UM ESTUDO EXPERIMENTAL SOBRE O COMPORTAMENTO DE AGENTES EM JOGOS 2X2 COM ESTRATÉGIAS COLABORATIVAMENTE DOMINANTES

Joana Karolyni Cabral Peixoto
Universidade Federal de Pernambuco
Av. Prof. Moraes Rego, 1235, Cidade Universitária, Recife – PE
joanakarolyni15@hotmail.com

Filipe Costa de Souza
Universidade Federal de Pernambuco
Av. Prof. Moraes Rego, 1235, Cidade Universitária, Recife – PE
filipecostadesouza@hotmail.com

Leandro Chaves Rêgo
Universidade Federal de Pernambuco
Av. Prof. Moraes Rego, 1235, Cidade Universitária, Recife – PE
leandro.ufpe@gmail.com

RESUMO

Neste artigo, testamos experimentalmente o comportamento de agentes em jogos 2X2 com um perfil de estratégias colaborativamente dominantes, mas estável apenas para um jogador. O objetivo principal consistiu em verificar se os jogadores se comportariam conforme a teoria do equilíbrio de Nash misto. Através de uma análise estatística, concluímos que os jogadores não se comportam conforme a probabilidade prescrita pela teoria do equilíbrio misto e que os indivíduos adotam a estratégia colaborativamente dominante com uma frequência maior do que a prevista. E, ainda, superestimaram a frequência média de colaboração de seu adversário. Verificou-se também que a decisão sobre quanto os indivíduos estão dispostos a abrir mão, para obter algum ganho, não é consistente com o valor esperado do jogo calculado de acordo com o equilíbrio misto de Nash.

PALAVRAS CHAVE. Teoria dos jogos, Equilíbrio de Nash, Estratégia colaborativamente dominante.

Área principal: Estatística

ABSTRACT

In this paper we tested experimentally the behavior of agents in strategic 2X2 games, where there was a pair of collaboratively dominant strategies that was stable for only one of the agents. The main objective was to test if players behave according to the mixed Nash equilibrium. With a statistical analysis, we conclude that the players do not behave with the probability prescribed by the mixed Nash equilibrium and that individuals adopt a collaborative approach with a frequency higher than that predicted by the equilibrium. And also, the players overestimated the average frequency of cooperation of their opponent. We also observed that the decision about how much they are willing to give up, in order to achieve some gain, is not consistent with the expected value of the game according to the mixed Nash equilibrium.

KEYWORDS. Game theory. Nash equilibrium. Collaboratively Dominant Strategy .

Main area: Statistics

1. Introdução

Segundo Osborne (2004), o objetivo da teoria dos jogos consiste em ajudar o entendimento das situações em que os decisores interagem. Diante de um jogo, a teoria visa identificar a solução deste, ou seja, uma prescrição ou previsão sobre o resultado do jogo. Existem vários conceitos diferentes de soluções. Este artigo se restringe ao equilíbrio de Nash (sobretudo, o equilíbrio misto). Para Fiani (2006), "Diz-se que uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores.".

O equilíbrio de Nash em estratégias mistas é tratado por Heap e Varoufakis (1995) como a ferramenta mais poderosa, popular e controvérsia da teoria dos jogos. Pela sua relevância, o Equilíbrio de Nash é constante alvo de análise, Harsanyi e Selten (1988), por exemplo, criticam o equilíbrio de Nash em estratégias mistas, classificando-o como instável, pois existem infinitas estratégias que agem como melhor resposta a estratégia mista do adversário.

No contexto de crítica ao equilíbrio misto, Souza e Rêgo (2010) apresentam alguns exemplos de jogos em forma normal 2x2 onde, apesar da existência de equilíbrios de Nash mistos, ambos os jogadores tinham preferência estrita que seu adversário jogasse uma ação específica. Os autores argumentam não ser plausível que os jogadores escolham suas estratégias através de atribuição de probabilidade de modo a tornar seu adversário indiferente. Tendo em vista este problema, Souza e Rêgo (2010) propuseram o conceito de dominância colaborativa e equilíbrio colaborativo, sendo este último, quando este existir, deve ser o escolhido no lugar do equilíbrio misto.

Na literatura observa-se um esforço considerável em verificar como de fato os jogadores se comportam diante de situações de conflitos que podem ser modeladas através da teoria dos jogos. Neste artigo, e inspirados nas ideias de Souza e Rêgo (2010), nosso objetivo principal é estudar experimentalmente, através da aplicação de questionários, o comportamento de agentes em jogos em forma normal 2x2 com estratégias colaborativamente dominantes. Ou seja, desejamos analisar o comportamento de agentes em jogos que possuem apenas um equilíbrio misto (e nenhum equilíbrio puro) e, ainda, onde os jogadores têm uma preferência estrita por uma das estratégias de seus adversários. Assim, propõe-se investigar se os agentes realmente se comportam de acordo com o equilíbrio misto ou se agem de acordo com algum outro critério.[1]

Além desta introdução, onde se buscou apresentar o problema a ser trabalho e os objetivos que se pretendem alcançar, este artigo apresenta-se da seguinte forma: a Seção 2 expõe os principais conceitos teóricos necessários a execução e compreensão deste trabalho; a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho é apresentada na Seção 3; os resultados do estudo experimental encontram-se na Seção 4; e, por fim, as considerações finais são expostas na Seção 5.

2. Referencial Teórico

2.1 Estratégias mistas e puras

Um jogo denotado por G pode ser definido, de acordo com Rao (2005), como consistindo de 3 elementos: jogadores, indexados por i (i = 1, 2, ..., N), uma ação ou estratégia a_i escolhida pelo jogador i, de um conjunto A_i; e um *payoff* para o jogador i, $U_i(a_i, a_{-i})$ onde a_{-i} denota a ação de todos os outros jogadores exceto o jogador i. O *payoff* U_i deve ser pensado como o ganho para o jogador i quando ele escolhe a_i e os outros jogadores escolhem a_{-i}.

Segundo Gardner (1947), uma estratégia é dita pura quando ela é completamente determinística. Às vezes, entretanto, um equilíbrio envolve jogadores usando estratégias que não

[1] Para uma discussão sobre a história da economia experimental recomendamos a leitura de Bianchi e Silva Filho (2001).

são completamente determinísticas, mas que envolvem chances/probabilidades. Tais estratégias são denominadas mistas. Formalmente, uma estratégia mista é uma função de probabilidade sobre as ações ou estratégias puras $a_i \in A_i$ do jogador. De modo que um perfil de estratégias mistas configurar-se-ia como uma coleção de estratégias mistas, sendo uma para cada jogador que participa do jogo.

Se algum jogador utiliza uma estratégia mista, os jogadores avaliam perfis de estratégia de acordo com o valor esperado, assumindo que as escolhas dos jogadores são feitas de modo independente. Por exemplo, no jogo de combinar moedas (Figura 1) - jogo que só possui equilíbrio em estratégias mistas -, onde dois jogadores cada um com uma moeda exibem simultaneamente a sua moeda e, se ambas as moedas forem exibidas com a face cara ou coroa, o jogador II dá sua moeda para o jogador I, caso contrário, o jogador I é que perde a moeda para o jogador II.

		Jogador II	
		Cara	Coroa
Jogador I	Cara	(1, -1)	(-1, 1)
	Coroa	(-1, 1)	(1, -1)

Figura 1 – Jogo de Combinar Moedas (matching pennies).

Nesse caso, vê-se que o jogo tem de ser analisado considerando que os agentes atribuem probabilidades às estratégias dos jogadores. Assim, assumindo que o jogador I joga cara com probabilidade p e joga coroa com probabilidade $(1 - p)$ e que o jogador II joga cara com probabilidade q e joga coroa com probabilidade $(1 - q)$, a avaliação do perfil de estratégia mista a ser adotado pelos jogadores se dá através da utilidade esperada para cada jogador i (U_i) dada por:

$$U_I = pq - p(1-q) - (1-p)q + (1-p)(1-q),$$
$$U_{II} = -pq + p(1-q) + (1-p)q - (1-p)(1-q).$$

2.2 Dominância Colaborativa Estável

Souza e Rêgo (2010) buscaram discutir a validade geral do equilíbrio misto, em particular, analisam em que situações tornar os demais jogadores indiferentes entre que estratégia escolher é racional. Para tanto, como ponto base da argumentação, os autores definem o conceito de estratégia colaborativamente dominante. Dado um jogo 2x2 na forma normal $G = (K, (A_i)_{i\in K}, (U_i)_{i\in K})$, onde K={I, II} é o conjunto de jogadores e A_i é o conjunto de estratégias puras e $U_i: A_I \times A_{II} \rightarrow R$ é a função utilidade, ambas para o jogador $i \in K$, diz-se que a estratégia:

- $a^*_{II} \in A_{II}$ (resp. $a^*_I \in A_I$) é colaborativamente dominante no sentido estrito em relação à estratégia $s_{II} \in S_{II}$ (resp. $s_1 \in S_1$) para o jogador I (resp. II) se $U_I(a_I, a^*_{II}) > U_I(a_I, a_{II})$, $\forall\, a_I \in A_I$ (resp. $U_{II}(a^*_I, a_{II}) > U_{II}(a_I, a_{II})$, $\forall\, a_{II} \in A_{II}$).

- $a^*_{II} \in A_{II}$ (resp. $a^*_I \in A_I$) é colaborativamente dominante no sentido não-estrito em relação à estratégia $a_{II} \in A_{II}$ (resp. $a_I \in A_I$) para o jogador I (resp. II) se $U_I(a_I, a^*_{II}) > U_I(a_I, a_{II})$, $\forall\, a_1 \in A_1$ (resp. $U_{II}(a^*_I, a_{II}) > U_{II}(a_I, a_{II})$, $\forall\, a_{II} \in A_{II}$) e, para um $\hat{a}_I \in A_I$, $U_I(\hat{a}_I, a^*_{II}) > U_I(\hat{a}_I, a_{II})$ (resp. $\hat{a}_{II} \in A_{II}$, $U_{II}(a^*_I, \hat{a}_{II}) > U_{II}(a_I, \hat{a}_{II})$).

Souza e Rêgo (2010) ilustram estes conceitos através dos jogos expostos nas Figuras 2 a 5, onde ambos os jogadores têm estratégia colaborativamente dominante. Em todos os jogos, os jogadores têm uma preferência sobre determinada ação do seu adversário.

No jogo da caça ao cervo (Figura 2), vê-se, por exemplo, que para o jogador I sempre será preferível que o jogador II adote a estratégia W, a qual implica em um ganho maior para o jogador I quando comparado a adoção da estratégia Z, independente da escolha que o jogador I fizer. Essa mesma lógica é observada quando se analisa o jogador II, que tem preferência pela estratégia Y do jogador I.

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	***(3, 3)***	***(0, 2)***
	Y	***(2, 0)***	***(1, 1)***

Figura 2 – Jogo da Caça ao cervo

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	***(0, 0)***	***(3, 1)***
	Y	***(1, 3)***	***(2, 2)***

Figura 3 – Jogo da Galinha

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	***(1, 3)***	***(2, 3)***
	Y	***(1, 1)***	***(2, 1)***

Figura 4 – Jogo com múltiplos equilíbrios puros

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	***(3, 0)***	***(0,1)***
	Y	***(2, 3)***	***(1, 2)***

Figura 5 – Jogo sem equilíbrio puro

Analisando ainda o que ocorreria se os jogadores agissem colaborativamente, Souza e Rêgo (2010) expõem que nem sempre os jogadores chegariam a um equilíbrio eficiente de pareto. Essa eficiência é observada nos jogos da Figura 2 e 4, cujos equilíbrios seriam respectivamente (X, W) e (X, Z). Entretanto, considerando os jogos da Figura 3 e 5, observa-se que o perfil de estratégias formados pelas estratégias colaborativamente dominantes não correspondem a equilíbrios de Nash ou seja, pelo menos um os jogador teria interesse de se desviar unilateralmente. Diante disso, Souza e Rêgo (2010) argumentam que com base simplesmente no conceito de dominância colaborativa, o jogador *i* não deveria ter incentivo a jogar o equilíbrio misto. Para eles, uma possível justificativa para se jogar o equilíbrio misto se fundamenta na ideia de estabilidade. De tal modo que consideram a necessidade de classificar as estratégias colaborativamente dominantes de acordo com o critério de estabilidade:

- Para o jogo G, seja $a_I^* \in A_I$ uma estratégia colaborativamente dominante (estrita ou não-estrita) para o jogador II, e seja $a_{II}^* \in A_{II}$ uma estratégia colaborativamente dominante (estrita ou não-estrita) para o jogador I. Dizemos que o par de estratégias (a_I^*, a_{II}^*) é colaborativamente estável se for um equilíbrio puro de Nash.

Logo, segundo Souza e Rêgo (2010), em um jogo 2x2, uma vez que os jogadores tiverem estratégias colaborativamente dominantes, eles apenas devem optar pela escolha de outras estratégias (sejam elas puras ou mistas) quando o par de estratégias colaborativamente dominantes não for estável ao menos para um deles. Além disso, os autores expõem situações em que, mesmo instável, os *payoffs* proveniente do par de estratégias colaborativamente dominantes são eficientes quando comparados com as utilidades esperadas proveniente do equilíbrio misto para cada um dos jogadores. E, por isso, os indivíduos teriam incentivos de transformar os pontos de colaboração instáveis em estáveis.

Nesse sentido, em jogos que não possuem um par de estratégias que seja colaborativamente dominante e estável, Souza e Rêgo (2010), estudaram condições segundo as quais o jogo pode ser transformado através de contratos de auto-penalização de modo a tornar o par de estratégias colaborativamente dominantes em um equilíbrio de Nash.

3. Desenho do Experimento

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, de acordo com a classificação de Gil (1991), este artigo enquadra-se como uma pesquisa experimental a ser realizada através das etapas: elaboração do questionário, teste e aplicação do questionário (experimento em si), análise estatística dos dados e consequente interpretação dos mesmos.

A elaboração dos questionários partiu da adequação de jogos em forma normal 2x2 com um perfil de estratégias colaborativamente dominante, mas estável apenas para um dos jogadores. O objetivo principal do questionário foi o de extrair dos participantes como eles se comportariam diante das situações apresentadas. Realizou-se um pré-teste com o intuito de avaliar a necessidade de se fazer alterações, bem como de estimar o tempo médio de resposta.

Assim, o questionário foi estruturado de modo que os participantes foram apresentados inicialmente aos jogos 1, 2 e 3 (Figura 6 a 8). Para cada um desses jogos, eles tiveram que escolher uma ação, dentre as duas possíveis, agindo como se estivessem jogando com um jogador do tipo contrario ao seu. De modo a obter uma probabilidade que pudesse ser comparada com a adoção de uma estratégia mista, as perguntas foram do tipo: a) Se você tivesse que jogar esse jogo 15 vezes, quantas vezes você adotaria determinada estratégia? e b) Quantas vezes você acredita que o jogador do tipo contrário ao seu adotaria determinada estratégia?

A seguir, analisando cada um desses jogos, serão apresentadas as hipóteses que serão testadas com base nas ações adotadas pelos participantes em cada questão. No jogo 1 (Figura 6), vê-se que, para que o jogador II seja indiferente a adotar a estratégia W ou Z, o jogador I deve adotar a estratégia X com probabilidade 2/3. E, pra que o jogador I seja indiferente entre adotar a estratégia X ou Y, o jogador 2 deve adotar a estratégia W com probabilidade 1/3. Assim, com base nestas probabilidades é esperado que os jogadores escolham Y e W 5 vezes. E, ainda, o ganho esperado do jogador ao adotar tais probabilidades é de 133,33. Ademais, analisando o problema da colaboração, vê-se que a estratégia W é colaborativamente dominante para o jogador I, assim como, a estratégia Y é colaborativamente dominante para o jogador II.

		Jogador II	
Jogador I		**W**	**Z**
	X	**(400,0)**	**(0,100)**
	Y	**(200,400)**	**(100,200)**

Figura 6 – Jogo 1 do experimento.

No jogo 2 (Figura 7), a probabilidade com o que o jogador deve adotar a estratégia X permanece 2/3. Entretanto, o jogador 2 deve adotar a estratégia W com probabilidade 1/5. Logo, com base nas probabilidades, é esperado que o jogador II escolha W 3 vezes e que o jogador I escolha Y 5 vezes. E, ainda, o ganho esperado do jogador I seria de 120 e o do jogador II seria de 133,33. Nesse jogo, a estratégia colaborativamente dominante para o jogador I também é W, bem como a estratégia colaborativamente dominante para o jogador II é Y.

		Jogador II	
Jogador I		**W**	**Z**
	X	**(600,0)**	**(0,100)**
	Y	**(200,400)**	**(100,200)**

Figura 7 – Jogo 2 do experimento.

No caso do jogo 3 (Figura 8), as estratégias colaborativamente dominantes continuam sendo W, para o jogador I, e Y, para o jogador II. E as estratégias mistas passam a ser o jogador 1 adotar a estratégia X com probabilidade 4/5 e o jogador 2 adotar a estratégia W com probabilidade 1/3, ou seja, no experimento, os jogadores deveriam escolher Y 3 vezes e W 5 vezes. Com isso, o ganho esperado para o jogador I é de 133,33 e para o jogador II é de 120.

		Jogador II	
Jogador I		**W**	**Z**
	X	**(400,0)**	**(0,100)**
	Y	**(200,600)**	**(100,200)**

Figura 8 – Jogo 3 do experimento.

Tais jogos onde se observam a existência de um único equilíbrio de Nash em estratégia mista e em que há estratégias colaborativamente dominantes para cada um dos jogadores foram usados para verificar se os jogadores se comportam de acordo com as predições do equilíbrio misto. Em todos os jogos tem-se que a estratégia W é colaborativamente dominante para o jogador I e a estratégia Y é colaborativamente dominante para o jogador II e que a estratégia colaborativa dominante para o jogador I não é estável.

Deste modo, as respostas dadas as questões de letra *a* dos jogos *1, 2* e *3* buscam testar a hipótese relativa à ação dos jogadores quanto a adoção da estratégia colaborativamente dominante com a probabilidade prescrita pelo equilíbrio misto (**Hipótese 1**). E as respostas dadas as questões de letra *b* dos jogos *1, 2* e *3* buscam testar hipóteses relativas à crença de um tipo de jogador sobre a ação do outro tipo de jogador sob dois aspectos: se a crença é baseada no equilíbrio misto (**Hipótese 2**) e se a crença coincide com a ação adotada pelo outro jogador (**Hipótese 3**).

Hipótese 1: A média de vezes com que os indivíduos escolheram colaborar (adotar a estratégia Y, no caso do jogador I, e a estratégia W, no caso do jogador II) é igual à prescrita pelo equilíbrio misto.

Hipótese 2: A crença de um tipo de jogador sobre a estratégia adotada pelo outro tipo de jogador condiz com a prescrita pelo equilíbrio misto, ou seja, a média de vezes com que os indivíduos acreditam que o outro irá colaborar é igual à prescrita pelo equilíbrio misto.

Hipótese 3: A crença de um tipo de jogador sobre a estratégia adotada pelo outro tipo de jogador corresponde ao comportamento real desse outro jogador.

Ainda considerando as respostas dos participantes dadas às questões referentes ao jogo *1, 2* e *3,* outras questões a serem analisadas relacionam-se a verificação de qual seria melhor resposta dado o comportamento dos participantes no jogo e da existência de uma relação entre a estratégia utilizada por um participante do tipo I, por exemplo, com a sua crença na ação do jogador do tipo II. Nesse sentido, analisar-se-á também se os participantes que obtiveram o melhor desempenho no experimento jogaram de fato as melhores respostas.

Com o intuito de verificar se os jogadores avaliavam os jogos de acordo com o previsto pela Teoria do Equilíbrio Misto de Nash, os jogos 4, 5 e 6 foram criados através da incorporação da constante C aos jogos 1, 2 e 3 que era subtraída dos *payoffs* do tipo de jogador para o qual o questionário era destinado, conforme ilustrado nas Figuras 9 e 10 (para o jogo 4). Assim, a questão que os participantes tinham que responder era: "Suponha que você tem que escolher se participa ou não do jogo. Caso decida não participar, você receberá 0 pontos, e se decidir participar receberá o resultado do jogo. Supondo que você quer maximizar o seu ganho em pontos, qual seria o maior valor de C para o qual você aceitaria participar desse jogo?".

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	**(400 – C, 0)**	**(0 - C, 100)**
	Y	**(200 – C, 400)**	**(100 - C, 200)**

Figura 9 – Jogo 4 para o jogador I

		Jogador II	
Jogador I		***W***	***Z***
	X	**(400, 0 – C)**	**(0, 100 – C)**
	Y	**(200, 400 – C)**	**(100, 200 – C)**

Figura 10 – Jogo 4 para o jogador II

Em relação a esses jogos, as análises basearam-se na relação existente entre o ganho esperado de cada tipo de jogador em cada jogo. Assim, um comportamento consistente com a teoria seria o de os jogadores estarem dispostos a "pagar" mais em jogos que possuíssem um maior valor esperado de equilíbrio. De modo que, considerando que para o jogador I, o ganho esperado no jogo 4 é igual ao ganho esperado no jogo 6 que é maior do que o ganho esperado no jogo 5 e, para o jogador 2, essa relação é de que o ganho esperado no jogo 4 é igual ao ganho esperado no jogo 5 que é menor do que o ganho esperado no jogo 6, a hipótese a ser testada com base nos dados obtidos com as respostas dadas aos jogos 4, 5 e 6 consiste na hipótese 4, a saber:

Hipótese 4: O maior valor que os jogadores estão dispostos a "pagar" (valor de C no experimento) para participar de um determinado jogo é igual nos jogos *i* e *j*, onde *i* e *j* pertencem a {4,5,6} e $i \neq j$.

Para a seleção da amostra, levou-se em consideração a escolha por cursos onde os alunos tivessem alguma base em estatística. Os questionários foram aplicados em sala de aula com o consentimento dos professores de cada turma. Os alunos foram divididos aleatoriamente em jogadores do tipo I e jogadores do tipo II.

De modo a obter as melhores respostas dos participantes, oriundas de uma análise real dos jogos apresentados a eles, a participação se deu de forma voluntária, onde eles foram estimulados com a possibilidade de um ganho monetário dependente do seu desempenho. Devido à limitação de recursos, para a remuneração dos participantes ficou definido que ganharia os jogadores que tivessem melhor desempenho por tipo de jogador. Entenda-se aqui como melhor desempenho, aquele cujas respostas as questões de letras *a* dos jogos *1*, *2* e *3* levassem a um maior ganho esperado quando calculado o resultado dos jogos utilizando-se a média das respostas dos jogadores do tipo contrário, ou seja, considerando como cada jogador de um determinado tipo estivesse jogando contra a estratégia média dos jogadores do tipo contrário. O valor da remuneração foi de R$150,00 reais para o ganhador de cada tipo, sendo especificado que em caso de empate, o valor seria dividido igualmente. O que não foi necessário no experimento, pois houve apenas um ganhador para cada tipo.

4. Resultados

O experimento foi realizado através da aplicação de questionários a 188 estudantes universitários das áreas de engenharia e economia que participaram de forma voluntária e foram divididos de forma aleatória em 95 jogadores do tipo I e 93 jogadores do tipo II. Destes, observou-se as seguintes características quanto as variáveis gênero, grau de instrução, religião, renda familiar e conhecimento em teoria dos jogos: 126 participantes são do sexo masculino, correspondendo a 67,02% do total; 89,89% do total dos participantes (169 dentre os 188) ainda estão cursando o ensino superior, ou seja, enquadram-se na categoria de superior incompleto; 62,23% dos entrevistados enquadram-se como católicos (sendo que quatro indivíduos se recusaram a responder); 59,04% da amostra foi composta por indivíduos de renda familiar entre 4 e 20 salários mínimos (sendo que 14 indivíduos se recusaram a responder esta indagação); a grande maioria afirmou nunca ter lido nada a respeito de teoria dos jogos e 56 afirmaram já terem lido ou estudado sobre o assunto.

4.1 Análise do comportamento dos participantes

Nesta seção, primeiro será exposto um resumo da análise descritiva das respostas dada as questões referentes aos jogos utilizados no experimento para, posteriormente, realizarmos os testes baseados nas hipóteses gerais propostas no desenho do experimento bem como a análise de outros aspectos adicionais.

As respostas dadas as letras *a* relativas aos jogos 1, 2 e 3, deram origem a variável "*Colaborar no Jogo*" e as respostas dadas as letras *b* originaram a variável *"Espera que o outro colabore no Jogo"*. As respostas dadas as questões relativas aos jogos 4, 5 e 6 correspondem as variáveis C4, C5 e C6. Assim, considerou-se que a presença de valores maiores do que 15 ou negativos para as variáveis *"Colaborar no Jogo"* e "*Espera que o outro colabore no jogo"* como um indicativo de que os indivíduos não compreenderam o jogo. E, portanto, as respostas desses indivíduos serão excluídas dessa parte da análise. Do mesmo modo, quando observamos os valores relativos às variáveis C4, C5 e C6, correspondentes ao maior valor de C para o qual os indivíduos participariam do jogo 4, 5 e 6, temos valores que resultam, com certeza, em um ganho esperado zero ou negativo para os indivíduos. Nesse caso, assumimos que tais indivíduos não entenderam o significado da constante C incorporada aos jogos e excluímos esses pontos apenas das análises e testes relativos aos jogos 4, 5 e 6. Outra consideração a ser feita sobre os dados utilizados para análise faz-se necessário quando na realização dos testes de amostras dependentes. Nesses testes, serão considerados apenas os indivíduos que responderam a todas as questões relacionadas às hipóteses que estarão sendo testadas.

4.1.1 Jogos 1, 2 e 3

As estatísticas descritivas das variáveis relativas aos jogos 1, 2 e 3, encontram-se na Tabela 1. A partir dessas estatísticas observa-se que a moda em todos os jogos foi a de sempre não colaborar, ou seja, jogar Y e W com frequência zero, exceto no caso do jogador I no jogo 1, onde, entretanto, não colaborar obteve uma frequência significativa para ser considerada como moda. Isso, considerando que a frequência da moda foi 15 e a frequência de não colaborar foi 14.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas sem os outliers.

Jogador	Variável	Média	Qtd.	Mediana	Moda	Frequência da moda	Desvio Padrão
I	colaborar no jogo 1	7,17	94	7	5	15	4,178
	espera que o outro colabore no jogo 1	6,90	94	7	5	19	4,460
	colaborar no jogo 2	6,38	94	7	0	19	4,448
	espera que o outro colabore no jogo 2	6,53	93	6	5 e 0	13	4,673
	colaborar no jogo 3	7,40	94	8	0	13	4,563
	espera que o outro colabore no jogo 3	7,82	90	7	7	15	4,320
II	colaborar no jogo 1	5,28	92	5	0	27	4,722
	espera que o outro colabore no jogo 1	6,96	92	7	0	18	4,581
	colaborar no jogo 2	3,95	92	4	0	32	3,887
	espera que o outro colabore no jogo 2	6,15	92	7	0	24	4,776
	colaborar no jogo 3	6,16	92	7	0	18	4,485
	espera que o outro colabore no jogo 3	6,27	92	7	0	19	4,401

No que se refere à crença na ação do outro jogador, observou-se um comportamento distinto entre os jogadores do tipo I e os jogadores do tipo II. Enquanto, os jogadores tipo II tiveram como moda acreditar que os jogadores do tipo I não iriam colaborar, os jogadores do tipo I não tiveram o mesmo padrão de comportamento. E, ainda, vemos que em média os jogadores adotam a estratégia de colaborar numa proporção maior que a prescrita pela teoria do equilíbrio misto em cada um dos jogos. Tal observação é consistente, no caso do jogador II, onde o equilíbrio colaborativo é estável, de modo que o esperado seria de fato ele colaborar mais.

Diante desse comportamento e considerando que, se o jogador em média colabora mais do que o prescrito pelo equilíbrio, a estratégia ótima do outro jogador seria o de colaborar sempre; se o jogador em média colabora menos do que o prescrito pelo equilíbrio, a estratégia ótima do outro jogador seria nunca colaborar; e, se em média ele joga igual ao prescrito, qualquer estratégia seria a ótima para o outro jogador. Podemos extrair assim qual seria a estratégia ótima a ser adotada pelos jogadores no experimento. No caso do jogador I, como o par de estratégias colaborativas é instável, a estratégia ótima para ele seria a de nunca colaborar. E, no caso do jogador II, seria a de colaborar sempre. Tendo sido essa a estratégia adotada pelo indivíduo que obteve o melhor desempenho dentre os que assumiram o papel do jogador II. Já, no caso dos que assumiram o papel do jogador I, o individuo que obteve o melhor desempenho não jogou a estratégia ótima em apenas um dos jogos.

De modo a testar a **Hipótese 1**, realizou-se o teste-t para a média. Para isso, considerou-se como valor de referência a probabilidade com a qual segundo a teoria do equilíbrio misto os indivíduos teriam que ter adotado a estratégia colaborativa. Assim, no caso do jogo 1, a constante de referência adotada para o teste é igual a 5. E, conforme os valores de *p* expressos na Tabela 2, ao nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula no caso do jogador I, ou seja, há evidências estatísticas de que o jogador I não adota o equilíbrio misto e, para o jogador II, existem evidências estatísticas insuficientes para concluir que o jogador II não adota o equilíbrio misto. Considerando o jogador I, tal resultado leva-nos a possibilidade de comprovar que de acordo com a tendência expressa pela média, os jogadores do tipo I colaboram mais do que o previsto pelo equilíbrio. Teste análogo foi realizado para os jogos 2 e 3, através do qual chegamos a conclusão (Tabela 2) de que há evidências estatísticas para se afirmar que nenhum dos dois tipos de jogadores se comporta conforme a probabilidade prescrita pela teoria do equilíbrio misto. Em todos os casos, os jogadores colaboram mais do que o previsto pelo equilíbrio.

Tabela 2 – Teste-t da média contra uma constante – "Colaborar no jogo".

Jogador	Variável	Média	N	Constante de referencia	Valor-p
I	colaborar no jogo 1	7,170213	94	5	0,000002
	colaborar no jogo 2	6,382979	94	5	0,003319
	colaborar no jogo 3	7,404255	94	3	0,000000
II	colaborar no jogo 1	5,282609	92	5	0,567309
	colaborar no jogo 2	3,945652	92	3	0,021816
	colaborar no jogo 3	6,163043	92	5	0,014696

Como os jogos não são simétricos, é importante observar que a estratégia colaborativa para o jogador I é instável, ou seja, ele tem interesse de se desviar unilateralmente do equilíbrio colaborativo. E, considerando que no jogo 1, pela teoria do equilíbrio misto, o número esperado de colaborações é o mesmo para os dois jogadores, este jogo foi utilizado para verificar se o jogador cuja estratégia é estável colabora mais do que o jogador cuja estratégia colaborativa é instável. Para isso, aplicou-se o teste de Mann-Whitney U para colaboração no jogo 1 agrupado pelo tipo do jogador, cujo resultado com $p = 0{,}00173 < 0{,}05$ indicou que há evidência na diferença entre as médias de colaboração do grupo I (jogadores do tipo I) e do grupo II (jogadores do tipo II).

No que se refere à **Hipótese 2** apresentada no desenho do experimento, considerando a crença dos jogadores nas ações dos outros, testou-se se os jogadores acreditavam que os jogadores do outro tipo iriam se comportar de acordo com o previsto pela teoria do equilíbrio misto para a adoção da estratégia colaborativa. E, com $p < 0{,}05$ (Tabela 3), temos evidências estatísticas para afirmar que os jogadores não acreditam que os seus adversários iram colaborar com a frequência prevista pelo equilíbrio. E, ainda, através das médias, podemos observar que em todos os jogos, os jogadores superestimaram a frequência média de colaboração do adversário, que por sua vez já é maior do que a prevista pela teoria do equilíbrio misto. De fato, ambos os tipos de jogadores em média esperam que o outro jogador colabore mais do que o previsto pelo equilíbrio de Nash.

Tabela 3 – Teste-t da média contra uma constante – "espera que o outro colabore".

Jogador	Variável	Média	Qtd.	Contaste de referência	Valor-p
I	espera que o outro colabore no jogo 1	6,904255	94	5	0,000076
	espera que o outro colabore no jogo 2	6,526882	93	3	0,000000
	espera que o outro colabore no jogo 3	7,822222	90	5	0,000000
II	espera que o outro colabore no jogo 1	6,956522	92	5	0,000091
	espera que o outro colabore no jogo 2	8,945055	91	5	0,000000
	espera que o outro colabore no jogo 3	8,728261	92	3	0,000000

Partindo para a **Hipótese 3** levantada no desenho do experimento, buscando comparar o que o jogador I esperava que o jogador II fizesse com o que o jogador II de fato fez, aplicamos o teste-t de comparação de média para amostras independentes. De modo que como resultado (Tabela 4) temos que, no jogo 1, a hipótese nula foi rejeitada para o jogador I, ou seja, a crença do jogador I sobre a ação do jogador II não correspondeu a real ação do jogador II. E, no caso do jogador II, não há evidências estatísticas suficientes para afirmamos que há uma diferença entre a estratégia que ele acredita que I irá adotar e a estratégia que I adota. Nos jogos 2 e 3 temos, com valores de p menores do que 0,05, rejeitamos a hipótese nula. Assim, a crença na frequência de colaboração do outro é diferente da sua real frequência de colaboração, a qual se mostrou superestimada pelos jogadores.

Tabela 4 – Teste para amostras independentes – Crença na ação do outro jogador vs. ação do outro jogador.

Jogador	Grupo 1 vs. Grupo 2	Média Grupo 1	Média Grupo 2	Valor-p
I	espera que o outro colabore no jogo 1 vs. o outro colabora no jogo 1	6,904255	5,282609	0,017012
	espera que o outro colabore no jogo 2 vs. o outro colabora no jogo 2	6,526882	3,945652	0,000067
	espera que o outro colabore no jogo 3 vs. o outro colabora no jogo 3	7,822222	6,163043	0,011901
II	espera que o outro colabore no jogo 1 vs. o outro colabora no jogo 1	6,956522	7,170213	0,739875
	espera que o outro colabore no jogo 2 vs. o outro colabora no jogo 2	8,945055	6,382979	0,000193
	espera que o outro colabore no jogo 3 vs. o outro colabora no jogo 3	8,728261	7,404255	0,045512

4.1.1.1 Análise das relações entre as variáveis

Ainda com base nas estatísticas descritivas (Tabela 1), observamos que a média de colaboração dos jogadores no jogo 1 é maior do que a média de colaboração no jogo 2 que por sua vez é menor que a média de colaboração no jogo 3. Sendo esta última maior do que a no jogo 1.

De modo a testar essa observação, realizamos o teste-t para amostras dependentes em cada um dos casos. E, com $p<0,05$ (Tabela 5), rejeitamos a hipótese nula, de modo que podemos afirmar que há evidências estatísticas de que a média de colaboração no jogo 1 não é igual a média de colaboração no jogo 2. E, que com base na tendência apresentada pelas media, a colaboração no jogo 2 ocorre com menor frequência do que no jogo 1. Isso pode ser explicado, pelo fato de que no jogo 2, o jogador I vê na possibilidade de não colaborar uma chance de um ganho maior do que no jogo 1, e o jogador II pode encarar essa possibilidade como um risco, pois se ele adotar a estratégia colaborativa e I não adotar, seu *payoff* será nulo.

Realizando o mesmo teste agora comparando a relação entre a média de colaboração nos jogos 1 e 3, temos valores de $p>0,05$ (Tabela 5), de modo que não há evidências estatísticas para se rejeitar a hipótese nula de que as médias são iguais.

E, para a relação existente entre colaboração no jogo 2 e colaboração no jogo 3 (Tabela 5), temos evidências estatísticas para rejeitar a hipótese de igualdade entre as médias, de modo que podemos inferir que conforme apontam as médias, a colaboração no jogo 3 é maior do que a colaboração no jogo 2. Essa relação pode ser explicada pelo fato de que no jogo 3 a colaboração leva a um *payoff* maior do que no jogo 2, para o jogador II, e, no caso do jogador I, a diferença de *payoff*s entre adotar a estratégia colaborativa e não adotar a estratégia colaborativa no jogo 2 é maior do que no jogo 3.

Tabela 5 – Teste-t para amostras dependentes – "colaborar em um jogo vs. colaborar em outro jogo".

Jogador	Variável	Média	Desvio Padrão	Qtd.	Valor-p
I	**Colaborar no jogo 1**	7,170213	4,177869		
	Colaborar no jogo 2	6,382979	4,448284	94	0,010385
I	**Colaborar no jogo 1**	7,170213	4,177869		
	Colaborar no jogo 3	7,404255	4,563340	94	0,460754
I	**Colaborar no jogo 2**	6,382979	4,448284		
	Colaborar no jogo 3	7,404255	4,563340	94	0,019878
II	**Colaborar no jogo 1**	5,282609	4,721534		
	Colaborar no jogo 2	3,945652	3,886760	92	0,002417
II	**Colaborar no jogo 1**	5,282609	4,721534		
	Colaborar no jogo 3	6,163043	4,485084	92	0,084679
II	**Colaborar no jogo 2**	3,945652	3,886760		
	Colaborar no jogo 3	6,163043	4,485084	92	0,000011

4.1.2 Jogos 4, 5 e 6

Como citado no desenho do experimento, o esperado em relação aos valores de C nos jogos 4, 5 e 6 seria que eles obedecessem a relação de desigualdade do tipo C4=C6 e C4>C5, para o jogador I e do tipo C4=C5 e C4<C6, para o jogador II, condizente com relação existente entre os ganhos esperados em cada jogo. Com base nas estatísticas descritivas verificamos que para o jogador I (Tabela 6), aparentemente tal relação não se comprova já que pelos valores médios temos C6<C4<C5. E, para o jogador II (Tabela 6) a relação de acordo com a média é de C6>C4>C5, sendo apenas a relação entre C6 e C4 para o jogador II coerente com a relação prevista pela teoria do equilíbrio misto de Nash.

Tabela 6 – Estatísticas descritivas das variáveis C4, C5 e C6 sem outliers.

Jogador	Jogo	Média	Qtd	Mediana	Moda	Frequência da moda	Min	Max	Desvio Padrão
I	**C4**	49,33	78	15	0	31	0	300	64,00054
	C5	69,20	78	50	0	24	0	300	73,79867
	C6	44,96	78	10	0	33	0	300	66,27362
II	**C4**	52,56	78	50	0	22	0	200	54,27864
	C5	43,51	78	20	0	27	0	200	54,21691
	C6	62,01	78	50	100	23	0	400	65,76236

Para verificar se tais relações se comprovam, partimos para testar a **Hipótese 4** e realizamos o teste de hipótese para amostras dependentes. Ao usar como hipótese nula a igualdade da média de C4 com a média de C6, obtivemos p=0,466473, para o jogador I e p= 0,115026, para o jogador II, de modo que não encontramos evidências estatísticas para afirmar que C4 e C6 sejam diferentes. No caso da hipótese nula ser a igualdade entre a média de C4 e C5, para o jogador I com p=0,000352 rejeitamos a hipótese nula, e concluímos que há uma diferença entre C4 e C5, a qual de acordo com as estatísticas descritivas indicam ser uma relação do tipo C4<C5, contrario ao previsto pela teoria. Já para o jogador II, com p=0,114260, não há evidências estatísticas para se afirmar que há uma diferença entre C4 e C5. E, por fim, testando a hipótese nula como sendo a igualdade entre C5 e C6, temos, para o jogador I, um p=0,001725 e, para o jogador II, um p = 0,012556. Nesse caso, a hipótese nula é rejeitada para ambos os jogadores. Assim, há evidências estatísticas para afirmarmos que, no caso do jogador I, C5 é maior que C6, relação essa que é contrária a prevista pela teoria do equilíbrio misto. E, no caso do jogador II, C5 é menor que C6, o que é condizente com a teoria.

5. Considerações Finais

Este artigo testou experimentalmente o comportamento de agentes em jogos estratégicos 2x2, onde havia um perfil de estratégias colaborativamente dominantes e este era estável apenas para um dos agentes. Isso focando principalmente na verificação se eles se comportariam conforme a teoria do equilíbrio misto de Nash.

Assim, partindo para a realização do experimento, inicialmente testamos se, diante de jogos com o perfil citado anteriormente, os indivíduos agiam de acordo com o previsto pelo equilíbrio misto de Nash. Esse teste nos levou a concluir que ambos os jogadores não se comportam conforme a probabilidade prescrita pela teoria do equilíbrio misto. Em todos os casos, eles adotam a estratégia colaborativa com uma frequência maior do que a prevista pela teoria. E, ainda, foi possível testar a crença dos jogadores sobre a ação dos seus adversários, chegando à conclusão de que em todos os jogos os jogadores superestimaram a frequência média de colaboração do adversário, que por sua vez já havia se mostrado maior do que a prevista pela teoria do equilíbrio misto.

Em um segundo momento da análise dos dados, observou-se a disposição em arriscar reduzir o ganho obtido com os jogos. Nessa análise, concluímos que a decisão sobre quanto os indivíduos estão dispostos a abrir mão para obter algum ganho também não vai de encontro a relação prevista pelo ganho esperado com base no equilíbrio misto.

Os resultados obtidos com este artigo nos remetem a questão de que o comportamento dos indivíduos é dependente de fatores que provavelmente vão além da aplicação pura dos conceitos teóricos. Assim, como sugestão para trabalhos futuros fica a possibilidade da ampliação do experimento adicionando recursos que possibilitem testar a influência de fatores externos às decisões dos jogadores. Bem como, por exemplo, a simulação de uma situação estratégica em que os indivíduos se deparassem com a possibilidade do aprendizado obtido pela repetição de jogos. E, ainda, considerando os jogos 1, 2 e 3, testar se a quantidade de vezes utilizadas nos questionamentos aos participantes influencia nas decisões tomadas por eles e a importância disto para o resultado do experimento.

Referências

Bianchi, A.M; Silva Filho, G.A. (2001), Economistas de Avental Branco: Uma defesa do método experimental na economia. *Economia Contemporânea*, v.5, n.2, p. 129-154.
Fiani, Ronaldo. (2006), *Teoria dos Jogos: para cursos de administração e economia*. 2. ed. rev. e atual., Rio de Janeiro, Elsevier.
Gardner, Roy. (1947), *Games for business and economics.* London.
Gil, Antonio Carlos. (1991), *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.
Harsanyi, J. C.; Selten, R. (1988), *A General Theory of Equilibrium Selection in Games.* London: MIT Press.
Heap, S. P. H; Varoufakis, Y. (1995), *Game theory: A critical introduction*. Londres: Routledge.
Osborne, Martin J. (2004), *An introduction to game theory.* Oxford University Press.
Rao, Ram C. (2005) GameTheory, Overview. *Encyclopedia of Social Measurement*, Texas, USA, v. 2.
Souza, F. C De., Rêgo, L. C. (2010), *Dominância Colaborativa: quando fazer ao outro aquilo que você gostaria que ele fizesse a você é racional*. In: XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Bento Gonçalves, RS.