

RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA COM A RADIALIDADE RELAXADA

Donizete Ritter

Universidade Estadual Paulista - UNESP
Ilha Solteira, SP, Brasil
donizeteritter@yahoo.com.br

Rubén Romero

Universidade Estadual Paulista - UNESP
Ilha Solteira, SP, Brasil
ruben@dee.feis.unesp.br

John Franco

Universidade Estadual Paulista - UNESP
Ilha Solteira, SP, Brasil
jffranco@gmail.com

Resumo

Os sistemas de distribuição normalmente operam com uma topologia radial, assim, tradicionalmente, a reconfiguração procura a topologia radial ótima que permite que o sistema opere com perdas mínimas. Todos os modelos de reconfiguração desses sistemas consideram a radialidade em sua formulação, seja de forma implícita (heurísticas e metaheurísticas), ou de forma explícita (otimização exata). No entanto, a topologia radial ótima é inferior a outras topologias, não-radiais, em relação às perdas. Assim, este trabalho apresenta uma revisão da literatura sobre as restrições de radialidade, considerações sobre esta condição em um sistema de distribuição, a modelagem “tradicional” do problema de reconfiguração usando otimização exata e, finalmente, uma proposta para relaxar as restrições de radialidade nesse modelo matemático, permitindo assim que o novo modelo encontre a topologia realmente ótima em termos de perdas. Para comprovar a premissa sustentada neste trabalho, apresentamos os resultados para sistemas de 14, 33 e 84 barras.

PALAVRAS CHAVE: Configuração Radial e Não-radial em Sistemas de Distribuição, Otimização de Sistemas de Distribuição, Reconfiguração de Sistemas de Distribuição.

Abstract

The distribution systems typically operate with a radial topology, thus, traditionally in reconfiguration an optimal radial topology is explored in which it allows the system to operate with minimal losses. All reconfiguration models of these systems consider the radiality in their formulation, either in implicit form (heuristics and metaheuristics) or explicit form (exact optimization). However, the optimum radial topology is inferior to that of non-radial in terms of losses. This paper presents a literature review on the radiality constraints, considerations about this condition in a distribution system, the modeling of the “traditional” reconfiguration problem using exact optimization, and finally a proposal to relax the radiality constraints of this mathematical model, thereby allowing the new model to find the optimal topology in terms of losses. To prove the performance of the proposed method in this paper, we present the results for systems of 14, 33 and 84 buses.

KEYWORDS: Distribution System Optimization, Distribution System Reconfiguration, Radiality and Nonradiality Constraint of Electrical Distribution Systems.

1 Introdução

Os sistemas de distribuição de energia elétrica devem ser adequadamente planejados para realizar uma operação eficiente e confiável. Entre os problemas de planejamento da operação de sistemas de distribuição existe o problema da Reconfiguração de Sistemas de Distribuição (RSD). Nesse problema, pretende-se encontrar a topologia radial que permite que o sistema opere com perdas mínimas. Há algumas décadas, as empresas de distribuição adotaram a topologia radial como sendo a topologia adequada para a operação de um sistema de distribuição, especialmente para o caso de sistemas de distribuição aéreos. Os motivos da adoção dessa forma de operação são vários, sendo que os dois mais importantes são a proteção mais eficiente do sistema e a diminuição da corrente de curto-circuito. Assim, no problema de reconfiguração tradicional, deve-se encontrar a topologia radial ótima, isto é, a topologia radial que permite que o sistema opere com perdas mínimas. Obviamente, um sistema de distribuição é fisicamente malhado por diferentes motivos, sendo o principal deles a confiabilidade.

O problema da reconfiguração de alimentadores de sistemas de distribuição é um problema complexo relacionado com o planejamento da operação de sistemas de distribuição. O sistema de distribuição pode ser considerado como sendo um grafo com arcos e nós. Assim, do ponto de vista de grafos, pretende-se encontrar a árvore do grafo que permite que o sistema opere com perdas mínimas, isto é, deve-se encontrar a topologia radial (árvore) que permita que o sistema opere com o mínimo de perdas, ao mesmo tempo que opera de forma adequada com relação as outras restrições operacionais. Trata-se de um problema em que a modelagem matemática corresponde um problema de programação não-linear inteira mista que é muito difícil de resolver.

O problema de RSD é bem conhecido, e vários trabalhos têm proposto contribuições para a modelagem e técnicas para resolver este problema. Na literatura especializada, as técnicas de otimização utilizadas para resolver esse problema podem ser classificadas em dois grupos principais: a) técnicas de otimização exata; b) algoritmos heurísticos e meta-heurísticas. As técnicas exatas, como o algoritmo *branch and bound*, foram inicialmente usadas apenas para modelos relaxados, pela complexidade do problema e, principalmente, pela dificuldade em representar as restrições de radialidade em um modelo matemático. Essa tendência foi mudando radicalmente nos últimos anos por vários motivos tais como, a prova, encontrada em Lavorato et al. (2012), de que existe um modelo matemático relativamente simples para incorporar as restrições de radialidade, a possibilidade de usar softwares comerciais cada vez mais confiáveis para resolver problemas de programação não-linear inteira mista e, a possibilidade de linearização das relações não-lineares, transformando o problema em um problema de programação linear inteira mista e resolvendo esse modelo equivalente com solvers comerciais cada vez mais poderosos. Por outro lado, as heurísticas e as metaheurísticas foram muito usadas para resolver o problema da reconfiguração desde a década de 60 e devem continuar sendo usadas no futuro, especialmente para resolver problemas de grande porte.

1.1 Revisão da Literatura

Nesta subseção analisamos a forma que o problema de RSD foi tratado na literatura especializada, dando maior ênfase aos tópicos relacionados com as restrições de radialidade.

Na literatura especializada, a restrição de operação radial de um Sistema de Distribuição de Energia (SDE) aparece no problema de RSD. Deve ser salientado que, se técnicas de otimização exata são empregadas, as restrições de radialidade devem, obrigatoriamente, ser representadas explicitamente na modelagem matemática. Este não é o caso, no entanto, quando as técnicas heurísticas ou metaheurísticas são utilizadas, onde as restrições de radialidade são controladas de forma implícita. Vários trabalhos propõem somente (1) para representar a restrição de operação radial de um SDE no problema de RSD:

$$M = n_b - 1 \quad (1)$$

onde M é o número de circuitos da solução obtida no problema de RSD e n_b é o número de barras do sistema elétrico. Essa condição é necessária mas não suficiente.

Em Hsiao (2004) é apresentado um algoritmo evolutivo para resolver o problema de RSD. Nesse caso, não existe necessidade de incorporar a restrição de radialidade de forma explícita. Nesse trabalho se menciona que duas restrições são consideradas na formulação do problema, embora outras restrições também poderiam ser levadas em conta no procedimento de solução proposto: a estrutura radial da rede deve ser mantida em cada nova estrutura e todas as barras de carga devem

ser alimentadas. Assim, se reconhece que o processo de solução deve levar em conta a restrição de radialidade, mas essas restrições não são incorporadas explicitamente. Devemos observar que neste caso não era necessário colocar essas restrições de forma explícita já que essas restrições são consideradas de forma implícita no processo de solução.

Em Lopez et al. (2004) é apresentada uma modelagem matemática para o problema de RSD com a restrição de radialidade e, pode-se verificar que essa modelagem satisfaz as restrições de radialidade desde que as relações de igualdade presentes na mesma sejam adequadamente modeladas. O mesmo grupo apresenta em Mendoza et al. (2006) uma modelagem equivalente e uma excelente proposta de otimização usando um algoritmo genético especializado para resolver o problema. No processo de solução as restrições de radialidade são adequadamente controladas de forma implícita.

Em Schmidt et al. (2005) é apresentada uma proposta heurística de boa qualidade para resolver o problema de RSD. O processo é iniciado com a rede totalmente malhada e em cada passo é retirado um circuito do sistema e o processo é terminado quando a topologia é radial. Assim, nesta proposta a restrição de radialidade é controlada de forma implícita no processo de solução. Entretanto, os autores discutem o problema da restrição de radialidade, reconhecendo acertadamente que (1) é frequentemente usada para impor a restrição de radialidade em problemas de otimização do sistema de distribuição. Infelizmente, esta equação é uma condição necessária mas não suficiente para radialidade. Além disso, dizem ser altamente desejável que a restrição de radialidade pudesse ser expressa de forma analítica, uma vez que se essa formulação fosse possível poderia ser incorporada na técnica de otimização de forma explícita.

Em Gomes et al. (2005) é apresentada uma proposta heurística construtiva para o problema de RSD onde o processo de otimização é iniciado a partir da topologia malhada e com todos os circuitos conectados. Em cada passo é retirado um circuito e o processo termina quando for encontrada uma topologia radial. Assim, as restrições de radialidade são levadas em conta implicitamente no processo de solução. Nesse trabalho não aparece a modelagem matemática do problema, o que não era necessário pela técnica de solução adotada. O mesmo grupo apresenta em Gomes et al. (2006) um algoritmo heurístico construtivo que é diferente da proposta anterior na estratégia de sensibilidade escolhida para identificar o ramo que deve ser aberto. Em cada passo do algoritmo se resolve um problema de fluxo de potência ótimo. Obviamente, na modelagem matemática não aparece a restrição de radialidade que é controlada de forma implícita pela técnica de otimização.

Em Delbem et al. (2005) é apresentado um algoritmo evolutivo para resolver o problema de RSD. Neste trabalho a principal preocupação é representar, de forma eficiente, as propostas de solução geradas pela metaheurística e evitar gerar propostas de solução inadequadas, isto é, soluções não radiais. Assim, é apresentada uma proposta interessante de uma estrutura de dados eficiente para a representação da árvore, aumentando significativamente o desempenho de metaheurísticas. Portanto, na modelagem matemática aparece a restrição de radialidade de forma implícita e usando conceitos de grafos. Em Carreño et al. (2008) se resolve o problema de RSD usando um algoritmo genético especializado em que a restrição de radialidade é controlada implicitamente na implementação dos operadores genéticos. Em Salazar et al. (2006) se resolve o mesmo problema usando redes neurais em que a restrição de radialidade também é controlada de forma implícita.

Em Romero-Ramos et al. (2005) é apresentado um modelo matemático alternativo muito interessante que permite resolver o problema de RSD usando um software comercial. Em outras palavras, as restrições de radialidade são representadas através de relações algébricas usando modelagem baseada em conectividade. Nesse trabalho se reconhece explicitamente que é muito complexo encontrar uma modelagem matemática para o problema da reconfiguração. Entretanto, essa proposta representa uma formulação alternativa para resolver o problema de RSD usando um software comercial.

De acordo com a nossa revisão da literatura, fica claro que até bem pouco tempo atrás, a representação explícita das restrições de radialidade era uma questão que ainda não tinha sido adequadamente resolvida. No entanto, Lavorato et al. (2012) provaram que esta representação é possível, logo o problema de RSD pode ser resolvido utilizando técnicas de programação inteira, com a possibilidade do uso de softwares comerciais cada vez mais confiáveis para resolver problemas de programação não-linear inteira mista. Além disso é possível linearizar as relações não lineares, transformando o problema em um problema de programação linear inteira mista, resolvendo esse modelo equivalente por solvers comerciais cada vez mais poderosos. Sendo assim, Lavorato et al. (2012) contribuíram muito com este assunto, fornecendo:

1. As condições suficientes para garantir uma topologia radial em problemas de otimização de

- SDE (e, particularmente, em problemas de RSD);
2. Uma análise preliminar da generalização da restrição de radialidade;
 3. Um modelo matemático para o problema de RSD (e também para o problema de Planejamento do Sistema de Distribuição (PSD)) em que as restrições de radialidade são representadas explicitamente e que pode ser resolvido com uma técnica de programação inteira.

1.2 Contribuições

Neste trabalho mostramos, de forma experimental, que ao relaxarmos a exigência de radialidade na operação de um sistema de distribuição é possível encontrar topologias não-radiais, mas próximas da radialidade, que podem operar com perdas muito menores que a forma radial de operação. Também mostramos que a topologia totalmente malhada (todos os circuitos existentes conectados) ou próximas das malhadas são as topologias que operam com perdas mínimas. Portanto, este trabalho apresenta uma análise crítica da forma de planejamento da operação relacionado com a reconfiguração de um sistema de distribuição, na qual mostramos que a topologia radial é a pior forma de operação se pretendemos minimizar as perdas. Acreditamos que os resultados deste artigo são relevantes no contexto atual em que o conceito de redes inteligentes (*smart grids*) representa a filosofia de operação nos modernos sistemas de distribuição, pois, a partir do momento que mostramos ser viável um sistema de distribuição em uma estrutura diferente da radial então teríamos um sistema que opera de forma eficiente de acordo com a lógica de *smart grids*. Assim, pode ser conveniente repensar sobre a filosofia atual adotada pelas empresas elétricas de operar as redes aéreas de forma radial e adotar topologias intermediárias com uma significativa redução das perdas, após resolver os outros problemas correlatos tais como os problemas da proteção e da corrente de curto-circuito.

2 Considerações sobre a restrição de radialidade

Os sistemas de distribuição de energia devem ser adequadamente planejados para permitir uma operação eficiente e confiável. Embora ainda possam ser encontrados alguns sistemas malhados em núcleos urbanos, a maioria dos SDE operam com uma topologia radial por várias razões técnicas, as duas mais importantes a seguir:

- a) Facilitar a coordenação e proteção, e
- b) Reduzir a corrente de curto-circuito do SDE.

Assim, a restrição de radialidade está presente em quase todos os problemas de planejamento da expansão e operação. O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição pode ser visto como um problema de planejamento da operação do SDE. O principal objetivo do problema de RSD é encontrar uma topologia radial do SDE, a fim de obter perdas de potência mínimas, satisfazer a demanda de energia, e manter a confiabilidade do sistema. Este problema pode ser modelado como um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM).

Segundo Lavorato et al. (2012), a topologia do SDE pode ser considerada um grafo composto por n arcos e m nós. Da teoria dos grafos, sabe-se que uma árvore é um grafo conexo sem ciclos, assim é possível comparar a topologia radial de um SDE com uma árvore.

Teorema 2.1 De Lavorato et al. (2012) e de Bazaraa et al. (1990) obtemos as seguintes propriedades:

1. Seja T um grafo de árvore apropriado com $m(\geq 2)$ nós, e seja $(i, j) \in T$. Depois de desconectar (i, j) de T , isto é, remover o arco (i, j) de T , mas deixando os nós i e j em T , T decompõe-se em duas árvores T_1 e T_2 .
2. Um grafo de árvore apropriado T tem pelo menos dois nós extremos.
3. Uma árvore com m nós tem $(m - 1)$ arcos.

Demonstração: Da propriedade 3:

Isto é verdadeiro para $m = 1$ ou $m = 2$.

Por indução, suponha que a propriedade 3 vale para uma árvore com $(m - 1)$ nós e considere uma árvore com m nós, $m \geq 3$.

Pela propriedade 2, um nó extremo i existe. Desconecte o (único) arco incidente no nó extremo e obtenha duas árvores T_1 e T_2 (pela Propriedade 1), onde $T_1 = \{i\}$. Daí T_1 tem zero arcos e T_2 tem $(m - 1)$ nós. Pela hipótese de indução, ele tem $(m - 2)$ arcos. Portanto T tem $(m - 2) + 1 = (m - 1)$ arcos. ■

Como é mostrado pelo Teorema 2.1, a árvore de um grafo é um subgrafo conectado com $(m - 1)$ arcos. Daí pode-se afirmar que a topologia de um SDE com n_b barras é radial se satisfaz as duas seguintes condições:

1. A solução deve ter $(n_b - 1)$ circuitos;
2. A solução deve ser conexa.

Note que as restrições de radialidade tem que ser formadas pelas Condições 1 e 2, e só a Condição 1 não garante a radialidade do SDE. A condição de radialidade é generalizada e provada por Lavorato et al. (2012) para três casos:

1. Um SDE com mais de uma subestação,
2. Um SDE com geração distribuída e/ou fontes de potência reativa e
3. Um SDE com barras cuja demanda de potência é zero (chamadas de barras de transferência).

Apesar de cada caso ser apresentado separadamente, os três casos podem ser analisados em conjunto para formar um modelo geral.

3 Problema de Reconfiguração de Sistemas de Distribuição Radiais

Consideramos como sendo modelagem matemática tradicional do problema de reconfiguração ótima de sistemas de distribuição aquela modelagem que permite encontrar uma topologia radial e de perdas mínimas. Assim, de acordo com as observações feitas na Seção 2, o problema de reconfiguração do sistema de distribuição, considerando uma subestação é modelado como segue:

$$\min v = \sum_{(ij) \in \Omega_l} (g_{ij} x_{ij} (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij})) \quad (2)$$

s.a.

$$P_{S_i} - P_{D_i} - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} (x_{ij} P_{ij}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3)$$

$$Q_{S_i} - Q_{D_i} - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} (x_{ij} Q_{ij}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5)$$

$$x_{ij} (I_{r_{ij}}^2 + I_{m_{ij}}^2) \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall (i, j) \in \Omega_l \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \Omega_l \quad (7)$$

$$\sum_{(ij) \in \Omega_l} x_{ij} = n_b - 1 \quad (8)$$

em que:

- Ω_l Conjunto de circuitos;
- Ω_b Conjunto de barras;
- Ω_{b_i} Conjunto de barras conectadas na barra i ($\Omega_{b_i} \subset \Omega_b$);
- \underline{V} Magnitude de tensão mínima;
- \overline{V} Magnitude de tensão máxima;
- \overline{I}_{ij} Fluxo máximo de corrente no circuito $i - j$;
- n_b Número de barras ($n_b = |\Omega_b|$);
- P_{D_i} Demanda de potência ativa na barra i ;
- Q_{D_i} Demanda de potência reativa na barra i ;
- g_{ij} Condutância do circuito $i - j$;
- b_{ij} Susceptância do circuito $i - j$;
- P_{ij} Fluxo de potência ativa que deixa a barra i para a barra j ;
- Q_{ij} Fluxo de potência reativa que deixa a barra i para a barra j ;
- $I_{r_{ij}}$ Fluxo de corrente real no circuito $i - j$;
- $I_{m_{ij}}$ Fluxo de corrente imaginária no circuito $i - j$;
- v Perda total de energia;
- x_{ij} Variável binária que determina se o circuito entre a barra i e a barra j está ligado;
- V_i Magnitude de tensão na barra i ;
- θ_{ij} Diferença de ângulo de fase entre as barras i e j ;
- P_{S_i} Potência ativa fornecida pela subestação na barra i ;
- Q_{S_i} Potência reativa fornecida pela subestação na barra i ;

Além disso, na modelagem anterior os elementos P_{ij} e Q_{ij} são dados por (9) e (10).

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (9)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 b_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (10)$$

A função objetivo (2) representa as perdas de potência ativa na operação do sistema de distribuição. As restrições (3) e (4), juntamente com as equações (9) e (10), representam as restrições relacionadas com as duas Leis de Kirchhoff para o modelo AC. Já (5) representa a restrição sobre a magnitude de tensão nas barras. As partes real e imaginária do fluxo de corrente do circuito i - j em (6) são dadas, respectivamente, por (11) e (12).

$$I_{r_{ij}} = g_{ij}(V_i \cos \theta_i - V_j \cos \theta_j) - b_{ij}(V_i \sin \theta_i - V_j \sin \theta_j) \quad (11)$$

$$I_{m_{ij}} = g_{ij}(V_i \sin \theta_i - V_j \sin \theta_j) + b_{ij}(V_i \cos \theta_i - V_j \cos \theta_j) \quad (12)$$

Por sua vez, (7) representa a natureza binária de x_{ij} . O circuito entre as barras i - j está conectado se o valor correspondente é igual a um e não está conectado se for igual a zero. Como dito anteriormente, no modelo proposto para o problema de RSD, uma única subestação é considerada, assim P_{S_i} e Q_{S_i} têm valores diferentes de zero somente na barra da subestação. Veja que a existência desta única barra de subestação é representada por (8), que limita o número de circuitos que podem ser ativados na rede para o valor $(n_b - 1)$.

A variável binária x_{ij} , do problema de RSD é a variável de decisão e uma possível solução para a operação do sistema de distribuição depende de seus valores. As demais variáveis representam o estado de funcionamento de uma solução factível. A prova de que a solução do problema (2)-(12) é uma solução radial é uma consequência natural das provas apresentadas por Lavorato et al. (2012). As restrições de balanço de carga (3) e (4) garantem que a solução é conexa.

Um assunto muito importante na modelagem matemática tradicional é entender o que pode acontecer se eliminamos a restrição (8) e resolvemos o modelo relaxado resultante. Uma análise detalhada permite concluir que a solução encontrada deve ser conexa e devem ser ativados todos os circuitos do sistema elétrico que sejam necessários para obter a configuração de perdas mínimas. Deve-se observar que neste caso o número mínimo de circuitos que devem ser ativados deve ser igual a $(n_b - 1)$ (topologia radial) para garantir um sistema conexo no sistema de n_b barras e, no outro extremo, podem ser ativados todos os circuitos. Testes experimentais mostram que as perdas diminuem quando existe a possibilidade de aumentar o número de circuitos ativados e, portanto, a topologia radial (número mínimo de circuitos ativados) representa a pior topologia ou uma das piores topologias quando se pretende diminuir as perdas. Este trabalho analisa esse tipo de comportamento.

4 Problema de Reconfiguração de Sistemas de Distribuição com a Radialidade Relaxada

Nesta seção apresentamos a proposta de encontrar a topologia ótima de um sistema de distribuição para minimizar as perdas fixando o número de circuitos que devem ser ativados. Deve-se observar que do ponto de vista de conectividade adequada o sistema de distribuição pode operar com um mínimo de circuitos ativados que é igual a $(n_b - 1)$ circuitos para um sistema de n_b barras e um número máximo de todos os circuitos ativados. Assim, podem-se fazer testes variando o número de circuitos que devem ser ativados entre esses limites. Realizando esses testes podemos conhecer a topologia ótima para minimizar as perdas em que o número de circuitos a ser ativados é fixado.

Veremos, pelos resultados dos testes realizados, apresentados na Seção 5, que realmente a configuração radial é a pior configuração para obter o mínimo de perdas. No entanto, a topologia completamente malhada (com todos os circuitos operando) nem sempre representa a melhor configuração para operar com perdas mínimas. Apesar disso, veremos que ao aumentarmos o número de circuitos na topologia da reconfiguração do sistema, estamos melhorando a solução, ou seja, conseguimos diminuir consideravelmente as perdas do sistema.

Para a realização dos testes mudamos a modelagem matemática do problema de RSD encontrada na Seção 3 e, neste artigo, chamada de modelagem tradicional, para ter controle sobre o número de circuitos que podem ser ligados. Com isso, pudemos encontrar a melhor topologia para um número de circuitos ativos previamente especificado, mudando esse número de circuitos desde a topologia radial até a topologia totalmente malhada.

No novo modelo, (8) foi modificada passando a ser (19), logo podemos realizar $(n_l - n_b + 2)$ testes para cada sistema e em cada teste encontramos a melhor topologia para minimizar perdas entre todas as topologias existentes no sistema elétrico com um número especificado de circuitos que devem ser ativados. Deve-se observar que a modelagem matemática é de um problema de programação não-linear inteira mista. Assim, a modelagem usada assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{(ij) \in \Omega_l} (g_{ij} x_{ij} (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij})) \quad (13)$$

s.a.

$$P_{S_i} - P_{D_i} - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} (x_{ij} P_{ij}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

$$Q_{S_i} - Q_{D_i} - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} (x_{ij} Q_{ij}) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (15)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (16)$$

$$x_{ij} (I_{r_{ij}}^2 + I_{m_{ij}}^2) \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall (i, j) \in \Omega_l \quad (17)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \Omega_l \quad (18)$$

$$\sum_{(ij) \in \Omega_l} x_{ij} = n_b + k \quad -1 \leq k \leq (n_l - n_b) \quad (19)$$

em que P_{ij} e Q_{ij} são dados, respectivamente, por (9) e (10), $I_{r_{ij}}$ e $I_{m_{ij}}$ são dados por (11) e (12) respectivamente, n_l é o número de circuitos possíveis no sistema e k é um valor inteiro que assume desde o valor (-1) (configuração radial) até o valor $(n_l - n_b)$ (configuração totalmente malhada).

5 Testes Ilustrativos

Para mostrar a premissa sustentada neste trabalho, através do modelo de otimização da Seção 4 para a reconfiguração de sistemas de distribuição, apresentamos resultados de testes com três sistemas muito conhecidos na literatura especializada: os sistemas de 14, 33 e 84 barras, verificando experimentalmente que se adicionarmos circuitos a estes sistemas de distribuição então as perdas elétricas do sistema diminuem. O problema de RSD foi resolvido usando o algoritmo *Branch and Bound* não-linear e codificado na linguagem AMPL (Fourer et al. (2003)), sendo os problemas de programação não-linear (PNL) resolvidos através do solver comercial KNITRO (Byrd et al. (2006)).

Os resultados numéricos foram obtidos utilizando um PC Intel Core 2 Duo 4300, 1.79 GHz, 2GB de RAM.

Os dados dos sistemas teste podem ser encontrados em Schmidt et al. (2005), Gomes et al. (2005) e Carreño et al. (2008). Os sistemas de 14 e 33 barras são sistemas com tensão nominal de 23 kV e 12,66 kV, respectivamente, sendo ambos sistemas sem barras de transferência, enquanto o sistema de 84 barras é um sistema com tensão nominal de 11,4 kV, tendo, originalmente, 17 barras de transferência. No entanto, como sabemos que todas as barras de transferência fazem parte da topologia radial do SDE, modificamos os dados das barras desse sistema, assumindo um valor pequeno de carga (0.001 pu) em todas as barras de transferência para assegurar que todas as barras sejam conectadas.

Os tempos computacionais foram omitidos pois não houve a preocupação em realizar os testes usando um computador potente, uma vez que o objetivo era verificar se a modelagem fornecia resultados iguais aos encontrados na literatura disponível no caso da configuração radial e qual era o resultado (valor das perdas) para cada uma das configurações testadas. Assim, o tempo computacional não foi competitivo com o tempo apresentado para a configuração radial nas bibliografias consultadas. Para as demais configurações por sua vez, não teríamos como fazer esta comparação, uma vez que estes dados não são encontrados na literatura disponível. Além disso, como estamos usando o solver comercial KNITRO, uma vez que o problema é resolvido usando algoritmo *Branch and Bound* não-linear, é de se esperar que o tempo computacional seja maior quando comparado à técnicas não exatas (heurísticas e metaheurísticas), no entanto, desfrutamos das vantagens que as técnicas exatas oferecem. As topologias finais dos sistemas de 14, 33 e 84 barras, aqui ditas radiais, são comprovadamente radiais pois se igualam, quanto aos circuitos abertos e quanto ao valor das perdas, às encontradas na literatura disponível.

5.1 Sistema de 14 barras

Este sistema apresenta 14 barras e 16 circuitos e, portanto, podemos realizar 4 testes diferentes fixando o número de circuitos ativados em 13 (topologia radial), 14, 15 e 16 (topologia malhada com todos os circuitos ativados). Adicionalmente também foi feito um teste descartando-se a restrição (19), isto é, deixando livre a decisão de circuitos que devem ser ativados. A Figura 1 mostra a topologia radial ótima.

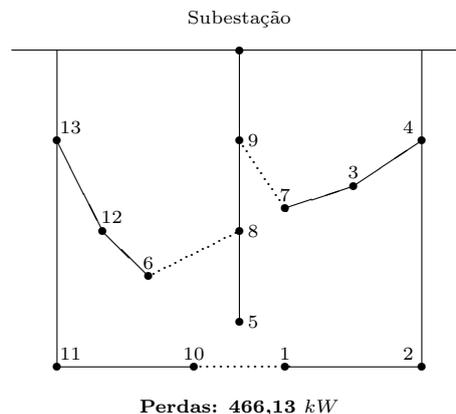


Figure 1: Sistema de 14 barras: Topologia radial ótima.

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos nos testes com o sistema de 14 barras. Nas tabelas desta seção, *R* significa topologia radial e *SR* significa que a restrição (19) foi descartada da formulação matemática. A tabela citada mostra as perdas e os circuitos desativados para a melhor solução encontrada em cada caso.

Para este sistema, a topologia radial é aquela que produz as maiores perdas e a configuração totalmente malhada é a melhor configuração em termos de perdas, resultado este que foi confirmado ao resolvermos o modelo sem a restrição de radialidade, ou seja, o resultado nos mostrou que o número máximo de circuitos que este sistema pode ter (16 circuitos) é a sua melhor configuração. Os resultados mostram que entre esses extremos de operação existe uma diferença de 39,868 kW

Table 1: Resultados do sistema de 14 barras

Nº de circuitos	Perdas (kW)	Circuitos abertos
13 (R)	466,127	1-10,6-8,7-9
14	430,034	1-10, 7-9
15	426,473	1-10
16	426,259	Nenhum
SR	426,259	Nenhum

em perdas, representando uma diferença significativa (8,55% a menos). Adicionalmente, existe uma topologia quase-radial (com 2 circuitos desativados e, portanto, operando com apenas um laço) que apresenta perdas de 430,034 kW. Assim, essa topologia pode representar uma excelente proposta para operação porque representa uma topologia muito próxima da topologia radial, mas com uma redução das perdas de 36,093 kW (7,74%).

5.2 Sistema de 33 barras

Este sistema apresenta 33 barras e 37 circuitos e, portanto, podemos realizar 6 testes diferentes fixando o número de circuitos ativados em 32 (topologia radial), 33, 34, 35, 36 e 37 (topologia malhada com todos os circuitos ativados). Adicionalmente também foi feito um teste descartando a restrição (19), isto é, deixando livre a decisão de circuitos que devem ser ativados. A Figura 2 mostra a topologia radial ótima. Os resultados dos testes são mostrados na Tabela 2.

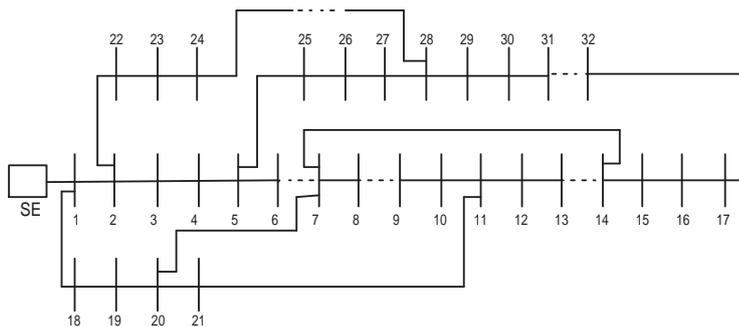


Figure 2: Sistema de 33 barras: Topologia radial ótima.

Table 2: Resultados do sistema de 33 barras

Nº de circuitos	Perdas (kW)	Circuitos abertos
32 (R)	139,551	6-7, 8-9, 13-14, 24-28, 31-32
33	124,548	6-7, 8-9, 13-14, 31-32
34	123,816	8-9, 13-14, 31-32
35	123,433	8-9, 13-14
36	123,253	8-9
37	123,291	Nenhum
SR	123,253	8-9

A Tabela 2 mostra os resultados obtidos nos testes com o sistema de 33 barras. Mais uma vez a topologia radial é aquela que produz as maiores perdas, no entanto, para este sistema, a configuração totalmente malhada não é a melhor configuração em termos de perdas, e sim a configuração em que apenas o circuito 8-9 fica aberto. Este resultado também foi confirmado ao resolvermos o modelo sem a restrição de radialidade, ou seja, o resultado nos mostrou que com 36 circuitos (dos 37 possíveis), ou seja, excluindo-se apenas o circuito 8-9, temos a melhor configuração para este sistema, com uma redução excelente das perdas, da ordem de 11,68%, comparada com a configuração radial. Novamente, pode-se observar que a topologia quase-radial (com 4 circuitos desativados e, portanto, operando com apenas um laço) apresenta perdas de 124,548 kW. Assim, essa topologia também pode representar uma excelente proposta para operação porque representa uma topologia muito próxima da topologia radial, mas com uma redução das perdas de 15,003 kW (10,75%).

5.3 Sistema de 84 barras

Este sistema apresenta 84 barras e 96 circuitos e, portanto, podemos realizar 14 testes diferentes fixando o número de circuitos ativados em 83 (topologia radial), 84, . . . , 95 e 96 (topologia malhada com todos os circuitos ativados). A Figura 3 mostra a topologia radial ótima. Os resultados dos testes são mostrados na Tabela 3.

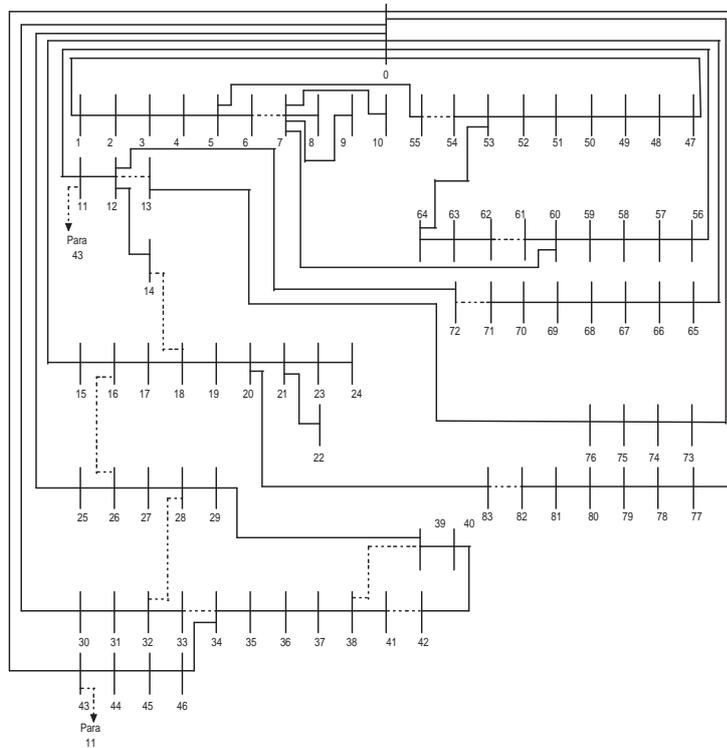


Figure 3: Sistema de 84 barras: Topologia radial ótima.

Table 3: Resumo dos Resultados do Sistema de 84 barras (96 circuitos)

Nº de circuitos	Perdas (kW)	Circuitos abertos
83 (R)	469,878	6-7, 11-43, 12-13, 14-18, 16-26, 28-32, 33-34, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 71-72, 82-83
84	465,246	6-7, 11-43, 12-13, 14-18, 16-26, 28-32, 33-34, 38-39, 41-42, 54-55, 60-61, 82-83
85	462,414	6-7, 11-43, 12-13, 14-18, 28-32, 33-34, 38-39, 40-42, 54-55, 61-62, 82-83
86	461,235	6-7, 11-43, 12-13, 14-18, 32-33, 38-39, 41-42, 54-55, 61-62, 82-83
87	460,484	5-55, 11-43, 12-13, 14-18, 32-33, 38-39, 41-42, 62-63, 82-83
88	460,224	5-55, 12-13, 14-18, 33-34, 38-39, 41-42, 62-63, 82-83
89	460,092	5-55, 12-13, 14-18, 37-38, 41-42, 62-63, 82-83
90	460,058	5-55, 12-13, 37-38, 40-42, 62-63, 82-83
91	460,110	5-55, 14-18, 41-42, 62-63, 82-83
92	460,302	5-55, 14-18, 62-63, 81-82
93	460,274	5-55, 14-18, 82-83
94	460,300	14-18, 82-83
95	460,338	82-83
96	462,682	nenhum

A Tabela 3 mostra os resultados obtidos nos testes com o sistema de 84 barras. Para este sistema, a configuração totalmente malhada também não é a melhor configuração em termos de perdas, e sim a configuração em que 90 circuitos (dos 96 possíveis) ficam ativos (os seis circuitos que devem ficar abertos se encontram na tabela).

Neste sistema temos uma redução menor das perdas, da ordem de 2,09%, comparando-se a melhor solução com a configuração radial, que se apresentou novamente como a pior configuração. Observamos que a topologia com 87 circuitos ativados apresenta perdas de 460,484 kW, representando uma boa proposta para operação porque representa uma topologia com poucos laços, mas com uma redução de 2,00% nas perdas.

Resultados de testes realizados com outros sistemas conhecidos na literatura especializada mostram um comportamento muito parecido com os apresentados nos três sistemas mostrados neste trabalho. Assim, experimentalmente foram observadas as seguintes tendências: a) a topologia radial é o tipo de topologia que apresenta os maiores valores de perdas quando fixamos um número de circuitos que devem ser ativados no processo de otimização, b) a topologia que apresenta os menores valores de perdas é a topologia com todos os circuitos ativados ou quase todos os circuitos ativados e, c) as topologias quase-radiais (topologias com poucos laços) geralmente apresentam perdas muito próximas das topologias ótimas (topologias com todos ou quase todos os circuitos ativados). Portanto, uma proposta interessante pode ser operar com topologias quase-radiais. Para terminar com uma proposta prática em relação à mudança de operação assumida como padrão pelo sistema elétrico, antes devemos analisar as consequências dessa proposta de mudança de operação em relação à proteção e ao incremento da corrente de curto-circuito que pode produzir uma mudança na lógica do padrão de operação.

6 Considerações Finais e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi analisado de forma crítica a forma padrão de operação radial dos sistemas de distribuição de energia elétrica. Assim, foi verificado experimentalmente que a operação radial é a pior topologia que seria escolhida se pretendemos encontrar uma proposta de operação com perdas mínimas. Também foi observado que topologias quase-radiais (com um número reduzido de laços) representam excelentes propostas de operação visando diminuir as perdas. Uma característica comum que pudemos observar em quase todos os sistemas testados, é que a redução mais significativa das perdas ocorre, geralmente, ao adicionarmos o primeiro circuito, ou seja, ao passarmos de $(n_b - 1)$ para n_b circuitos ativos no sistema, temos uma redução drástica das perdas. Isto nos leva a pensar que o que ganhamos com a redução das perdas no sistema deve compensar o aumento no custo de proteção para termos um circuito ativo a mais neste sistema. Talvez este seja um primeiro indicativo da configuração intermediária que estamos buscando. Adicionalmente, nos últimos anos existe a preocupação por operar com redes inteligentes o que implica otimizar todos os setores envolvidos com o fornecimento de energia. Portanto, se pretendemos seguir essa tendência, devemos encontrar outras formas de operação diferentes da exigência de operação com topologia radial. Nesse contexto, este artigo pretende abrir a discussão para esse problema considerado altamente relevante. Nosso próximo trabalho será definir uma estratégia de otimização multiobjetivo que considera três objetivos conflitantes, isto é, o objetivo de diminuir as perdas elétricas, melhorar a coordenação da proteção e satisfazer as condições de curto-circuito, analisando assim se é viável que um sistema de distribuição opere em uma estrutura diferente da radial. Além disso, pretendemos linearizar nosso problema para poder aproveitar as vantagens do uso de um solver para problemas lineares ao invés de um solver para problemas não lineares como usamos até o momento.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à CAPES, à FAPESP e ao CNPq pelo apoio financeiro aos projetos vinculados com este trabalho.

References

- Bazaraa, M., Jarvis, J. and Sherali, H. (1990). *Linear programming and network flows*, John Wiley & Sons.
- Byrd, R. H., Nocedal, J. and Waltz, R. A. (2006). *KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization*, in *Large-Scale Nonlinear Optimization*, New York: Springer Verlag, pp. 35-59.
- Carreño, E., Romero, R. and Feltrin, A. P. (2008). An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem, *IEEE Transactions on Power Systems* **23**(4): 1542–1551.

- Delbem, A., Carvalho, A. and Breatas, N. (2005). Main chain representation for evolutionary algorithms applied to distribution system reconfiguration, *IEEE Transactions on Power Systems* **20**(1): 425–436.
- Fourer, R., Gay, D. M. and Kernighan, B. W. (2003). *AMPL: A modeling language for mathematical programming*, CA: Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove.
- Gomes, F., Carneiro, S., Pereira, J., Vinagre, M., Garcia, P. and Araujo, L. (2005). A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **20**(3): 1373–1378.
- Gomes, F., Carneiro, S., Pereira, J., Vinagre, M., Garcia, P. and Araujo, L. (2006). A new distribution systems reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction, *IEEE Transactions on Power Systems* **21**(4): 1616–1623.
- Hsiao, Y. (2004). Multiobjective evolution programming method for feeder reconfiguration, *IEEE Transactions on Power Systems* **19**(1): 549–553.
- Lavorato, M., Franco, J. F., Rider, M. J. and Romero, R. (2012). Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems, *IEEE Transactions on Power Systems* **27**(1): 172–180.
- Lopez, E., Opazo, H., Garcia, L. and Bastard, P. (2004). Online reconfiguration considering variability demand: Applications to real networks, *IEEE Transactions on Power Systems* **19**(1).
- Mendoza, J., Lopez, R., Morales, D., Lopez, E., Dessante, P. and Moraga, R. (2006). Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application, *IEEE Transactions on Power Systems* **21**(2): 948–954.
- Romero-Ramos, E., Gómez-Exposito, A., Riquelme, J. and Llorens, F. (2005). Path based distribution network modeling: Application to reconfiguration for loss reduction, *IEEE Transactions on Power Systems* **20**(2): 1311–1319.
- Salazar, H., Gallego, R. A. and Romero, R. (2006). Artificial neural networks and clustering techniques applied in the reconfiguration of distribution systems, *IEEE Transactions on Power Delivery* **21**(3): 1735–1742.
- Schmidt, H., Ida, N., Kagan, N. and Guaraldo, J. (2005). Fast reconfiguration of distribution systems considering loss minimization, *IEEE Transactions on Power Systems* **20**(3): 1311–1319.