UM MÉTODO MISTO DE BUSCA LINEAR E REGIÃO DE CONFIANÇA COM DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE ATUALIZAÇÃO DE PARÂMETROS APLICADO AO PROBLEMA DE FPO

Ellen Cristina Ferreira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UNESP - Univ. Estadual Paulista
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP
E-mail: ellencristinaferreira@yahoo.com.br

Edméa Cássia Baptista
Faculdade de Ciências, UNESP - Univ. Estadual Paulista, Departamento de Matemática
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP
E-mail: baptista@fc.unesp.br

Edilaine Martins Soler
Faculdade de Ciências, UNESP - Univ. Estadual Paulista, Departamento de Matemática
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP
E-mail: edilaine@fc.unesp.br

Resumo:

A convergência dos métodos de pontos interiores está diretamente ligada as estratégias de atualização do parâmetro de barreira. Vários métodos foram aplicados em trabalhos nos quais diferentes estratégias de atualizações do parâmetro de barreira foram sugeridas. Neste trabalho, apresentamos um método de pontos interiores que utiliza busca linear e região de confiança e propomos uma investigação da influência das estratégias de atualização do parâmetro de barreira na resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo. Testes computacionais são apresentados com seis diferentes estratégias de atualização para o parâmetro de barreira.

PALAVRAS-CHAVE: Fluxo de Potencia Ótimo. Método de pontos interiores. Parâmetro de barreira.

Área Principal: PO em Energia

Abstract:

The convergence of interior point methods is directly linked to barrier parameters update strategy. Several methods have been applied in papers in which different barrier parameters update strategy were suggested. In his paper we present an interior point method that uses linear search and trust region and propose an investigation of the influence of the barrier parameters update strategy for solving the problem Optimal Power Flow. Computational tests are presented with six different barrier parameters update strategy.

KEYWORDS: Optimal Power Flow, interior point method, barrier parameter.

Main area: OR in Energy

1. Introdução

Recentemente, devido a eficiência e rápida convergência dos métodos de pontos interiores, estes tem sido amplamente utilizados na resolução de problemas das mais diversas áreas de aplicação. A convergência e eficiência destes métodos na resolução dos problemas está diretamente ligada à escolha dos parâmetros envolvidos.

Dentre as técnicas de resolução de problemas de otimização baseadas em pontos interiores destacamos o algoritmo de pontos interiores para problemas de programação não linear que utiliza busca linear e região de confiança proposto por Waltz *et al.* (2006), o qual tem se mostrado eficiente na resolução de uma ampla seleção de problemas teste.

Neste trabalho será analisada a influência de seis diferentes estratégias de atualização do parâmetro de barreira na resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) por meio do método de pontos interiores proposto por Waltz *et al.* (2006).

O problema de FPO é um importante problema da área de engenharia elétrica, formulado na década de 60 (Carpentier, 1962) e desde então investigado. O problema de FPO é modelado como um problema de programação não linear, com restrições de igualdade e desigualdade e envolve funções não convexas.

Este trabalho encontra-se organizado como segue: na Seção 2 é descrito o método de pontos interiores com busca linear e região de confiança proposto por Waltz *et al.* (2006), na Seção 3 são descritas as estratégias de atualização para o parâmetro de barreira investigadas neste trabalho, na Seção 4 é apresentado um algoritmo simplificado do método proposto por Waltz *et al.* (2006), na Seção 5 é apresentada a formulação do problema de Fluxo de Potência Ótimo, e na Seção 5 são apresentados os testes numéricos realizados e, finalmente na Seção 6 constam as considerações finais.

2. O método de ponto interior com busca linear e região de confiança

Nesta seção descrevemos o método de pontos interiores com busca linear e região de confiança proposto em Waltz *et al.* (2006).

Considere um problema de programação não linear restrito dado por:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ s.a: \; & h(x) = 0 \\ & g(x) \le 0 \end{aligned} \tag{1}$$

em que: $x \in R^n$, $f: R^n \to R$, $h: R^n \to R^l$ e $g: R^n \to R^m$, e f, g e h são de classe C^2.

Para resolver este problema Waltz *et al.* (2006) propõe resolver uma sequência de problemas de barreira dados por:

$$\begin{aligned} \min_z \; & \phi_\mu(z) \equiv f(x) - \mu \sum_{i=1}^{m} \ln s_i \\ S.a. \; & h(x) \quad = 0 \\ & g(x) + s = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

em que $s > 0$ é um vetor de variável de folga, $z = (x, s)^T$ e $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira.

O método consiste em encontrar uma solução aproximada para o problema (2), com um parâmetro de barreira $\mu = \mu_k$, esse parâmetro é atualizado (decrescido) e obtém-se μ_{k+1}, e então o problema barreira (2) com $\mu = \mu_{k+1}$ é resolvido novamente.

A sequência de parâmetros μ_k, gera uma sequência de problemas (2) e uma sequência de soluções desses problemas $z^*(\mu_k)$. Quando $\mu_k \to 0$, então $z^*(\mu_k) \to z^*$, em que z^* é um ótimo local do problema (1). Na Seção 3 são apresentadas seis estratégias de atualização para o parâmetro de barreira analisadas neste trabalho.

2.1 Uma estratégia de busca linear

Ao problema (2) é associada a seguinte função Lagrangiana:

$$L(z,\lambda,\mu)=\phi_\mu(z)+\lambda_h^T h(x)+\lambda_g^T(g(x)+s) \tag{3}$$

em que $\lambda_h \in R^l$ e $\lambda_g \in R^m$ são os multiplicadores de Lagrange e $\lambda=(\lambda_h,\lambda_g)^T$.

As condições necessárias de primeira ordem são aplicadas na Função Lagrangiana (3) que resulta no seguinte sistema não linear:

$$\begin{bmatrix} \nabla f(x)+A_h(x)^T\lambda_h+A_g(x)^T\lambda_g \\ S\Lambda_g e-\mu e \\ h(x) \\ g(x)+s \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}, \tag{4}$$

em que S e Λ_g são matrizes diagonais, cujas diagonais são dadas, respectivamente, pelos vetores s e λ_g ; A_h e A_g são as matrizes Jacobiana associadas às restrições h e g.

Aplicando o Método de Newton em (4), temos:

$$\begin{bmatrix} W(z,\lambda;\mu) & A(x)^T \\ A(x) & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_z \\ d_\lambda \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} \nabla_z L(z,\lambda;\mu) \\ c(z) \end{bmatrix} \tag{5}$$

em que:

$$d_z=\begin{bmatrix} d_x \\ d_s \end{bmatrix},\ d_\lambda=\begin{bmatrix} d_h \\ d_g \end{bmatrix},\ c(z)=\begin{bmatrix} h(x) \\ g(x)+s \end{bmatrix}$$

e

$$A(x)=\begin{bmatrix} A_h(x) & 0 \\ A_g(x) & I \end{bmatrix}$$

$$W(z,\lambda;\mu)=\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 L(z,\lambda;\mu) & 0 \\ 0 & S^{-1}\Lambda_g \end{bmatrix}.$$

A nova solução é obtida através de:

$$z^+=z+\alpha_z d_z,\ \lambda^+=\lambda+\alpha_\lambda d_\lambda , \tag{6}$$

em que α_z e α_λ são calculados como descrito a seguir.

Primeiramente são calculados $\alpha_z^{\max}$ e $\alpha_\lambda^{\max}$:

$$\begin{aligned} \alpha_z^{\max} &= \max\{\alpha \in (0,1]: s + \alpha d_s \geq (1-\tau)s\} \\ \alpha_\lambda^{\max} &= \max\{\alpha \in (0,1]: \lambda_g + \alpha d_g \geq (1-\tau)\lambda_g\} \end{aligned} \tag{7}$$

com $0 < \tau < 1$ (nos testes apresentados neste trabalho adotou-se $\tau = 0{,}995$ como proposto por Waltz *et al.* (2006)) e o algoritmo realiza uma busca linear de recuo que calcula o tamanho do passo $\alpha_z \in (0, \alpha_z^{\max}]$, $\alpha_\lambda \in (0, \alpha_\lambda^{\max}]$, reduzindo a função mérito que é definida por:

$$\phi_v(z) = \varphi_\mu(z) + v\,\| c(z) \|, \tag{8}$$

para garantir o decréscimo da função.

Após o cálculo da direção primal-dual (d_z, d_λ) definida por (5), é determinado os comprimentos de passo, $\alpha_z^{\max}$ e $\alpha_\lambda^{\max}$ satisfazendo as desigualdades em (7).

Se ambos forem maior do que 10^{-5}, então executa-se uma busca linear de recuo que gera uma série de comprimento de passo até que uma das seguintes condições seja satisfeita:

- se o comprimento de passo α_T for menor que 10^{-5}, ou o número máximo de iterações seja atingido, então a busca linear é cancelada, a direção primal-dual $d = (d_z, d_\lambda)$ é descartada e é utilizada a estratégia de região de confiança. Waltz *et al.* (2006) propõe o número máximo de iterações igual a 3.
- ou se, um comprimento de passo α_T satisfaça a condição de Armijo em (8),

$$\phi_v(z + \alpha_T \alpha_z^{\max} d_z) \leq \phi_v(z) + \eta \alpha_T \alpha_\lambda^{\max} D\phi_v(z; d_z), \tag{8}$$

neste caso a busca linear é finalizada com sucesso e são definidos $\alpha_z = \alpha_T \alpha_z^{\max}$ e $\alpha_\lambda = \alpha_T \alpha_\lambda^{\max}$.

No caso de não convexidade, é utilizada a estratégia de região de confiança, o qual resolve um problema quadrático para calcular a direção, que possui propriedades de convergência global e é apresentado na seção 2.2.

2.2 Uma estratégia de região de confiança

Segundo Byrd *et al.* (1998), é estabelecido que o passo (d_z, d_s)deve ser limitado a um conjunto T_k, chamado de região de confiança. É definido T_k, de modo a atingir dois objetivos. Primeiro, restringe-se o passo para uma região onde o modelo quadrático:

$$\min_{d_x, d_s} \nabla f(x_k)^T d_x + \frac{1}{2} d_x^T \nabla_{xx}^2 L(x_k, s_k, \lambda_h, \lambda_g) d_x - \mu e^T S_k^{-1} d_s + \frac{1}{2} d_s^T \Sigma_k d_s \tag{9}$$

é uma boa aproximação da função Lagrangiana,

$$L(x,s,\lambda_h,\lambda_g) = f(x) - \mu\sum_{i=1}^{m}\ln s_i + \lambda_h^T h(x) + \lambda_g^T(g(s)+s) \tag{10}$$

e as equações lineares,

$$A_h(x_k)^T d_x + h(x_k) = r_h$$

e (11)

$$A_g(x_k)^T d_x + d_s + g(x_k) + s_k = r_g$$

são boas aproximações para as restrições.

A região de confiança é obtida através de uma fronteira de forma $\|(d_x, d_s)\| \le \Delta_k$, em que Δ_k é o raio da região de confiança e este é atualizado a cada iteração. Tal limite é imposto sobre o passo, mas a forma da região de confiança também deve levar em conta outros requisitos abordados por Byrd *et al.* (1998). Uma vez que as variáveis de folga não devem aproximar de zero precocemente, apresenta-se a matriz escala S_k^{-1}, que penaliza os passos d_s perto da fronteira da região viável. Esta região de confiança é definida como:

$$\|(d_x, S_k^{-1}d_s)\|_2 \le \Delta_k, \tag{12}$$

permitindo que Δ_k seja maior que 1. O segundo objetivo da região de confiança é garantir que as variáveis de folga permanecem positivas. Para isso, é imposto que $s_k + d_s \ge (1-\tau)s_k$, em que $\tau \in (0,1)$ e nos testes é tomado por $\tau = 0{,}995$. A combinação da desigualdade, pode ser reformulada como $d_s \ge -\tau s_k$, com (12), obtêm-se a forma final da região de confiança, $\|(d_x, S_k^{-1}d_s)\|_2 \le \Delta_k$ e $d_s \ge -\tau s_k$, cujos autores destacam ser mais apropriado para o algoritmo.

Tendo o modelo quadrático e a região de confiança definidos, tem-se que especificar a escolha do vetor residual $r = (r_h, r_g)$ em (11).

Este vetor é determinado durante a resolução do subproblema, discutido por Byrd *et al.* (1998).

2.2.1 O passo da região de confiança

Segundo Waltz *et. al.* (2006), se o passo de busca linear é rejeitado, o algoritmo utiliza o passo região de confiança. É previsto um raio Δ_k da região de confiança que refletirá nas informações do problema atual. Isto é particularmente importante, pois quando dois passos de região de confiança são separados por uma longa sequência de passos de busca linear. Isso preserva as propriedades de convergência global de métodos de região de confiança e o tamanho do Δ_k afeta a busca linear de recuo.

Seguindo a estratégia proposta por Waltz *et. al.* (2006), se o passo mais recente foi de busca linear e bem sucedido, d_{zk}, é definido

$$\Delta_{k+1} = 2\alpha_{z_k}\|d_{z_k}\|, \tag{13}$$

mas, se o passo mais recente foi um passo da região de confiança ou um passo de busca linear rejeitado, é atualizado o raio região de confiança de acordo com as estratégias de atualização de região de confiança. Na implementação, segundo Waltz *et al.* (2006), segue-se a estratégia de atualização citada por Byrd *et al.* (1998). A fim de tentar evitar a repetição de cálculos de passos não bons de busca linear, se uma iteração de região de confiança for rejeitado, iterações subsequentes são calculadas com o método região de confiança até um passo seja obtido com sucesso. Testes numéricos mostram que esta estratégia simples mantém a informação de região de confiança atualizada e evita mudanças no tamanho do raio Δ_k.

3. Estratégias de atualização do parâmetro de barreira

O método proposto por Waltz *et al.* (2006) e apresentado neste trabalho na Seção 2 está disponível no pacote de algoritmos de otimização *Knitro* (Byrd *et al.*, 2006).

No *Knitro* estão disponíveis seis diferentes estratégias de atualização do parâmetro de barreira, as quais foram analisadas neste trabalho:

(i) o parâmetro de barreira é decrescido monotonicamente;
(ii) o parâmetro de barreira é calculado por uma regra adaptativa com base na diferença de complementaridade;
(iii) é realizada uma investigação sobre o passo (afim-escala) para determinar dinamicamente o valor do parâmetro barreira a cada iteração;
(iv) é utilizada uma regra Mehrotra tipo preditor-corretor para determinar o parâmetro de barreira levando em conta o passo corretor;
(v) é utilizada uma regra Mehrotra tipo preditor-corretor para determinar o parâmetro de barreira sem considerar o passo corretor; e
(vi) uma função mérito é minimizada em cada iteração para determinar o parâmetro de barreira.

Estas estratégias de atualização do parâmetro de barreira são descritas em Nocebal *et al.* (2005).

4. Algoritmo simplificado

Início

1. Escolha uma solução inicial para $z_0 = (x_0, s_0)^T$, λ_0, $\Delta_0 > 0$, $\mu_0 > 0$. Faça *k=0.*
2. Iteração externa

    Enquanto o critério de parada para o problema (5) não é satisfeito, faça:
    Início
    2.1 Iteração interna
        Enquanto critério de parada para o problema (6) não é satisfeita, faça:
        Início
        - Se W é definida positiva, realiza-se busca linear resolvendo (9) e para cálculo do passo, utilize (10), (11) e (12).
        - Se W é definida negativa, utilize o método de região de confiança para determinar a nova solução, conforme seção 2.2.

        Fim.
3. Atualize o parâmetro de barreira.

    Fim.

Fim.

5. O problema de Fluxo de Potência (FPO)

O problema de FPO é um problema de programação não linear, restrito, não convexo e de grande porte. Como ferramenta, é utilizado para determinar o melhor ponto de operação de um sistema elétrico de potência, contribuindo para a melhoria do desempenho deste.

Matematicamente o problema de FPO pode ser formulado como:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & f(x) \\
s.a: \quad & g_i(x) = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m < n \\
& h_j(x) \le 0 \qquad j = 1,2,\ldots,p \\
& x_{\min} \le x \le x_{\max}
\end{aligned}
$$

em que:
$x^T = (V, \theta) \in R^n$ é o vetor das variáveis de estado e controle;
$f(x)$ é a função objetivo que representa o desempenho do sistema;
$g_i(x) = 0,\ i=1,2,3,\ldots,m$ representam as equações de fluxo de potência;
$h_j(x) \le 0,\ j=1,2,3,\ldots,p$ representam as restrições funcionais do fluxo de potência;
x_{min} e x_{max}: limites inferiores e superiores das variáveis, respectivamente.

O vetor das variáveis x representa a magnitude de tensão nas barras (V) e os ângulos de tensão nas barras (θ). A função objetivo, $f(x)$, representa neste trabalho, as perdas de potência ativa na transmissão. Essa função é não separável e não permite simplificações. As restrições de igualdade $g_i(x)$, $i=1,\ldots,m$, são as equações do fluxo de potência as quais são obtidas impondo-se o princípio da conservação de potência em cada barra da rede. As restrições de desigualdade $h_j(x)$, $j=1,\ldots,p$, representam as restrições funcionais como: a potência reativa nas barras de geração e controle de tensão e os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão.

5. Resultados

Nos testes numéricos utilizou-se o pacote *Knitro* com a interface do *software* GAMS (www.gams.com).

Foram realizados testes numéricos com o sistema teste IEEE 14 barras, os dados deste sistema foram obtidos em http://www.ee.washington.edu/research/pstca. O sistema IEEE 14 barras possui as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 4 barras de controle reativo;
- 9 barras de carga;
- 17 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* fixos.

A formulação matemática para o problema de FPO para este sistema contempla 22 restrições de igualdade, 42 restrições de desigualdade e 27 variáveis.

A Tabela 1 apresenta os valores obtidos para a função objetivo (Perdas) e o número de iterações obtido ao se resolver o problema de FPO para o sistema IEEE 14 barras adotando-se cada uma das diferentes estratégias de atualização para o parâmetro de barreira apresentadas na Seção 3.

Tabela 1: A influência das estratégias de atualização do parâmetro de barreira

Estratégias de atualização (*Knitro*)	Perdas (MW)	Número de Iterações
(i)	12,4259063073143	11
(ii)	12,4258227367774	10
(iii)	12,4257917527716	9
(iv)	12,4257918819658	7
(v)	12,4257918820976	7
(vi)	12,4257850508885	8

Na Tabela 1 observamos que ao se resolver o problema de FPO para o sistema IEEE 14 barras adotando-se diferentes estratégias de atualização para o parâmetro de barreira a diferença no número de iterações é significativa. Nos testes com as estratégias de atualização (iv) e (v) obtivemos um número menor de iterações e com a regra de atualização (i) um número maior de iterações. Destacamos que em todos os testes o parâmetro de barreira foi inicializado com $\mu = 10^{-1}$.

6. Considerações finais

Neste trabalho apresentamos um método de ponto interior proposto por Waltz *et al.* (2006) e investigamos a influência de seis diferentes estratégias de atualização do parâmetro de barreira na resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo para o sistema IEEE 14 barras, utilizando o pacote de algoritmos de otimização *Knitro*. Em trabalhos futuros, será realizada uma análise mais minuciosa da influência das atualizações dos parâmetros na resolução do problema de FPO de sistemas de grande porte.

7. Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), CAPES(Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior) e Fundunesp (Fundação para o Desenvolvimento da UNESP).

Referências

Byrd R. H., Hribar M. E., e Nocedal J., An interior point algorithm for large scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 1998.

Byrd R. H., Nocedal J., Waltz R. A., KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization, In: G. di Pillo and M. Roma, editors, Large-Scale Nonlinear Optimization, pp 35–59, Springer, 2006.

Luenberger D. C., Ye Y., *Linear and Nonlinear Programming*, 3.ed. Springer, New York, 2008.

Nocedal J., Wächter A., Waltz R. A., Adaptive barrier strategies for nonlinear interior methods. Technical Report RC 23563, IBM Watson Research Center, Yorktown Heights, NY, USA, 2005.

Waltz R. A., Morales J. L., Nocedal J., Orban D., An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps, *Mathematical Programming*, Series A, 107, pp. 391–408, 2006.

Waltz R. A., Nocedal J., “KNITRO user’s manual”, *Technical Report*, Ziena Optimization, Evanston, IL, USA, 2003.