MÉTODO PROCEDIMENTO PREVISOR-CORRETOR PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES COM PROCEDIMENTO BARREIRA MODIFICADA EM PROBLEMAS MULTIOBJETIVO DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL

Amélia de Lorena Stanzani[1] *Antonio R. Balbo*[2]
[1] PPG Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia, Unesp, Bauru, SP, Brasil, mel.stanzani@hotmail.com.br
[2]Depto de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, arbalbo@fc.unesp.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores com a estratégia de barreira logarítmica modificada, que visa tratar o problema com relaxação e aumento da região factível original deste, possibilitando a inicialização do método com pontos infactíveis. O método desenvolvido será aplicado a um problema multiobjetivo de despacho econômico e ambiental, analisado pela estratégia ε-restrito, que transforma este problema em um mono-objetivo, considerando uma das funções objetivo como restrição do problema, limitada superiormente por uma constante. O problema visa otimizar o processo de alocação ótima de energia entre as unidades geradoras de um sistema termoelétrico, buscando minimizar o custo dos combustíveis empregados, condicionado à limitação da emissão de poluentes provenientes dessa geração, respeitando as restrições operacionais e de demanda de energia. Os resultados obtidos demonstram a eficiência do método em relação a escolha de uma solução inicialmente infactível.

PALAVARAS CHAVE. Método Previsor-Corretor Primal-Dual, Barreira Modificada, Problemas de Despacho Econômico e Ambiental.

Área principal (PM – Programação Matemática)

ABSTRACT

This paper presents a predictor-corrector primal-dual interior point method with modified logarithmic barrier strategy, which aims to increase and relax feasible region of the original problem, allowing the startup method with infeasible points. The developed method is applied in a multiobjective problem of environmental and economic dispatch analysed by the strategy ε-constrained, which transform this problem into a mono-objective, considering one of the objective function as a restriction of the problem, upperly bounded by a constant. This problem aims to optimize the optimal allocation of power between generator units of a thermoelectric system in order to minimize the cost of used fuel, subject to the limitation of pollutants emission from this generation, while respecting the operational constrains and energy demand. The results demonstrate the efficient of the method in respect of the choice of an initial unfeasible solution.

KEYWORDS. Predictor-Corrector Primal-Dual Method, Modified Barrier, Environmental and Economic Dispatch.

Main area (PM - Mathematical Programming)

1. Introdução

Neste trabalho será desenvolvido um método primal-dual de pontos interiores para um problema de otimização quadrática convexa, com restrições de igualdade e desigualdade e variáveis canalizadas, que será aplicado em problemas de despacho econômico (PDE) e ambiental (PDA). Estes são encontrados na área de sistemas de geração de energia, em engenharia elétrica, os quais analisam a geração termoelétrica baseando-se em seus aspectos econômicos (PDE), e na preocupação da redução da emissão de poluentes (PDA). O PDE é um problema de otimização não-linear que busca otimizar o processo de alocação ótima da demanda de energia elétrica entre as unidades geradoras disponíveis minimizando o custo de combustíveis empregados na geração termoelétrica, de tal forma que, as restrições operacionais sejam satisfeitas. O PDA é um problema de otimização não-linear que busca minimizar a emissão de poluentes provenientes da geração termoelétrica através da queima de combustíveis fósseis, respeitando também as restrições de demanda de energia e de limitantes operacionais dos geradores.

Apresentaremos um modelo baseado no PDE e no PDA definido como um problema de otimização multiobjetivo, em que deseja-se otimizar os custos de geração de energia e concomitantemente reduzir a emissão de poluentes, os quais são objetivos conflitantes. Para a análise deste problema utilizamos a estratégia de resolução de problemas multiobjetivo denominada de método ε-restrito, que transforma o problema multi-objetivo em um mono-objetivo, considerando nesta abordagem que a minimização do problema econômico será condicionada à restrições de máxima emissão de poluentes permissível para cada unidade geradora, relativas à função ambiental.

O modelo investigado de despacho econômico com restrições ambientais, possibilita a análise de técnicas de solução para a resolução de problemas de otimização não linear, com restrições não lineares. Baseando-se em métodos previsor-corretor primal-dual de pontos interiores aplicados à resolução de problemas de otimização não-linear, apresentados em Wu e Debs (1994) e Mehrotra e Sun (1992), desenvolvemos um método primal-dual de pontos interiores explorando a estratégia da função barreira logarítmica modificada definida em Polyak (1992), a qual possibilita inicializar o problema com pontos infactíveis, e o procedimento iterativo do método opera com pontos interiores à região relaxada e exteriores à região original, enquanto busca atender a viabilidade da sequencia de pontos obtidos, de tal forma que, na otimalidade a solução é factível e interior à região original.

A determinação das direções de busca do método é realizada através do procedimento previsor-corretor, apresentado em Mehrotra e Sun (1992), que atenua o esforço computacional requerido pelo método primal-dual de pontos interiores.

O algoritmo do método primal-dual previsor-corretor barreira logarítmica modificada (MPDPCBLM), foi implementado em linguagem computacional C++ para a determinação de soluções aproximadas do problema de despacho econômico com restrições ambientais. Esta investigação demonstra a eficiência do MPDPCBLM, em relação ao tempo computacional, numero de iterações e comodidade na escolha de uma solução inicial, já que esta pode ser infactível.

2. Método Primal-Dual Previsor-Corretor Barreira Logarítmica Modificada

O algoritmo primal-dual de pontos interiores será desenvolvido utilizando-se de procedimentos baseados na função barreira logarítmica apresentado por Monteiro *et al.*(1990) e Kojima *et al.* (1989).

O método é definido para o problema geral de programação quadrática convexa, com restrições lineares e quadráticas e variáveis canalizadas, em sua forma geral, definido em (1a), que é equivalente ao problema definido em (1b) quando adicionadas as variáveis de folga e excesso, z_1, z_2 e z_3, o qual pode ser tratado através da estratégia de barreira logarítmica, definida em (1c):

$$\begin{array}{l} \text{Min } \; f(x) \\ \text{Sujeito a:} \\ g(x)=0; \\ h(x)\le u; \\ l_1 \le x \le l_2; \end{array} \quad (1a)$$

$$\begin{array}{l} \text{Min } \; f(x) \\ \text{Sujeito a } \; g(x)=0; \\ h(x)+z_1-u=0; \; z_1\ge 0 \\ x+z_2-l_2=0; \; z_2\ge 0 \\ l_1-x+z_3=0; \; z_3\ge 0 \end{array} \quad (1b)$$

$$\begin{array}{l} \text{Min } f(x)-\mu\sum_{j=1}^{r}\ln(z_1)_j-\mu\sum_{j=1}^{n}\ln(z_2)_j-\mu\sum_{j=1}^{n}\ln(z_3)_j \\ \text{Sujeito a } \; g(x)=0; \\ h(x)+z_1-u=0; \\ x+z_2-l_2=0; \\ l_1-x+z_3=0; \end{array} \quad (1c)$$

onde: $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira ou de centragem.

O procedimento de barreira modificada, incorporado ao método, considera inicialmente o problema (1c) expresso em sua forma padrão e adiciona um parâmetro de barreira μ na variável $z_1 > 0$, transformando-a em $z_1 > -\mu$ de maneira que, a restrição $h(x)+z_1-u=0$ fique relaxada aumentando a região factível original do problema, possibilitando, então, iniciar o método com pontos infactíveis.

A variável z_1 será representada no problema por $z^{\Diamond}{}_1$, onde:

$$\left(z_1^{\Diamond}\right)_i = 1+\mu^{-1}\left(z_1\right)_i \quad (2)$$

obtendo assim o seguinte problema equivalente a (1c):

$$\begin{aligned} &\text{Min } f(x) - \mu\sum_{j=1}^{r}\delta_j \ln(z^{\Diamond}{}_1)_j - \mu\sum_{j=1}^{n}\ln(z_2)_j - \mu\sum_{j=1}^{n}\ln(z_3)_j \\ &\text{Sujeito a} \quad g(x)=0; \\ &\qquad h(x)+z_1-u=0; \\ &\qquad x+z_2-l_2=0; \\ &\qquad l_1-x+z_3=0; \end{aligned} \tag{3}$$

onde: δ é denominado de estimador do multiplicador de Lagrange referente à restrição relaxada $h(x)+z_1^{\Diamond}-u=0$.

O problema (3) é redefinido por um problema irrestrito definido em (4) através da função lagrangiana barreira modificada *L*, na qual os vetores $\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$, relacionados as restrições de igualdade, deste problema, são os vetores duais ou multiplicadores de Lagrange desta função:

$$\begin{aligned} &\text{Min } L(x,z_1,z_2,z_3,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3) = f(x) - \mu\sum_{j=1}^{r}\delta_j \ln\left(z^{\Diamond}{}_1\right)_j - \mu\sum_{j=1}^{n}[\ln(z_2)_j+\ln(z_3)_j] + \sum_{j=1}^{m}(\lambda_0)_j[g_j(x)] + \\ &+\sum_{j=1}^{r}(\lambda_1)_j[h_j(x)-(u)_j+z_1)_j] + \sum_{j=1}^{n}(\lambda_2)_j[(x)_j-(l_2)_j+(z_2)_j] + (\lambda_3)_j[-(x)_j+(l_1)_j+(z_3)_j] \end{aligned} \tag{4}$$

Ao problema irrestrito (4) aplicamos as condições necessárias de 1ª. ordem conhecidas como condições de otimalidade Karush- Kuhn-Tucker (KKT):

$$\nabla L(x,z_1,z_2,z_3,\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=0 \tag{5}$$

As componentes do vetor ∇L são derivadas parciais de primeira ordem sobre todas as variáveis da função *L*.

O Método primal-dual de pontos interiores com procedimento previsor-corretor e estratégia de barreira modificada é definido explorando-se as condições de 1ª. ordem e 2ª. ordem determinadas a partir de (5).

2.1 Direções de Busca – Procedimento Previsor-Corretor

2.1.1 Passo Previsor

O passo previsor usa uma aproximação de 1ª. ordem de Taylor para avaliar (5) sobre o ponto $r^{k+1}=r^k+dr^k$, obtendo-se a seguinte aproximação:

$$J(r^{(k)})d^{(k)} = -\nabla L(r^{(k)}) \tag{6}$$

onde: $r^{k+1}=(x^{k+1},z_1^{k+1},z_2^{k+1},z_3^{k+1},\lambda_0^{k+1},\lambda_1^{k+1},\lambda_2^{k+1},\lambda_3^{k+1})^T$,

$r^{(k)}=(x^k,z_1{}^k,z_2{}^k,z_3{}^k,\lambda_0{}^k,\lambda_1{}^k,\lambda_2{}^k,\lambda_3{}^k)^T$, $\quad d^{(k)}=(d_x{}^k,d_{z_1}{}^k,d_{z_2}{}^k,d_{z_3}{}^k,d_{\lambda_0}{}^k,d_{\lambda_1}{}^k,d_{\lambda_2}{}^k,d_{\lambda_3}{}^k)^T$ e

$J(r^{(k)})$ é a matriz Jacobiana, cujo $(i,\ \text{j})$-ésimo elemento é dado por:

$$\left[\frac{\partial L_i(r)}{\partial r_j}\right]_{r=r^k} \tag{7}$$

Em (6) os termos de 2ª. ordem que ocorrem nas equações de complementaridade, são desprezados no passo previsor e reutilizados no passo corretor do método a ser visto na seção 2.1.2.

O sistema (6) é expresso de forma explícita através do seguinte sistema linear:

$$\begin{pmatrix} \nabla^2_{xx}L(x) & \nabla g(x)^t & \nabla h(x)^t & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Z_1^{\Diamond} & 0 & 0 & \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & \Lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x^{\,k} \\ d_{\lambda_0}^k \\ d_{\lambda_1}^k \\ d_{\lambda_2}^k \\ d_{\lambda_3}^k \\ d_{z_1}^k \\ d_{z_2}^k \\ d_{z_3}^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ t_0^k \\ t_1^k \\ t_2^k \\ t_3^k \\ \pi_1^k \\ \pi_2^k \\ \pi_3^k \end{pmatrix} \qquad (8)$$

em que: $\nabla^2_{xx}L = \nabla^2 f(x) + \lambda_0{}^t\nabla^2 g(x) + \lambda_1{}^t\nabla^2 h(x)$; e

e, a expressão $-\nabla L(r^{(k)}) = (m^k, t_0^k, t_1^k, t_2^k, t_3^k, \pi^{\Diamond k}{}_1, \pi_2^k, \pi_3^k)^T$ está relacionada aos resíduos de 1ª. ordem da aproximação feita, definidos por:

$$m^k = -\nabla f(x) - \nabla g(x)^t\lambda_0 - \nabla h(x)^t\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3; t_0^k = -g(x); t_1^k = -h(x) - z_1 + u; \qquad (9)$$
$$t_2^k = -x - z_2 + l_2; t_3^k = x - z_3 - l_1; \pi^{\Diamond k}{}_1 = -Z_1^{\Diamond}\Lambda_1 e + \delta\mu; \pi_2^k = -Z_2\Lambda_2 e + \mu e; \pi_3^k = -Z_3\Lambda_3 e + \mu e.$$

A determinação das direções de busca do passo previsor $d^{(k)}$ é feita a partir da resolução desse sistema linear utilizando a sua estrutura esparsa e de blocos da matriz Jacobiana, a qual é a estratégia dos métodos de pontos interiores variantes de Karmarkar (1984), obtendo assim as direções:

$$\begin{aligned} d_x^k &= \theta m^k + \theta p^k - \theta\nabla g(x)^t d_{\lambda_0}^k + \mu(\nabla h(x) Z_1^{\Diamond -1} d_\delta); \\ d_{\lambda_0}^k &= (\nabla g(x)\theta\nabla g(x)^t)^{-1} - t_0^k + \nabla g(x)\theta(m^k + p^k + \mu(\nabla h(x) Z_1^{\Diamond -1} d_\delta)); \\ d_{z_1}^k &= t_1^k - \nabla h(x) d_x{}^k; \\ d_{z_2}^k &= t_2^k - d_x{}^k; \\ d_{z_3}^k &= t_3^k + d_x{}^k; \\ d_{\lambda_1}^k &= Z_1^{-1}[\pi_1^k + \mu d_\delta - \Lambda_1(t_1^k - \nabla h(x) d_x{}^k)]; \\ d_{\lambda_2}^k &= Z_2{}^{-1}[\pi_2^k - \Lambda_2(t_2^k - d_x{}^k)]; \\ d_{\lambda_3}^k &= Z_3{}^{-1}[\pi_3^k - \Lambda_3(t_3^k + d_x{}^k)]. \end{aligned} \qquad (10)$$

onde: $\theta^{-1} = \nabla h(x)^t Z_1^{-1}\Lambda_1\nabla h(x) + Z_2{}^{-1}\Lambda_2 + Z_3{}^{-1}\Lambda_3 + \nabla^2_{xx}L$

$$p^k = -\nabla h(x)^t Z_1^{-1}\pi_1^k + \nabla h(x)^t Z_1^{-1}\Lambda_1 t_1^k - Z_2{}^{-1}\pi_2^k + Z_2{}^{-1}\Lambda_2 t_2^k + Z_3{}^{-1}\pi_3^k - Z_3{}^{-1}\Lambda_3 t_3^k$$

2.1.2 Passo Corretor

Através das direções determinadas no passo previsor $d^{(k)}$, na iteração corrente *k*, o método deve calcular as direções do passo corretor $\tilde{d}^{(k)}$, baseadas nos termos de segunda ordem desprezados no passo previsor para as equações de complementaridade.

O procedimento de busca de direções do passo corretor é análogo ao realizado no passo corretor e determina as direções de busca deste passo, resolvendo-se o sistema linear:

$$J(r^{(k)})\tilde{d}^{(k)} = -\nabla L(r^{(k)}) \qquad (11)$$

onde: $\nabla L(r^{(k)})$ é obtida considerando-se os termos de 2ª ordem do sistema, desprezados no passo previsor, tal que (11) é equivalente a:

$$\begin{pmatrix} \nabla^2_{xx}L(x) & \nabla g(x)^t & \nabla h(x)^t & I & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & Z_1^{\Diamond} & 0 & 0 & \Lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 & \Lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_x^k \\ \tilde{d}_{\lambda_0}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_1}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_2}^k \\ \tilde{d}_{\lambda_3}^k \\ \tilde{d}_{z_1}^k \\ \tilde{d}_{z_2}^k \\ \tilde{d}_{z_3}^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^k \\ t_0^k \\ t_1^k \\ t_2^k \\ t_3^k \\ \tilde{\pi}_1^k \\ \tilde{\pi}_2^k \\ \tilde{\pi}_3^k \end{pmatrix} \qquad (12)$$

onde: $\tilde{\pi}_1^k = \pi^{\Diamond k}_{\ 1} - D_{z_1}D_{\lambda_1}e; \tilde{\pi}_2^k = \pi_2^k - D_{z_2}D_{\lambda_2}e; \tilde{\pi}_3^k = \pi_3^k - D_{z_3}D_{\lambda_3}e.$

As matrizes $D_{z_1}^k$, $D_{z_2}^k$, $D_{z_3}^k$, $D_{\lambda_1}^k, D_{\lambda_2}^k$ e $D_{\lambda_3}^k$ são matrizes diagonais, cujos elementos diagonais são $\left(d_{z_1}^k\right)_i$, $\left(d_{z_2}^k\right)_i$, $\left(d_{z_3}^k\right)_i, \left(d_{\lambda_1}^k\right)_i$, $\left(d_{\lambda_2}^k\right)_i$ e $\left(d_{\lambda_3}^k\right)_i$ $i = 1, \cdots, n$, respectivamente.

Note que, as direções $d_{z_1}^k$, $d_{z_2}^k$, $d_{z_3}^k, d_{\lambda_1}^k$, $d_{\lambda_2}^k$ e $d_{\lambda_3}^k$ definidas no passo previsor são utilizadas para a redefinição dos resíduos $\tilde{\pi}_1^k$, $\tilde{\pi}_2^k$ e $\tilde{\pi}_3^k$, do passo corretor.

As direções do passo corretor $(\tilde{d})^k = (\tilde{d}_x^k, \tilde{d}_{\lambda_0}^k, \tilde{d}_{z_1}^k, \tilde{d}_{z_2}^k, \tilde{d}_{z_3}^k, \tilde{d}_{\lambda_1}^k, \tilde{d}_{\lambda_2}^k, \tilde{d}_{\lambda_3}^k)$ são determinadas de maneira análoga às direções do passo previsor, considerando os resíduos do passo corretor $\tilde{\pi}_1^k, \tilde{\pi}_2^k, \tilde{\pi}_3^k$ e $\tilde{p}^k$.

2.2 Comprimento do Passo

Uma vez determinadas as direções, o comprimento de passo a ser percorrido nessa direção, na busca de um novo ponto, garantindo a não negatividade de $z_1^{k+1}, z_2^{k+1}, z_3^{k+1}, \lambda_1^{k+1}, \lambda_2^{k+1}, \lambda_3^{k+1}$, é dado por:

i) pela condição de factibilidade primal, o comprimento do passo previsor é obtido por:

$$\alpha_P = \min\left\{ \min_{(z_1)_i>0 \text{ e } (d_{z_1}^k)_i<0} -\frac{(z_1^k)_i}{(d_{z_1}^k)_i}, \min_{(z_2)_i<0 \text{ e } (d_{z_2}^k)_i>0} -\frac{(z_2^k)_i}{(d_{z_2}^k)_i}, \min_{(z_3)_i>0 \text{ e } (d_{z_3}^k)_i<0} -\frac{(z_3^k)_j}{(d_{z_3}^k)_j}, 1 \right\} \quad (13)$$

ii) pela condição de factibilidade dual:

$$\alpha_D = \min\left\{ \min_{(\lambda_1)_i>0 \text{ e } (d_{\lambda_1}^k)_i<0} -\frac{(\lambda_1^k)_i}{(d_{\lambda_1}^k)_i}, \min_{(\lambda_2)_i>0 \text{ e } (d_{\lambda_2}^k)_i<0} -\frac{(\lambda_2^k)_i}{(d_{\lambda_2}^k)_i}, \min_{(\lambda_3)_i>0 \text{ e } (d_{\lambda_3}^k)_i<0} -\frac{(\lambda_3^k)_j}{(d_{\lambda_3}^k)_j}, 1 \right\} \quad (14)$$

2.3 Critério de Parada

Os algoritmos de pontos interiores não encontram soluções exatas para os problemas de programação linear, ou quadrática ou não-linear investigados. Por isso, necessita-se de um critério de parada para decidir quando, em uma iteração corrente, a solução obtida está próxima o suficiente de uma solução ótima. Neste trabalho o critério de parada é determinado baseado em Wright (1997).

Os algoritmos consideram uma boa solução aproximada àquela que possui os resíduos suficientemente pequenos, para a viabilidade primal, dual e de folgas complementares. Para esse fim pode-se usar medidas relativas diminuindo os problemas de escala dos apresentados em Wright (1997). Testes típicos para garantir que uma solução corrente $(x^k, z_1^k, z_2^k, z_3^k, \lambda_0^k, \lambda_1^k, \lambda_2^k, \lambda_3^k)^T$ é uma solução ótima são determinados por:

i) Factibilidade Primal: $\left\| t_i^k \right\| \le \varepsilon_1; i = 0,1,2,3;$ (15)

ii) Factibilidade Dual: $\left\| m^k \right\| \le \varepsilon_2;$ (16)

iii) Folgas Complementares: $\left\| \pi_i^k \right\| \le \varepsilon_3; i = 1,2,3.$ (17)

Onde ε_1, ε_2 e ε_3 são tolerâncias positivas pré-definidas. Naturalmente outros critérios podem ser adotados em concordância com a aplicação a um problema específico, como pode ser visto em Fang e Puthenpura (1993) e Wright, (1997).

2.4 Atualização das variáveis

A definição do novo ponto $r^{(k+1)}$ depende diretamente das direções de movimento e comprimento de passo nesta direção determinadas em (13) e (14), definido por:

$$\begin{aligned} &x^{k+1} = x^k + \alpha_P d_x^k;\ z_1^{k+1} = z_1^k + \alpha_P d_{z_1}^k;\ z_2^{k+1} = z_2^k + \alpha_P d_{z_2}^k;\ z_3^{k+1} = z_3^k + \alpha_P d_{z_3}^k; \\ &\lambda_0^{k+1} = \lambda_0^k + \alpha_D d_{\lambda_0}^k;\ \lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \alpha_D d_{\lambda_1}^k;\ \lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \alpha_D d_{\lambda_2}^k;\ \lambda_3^{k+1} = \lambda_3^k + \alpha_D d_{\lambda_3}^k. \end{aligned} \quad (18)$$

A regra de Armijo será utilizada para a atualização do parâmetro de barreira:

$$\mu^{k+1} = \mu^k / \phi, \phi > 1 \quad (19)$$

A escolha inicial de ϕ não deve ser muito grande, evitando comportamento oscilatório do método, nem muito pequena, evitando uma parada prematura do método. Nesta abordagem, ajusta-se ϕ = 1,618 (razão áurea).

3. Modelo Multiobjetivo de Despacho Econômico e Ambiental

O modelo multiobjetivo de despacho econômico e ambiental busca concomitantemente minimizar o custo de geração e a emissão de poluentes, respeitando as restrições de demanda e de limites operacionais das unidades geradoras:

$$\begin{aligned} &Minimizar \quad \{F_e, F_a\} \\ &Sujeito \;\; a: \quad \sum_{i=1}^{n} P_i = P_d \\ &\qquad\qquad\quad P_i^{Min} \le P_i \le P_i^{Max} \end{aligned} \tag{20}$$

onde: F_e: função custo total do sistema de geração, modelado por através da função:

$$F_e = \sum_{i=1}^{n} (F_e)_i(P_i) = \sum_{i=1}^{n} (a_e)_i P_i^2 + (b_e)_i P_i + (c_e)_i \; ;$$

$(F_e)_i(P_i)$: representa os custos de cada gerador *i*, desconsiderando os pontos de válvula;

$(a_e)_i, \;\; (b_e)_i \;\; e \;\; (c_e)_i$: os coeficientes da função custo;

F_a: função emissão total do sistema de geração, modelada por através da função:

$$F_a = \sum_{i=1}^{n} (F_a)_i(P_i) = \sum_{i=1}^{n} (a_a)_i P_i^2 + (b_a)_i P_i + (c_a)_i \; ;$$

$(F_a)_i(P_i)$: representa a emissão de cada gerador *i*;

$(a_a)_i, \;\; (b_a)_i$ e $(c_a)_i$: coeficientes da função emissão;

$P_i{'}s$: correspondem às potências nas quais os geradores devem operar;

n: número total de geradores do sistema.

P_i^{Min} e P_i^{Max}: limites operacionais inferiores e superiores de saída das unidades de geração termoelétrica respectivamente.

P_d: potência demandada.

Existem vários métodos de resolução de problemas de otimização multiobjetivo, dentre os quais citamos o método ε-restrito, que transforma o problema (20) em um problema mono-objetivo considerando uma das funções objetivo, econômica ou ambiental, como restrição do problema, limitada superiormente por uma constante, de máximo custo ou máxima emissão.

3.1 Método ε-restrito

O método ε-restrito foi sugerido por Deb (2004) e Miettinen (1999), considera uma das funções objetivo, ambiental ou econômica, como restrição adicional do problema de despacho, econômico ou ambiental, limitada por um valor especificado que represente a máxima emissão de poluentes ou o custo máximo permissível. O presente trabalho considerará uma restrição ambiental para cada unidade geradora limitada superiormente para níveis permissíveis de emissão no problema de despacho econômico, modelada a seguir:

$$\begin{aligned} &Minimizar \quad F_e = \sum_{i=1}^{n} (a_e)_i P_i^2 + (b_e)_i P_i + (c_e)_i \\ &Sujeito \ \ a: \quad \sum_{i=1}^{n} P_i = P_d \\ &\qquad P_i^{Min} \le P_i \le P_i^{Max} \\ &\qquad (F_a)_i(P_i) = (a_a)_i P_i^2 + (b_a)_i P_i + (c_a)_i \le F_a^{Max}{}_i \end{aligned} \tag{21}$$

onde: $F_a^{Max}{}_i$: é a máxima emissão de poluentes permissível por unidade geradora *i*;

Ao mesmo tempo que tal formulação ressalta as características individuais dos geradores, a escolha de um valor inicial para as potências geradas $P_i^{\prime}s$ que satisfaça a todas as restrições tanto de limites operacionais quanto de máxima emissão, sendo que está última é uma restrição quadrática, torna-se complexa.Para tanto a incorporação da função barreira modificada no método primal-dual desenvolvido, possibilita a escolha de valores iniciais infactíveis, o que facilita a inicialização do método, como constataremos nos resultados da aplicação numérica, vista na próxima seção.

4.Aplicação e Resultados

4.1 Dados Numéricos

Para a aplicação doMPDPCBLM é necessário, primeiramente, conhecer os valores de:

$(a_e)_i$,$(b_e)_i$,$(c_e)_i$: que são os coeficientes da função econômica F_e;

$(a_a)_i$,$(b_a)_i$,$(c_a)_i$: que são os coeficientes da função ambiental F_a;

P_i^{Max}: o valor da potência máxima que pode ser atingida por cada unidade geradora *i*;

P_i^{Min}: o valor da potência mínima que pode ser atingida por cada unidade geradora *i*;

P_d: o valor da demanda de energia a ser atendida pelo sistema de geração considerado;

Na tabela 1 temos os coeficientes das funções objetivo econômica e ambiental e os limitantes operacionais, máximos e mínimos, de cada unidade geradora, considerando um sistema teste de seis unidades geradoras.

Tabela 1 – Dados Numéricos – Seis Unidades Geradoras

Unidade Geradora*i*	**Função Econômica**			**Função Ambiental**			**P_i^{Max} (MW)**	**P_i^{Min} (MW)**
	$(a_e)_i$	$(b_e)_i$	$(c_e)_i$	$(a_a)_i$	$(b_a)_i$	$(c_a)_i$		
1	0,15247	38,53973	756,7986	0,00419	0,32767	13,85932	10	125

2	0,10587	46,15916	451,3251	0,00419	0,32767	13,85932	10	150
3	0,0283	40,39655	1049,998	0,00683	-0,54551	40,2669	35	225
4	0,03546	38,30533	1243,531	0,00683	-0,54551	40,2669	35	210
5	0,02111	36,32782	1658,57	0,00461	-0,51116	42,89553	130	325
6	0,01799	38,2741	1356,66	0,00461	-0,51116	42,89553	125	315

A demanda de energia P_d para o sistema de seis geradores considerado neste trabalho é de 500MW.

A aplicaçãocomputacional foi realizada utilizando os valores de erros relativos $\varepsilon_1 = 0{,}001$;$\varepsilon_2 = 0{,}01$;$\varepsilon_3 = 0{,}001$ e os seguintes valores iniciais para as variáveis envolvidas no problema: $P_i^0 = (36{,}29;\ 36{,}29;\ 86{,}185;\ 86{,}185;\ 130{,}01;\ 125{,}04)$;$\mu^0 = 15$;$\lambda_0^0 = 0$;$\lambda_1^0 = (10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6})$;$\lambda_2^0 = (1,1,1,1,1,1)$;$\lambda_3^0 = (10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6})$.

Os valores de $(F_a^{Max})_i$ serão apresentados na tabela 2, que mostra os resultados para o modelo de despacho econômico com restrições ambientais para cada unidade geradora *i*.

4.2. Resultados

O algoritmo do MPDPCBLM foi aplicado a um problema teste de seis unidades geradoras considerando o modelo (21). Foram considerados 10 vetores de limitantes diferentes apresentados na tabela 2 nas linhas "$(F_a^{Max})_i$". Para cada um dos casos estão discriminados os valores das potências geradas "P_i",assim como a emissão "$(F_a)_i$" de cada unidade geradora.

Tabela 2 - Resultados

i \ v_i		1	2	3	4	5	6	$\sum_{i=1}^{6} v_i$	F_e
I	P_i	35,5495	33,4466	87,0982	87,3582	130,0019	126,5456	500	27296,64
	$(F_a)_i$	30,8029	29,5059	44,567	44,735	54,355	52,034	256	
	$(F_a^{Max})_i$	30,803	29,508	44,567	44,735	54,355	52,034	256,002	
II	P_i	28,4502	15,8875	87,7227	89,8506	141,2110	136,8780	500	27106,41
	$(F_a)_i$	26,5730	20,1228	44,972	46,392	62,64	59,3	259,9998	
	$(F_a^{Max})_i$	26,573	20,123	44,972	46,392	62,64	59,3	260	
III	P_i	22,5823	10	86,2999	88,8447	150,0877	142,1854	500	27044,05
	$(F_a)_i$	23,3956	17,555	44,0569	45,7129	70,023	63,415	264,1584	
	$(F_a^{Max})_i$	23,4	17,557	44,057	45,713	70,023	63,415	264,165	
IV	P_i	20,7968	10,001	78,3391	85,6511	158,858	146,3539	500	27019,91
	$(F_a)_i$	22,486	17,5554	39,4479	43,6489	78,0309	66,829	267,9981	
	$(F_a^{Max})_i$	22,486	17,556	39,448	43,649	78,031	66,829	267,999	
V	P_i	19,5486	10,0002	74,1361	83,6673	163,9442	148,7036	500	27010,18
	$(F_a)_i$	21,8656	17,555	37,3637	42,437	83	68,8239	271,0452	
	$(F_a^{Max})_i$	21,866	17,556	37,405	42,437	83	68,824	271,088	

VI	P_i	18,7311	10,0002	70,5065	81,9565	167,8715	150,9342	500	27004,49
	$(F_a)_i$	21,4669	17,5551	35,7579	41,435	87	70,7649	273,98	
	$(F_a^{Max})_i$	21,467	17,556	35,771	41,435	87	70,765	273,994	
VII	P_i	18,1463	10,0007	67,1736	80,4522	171,7427	152,4845	500	27001,04
	$(F_a)_i$	21,1849	17,5553	34,442	40,587	91,082	72,1409	276,9921	
	$(F_a^{Max})_i$	21,185	17,556	34,442	40,587	91,082	72,141	276,993	
VIII	P_i	17,8369	10,0001	65,5259	79,5422	173,5178	153,5769	500	26999,82
	$(F_a)_i$	21,037	17,555	33,7858	40,089	93,193	73,124	278,7838	
	$(F_a^{Max})_i$	21,037	17,556	34	40,089	93,193	73,124	278,999	
IX	P_i	17,5743	10,0001	63,5109	78,6978	175,6119	154,6049	500	26999,1
	$(F_a)_i$	20,9119	17,555	33,1708	39,637	95,3	74,0591	280,6338	
	$(F_a^{Max})_i$	20,912	17,556	33,534	39,637	95,3	74,059	280,998	
X	P_i	17,3663	10,0002	61,3407	77,9747	177,818	155,5	500	26998,82
	$(F_a)_i$	20,813	17,555	32,504	39,258	97,767	74,881	282,778	
	$(F_a^{Max})_i$	20,9	17,6	32,6	39,3	97,8	74,9	283,1	

Em relação à tabela 2 é possível construir a curva de soluções eficientes ou de Pareto-Ótima (*trade-off curve*), a qual não foi apresentada neste trabalho.

O algoritmo do MPDPCBLM, considerado nessa aplicação, utiliza a estratégia da barreira modificada, apresentada em Polyak (1992) nas restrições quadráticas de emissão máxima para cada unidade geradora. Tal estratégia auxilia a escolha de soluções iniciais P_i^0, que não necessariamente devem respeitar a restrição de emissão máxima para todas as unidades geradoras, nas iterações iniciais, operando com pontos infactíveis, como podemos constatar na tabela 3. A atualização do parâmetro de barreira modificada μ, baseada em Polyak (1992), diminui a relaxação da restrição, até que os valores passem a pertencer a região factível inicial.

Tabela 3 – Valor inicial $(F_a^0)_i$ X Limitantes $(F_a^{Max})_i$

i		***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***ΣF_a***
$(F_a^0)_i$		***31,2685***	***31,2685***	***43,9844***	***43,9844***	***54,3606***	***51,0574***	***255,924***
I	$(F_a^{Max})_i$	30,803	29,508	44,567	44,735	54,355	52,034	256,002
II	$(F_a^{Max})_i$	26,573	20,123	44,972	46,392	62,64	59,3	260
III	$(F_a^{Max})_i$	23,4	17,557	44,057	45,713	70,023	63,415	264,165
IV	$(F_a^{Max})_i$	22,486	17,556	39,448	43,649	78,031	66,829	267,999
V	$(F_a^{Max})_i$	21,866	17,556	37,405	42,437	83	68,824	271,088
VI	$(F_a^{Max})_i$	21,467	17,556	35,771	41,435	87	70,765	273,994
VII	$(F_a^{Max})_i$	21,185	17,556	34,442	40,587	91,082	72,141	276,993
VIII	$(F_a^{Max})_i$	21,037	17,556	34	40,089	93,193	73,124	278,999

IX	$(F_a^{Max})_i$	20,912	17,556	33,534	39,637	95,3	74,059	280,998
X	$(F_a^{Max})_i$	20,9	17,6	32,6	39,3	97,8	74,9	283,1

6. Conclusões

Neste trabalho apresentamos o MPDPCBLM para a aplicação em um problema multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. Este foi solucionado por este método utilizando a estratégia ε-restrito, que possibilitou a formulação de um problema mono-objetivo expresso pelo PDE com restrições ambientais, consideradas para cada uma das unidades geradoras do sistema de geração. O MPDPCBLM determinou a curva de soluções eficientes para o problema (soluções ótimas para cada nível de emissão considerado) e, mostrou-se robusto quando comparados a resultados encontrados na literatura, com tempo de execução computacional e número de iterações pequenos. Através da estratégia de barreira modificada, que relaxa e aumenta a região factível original do problema, foi possível inicializar o método mesmo que algumas das emissões unitárias ultrapassassem o valor de seu respectivo limitante máximo de emissão, facilitando a escolha dos valores $(P^0)_i$ de potência gerada inicial para cada unidade geradora i. Isto mostra que a estratégia utilizada é interessante e pode ser aplicada em outros problemas multi-objetivos de despacho econômico e ambiental de dimensão maior, os quais são objetos de trabalhos futuros.

Referências

Deb (2004) - Deb, K., *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms.* John-Willey & Sons, 2004.

Fang e Puthenpura (1993) – Fang, S. C., Puthenpura, S., *Linear Optimization and Extensions: Theory and Algorithms*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.

Frisch (1955) – Frisch, K. R. *The Logarithmic Potential Method of Convex Programming. University Institute of Economics* (manuscript). Oslo, Norway, 1955.

Karmarkar (1984) – Karmakar, N. A *new polynomial time algorithm for linear programming*. Combinatória 4, 373-395, 1984.

Kojima *et al.* (1989) – Kojima, M.; Mizuno, S.; Yoshise, A. *A primal dual - interior point method for linear programming*, it Progress in Mathematical Programming: Interior-Point and Related Methods, Ed. N. Megiddo, Springer-Verlag, New York, 29-48, 1989.

Mehrotra e Sun (1992) – Mehrotra, S.; Sun, J. *An algorithm for convex quadratic programming that requires 0 ($n^{3.5}$ L) arithmetic operations*, Mathematics of Operations Research 15, 342-363, 1990.

Miettinen (1999) – Miettinen, K. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston: Kluwer. 1999.

Monteiro *et al.* (1990) – Monteiro, R. C.; Adler, I.; Resende, M. C. *A polynomial-time primal-dual affine scaling algorithm for linear and convex quadratic programming and its power séries extension*, Mathematics of Operations Research 15, 191-214, 1990.

Polyak (1992) – Polyak, R. A. *Modified barrier functions*. Mathematical Programming, v. 54, n. 2, p. 177 – 222, 1992.

Wright (1997) – Wright, S. J. *Primal-Dual Interior Point Methods*, SIAM Journal, 289-304, 1997.

Wu e Debs (1994) – Wu, Y. C.; Debs, A. S.; Marsten, R. E. *A direct nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows*, IEEE Transactions on Power Systems, 9, No.2, 876-883, 1994.