

## UM MÉTODO HÍBRIDO ENVOLVENDO OS MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES E *BRANCH-AND-BOUND* EM PROBLEMAS MULTIOBJETIVO REFERENTES AO CULTIVO DA CANA-DE-AÇÚCAR

**Camila de Lima**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, FEB, UNESP, CEP: 17033-360, Bauru, SP.  
E-mail: cadlima@yahoo.com.br

**Antonio Roberto Balbo**

Departamento de Matemática, FC, UNESP, CEP: 17033-360, Bauru, SP.  
E-mail: arbalbo@fc.unesp.br

**Helenice Florentino Silva de Oliveira**

Departamento de Bioestatística, IBB, UNESP, CEP: 18618-000, Botucatu, SP.  
E-mail: helenice@ibb.unesp.br

### RESUMO

O objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar um método híbrido que envolve os métodos previsor-corretor primal-dual de pontos interiores e *branch-and-bound* em problemas referentes à minimização do custo de colheita da cana-de-açúcar, à minimização do custo da coleta e transporte da biomassa residual e/ou à maximização de geração de energia da biomassa. O método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores é utilizado para se obter a solução ótima relaxada do modelo. A partir desta, utiliza-se o método *branch-and-bound* para determinar a solução ótima inteira 0-1 relacionada às restrições de integralidade do problema, relativas à escolha das variedades a serem plantadas, considerando as áreas mecanizáveis e semi-mecanizáveis. Os testes são realizados através de uma implementação computacional em C++ e os resultados numéricos obtidos são comparados àqueles publicados na literatura, demonstrando que o procedimento é eficiente e determina a solução ótima do problema.

**PALAVRAS-CHAVE:** *Método Previsor-Corretor Primal Dual de Pontos Interiores, Método Branch-and-Bound, Biomassa Residual da Cana-de-Açúcar.*

**ÁREA PRINCIPAL:** PM - Programação Matemática.

### ABSTRACT

The aim of this work is develop and apply a hybrid method involving the predictor-corrector primal-dual interior points and the branch-and-bound methods in problems of the sugarcane harvest cost minimization, besides the collect and transportation cost minimization and/or the energy generation maximization from waste sugarcane biomass. The predictor-corrector primal-dual interior point method is used to obtain the real optimal solution of the model. Then, the branch-and-bound method is applied to determine the 0-1 integer optimal solution related to integrality constraints of the problem, to choose the sugarcane varieties must be planted, considering the mechanized and semi-mechanized areas. Tests have been realized by computational implementation in C++ programming language and the obtained numeric results are compared with those published in literature showing that the procedure is efficient and determines the optimal solution to the problem.

**KEYWORDS:** *Primal-Dual Interior Point Method, Branch-and-Bound Method, Sugarcane Biomass.*

**MAIN AREA:** PM - Mathematical Programming.

## 1. Introdução

Há alguns anos, as usinas hidrelétricas eram responsáveis por cerca de 90% da produção de energia do Brasil, visto que o país possui um dos maiores parques hidrelétricos do mundo. De acordo com Pellegrini (2002), esses dados têm sofrido algumas mudanças. Dentre estas, houve a introdução de novas fontes de energia, como as que exploram o gás natural, a energia nuclear, e as energias renováveis, as quais utilizam recursos que são reabastecidos naturalmente, promovendo um menor impacto ambiental e atendendo aos princípios de sustentabilidade, dentre elas destacam-se a energia solar, a energia eólica e energia cogeraada pela biomassa residual.

A cogeração consiste em um processo de produção simultânea e sequenciada de duas ou mais formas de energia a partir de um único combustível, que podem ser convertidas para consumo próprio ou venda, segundo Lima (2009). Visto a baixa produção de micro poluentes, o uso da biomassa como fonte na cogeração de energia tem sido avaliada como uma possível solução energética e ambiental.

A cana-de-açúcar entra nesse contexto, por ser bastante cultivada no Brasil e por gerar uma grande quantidade de resíduos no solo, como folhas, palhas, ponteiros e frações de colmo, o que incentiva o aproveitamento desta biomassa residual para a cogeração de energia. De acordo com Ramos (2010), a proibição das queimadas, utilizadas no processo de colheita semi-mecanizada, provocou maior exploração e utilização do sistema de colheita mecanizado, o que ocasionou um aumento significativo na quantidade de resíduos no solo, que favoreceram o aparecimento de pragas, a contaminação do solo, e o comprometimento da próxima safra. Neste processo houve investimentos das usinas para o reaproveitamento desta biomassa residual que, além de resolver este problema, possibilitou a cogeração de energia e utilização desta no setor sucro-alcooleiro. Além disso, o período da colheita da cana-de-açúcar coincide com o período de estiagem das principais bacias hidrográficas do parque hidrelétrico brasileiro, e ainda, existe a possibilidade de armazenamento da biomassa por um determinado período até uma maior necessidade ou maior valor de comercialização desta energia.

Assim, muitos estudos têm sido propostos visando otimizar o custo de coletar e transferir a cana-de-açúcar e a biomassa residual, do campo para o centro de processamento, bem como ao uso deste resíduo para a geração de energia, considerando-se os dois sistemas destinados ao plantio: o sistema mecanizável, que gera biomassa para a produção de energia, e o sistema semi-mecanizável, que não gera biomassa residual, mas influencia diretamente no custo de coleta e indiretamente na produção de energia do processo.

Nos trabalhos de Florentino (2006), Tolentino (2007) e Homem (2010), são discutidos modelos matemáticos para a escolha de variedades de cana-de-açúcar que buscam otimizar o custo de coleta da biomassa residual e/ou a geração de energia. Ramos (2010) e Silva (2011) apresentam modelos de minimização de custo da colheita da cana-de-açúcar, considerando áreas mecanizáveis e semi-mecanizáveis em sua formulação.

Este trabalho tem por objetivo utilizar um procedimento híbrido envolvendo métodos previsor-corretor primal-dual de pontos interiores e *branch-and-bound* para a resolução dos modelos relativos à colheita da cana-de-açúcar, que considera as áreas semi-mecanizáveis e mecanizáveis para o plantio e ao aproveitamento de resíduos de cana-de-açúcar, relativos à minimização do custo de coleta e transporte da biomassa residual e/ou maximização de geração de energia da biomassa, com restrição no número de variedades a serem plantadas nos talhões.

## 2. Método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores e *branch-and-bound*

Seja o seguinte problema primal definido para variáveis canalizadas:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & c^T x \\ \text{Sujeito a:} & \begin{cases} Ax = b \\ l \leq x \leq u \end{cases} \end{array} \quad (2.1)$$

em que  $A \in R^{m \times n}$ ,  $b \in R^m$ ,  $x, c, l, u \in R^n$  e  $A$  com posto  $m$ .

Tem-se então, o seguinte problema equivalente ao problema original (2.1):

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar } c^T x \\ \text{Sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x \geq l \text{ e } x \leq u \end{cases} \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Minimizar } c^T x \\ \text{Sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x - r = l \text{ e } x + z = u \\ r \geq 0 \text{ e } z \geq 0 \end{cases} \end{array} \quad (2.2)$$

Considerando o problema de programação linear (PPL) com restrições lineares de igualdade e variáveis canalizadas (2.2), este é redefinido através de um PPNL Primal-Dual irrestrito que é definido a partir da função Lagrangiana Barreira Logarítmica  $L_\mu(x, w, z, r, y, s)$ :

$$L_\mu(x, w, z, r, y, s) = c^T x + w^T (b - Ax) + s^T (l + r - x) + y^T (x + z - u) - \mu \sum_{i=1}^n \ln(z_i) - \mu \sum_{i=1}^n \ln(r_i) \quad (2.3)$$

Em que:  $w \in R^m$  e  $y, s \in R^n$ ;  $s \geq 0, y \geq 0$ , são as variáveis duais do problema e  $\mu > 0$  é o parâmetro de barreira ou parâmetro de centragem.

Assim, a partir de (2.3), temos as seguintes condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para este problema:

$$Ax = b \quad (2.4)$$

$$x - r = l \quad (2.5)$$

$$x + z = u \quad (2.6)$$

$$A^T w + s - y = c \quad (2.7)$$

$$RSe - \mu e = 0 \quad (2.8)$$

$$ZYe - \mu e = 0 \quad (2.9)$$

Em que:  $R, Z, S$  e  $Y$  são matrizes diagonais, respectivamente com  $r_i, z_i, s_i$  e  $y_i$  como elementos diagonais e  $e = (1, \dots, 1)^T$ . Considerando o problema (2.2) e a restrição  $x - r = l$ , nota-se que quando  $l = 0$ , temos que  $x = r$ , desta forma, a condição de otimalidade (2.8) pode ser reescrita como:

$$XSe - \mu e = 0 \quad (2.10)$$

Em que:  $X$  é uma matriz diagonal tendo  $x_i$  como elementos da diagonal.

A partir das condições de (2.4) a (2.10) determinam-se as direções de busca,  $(\tilde{d}_x^k; \tilde{d}_z^k; \tilde{d}_w^k; \tilde{d}_s^k; \tilde{d}_y^k)$ , o comprimento do passo,  $\alpha_k^P$ , relacionado às direções primais, e  $\alpha_k^D$ , relacionado às direções duais, um critério de parada para a determinação de uma nova solução  $(x^{k+1}; z^{k+1}; w^{k+1}; s^{k+1}; y^{k+1})$  e definem-se os passos do algoritmo a seguir, de acordo com Wu *et al.* (1994). Este algoritmo é complementado no passo 10 pelo método *branch-and-bound*, que é usado para integralizar as soluções obtidas pelo método primal-dual, baseando-se em Bazaara e Shetty (1979), Borches e Mitchell (1992) e Homem *et al.* (2011).

## 2.1 Algoritmo predictor-corrector primal-dual e branch-and-bound (PDBB)

**Passo 1:** Ajustar  $k = 0$  e encontrar uma solução inicial  $(x^0; z^0; w^0; s^0; y^0) \in P \times D$ , ou seja, uma solução inicial factível. Seja  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5 > 0$  pequenas tolerâncias positivas auxiliares ao passo 2 do algoritmo.

**Passo 2:** Testar a otimalidade de solução: Se  $\frac{\|t^k\|}{\|b\|+1} = \frac{\|b - Ax^k\|}{\|b\|+1} \leq \varepsilon_1$ ,  $\frac{\|g\|}{\|c\|+1} = \frac{\|c - A^T w^k - s^k + y^k\|}{\|c\|+1} \leq \varepsilon_2$ ,  $\frac{|c^T x^k - (b^T w^k - g^T y^k)|}{|c^T x^k|+1} \leq \varepsilon_3$ ,  $\|\tilde{v}^k\| < \varepsilon_4$ ,  $\|\tilde{q}^k\| < \varepsilon_5$ ,  $0 < x^k < g^k$ ,  $s^k > 0$  e  $y^k > 0$  então pare, a solução  $x^k, z^k, w^k, s^k, y^k$  obtida é ótima. Caso contrário, continue.

**Passo 3:** Fazer os cálculos intermediários do *passo predictor*:  $t^k = b - Ax^k$ ,  $f^k = u - x^k - z^k$  (resíduos primais);  $g^k = c - A^T w^k - s^k + y^k$  (resíduo dual),  $v^k = \mu_k e - X_k S_k e$ , e  $q^k = \mu_k e - Y_k Z_k e$  (folgas complementares);  $\theta_k = (X_k^{-1} S_k + Z_k^{-1} Y_k)^{-1}$ , e  $p^k = Z_k^{-1} (Y_k f^k - q^k) + X_k^{-1} v^k$ ;

**Passo 4 :** Calcular as direções  $d_x^k, d_z^k, d_w^k, d_s^k$  e  $d_y^k$  do passo predictor:  
 $d_x^k = \theta_k (A^T d_w^k + p^k - g^k), d_s^k = X_k^{-1} (v^k - S_k d_x^k), d_z^k = -d_x^k + f^k, d_w^k = (A \theta_k A^T)^{-1} [A \theta_k (-p^k + g^k) + t^k]$   
 e  $d_y^k = Z_k^{-1} (q^k - Y_k d_z^k)$ . Tal que  $X_k, Z_k, S_k$  e  $Y_k$  são matrizes diagonais, com  $x_i^k, z_i^k, s_i^k$  e  $y_i^k$ , respectivamente, como seus elementos diagonais.

**Passo 5:** Fazer os cálculos intermediários do passo corretor (atualizar os termos de segunda ordem das folgas complementares):  $\tilde{v}^k = \mu_k e - X_k S_k e - D_x^k D_s^k, \tilde{q}^k = \mu_k e - Z_k Y_k e - D_z^k D_y^k$ .  
 Em que:  $D_x^k = \text{Diag}(d_x^k), D_s^k = \text{Diag}(d_s^k), D_z^k = \text{Diag}(d_z^k),$  e  $D_y^k = \text{Diag}(d_y^k)$ .

**Passo 6 :** Atualizar as direções  $\tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k$  e  $\tilde{d}_y^k$  do passo corretor :  
 $\tilde{d}_x^k = \theta_k (A^T \tilde{d}_w^k + p^k - g^k), \tilde{d}_z^k = (A \theta_k A^T)^{-1} [A \theta_k (-p^k + g^k) + t^k], \tilde{d}_w^k = -\tilde{d}_x^k + f^k, \tilde{d}_s^k = X_k^{-1} (\tilde{v}^k - S_k \tilde{d}_x^k)$  e  
 $\tilde{d}_y^k = Z_k^{-1} (\tilde{q}^k - Y_k \tilde{d}_z^k)$ .

**Passo 7:** Testar a ilimitariedade: Se  $t^k = 0, f^k = 0, \tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k > 0,$  e  $c^t \tilde{d}_x^k < 0,$  então o problema primal é ilimitado. Se  $g^k = 0, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k, \tilde{d}_y^k > 0$  e  $b^t \tilde{d}_w^k > 0,$  então o problema dual é ilimitado. Se ambos os casos acontecem, então PARE. Se  $\tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k, \tilde{d}_y^k = 0,$  então também PARE,  $x^k, z^k, w^k, s^k, y^k$  são soluções ótimas dos problemas primal e dual, respectivamente. Caso contrário ir para o Passo 8.

**Passo 8:** Calcular os comprimentos dos passos primal e dual:  $\alpha_k^P = \min \{1, \alpha_k^1, \alpha_k^2\}$  e  
 $\alpha_k^D = \min \{1, \alpha_k^3, \alpha_k^4\},$  em que  $\alpha_k^1 = \min \left\{ \frac{-\alpha x_i}{\tilde{d}x_i} / \tilde{d}x_i < 0 \right\}, \alpha_k^2 = \min \left\{ \frac{-\alpha z_i}{\tilde{d}z_i} / \tilde{d}z_i < 0 \right\},$   
 $\alpha_k^3 = \min \left\{ \frac{-\alpha s_i}{\tilde{d}s_i} / \tilde{d}s_i < 0 \right\}, \alpha_k^4 = \min \left\{ \frac{-\alpha y_i}{\tilde{d}y_i} / \tilde{d}y_i < 0 \right\},$  em que  $0 < \alpha < 1.$

**Passo 9:** Determinar uma nova solução:

$x^{k+1} = x^k + \alpha_k^P \tilde{d}_x^k, z^{k+1} = z^k + \alpha_k^P \tilde{d}_z^k, w^{k+1} = w^k + \alpha_k^D \tilde{d}_w^k, s^{k+1} = s^k + \alpha_k^D \tilde{d}_s^k,$  e  $y^{k+1} = y^k + \alpha_k^D \tilde{d}_y^k$   
 Atualizar  $k \leftarrow k+1$  e ir para o Passo 2.

**Passo 10: Método Branch-and-Bound**

Para cada  $x_i,$  se  $x_i \geq 0.95$  assuma  $x_i = 1,$  o que implica que a variedade  $i$  será plantada no talhão  $j,$  e faça  $x_h = 0, h \neq i,$  para  $h = 1, \dots, k$  em todos os  $h$ 's restantes e  $j = 1, \dots, n.$  (em que  $h$  é número de variedades e  $j$  é o número de talhões, e ambos são informados pelo usuário de acordo com o modelo em questão). Para as variáveis restantes, diferentes de 0 ou 1, percorra todos os nós cujas componentes  $x_i$ 's que ainda não atenderam o critério de integralidade ( $0 < x_i < 0,85$ ), de tal forma que somente uma componente assuma o valor 1 para cada nível da árvore, verificando a viabilidade e a otimalidade. Armazene sempre o menor valor da função objetivo encontrado. Um fluxograma que detalha os procedimentos a serem feitos no passo 10 é visto em Homem (2010).

O algoritmo PDBB é definido através de um procedimento envolvendo os métodos primal-dual e *branch-and-bound* e é proposto para a resolução dos modelos definidos na seção 3, da seguinte forma:

- i) Os passos de 1 a 9 resolvem o modelo relaxado para as variáveis limitadas superiormente  $0 \leq x_i \leq u_i;$
- ii) O passo 10, que utiliza o método *branch-and-bound*, integraliza a variável  $x_i$  ( $x_i = 0$  ou  $x_i = u_i = 1$ ) para cada nível da árvore. A variável  $x_i = 1$  implica que a variedade  $i$  deverá ser plantada em um talhão  $j.$

**Observação:** o método previsor-corretor proposto é variante daquele proposto por Mehrota(1992) diferenciando-se deste por já utilizar no passo previsor informações do parâmetro de barreira  $\mu_k$ , o que melhora a eficiência do método por evitar que os pontos definidos por este aproximem-se da fronteira do problema no passo previsor, podendo, inclusive, inviabilizá-los. Enquanto que, no passo corretor, este reajusta as direções com informações dos aproximantes de segunda ordem referentes às condições de complementaridade, possibilitando que, o procedimento de centragem do passo previsor mais o ajuste feito no passo corretor, acelerem a convergência do processo, para a determinação da solução ótima do problema contínuo.

### 3. Modelagem Matemática

#### 3.1 Modelo I – Minimização do custo de colheita da cana-de-açúcar

O problema consiste em determinar quais das  $n$  variedades  $i$  devem ser plantadas nos  $k$  talhões  $j$  de medida  $L_j$  (ha) e distância  $D_j$  (Km) do centro de produção ( $j=1,2,\dots,k$ ) e, que ofereça o menor custo possível para o processo de colheita e de transporte da cana-de-açúcar do campo para a usina. Para formulação do modelo, a área para plantio foi dividida em duas partes, uma parte para plantio da cana que será colhida crua ( $l$  talhões) e outra para cana que deverá ser queimada na pré-colheita ( $(k-l)$  talhões), devido aos diferentes custos para cada tipo de colheita.

Para a formulação da função objetivo do modelo são feitos os cálculos dos custos envolvidos no processo, baseando-se em Ramos (2010) e Silva (2011). Na colheita de cana queimada têm-se os custos de aceiro, queima, corte manual, carregamento da cana para o caminhão e transporte da cana do campo para a usina. Na colheita mecanizada têm-se os custos de corte e transporte da cana do campo para a usina. Estes dados estão apresentados nas tabelas 2, 3 e 4 da seção 4.

O custo de transporte da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $Ct_{ij}$ ) a uma distância ( $D_j$ ) do talhão  $j$  para a usina:

$$Ct_{ij} = c_{med_i} \cdot D_j \quad (3.1)$$

Em que:  $i = 1, 2, \dots, n$  são os índices que representam as variedades;  $j = 1, 2, \dots, k$  são os índices que representam os talhões;  $c_{med_i}$  é o custo médio do transporte da cana por km; e  $D_j$  é a distância do talhão  $j$  do centro de processamento, em talhões.

O custo  $C_{ij}^{SM}$  de colheita e transporte da cana-de-açúcar de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  no sistema semi-mecanizado é calculado da seguinte forma:

$$C_{ij}^{SM} = (Ca_i + Cq_i + Cco_i + Cca_i + Ct_{ij}) \cdot L_j \quad (3.2)$$

Em que:  $Ca_i$  é o custo de aceiro da variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ );  $Cq_i$  é o custo da queima da variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ );  $Cco_i$  é o custo de corte da variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ );  $Cca_i$  é o custo de carregamento da variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ );  $Ct_{ij}$  é o custo de transporte da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $R\$.ha^{-1}$ ), calculado em (2.1); e  $L_j$  é área do talhão  $j$ , em hectare.

No sistema mecanizado o custo,  $C_{ij}^M$ , de colheita e transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$ , é calculado da seguinte forma:

$$C_{ij}^M = (Cco_i + Ct_{ij}) \cdot L_j \quad (3.3)$$

Em que:  $Cco_i$  é o custo de corte da variedade  $i$  ( $R\$.ha^{-1}$ );  $Ct_{ij}$  é o custo de transporte da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $R\$.ha^{-1}$ ), calculado em (2.1); e  $L_j$  é área do talhão  $j$ , em hectare.

A partir dos cálculos (3.2) e (3.3), é proposta a função objetivo do modelo que visa o menor custo possível no processo de colheita. Para a eficiência do modelo, deve-se satisfazer as restrições de sacarose e de fibra da cana (recomendações da empresa para manter a qualidade da cana e a demanda de açúcar e álcool) e usar toda a área destinada para o plantio da cana (mecanizada e semi-mecanizada). Este modelo é definido a seguir:

$$\text{Minimizar } CCT = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l C_{ij}^M X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=l+1}^k C_{ij}^{SM} X_{ij} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sujeito a: } & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k A_i X_{ij} \geq \overline{PT}; \\
 & \overline{F_l T} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k F_i X_{ij} \leq \overline{F_s T}; \\
 & \sum_{i=1}^n X_{ij} = 1; \\
 & X_{ij} = 0 \text{ ou } 1, i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Em que:  $CCT$  é o custo do processo de colheita e transporte da cana de açúcar;  $i = 1, 2, \dots, n$  são os índices que representam as variedades,  $j = 1, 2, \dots, k$  são os índices que representam os talhões;  $l$  é número de talhões em que se considera o sistema mecanizado;  $k - l$  é o número de talhões em que se considera o sistema semi-mecanizado;  $C_{ij}^M$  é o custo da colheita e do transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $j = 1, \dots, l$ ), no sistema mecanizado;  $C_{ij}^{SM}$  é o custo da colheita e do transporte da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $j = l+1, \dots, k$ ), no sistema semi-mecanizado;  $X_{ij}$  são as variáveis de decisão, tais que,  $X_{ij} = 1$  implica que a cana de variedade  $i$  deve ser plantada no talhão  $j$  e em caso contrário  $X_{ij} = 0$ ;  $A_i$  é a estimativa de produção de sacarose da variedade  $i$  (t/ha);  $\overline{P}$  é a quantidade mínima estabelecida para a POL da cana;  $T$  é o número total de talhões;  $F_i$  é a estimativa do teor de fibra da variedade  $i$ ;  $\overline{F_l}$  e  $\overline{F_s}$  são as quantidades mínimas e máximas estabelecidas para a fibra da cana.

Com o intuito de utilizar mais variedades, inseriu-se ao modelo uma restrição que limita a quantidade que cada tipo de variedade pode ser plantada.

$$\sum_{j=1}^k X_{ij} \leq M
 \tag{3.6}$$

Em que:  $M$  é o número máximo que cada variedade  $i$  pode ser plantada.

### 3.2 Modelo II – Minimização do custo de coleta da biomassa residual de cana-de-açúcar resultante da colheita em áreas mecanizáveis

Para a construção do modelo de minimização do custo da coleta da biomassa residual é necessário que se calcule o custo do aproveitamento do palhiço. Segundo Florentino (2006) e Homem (2010) têm-se os estágios realizados para o recolhimento: primeiramente, o palhiço é enleirado, em seguida é passado em uma máquina para compactação, depois é carregado no caminhão e finalmente transportado para o centro de processamento. Assim, o custo de coleta do palhiço da cana-de-açúcar da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $CC_{ij}$ ) é calculado pela soma do custo envolvido no processo de enleirar, compactar e carregar o caminhão com o palhiço da variedade  $i$  ( $C_i$ ) e o custo de transporte ( $CT_{ij}$ ), multiplicada à área do talhão  $j$  ( $L_j$ ), calculados através das tabelas 1, 4 e 5, apresentadas na seção 4. Abaixo segue a expressão do custo:

$$CC_{ij} = (C_i + CT_{ij}) L_j
 \tag{3.7}$$

Desta forma, o modelo consiste em determinar quais das  $n$  variedades  $i$  devem ser plantadas nos  $k$  talhões  $j$  de medida  $L_j$ (ha) e distância  $D_j$ (Km) do centro de produção e, que ofereça o menor custo possível para o processo de transferência do palhiço do campo para o centro de processamento, atendendo as restrições de demanda de sacarose e fibra, área de plantio, e o plantio de apenas uma variedade de cana-de-açúcar por talhão. Este modelo é definido a seguir:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k CC_{ij} X_{ij}
 \tag{3.8}$$

Sujeito a: Restrições (3.5)

Considera-se  $CC_{ij}$  é o custo de coleta do palhiço da cana de variedade  $i$  plantada no talhão  $j$ , calculada em (3.7); e as restrições (3.5) são definidas na seção 3.1.



### 3.3 Modelo III – Maximização do balanço de energia para o aproveitamento do palhiço resultante da colheita em áreas mecanizáveis

Analogamente, para a construção do modelo de maximização, calcula-se antes, o balanço de energia. De acordo com Florentino (2006) e Florentino (2011), o balanço de energia para o aproveitamento do palhiço é obtido pela diferença entre a energia proveniente do palhiço da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $EB_{ij}$ ) e a energia gasta na transferência palhiço da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$  ( $ET_{Bij}$ ) que é a soma das energias gastas para enleirar e compactar ( $E_{ECij}$ ), carregar ( $E_{Cij}$ ) e transportar esta biomassa ( $E_{Tij}$ ), calculadas através dos dados das tabelas 1, 4 e 5 apresentados na seção 4. A fórmula do balanço de energia é apresentada a seguir:

$$BE_{ij} = EB_{ij} - ET_{Bij} \quad (3.9)$$

Assim, o modelo consiste em determinar quais das  $n$  variedades de cana-de-açúcar devem ser plantadas nos  $k$  talhões de área  $L_j$  (ha) e distância  $D_j$  (Km) da usina, que o produza o máximo balanço de energia no seu aproveitamento. Assim como o modelo anterior, este problema considera as restrições de demanda de sacarose e fibra de cana, uso total da área destinada ao plantio, e o plantio de apenas uma variedade de cana-de-açúcar por talhão. A seguir, o modelo é definido.

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k BE_{ij} X_{ij} \quad (3.10)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \text{Restrições (3.5)}$$

Em que  $BE_{ij}$  é o cálculo do balanço de energia no aproveitamento do palhiço de cana produzido da variedade  $i$  no talhão  $j$ , calculados em (3.9), e as restrições (3.5) são definidas na seção 3.1.

### 3.4 Modelo IV – Problema Multi-Objetivo

Este modelo consiste em determinar quais das  $n$  variedades de cana-de-açúcar devem ser plantadas nos  $k$  talhões de área  $L_j$  (ha) e distância  $D_j$  (Km) da usina, que investigue, simultaneamente, o mínimo custo total de colheita da cana-de-açúcar e coleta de resíduos e o máximo balanço de energia no aproveitamento de resíduos resultantes da colheita em áreas mecanizáveis, os quais têm objetivos conflitantes, levando em consideração restrições como quantidade de produção de sacarose e fibra de cana-de-açúcar, uso total da área destinada ao plantio e o plantio de apenas uma variedade de cana-de-açúcar por talhão. O modelo matemático é definido por:

$$\text{Minimizar} \quad (CT; (-1) BET) \quad (3.11)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \text{Restrições (3.5)}$$

Em que  $CT$  é o custo total gasto pela usina na colheita da cana-de-açúcar e na coleta de seus resíduos, considerando as áreas mecanizáveis e semi-mecanizáveis, que é expresso por  $CT = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (C_{ij}^M + CC_{ij}^M) X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=l+1}^k (C_{ij}^{SM} + CC_{ij}^{SM}) X_{ij}$ ; tal que  $C_{ij}^M$  está definido em (3.3);  $CC_{ij}^M$  está definida em (3.7), porém considera apenas as áreas mecanizáveis, analogamente  $CC_{ij}^{SM}$  considera somente as áreas semi-mecanizáveis;  $C_{ij}^{SM}$  está definido em (3.2);  $BET$  é o balanço de energia total no aproveitamento de resíduos da cana-de-açúcar, que é expresso por  $BET = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l BE_{ij}^M X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=l+1}^k BE_{ij}^{SM} X_{ij}$ ; tal que  $BE_{ij}^M$  está definida em (3.9), porém considera apenas as áreas mecanizáveis, analogamente  $BE_{ij}^{SM}$  considera somente as áreas semi-mecanizáveis; e as restrições (3.5) são definidas no modelo de minimização do custo de coleta da biomassa residual da cana-de-açúcar, na seção 3.1. Neste trabalho, os cálculos de custo de coleta e do balanço de energia a partir do aproveitamento de resíduos das áreas semi-mecanizáveis ( $CC_{ij}^{SM}$  e  $BE_{ij}^{SM}$ ) serão considerados nulos, visto que a colheita nesta área não gera resíduos. Futuramente, pretende-se inserir no modelo, dados para a cogeração de energia referentes ao bagaço da cana, e estes serão considerados tanto em áreas mecanizáveis quanto em áreas semi-mecanizáveis.

Geralmente, os modelos multiobjetivo são de difícil resolução e na maioria das vezes exigem a intervenção do usuário para a determinação de soluções satisfatórias (eficientes). Assim, para a resolução deste modelo multiobjetivo, será utilizada a estratégia de otimização conhecida por Otimalidade de Pareto, apresentada em Deb (2004), que utiliza o método da soma ponderada ( $\alpha$ -parametrizado), como estratégia de resolução. Desta forma, o modelo multiobjetivo é redefinido, utilizando esta estratégia, através do seguinte modelo mono-objetivo:

$$\text{Minimizar} \quad (\alpha CT - (1 - \alpha) BET) \quad (3.12)$$

Sujeito a: Restrições (3.5)

#### 4 Resultados

Para a aplicação do método aos modelos investigados foram utilizados dados necessários das tabelas de 1 a 5, apresentadas por Florentino (2006), Lima (2009), Homem (2010), Ramos (2010) e Silva (2011). A tabela 1 apresenta os custos, consumos, e recomendações referentes às 10 variedades e 16 talhões, em que  $Ce_{cc}$  representa o custo para enleirar, compactar e carregar o palhicho;  $Co$ , o consumo de combustível do caminhão usado no transporte do palhicho;  $P$ , o preço de um litro de combustível;  $V_c$ , a capacidade de carga do caminhão a ser usado no transporte do palhicho;  $Ec_{EC}$ , a energia consumida pelas máquinas para enleirar e compactar uma tonelada de resíduo;  $Ec_c$ , a energia consumida pela máquina para carregar o caminhão com uma tonelada do resíduo;  $Ec_T$ , a energia consumida pelo caminhão para o transporte do resíduo;  $\bar{P}$ , a quantidade mínima recomendada de POL; e  $\bar{F}_l$  e  $\bar{F}_s$  a produção mínima e máxima de fibra. A tabela 2 apresenta as estimativas por tipo de variedades, em que  $V_i$  representa a estimativa do volume do palhicho em toneladas da variedade  $i$ ;  $P_{Bi}$ , a produtividade de palhicho da variedade  $i$ ;  $EC_{Bi}$ , o poder calorífico útil do palhicho produzido pela variedade  $i$ ;  $A_i$ , a produtividade de açúcar fermentescível (POL) da variedade  $i$ ;  $Q_i$ , a estimativa do volume do palhicho por unidade de área plantada da variedade  $i$ ;  $F_i$ , a produtividade de fibra da variedade  $i$ ; e  $P_c$  é a produtividade da cana-de-açúcar da variedade  $i$ . A tabela 3 apresenta os custos referentes ao processo de transporte. A tabela 4 apresenta os custos referentes ao processo de colheita. E por fim, a tabela 5 apresenta a área e a distância dos talhões à usina. As tabelas de 1 a 5 são vistas a seguir:

Tabela 1: Custos e consumos de combustível e energia dos maquinários utilizados para a coleta do palhicho e recomendações de teores de Pol e fibra da cana-de-açúcar

Custos e Consumos									
$Ce_{cc}$	$Co$	$P$	$Ec_{EC}$	$Ec_c$	$Ec_T$	$V_c$	$\bar{P}$	$\bar{F}_l$	$\bar{F}_s$
$US\$ L^{-1}$	$L Km^{-1}$	$US\$ L^{-1}$	$MJ t^{-1}$	$MJ t^{-1}$	$MJ Km^{-1}$	$m^3$	$t ha^{-1}$	$t ha^{-1}$	$t ha^{-1}$
7,03	0,125	0,85	7,56	57,54	5,25	54,57	14	11	15

Tabela 2: Estimativas de valores por variedade

Dados das variedades								
$i$	Variedade	$V_i$	$P_{Bi}$	$EC_{Bi}$	$A_i$	$Q_i$	$F_i$	$P_c$
1	SP80-1816	7,964	33,360	2671,990	16,420	354,200	13,940	100,000
2	RB72454	8,610	37,580	2649,950	20,400	299,280	12,900	186,000
3	SP80-3280	9,369	36,720	2602,140	18,460	316,180	12,630	158,000
4	SP81-3250	10,619	34,250	1947,850	18,380	320,850	11,320	179,000
5	RB855536	9,780	26,430	2211,950	17,050	258,460	12,510	165,000
6	RB855113	10,870	29,380	2310,370	17,540	319,380	10,910	155,000
7	SP79-1011	8,910	24,090	1977,470	15,800	214,720	10,330	158,000
8	RB835486	9,560	21,530	2444,200	12,840	205,770	9,280	155,000
9	RB711406	12,320	33,200	2008,830	20,770	410,290	16,120	183,000
10	SP70-1143	7,050	22,140	1924,800	15,010	155,980	11,590	155,000

Tabela 3: Custos envolvidos no processo de transporte

Custos Transporte	
Transporte	Custo
Cana crua	6,42
Cana queimada	5,35



Tabela 4: Custos envolvidos no processo de colheita

Custos Colheita	
Operação	Custo
Aceiro	0,14
Queima	0,17
Corte	7,03
Corte cana crua	10,5
Carregamento	1,62

Tabela 5: Área e distância dos talhões até a usina

Dados dos Talhões								
Talhãoj	1	2	3	4	5	6	7	8
Lj	8,490	4,520	0,000	4,220	5,740	6,610	30,410	5,080
Dj	3,490	2,490	16,080	3,490	2,590	2,590	15,330	8,300
Talhãoj	9	10	11	12	13	14	15	16
Lj	12,010	54,950	0,000	3,780	10,430	6,150	8,790	57,790
Dj	9,240	12,630	16,430	8,250	7,800	8,590	2,250	17,200

E ainda, para a aplicação do método PDBB aos modelos apresentado nas seções de 3.1 a 3.4, foram definidos os talhões 3 e 11 para áreas semi-mecanizáveis, e os demais para as áreas mecanizáveis. Através da implementação do algoritmo PDBB, visto na seção 2.1, no *software* Borland C++ Builder 6.0, pode-se obter as soluções ótimas do modelos apresentado nas seções de 3.1 a 3.4, e estes resultados foram comparados com aqueles obtidos pelo aplicativo *Solver* do *software* Excel. Desta forma, os resultados obtidos por cada modelo são apresentados nas seções de 4.1 a 4.4, a seguir. As tabelas apresentadas representam os valores reais obtidos pelos passos de 1 a 9 do algoritmo PDBB, e indicam quais índices devem ser ramificados. Na coluna “Passo 10 Método PDBB” estão indicadas as variedades para plantio, encontrada pelo passo 10 do método.

#### 4.1 Modelo I – Minimização do custo de colheita da cana-de-açúcar

A tabela 6 apresenta os resultados reais e inteiros obtidos a partir da aplicação do algoritmo PDBB, proposto na seção 2.1, para o modelo de minimização do custo de colheita de cana-de-açúcar, visto na seção 3.1, baseando-se em Silva (2011), mas acrescentando à sua formulação, a nova restrição (3.6), apresentada na seção 3.1. O valor da função objetivo encontrada pelo método PDBB obtidos pelos passos de 1 a 9, em 21 iterações, é de aproximadamente R\$431.395,40287146. Após a integralização das variáveis, através do passo 10 do método, obteve-se uma melhoria no custo da minimização da colheita, que passou a ser: R\$ R\$422.584,03701792.

Tabela 6: Resultados obtidos a partir da implementação do método PDBB

Método PDBB - Resultados da minimização do custo da colheita da cana-de-açúcar											
Talhão	Áreas mecanizáveis										Passo 10 Método PDBB Variedade a ser plantada
	Variedades										
	SP80-1816	R872454	SP80-3280	SP81-3250	R8855536	R8855113	SP79-1011	R8835486	R8711406	SP70-1143	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0,004818	0,036716	0,157798	0,046060	0,094411	0,158676	0,153034	0,152901	0,040547	0,155037	10(SP70-1143)
2	0,004876	0,062921	0,120656	0,076517	0,132035	0,146579	0,115501	0,141568	0,069123	0,130224	3 (SP80-3280)
4	0,004875	0,001019	0,001552	0,070596	0,138900	0,195352	0,158443	0,160072	0,072716	0,196475	3 (SP80-3280)
5	0,004901	0,050955	0,137786	0,062631	0,114928	0,148884	0,132979	0,144459	0,056036	0,146442	8 (R8835486)
6	0,004902	0,045452	0,146318	0,056339	0,108141	0,151706	0,141432	0,146811	0,050075	0,148825	8 (R8835486)
7	0,011555	0,010952	0,096042	0,014068	0,032845	0,247742	0,094982	0,237151	0,012130	0,242533	10(SP70-1143)
8	0,004889	0,056022	0,129975	0,068283	0,119960	0,146736	0,125292	0,142695	0,061492	0,144656	7 (SP79-1011)
9	0,004073	0,026822	0,159250	0,034027	0,074270	0,176097	0,155326	0,168940	0,029675	0,171521	6 (R8855113)
10	0,953917	0,003423	0,005879	0,003875	0,005143	0,006095	0,005872	0,006093	0,003607	0,006097	1(SP80-1816)
12	0,004843	0,069143	0,111951	0,082216	0,127888	0,141811	0,107673	0,138572	0,075438	0,140465	3 (SP80-3280)
13	0,004542	0,030543	0,161164	0,038598	0,082434	0,167627	0,156807	0,161079	0,03377	0,163434	6 (R8855113)
14	0,004904	0,048215	0,142065	0,059517	0,111723	0,150200	0,137209	0,145549	0,053072	0,147545	6 (R8855113)
15	0,004791	0,035611	0,158820	0,044735	0,092405	0,159947	0,154105	0,154044	0,039336	0,156207	8 (R8835486)
16	0,956247	0,003183	0,005577	0,003598	0,004792	0,005893	0,005572	0,005892	0,003352	0,005895	1(SP80-1816)

Áreas semi-mecanizáveis											
Talhão	Variedades										Passo 10 Método PDBB
	SP80-1816	RB72454	SP80-3280	SP81-3250	RB855536	RB855113	SP79-1011	RB835486	RB711406	SP70-1143	Variedade a ser plantada
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	0,953044	0,003965	0,005989	0,004490	0,005804	0,005519	0,005979	0,005512	0,004181	0,0055172	1(SP80-1816)
11	0,068161	0,010089	0,088249	0,012958	0,030225	0,236129	0,087362	0,225880	0,011171	0,229776	10(SP70-1143)

A partir da tabela 6, é possível notar que não é feita nenhuma ramificação nos talhões 3, 10 e 16, valores destacados na primeira coluna em destaque, visto que, são valores acima de 0,8. Pelo passo 10 do método PDBB, estes são integralizados, e assumem o valor 1, determinando o plantio dessa variedade. Para a determinação do plantio nos demais talhões, foi necessária a ramificação através do passo 10 do método PDBB para a integralização dos resultados. A partir da solução relaxada, realizou-se o passo 10 do método PDBB, que após 9 iterações, integralizou os resultados e determinou o plantio da variedade 1-SP80-1816 para os talhões 3, 10 e 16, da variedade 3 – SP80-32801 nos talhões 2, 4 e 12, da variedade 6 – RB855113 nos talhões 9, 13 e 14, da variedade 7 – SP79-1011 no talhão 8, da variedade 8 – RB835486 nos talhões 5, 6 e 15, e da variedade 10 – SP70-1143 nos talhões 1, 7, e 11, que são apresentados na coluna “Passo 10 Método PDBB”.

#### 4.2 Modelo II – Minimização do custo de coleta da biomassa residual de cana-de-açúcar resultante da colheita em áreas mecanizáveis

A tabela 7 apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação do algoritmo PDBB, proposto na seção 2.1, para o modelo de minimização do custo de coleta da biomassa residual de cana-de-açúcar, visto na seção 3.2. O valor da função objetivo encontrada pelo método PDBB obtidos pelos passos de 1 a 9, em 9 iterações, é de aproximadamente R\$36215,5232188527. Após a integralização, em uma única iteração, pelo passo 10 do método, o valor ótimo encontrado foi de R\$36188,4127026407.

**Tabela 7: Resultados obtidos a partir da implementação do método PDBB**

Método PDBB - Resultados da minimização do custo de coleta da biomassa residual											
Áreas mecanizáveis											
Talhão	Variedades										Passo 10 Método PDBB
	SP80-1816	RB72454	SP80-3280	SP81-3250	RB855536	RB855113	SP79-1011	RB835486	RB711406	SP70-1143	Variedade a ser plantada
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0,000519	0,000908	0,000979	0,001362	0,002552	0,001499	0,004901	0,915879	0,001027	0,070373	8(RB835486)
2	0,000981	0,001715	0,001853	0,002588	0,004826	0,002851	0,009155	0,876133	0,001962	0,097935	8(RB835486)
4	0,001051	0,001837	0,001985	0,002773	0,005167	0,003056	0,009788	0,870201	0,002104	0,102038	8(RB835486)
5	0,000771	0,001349	0,001457	0,002032	0,003799	0,002239	0,007242	0,894233	0,001538	0,085338	8(RB835486)
6	0,000669	0,001170	0,001263	0,001761	0,003294	0,001939	0,006298	0,903162	0,001331	0,079113	8(RB835486)
7	0,000139	0,000241	0,000257	0,000348	0,000653	0,000380	0,001285	0,160232	0,000257	0,836207	10(SP70-1143)
8	0,000872	0,001526	0,001648	0,002300	0,004294	0,002534	0,008167	0,885462	0,001743	0,091454	8(RB835486)
9	0,000365	0,000637	0,000686	0,000950	0,001782	0,001045	0,003444	0,926445	0,000713	0,063933	8(RB835486)
10	7,317E-5	0,000126	0,000133	0,000175	0,000326	0,000189	0,000649	0,008685	0,000127	0,989518	10(SP70-1143)
12	0,001133	0,001931	0,002077	0,002831	0,004906	0,003093	0,008184	0,948911	0,002195	0,024737	8(RB835486)
13	0,000421	0,000736	0,000793	0,001101	0,002064	0,001211	0,003979	0,923225	0,000828	0,065641	8(RB835486)
14	0,000719	0,001259	0,001359	0,001895	0,003543	0,002087	0,006765	0,898757	0,001433	0,082182	8(RB835486)
15	0,000501	0,000877	0,000945	0,001314	0,002463	0,001447	0,004733	0,917322	0,000991	0,069408	8(RB835486)
16	6,918E-5	0,000119	0,000125	0,000164	0,000307	0,000178	0,000610	0,007443	0,000119	0,990865	10(SP70-1143)

Na tabela 7, é possível notar que não é necessária nenhuma ramificação, visto que, os valores apresentados na primeira coluna em destaque, são valores acima de 0,8. Pelo passo 10 do método PDBB, estes são integralizados, e assumem valor 1, determinando o plantio da variedade 8 – RB835486 nos talhões 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14 e 15, e o plantio da variedade 10 – SP70-1143 nos talhões 7, 10 e 16, indicado pela coluna “Passo 10 Método PDBB”.

#### 4.3 Modelo III – Maximização do balanço de energia para o aproveitamento do palhico resultante da colheita em áreas mecanizáveis

Os resultados, apresentados pela tabela 8, são obtidos a partir da aplicação do algoritmo PDBB, proposto na seção 2.1, no modelo de maximização do balanço de energia para o aproveitamento do palhico resultante da colheita mecanizável, visto na seção 3.3. O valor da função objetivo encontrada pelo método PDBB obtido pelos passos de 1 a 9, em 11 iterações, é



de aproximadamente R\$21196081,2934828. Após a integralização, em uma única iteração, pelo passo 10 do método, o valor ótimo encontrado foi de R\$21196165,6737.

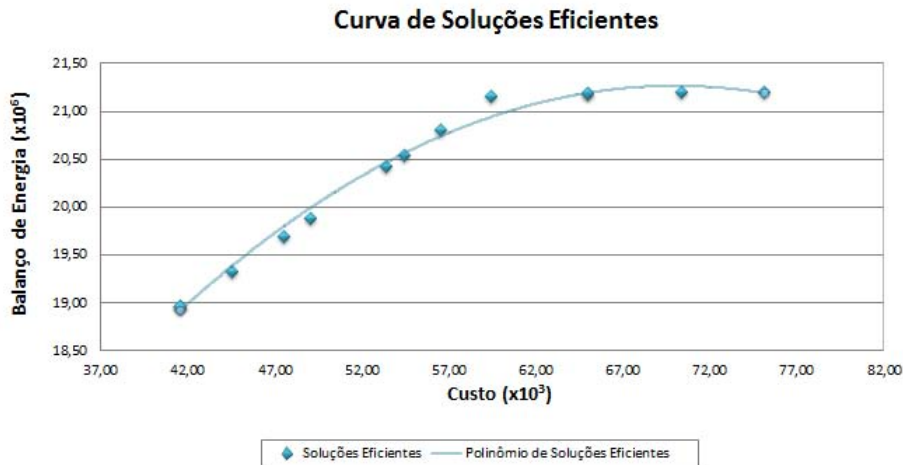
**Tabela 8: Resultados obtidos a partir da implementação do método PDBB**

Método PDBB - Resultados da maximização de energia											
Áreas mecanizáveis											
Talhão	Variedades										Passo 10 Método PDBB Variedade a ser plantada
	SP80-1816	RB72454	SP80-3280	SP81-3250	RB855536	RB855113	SP79-1011	RB835486	RB711406	SP70-1143	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0,005728	0,965599	0,019361	0,001617	0,001297	0,001697	0,001019	0,001137	0,001618	0,000928	2 (RB72454)
2	0,010816	0,935101	0,036576	0,003040	0,002438	0,003191	0,001915	0,002136	0,003043	0,001744	2 (RB72454)
4	0,011599	0,930383	0,039256	0,003258	0,002613	0,003420	0,002052	0,002288	0,003260	0,001869	2 (RB72454)
5	0,008481	0,949113	0,028634	0,002391	0,001918	0,002510	0,001507	0,001681	0,002393	0,001372	2 (RB72454)
6	0,007357	0,955846	0,024839	0,002076	0,001665	0,002179	0,001308	0,001459	0,002078	0,001191	2 (RB72454)
7	0,001599	0,990263	0,005536	0,000451	0,000363	0,000474	0,000285	0,000318	0,000450	0,000259	2 (RB72454)
8	0,009578	0,943031	0,032464	0,002703	0,001524	0,002837	0,001705	0,001903	0,002701	0,001553	2 (RB72454)
9	0,004048	0,975633	0,013728	0,001144	0,000918	0,001201	0,000722	0,000805	0,001143	0,000657	2 (RB72454)
10	0,000876	0,994424	0,003282	0,000245	0,000198	0,000256	0,000157	0,000174	0,000244	0,000144	2 (RB72454)
12	0,012962	0,922141	0,043929	0,003641	0,002921	0,003822	0,002294	0,002561	0,003638	0,002090	2 (RB72454)
13	0,004659	0,971977	0,015778	0,001317	0,001057	0,001382	0,000830	0,000927	0,001316	0,000756	2 (RB72454)
14	0,007885	0,952627	0,026634	0,002231	0,001791	0,002342	0,001408	0,001571	0,002229	0,001283	2 (RB72454)
15	0,005537	0,966749	0,018719	0,001562	0,001253	0,001639	0,000984	0,001098	0,001563	0,000896	2 (RB72454)
16	0,000832	0,994790	0,003011	0,000236	0,000191	0,000248	0,000151	0,000168	0,000235	0,000138	2 (RB72454)

Através dos valores apresentados pela tabela 8, é possível notar que não é necessária nenhuma ramificação, visto que, os valores apresentados na primeira coluna em destaque, são valores acima de 0,8. Pelo passo 10 do método PDBB, estes são integralizados, e assumem valor 1, determinando somente o plantio da variedade 2 – RB72454.

**4.4 Modelo IV – Problema Multi-Objetivo**

Os resultados representados pelo gráfico da figura 1 mostram a relação entre os valores de custo e balanço total, a partir da variação de  $\alpha \in [0,1]$ , utilizado na estratégia de resolução da soma ponderada das funções objetivo, apresentada na seção 3.4.



**Figura 1: Gráfico que representa as soluções eficientes do problema**

Como os objetivos concomitantes de minimizar o custo total e maximizar o balanço de energia total são conflitantes, melhorar um dos objetivos implica em piorar o outro, como é visto na curva de soluções eficientes apresentada na figura 1. As soluções obtidas através da ponderação realizada sobre as funções objetivos, chamadas soluções eficientes, são de interesse, pois informam ao produtor a determinação das variedades a serem plantadas, de modo a atender o momento econômico de sua empresa.

Todos os resultados obtidos pelo método PDBB e apresentados nas seções de 4.1 a 4.4 foram comparados com aqueles apresentados pelo aplicativo *Solver* do *software* Excel. A partir desta comparação, pode-se concluir que ambos determinam as mesmas variedades a serem plantadas nos talhões, e em relação aos valores das funções objetivos, obtêm os mesmos resultados, se diferenciando apenas a partir da quinta ou sexta casa decimal.

## 5 Conclusões

Neste trabalho, desenvolveu-se um procedimento híbrido que envolve os métodos previsor-corretor primal-dual de pontos interiores e *branch-and-bound* (algoritmo PDBB), para serem aplicados em problemas de programação linear inteira 0-1. Este foi utilizado para a resolução dos seguintes modelos: minimização do custo da colheita da cana-de-açúcar, que considera áreas mecanizáveis e semi-mecanizáveis, apresentado por Silva (2011); minimização da coleta da biomassa residual, e maximização do balanço de energia, considerando apenas áreas mecanizáveis, apresentados por Florentino (2006), Florentino (2011) e Homem (2010); e o problema multiobjetivo, associado ao cultivo da cana-de-açúcar, com os objetivos conflitantes de, minimizar o custo total de cultivo e maximizar o balanço de energia relativo à biomassa residual do processo.

O algoritmo PDBB foi implementado através do *software* Borland C++ Builder 6.0, aplicado aos problemas destacados, obtendo soluções ótimas para os quatro casos considerados. Estas foram comparadas com aquelas determinadas pelo aplicativo *Solver*, do *software* Excel, e os resultados obtidos para um caso específico de dezesseis talhões e dez variedades, revelaram o bom desempenho do método híbrido proposto.

Portanto, o trabalho atingiu os seus objetivos, relacionados ao uso do método PDBB à resolução dos modelos de cultivo e de aproveitamento da biomassa residual da cana-de-açúcar, mostrando a viabilidade de se utilizar esta técnica de otimização para auxiliar as usinas na seleção de variedades a serem plantadas, de tal forma a otimizar o processo, respeitando-se as restrições de produção caracterizadas nos modelos.

## Referências

- Bazaraa, M. S.; Shetty, C.**, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John-Wiley & Sons, Inc., 1979.
- Borches, B.; Mitchell, J. E.**, *Using an interior point method in a branch and bound algorithm for integer programming*. Technical Report 195, Mathematical Sciences, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY 12180, March 1991, Revised July 7, 1992.
- Deb, K.**, *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John-Wiley & Sons Ltd., 2004.
- Florentino, H. O.**, *Programação linear inteira em problemas de aproveitamento da biomassa residual de colheita da cana-de-açúcar*. 64f. Tese (Livre Docência) Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2006.
- Florentino, H. O.; Lima, A. D.; Balbo, A. R.; Carvalho L.; Homem, T. P. D.**, *Multiobjective 0-1 integer programming for the use of sugarcane residual biomass in energy cogeneration*. *International Transactions in Operational Research*, v.18, p. 605-615, 2011.
- Homem, T. P. D.**, *Procedimento híbrido envolvendo os métodos Primal-Dual de Pontos Interiores e Branch-and-Bound em problemas multiobjetivo de aproveitamento de resíduos de cana-de-açúcar*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2010.
- Homem, T.P.D.; Balbo, A. R.; Silva, H. O. F.**, *Optimal energy generation with biomass of sugarcane harvest*. *Revista IEEE América Latina*, v.1, p. 653-658, 2011.
- Lima, A. D.**, *Otimização do aproveitamento do palhiço de cana-de-açúcar*. Tese (Doutorado em Energia na Agricultura), Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2009.
- Mehrota, S.** *On the implementation of a primal-dual interior point method*. *SIAM Journal on Optimization*, v.2, p. 572-601, 1992.
- Pellegrini, M. C.**, *Inserção de centrais cogeneradoras a bagaço de cana no parque energético do Estado de São Paulo: exemplo de aplicação de metodologia para análise dos aspectos locais e de integração energética*. Dissertação (Mestrado em Energia), Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2002.
- Ramos, R. P.**, *Modelo matemático para custo e energia na produção de açúcar e álcool*. Dissertação (Mestrado em Agronomia/Energia na Agricultura), Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista. Botucatu, 2010.
- Silva, L. M.**, *Algoritmo Genético na Otimização do Custo de Colheita e de Transporte da Cana-de-Açúcar*. Dissertação (Mestrado em Biometria), Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista. Botucatu, 2011.
- Tolentino, G.**, *Programação Linear Inteira Aplicada ao Aproveitamento do Palhiço da Cana-de-Açúcar*. Dissertação (Mestrado em Agronomia/Energia na Agricultura), Faculdade de Ciências Agronômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2007.
- Wu, Y. C., Debs, A. S. e Marsten, R. E.**, *A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows*. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9, No.2, 876-883, 1994.