseca, A. B. M.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G. & Angulo-Meza, L. (2010). Uniformization of frontiers in non-radial ZSG-DEA models: an application to airport revenues. Pesquisa Operacional, 30(1), 175-193.
Gomes, E. G. & LINS, M. P. E. (2008). Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models. Journal of the Operational Research Society, 59, 616-623.
Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. & Angulo-Meza, L. (2008). Large discreet resource allocation: A hybrid approach based on dea efficiency measurement. Pesquisa Operacional, 28(3), 597-608.
Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. & Lins, M. P. E. (2005). Uniformização da fronteira eficiente em modelos de Análise de Envoltória de Dados com Ganhos de Soma Zero e retornos constantes de escala. Pesquisa Operacional, 25(2), 261-277.
Gomes, E. G. & Souza, G. S. (2010). Allocating financial resources for competitive projects using a zero sum gains dea model. Jornal Engevista, 12(1), 4-9.
Gomes, E. G., Souza, G. S., Lima, S. M. V. & Fonseca, C. E. L. (2007). Alocação de bolsas de iniciação científica às unidades da Embrapa com modelos de Análise Envoltória de Dados com Ganhos de Soma Zero. Engevista, 9(1), 14-21.
Lins, M. P. E.; Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. & Soares de Mello, A. J. R. (2003). Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model. European Journal of Operational Research, 148(2), 312-322.
Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L.; Lacerda, F. G. & Biondi Neto, L. (2009b). Performance team evaluation in 2008 Beijing Olympic Games. In: International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, Salvador. Proceedings of the XV ICIEOM.