

**DETECCIÓN DE LA DINÁMICA Y LA NO LINEALIDAD EN LAS SEÑALES DE TIEMPO
FINANCIERAS A TRAVÉS DEL MÉTODO DE LOS DATOS SUSTITUTOS.**

Luz María Ospina Gutiérrez
Universidad Tecnológica de Pereira
La Julita/ Pereira/ Risaralda/ Colombia
lmaus@utp.edu.co

José Adalberto Soto Mejía
Universidad Tecnológica de Pereira
La Julita/ Pereira/ Risaralda/ Colombia
jomejia@utp.edu.co

RESUMEN

Este trabajo utiliza la metodología de los datos sustitutos para analizar la dinámica de las señales temporales financieras proponiendo una jerarquía de hipótesis donde las fluctuaciones irregulares: (i) son distribuidas de forma independiente, (ii) son generadas por un sistema lineal, y iii) son generadas por un sistema lineal estacionario. Estas son probadas con una batería de estadísticos no lineales (i) autocorrelación (AC), ii) Información Mutua Promedio (AMI) y iii) complejidad de Lempel-Ziv) comparando el comportamiento de la señal original contra un conjunto de datos sustitutos generados de tal manera que satisfagan los supuestos de los estadísticos. El resultado es útil para entender la naturaleza de los datos y poder formular modelos que se ajusten mejor a la dinámica de los sistemas que generan las mediciones. Esta investigación analiza el commodity del oro, desarrollando en sus secciones: i) introducción, ii) fundamentación, iii) descripción de la serie, iv) resultados y v) conclusiones.

PALABRAS CLAVE. Serie de tiempo financiera, Fluctuaciones irregulares, Sistema dinámico no lineal, Datos sustitutos, Prueba de hipótesis.

Área principal. Gestión Financiera, Estadísticas.

ABSTRACT

This paper uses the method of surrogate data to analyze the dynamics of financial time signals suggesting a hierarchy of hypotheses where irregular fluctuations: (i) are independently distributed, (ii) are generated by a linear system, and iii) are generated by a stationary linear system. These are tested with a battery of statistical non-linear (i) autocorrelation (AC), ii) Average Mutual Information (AMI) and iii) the complexity of Lempel-Ziv) comparing the behavior of the original signal against a set of surrogate data generated from a manner which satisfies the assumptions of the statistics. The result is useful for understanding the nature of the data and to formulate models that best fit the dynamics of systems that generate measurements. This research analyzes the commodity gold, developed in sections: i) Introduction ii) basis, iii) a description of the series, iv) results and v) conclusions.

KEYWORDS. Financial time series, Irregular fluctuations, Nonlinear dynamical system, Surrogate data, Hypothesis testing.

Main area. Financial Management, Statistics.

1. Introducción

Las metodologías para el análisis de las series temporales financieras han evolucionado a través del tiempo. Se inició su estudio con ecuaciones lineales que modelaban fenómenos económicos, sin embargo estos métodos son insuficientes para describir el comportamiento de las señales dado que son fáciles de manipular y arrojan soluciones únicas, evidenciando poca realidad [1,2]. Por otro lado los modelos estocásticos son difíciles de comprobar e interpretar a causa del ruido intrínseco del sistema, la transitoriedad de los patrones o una combinación de ambos [3].

Desde la perspectiva de la no linealidad, el comportamiento se visualiza a partir de sistemas dinámicos, en donde el estado futuro es sensible a pequeñas perturbaciones en la condiciones iniciales que los generan. A este tipo de modelos también se les denomina caóticos [4]. La hipótesis de que el caos determinista puede ser la base de variación —aparentemente al azar— en los índices financieros se ha recibido con enorme interés [5-8]. Sin embargo, estos estudios iniciales han sido poco concluyentes [9,10] y ha habido pocos reportes del uso de la dinámica determinista en series de tiempo financieras [11-13].

Las señales financieras son muy complejas y volátiles, normalmente aparentan ser aleatorias y los cambios en sus resultados son impredecibles. Por lo anterior, surge la inquietud de conocer si las fluctuaciones irregulares en el precio de un bien, tasa de cambio, acción o indicador bursátil, se deben a algún tipo de dinámica o son sólo variables aleatorias [14,15]. En caso de realizar hallazgos que indiquen que las series temporales financieras responden a algún tipo de estructura dinámica, se pueden construir modelos que permitan mejorar la comprensión del comportamiento del mercado, precios, riesgos y formación de expectativas. Es evidente que al descubrir un patrón dentro de los movimientos bursátiles, cualquier capacidad predictiva, por pequeña que fuera, redundaría en importantes ganancias para quienes supieran interpretar correctamente los patrones, aumentando los dividendos en las operaciones y reduciendo sus pérdidas [16].

Para analizar las variaciones dinámicas de las señales temporales, en este trabajo se ha utilizado la metodología de los datos sustitutos [17,18] pues propone una jerarquía de hipótesis, las cuales son probadas con una batería de estadísticos no lineales que permiten comparar el comportamiento de la señal original contra un conjunto de datos sustitutos generados de tal manera que satisfagan los supuestos de los estadísticos. El resultado es una indicación útil para entender la naturaleza de los datos, y de esta forma poder formular modelos que se ajusten más a la dinámica intrínseca de los sistemas que generan las mediciones. Las señales financieras son con frecuencia preprocesadas para eliminar las tendencias [19,21], no obstante este procedimiento podría llevar a resultados falsos por la eliminación de las mismas [22].

En esta investigación se aplica el método de los datos sustitutos al oro como un *commodity*. El presente documento desarrolla en la sección 2 la fundamentación tanto de las series financieras como del método de sustitución. La sección 3 describe la serie temporal analizada en esta investigación. La sección 4 desarrolla los resultados. Por último en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2. Fundamentación teórica

2.1. Series temporales financieras

Las series de tiempo financieras $x[t]$, $t=1, \dots, N$ son una secuencia cronológica tomada normalmente con una frecuencia diaria de los precios de cierre o precios promedio de negociación de un bien, tasa de cambio, acción o indicador bursátil.

Los mercados financieros ajustan precios de un modo tal que toda la información pública, está recogida en el precio de equilibrio. Esto genera que los precios varíen a medida que se recibe información nueva, lo que significa que los cambios en los precios del día están causados por las noticias no esperadas de hoy, nunca como consecuencia de las de días anteriores; por tanto, los beneficios de hoy son independientes de los de ayer [21].

Con base en lo expresado por I. Murphy [21], en sus análisis técnicos de los mercados financieros, estudiar el comportamiento de las series financieras es el reto de los especialistas en el tema. Para esto hay dos enfoques, i) el análisis técnico y ii) el análisis fundamental que intentan solucionar el mismo problema, es decir, determinar la dirección en la que los precios probablemente se moverían, considerando el problema desde diferentes posiciones. El fundamentalista estudia la causa del movimiento del mercado y el técnico estudia el efecto. Mientras el análisis técnico se concentra en el estudio de los movimientos del mercado (serie de tiempo financiera), el análisis fundamental lo hace en las fuerzas económicas de la oferta y la demanda que hacen que el precio fluctúe. El análisis fundamental examina todos los factores relevantes que afectan al precio de un mercado para determinar el valor intrínseco de dicho mercado.

Para los analistas técnicos la primera conclusión lógica es que si todo lo que afecta al precio del mercado queda reflejado definitivamente en dicho precio, entonces lo que hace falta es estudiar ese precio de mercado o valor de cotización. El análisis técnico plantea que: i) los movimientos del mercado lo descuentan todo, es decir se cree que cualquier razón que posiblemente mueva el precio se refleje realmente en el precio de ese mercado, ii) la historia se repite, donde la clave para comprender el futuro es estudiar el pasado y los patrones que se han observado en el pasado, se asume seguirán funcionando en el futuro, y iii) los mercados tienen tendencias, en donde algunos pueden calentarse y experimentar importantes fluctuaciones, pero posteriormente siguen unas condiciones de mercado tranquilas y relativamente sin tendencia.

2.2. Metodología de los datos sustitutos

Las motivaciones para aplicar análisis no lineal a una serie de tiempo son: i) emplear métodos lineales y evidenciar que aún existen otras estructuras desconocidas en la serie, y ii) tener un conocimiento previo de la no linealidad del sistema dinámico que generó la serie de datos. Sin embargo, a pesar de las características no lineales del sistema, es imposible afirmar que la señal específica que se mide refleje ese comportamiento, por lo tanto, previo a la aplicación de cualquier método de análisis no lineal a una serie de datos es necesario descartar primero que esta haya sido generada por algún sistema dinámico sencillo como por ejemplo sistemas lineales deterministas [24].

Para dar solución a esto, *Theiler et al.* [25,26] basados en la realización restringida del método Monte-Carlo para la prueba de hipótesis, desarrollaron el método de los datos sustitutos, el cual se emplea para validar declaraciones sobre la presencia de no linealidad en series temporales. El procedimiento para establecer una prueba estadística de hipótesis se puede resumir de la siguiente manera: i) Se selecciona una hipótesis nula; ii) se generan un conjunto de señales sustitutas que satisfagan la hipótesis y sean similares a los datos originales, —para probar una hipótesis nula con un nivel de significancia $(1-\alpha)$, se deben generar $(M=(2/\alpha)-1)$ sustitutos—; iii) se elige una estadística o una batería de estadísticas no lineales; iv) Se calcula la distribución de frecuencias de la estadística para los distintos sustitutos; v) Con la guía de la distribución de frecuencias, se elige un criterio para determinar si se rechaza o no la hipótesis, es decir, si hay diferencia suficiente entre la estadística estimada para el original y los sustitutos la hipótesis es rechazada, por el contrario, si no hay diferencia significativa, no se puede rechazar la hipótesis nula. En este caso, se considera que la

serie original y los datos sustitutos pueden provenir de la misma población [11,12]. Con las sucesivas pruebas de hipótesis siempre se avanza de modelos simples a modelos más generales y complejos.

El método provee una forma rigurosa para aplicar estadísticas discriminantes a series temporales, donde sustitutos para: (i) aleatorios a pequeña escala (SS), (ii) transformada de Fourier truncada (TFT), y (iii) amplitud ajustada de la transformada de Fourier (AAFT), se han desarrollado para probar las hipótesis nulas de que los datos provienen de un proceso donde (i) las fluctuaciones irregulares (variabilidad a corto plazo) se distribuyen de forma independiente, (ii) las fluctuaciones irregulares son generadas por un sistema lineal, y (iii) las fluctuaciones irregulares son generadas por un sistema lineal estacionario. Los sustitutos generados con el método (SS) conservan la distribución (AD) de los datos originales, mientras que los generados con el algoritmo (TFT) preservan el espectro de potencia, es decir la autocorrelación (AC), por último los sustitutos creados con el algoritmo (AAFT) conservan tanto la (AD) y la (AC) de la serie original [14,27-30].

2.2.1. Generación de sustitutos

Los datos sustitutos creados para probar las diferentes hipótesis son generados a partir de los algoritmos planteados en la tabla 1.

Tabla 1. Procedimiento para la generación de datos sustitutos SS, TFT y IAAFT respectivamente.

<i>Aleatorización a pequeña escala (SS)</i>	<i>Transformada de Fourier truncada (TFT)</i>	<i>Amplitud ajustada de la transformada de Fourier (AAFT)</i>
<p>i) inicia con los datos originales $x[t], t=1, \dots, N$;</p> <p>ii) obtiene $i'(t) = i(t) + Ag(t)$, donde $i(t)$ es el índice de $x[t]$, $g[t]$ son los números gaussianos aleatorios y A es la amplitud;</p> <p>iii) ordena $i'(t)$ por el rango y dejar que el índice de $i'(t)$ sea $\hat{i}(t)$; d) obtiene los datos sustitutos $s(t) = x(\hat{i}(t))$.</p>	<p>i) inicia con los datos originales $x[t], t=1, \dots, N$;</p> <p>ii) calcula $z[n]$ que es la transformada de Fourier de $x[t]$;</p> <p>iii) aleatoriza las fases: $z'[n] = z[n]e^{i\phi[n]}$, donde $\phi[n] \in N(0, \pi)$ si $n > f_c$ y $\phi[n] = 0$ si $n \leq f_c$;</p> <p>iv) simetriza $z'[n]$;</p> <p>v) obtiene $x'[t]$, que es la inversa de la transformada de Fourier de $z'[n]$. Donde $x'[t]$ son los datos sustitutos de $x[t]$.</p>	<p>i) inicia con los datos originales $x[t], t=1, \dots, N$;</p> <p>ii) preprocesa la señal y transforma la serie en estacionaria;</p> <p>iii) ordena los datos $Sx[k], k=1, \dots, N$;</p> <p>iv) calcula $z[n]$ que es la transformada de Fourier de $x[t]$;</p> <p>v) hace un <i>ranking</i> de la serie $Rx[t]$ definida para satisfacer $Sx[Rx[t]] = x[t]$;</p> <p>vi) crea el conjunto de datos aleatorios $g[t], t=1, \dots, N$;</p> <p>vii) ordena los números aleatorios gaussianos $Sg[k], k=1, \dots, N$;</p> <p>viii) define la nueva serie de tiempo $y[t] = Sg[Rx[t]]$;</p> <p>ix) con $y[t]$ genera la serie de datos sustitutos $y'[t]$, utilizando el algoritmo (RP);</p> <p>x) hace un <i>ranking</i> de la serie $Ry'[t]$ de $y'[t]$;</p> <p>xi) La serie de datos sustitutos de $x[t]$ está dada por $Sx[Ry'[t]]$.</p>

2.2.2. Estadísticas discriminantes

Medidas dinámicas se emplean a menudo como estadísticas discriminantes para probar las hipótesis de los datos sustitutos. Las más comunes son la dimensión de correlación, el máximo exponente de Lyapunov y el error de predicción no lineal [11-14,24-30]. Sin embargo, todas estas medidas se calculan sobre el atractor reconstruido —trayectoria del sistema—, pero estos métodos no son útiles para los datos que evidencian fluctuaciones irregulares y tendencias a largo plazo, dada la selección del tiempo de retardo [27-29]. Por lo anterior se seleccionan como estadísticos de prueba, la autocorrelación (AC) —estimador de la correlación lineal en los datos—, la Información Mutua Promedio (AMI) —versión no lineal de la (AC) que responde al interrogante ¿En promedio, cuánto se aprende sobre el futuro del pasado?— y la complejidad de Lempel-Ziv —medida de la complejidad algorítmica de la serie temporal, donde la complejidad máxima tiene un valor de 1.0 y una perfecta predictibilidad un valor de 0.0 [31].

3. Serie analizada y método

A continuación se relacionan la serie financiera empleada y se describe el método utilizado para su análisis.

3.1. Especificación técnica de la serie (precio diario del oro)

En la tabla 2. se presenta las especificaciones de la serie temporal financiera analizada.

Tabla 2. Especificaciones técnica de la serie analizada

<i>Serie</i>	<i>Bolsa</i>	<i>Año Inicial</i>	<i>Año Final</i>	<i>Total Años</i>	<i>No. de datos</i>
Precio diario del oro (USD/Onz)	Londres	1.973	2.011	38	9.705

Los datos fueron tomados de www.usagold.com/reference/prices/history.html, y se emplean como software: i) MatLab, y ii) Microsoft Visual Studio.

3.2. Métodos

El método empleado para el análisis de la señal se describe a continuación.

3.2.1. Generación de sustitutos

De acuerdo a cada procedimiento se generan los sustitutos quienes conservan ciertas características de la serie original y a la vez se comportan consistentes con las hipótesis a evaluar [11-14,24-30]. Dado un nivel de confianza del 95%, lo que equivale a un $\alpha = 0.05$, se deben de acuerdo con $M + 1 = (2/\alpha)$, $M = 39$ sustitutos.

Para el caso de los sustitutos tipo (SS), se debe tener en cuenta lo siguiente: i) si el valor de A —ver tabla 1— es demasiado pequeño, se preserva mejor la estructura y correlación de los datos originales, es decir no se destruyen las estructuras locales, y la diferencia entre los datos originales y los sustitutos es poca, ii) si A es demasiado grande, se destruye cualquier estructura y correlación de los datos originales, por lo tanto no se preservan los comportamientos a largo plazo. Dado lo anterior, entre menor sea el valor de A mejor, siempre y cuando este pueda suavizar las estructuras locales y preservar los comportamientos a largo plazo. La influencia de los diferentes valores de A en las pruebas de sustitución se ha investigado, tanto para datos estacionarios como con tendencia, encontrándose que un valor de $A=1.0$ es el más apropiado para la mayoría de los casos [27-29].

Para los sustitutos tipo (TFT) la elección del dominio de frecuencia f_c —ver tabla 1— debe considerar que: i) si el dominio es demasiado estrecho, la aleatorización de las fases es muy poca, por consiguiente los datos sustitutos son casi idénticos a los originales, ii) si el dominio es demasiado amplio, el número de fases aleatorias es grande ocasionando que las tendencias a largo plazo no se conserven, es decir para datos con tendencia, valores grandes no son apropiados dado que el comportamiento global de los datos originales se pierde, de ahí que al trabajar con dominios pequeños se destruyen las estructuras locales y se conservan los comportamiento a largo plazo.

El valor de f_c depende de la naturaleza de los datos y de la longitud de las series de tiempos, por lo tanto se debe aumentar la frecuencia para aleatorizar las fases de dominio alto e ir bajando lentamente (0.05 ó 0.1), produciendo así que la linealidad y las tendencias a largo plazo sean conservadas en los datos sustitutos [14,27,29].

Con relación al tipo de sustitutos (AAFT) se evidencia un problema asociado con la transformada de Fourier, y es que ésta asume que la serie de tiempo es periódica, no obstante, cuando hay una gran diferencia entre el punto inicial y el final, la transformada de Fourier lo toma como una discontinuidad súbita en la serie de tiempo, trayendo como consecuencia una falsa introducción de altas frecuencias en el espectro de potencia, problema que es crítico cuando la asignación al azar está centrada solamente en la sección de alta frecuencia. Este efecto envolvente introduce un sesgo significativo en las propiedades lineales estimadas del espectro de potencia [14,27,29,32]. Por lo tanto, si se utilizan datos sustitutos generados de esta manera, se puede juzgar erróneamente la existencia de no linealidad en las fluctuaciones irregulares. En particular, cuando los datos muestran tendencias a largo plazo, el desajuste del punto final es bastante común y el problema es considerable. Por lo anterior se opta por preprocesar la señal para no tener diferencia significativa entre el punto inicial y final.

4. Resultados

La figura 1, muestra la señal original del precio diario del oro (figura 1a) y las series sustitutas generadas (figura 1b) con el algoritmo (SS) y las (figuras 1c y 1d) muestran el detalle de un fragmento de la señal original y de los sustitutos. La figura 2, permite evidenciar el rechazo de la hipótesis nula —ruido blanco— ver figuras 2a, 2b, 2c, dado que se encuentra una diferencia significativa entre la serie original y los sustitutos, lo que permite concluir que provienen de poblaciones distintas. Por lo tanto, se llega a la conclusión de que el precio del oro no es ruido blanco y que tiene algún tipo de dinámica en las fluctuaciones irregulares (variabilidad a corto plazo).

Al aplicar el algoritmo (TFT), se inicia con la definición de el porcentaje de fases a aleatorizar y este se obtiene cuando las autocorrelaciones (AC) de las mediciones llega a cero, por lo tanto para la serie del oro se debe aleatorizar aproximadamente el 80% de los datos (ver figura 3). Al aplicar el método para la generación de sustitutos (TFT), se emplea como batería de estadísticos discriminantes: i) (AMI) y ii) complejidad de Lempel-Ziv, ya que lo que se desea probar es no linealidad. La (AC) es la versión lineal del (AMI), por lo tanto al emplear la (AC), se presentaría similitud entre los datos originales y los sustitutos. La figura 4, permite concluir que tanto el (AMI) como la complejidad de Lempel-Ziv rechazan la hipótesis nula —linealidad—, por lo tanto se detecta la posible no linealidad en las fluctuaciones irregulares de la serie.

Por último para aplicar el algoritmo (AAFT), se inicia con la eliminación de la tendencia de la señal, para eliminar la diferencia entre el punto inicial, tal como se ilustra en la figura 5. Al ejecutar el algoritmo (AAFT), se emplean como batería de estadísticos discriminantes: i) (AMI) y ii) complejidad de Lempel-Ziv. La figura 6, permite concluir que (AMI) ambos estadísticos rechazan la

hipótesis nula —lineal estacionario—, por lo tanto se detecta la posible no linealidad y no estacionalidad en las fluctuaciones irregulares de la serie. Lo anterior permite descartar toda una batería de modelos, como por ejemplo los ARIMA ó los ARMA.

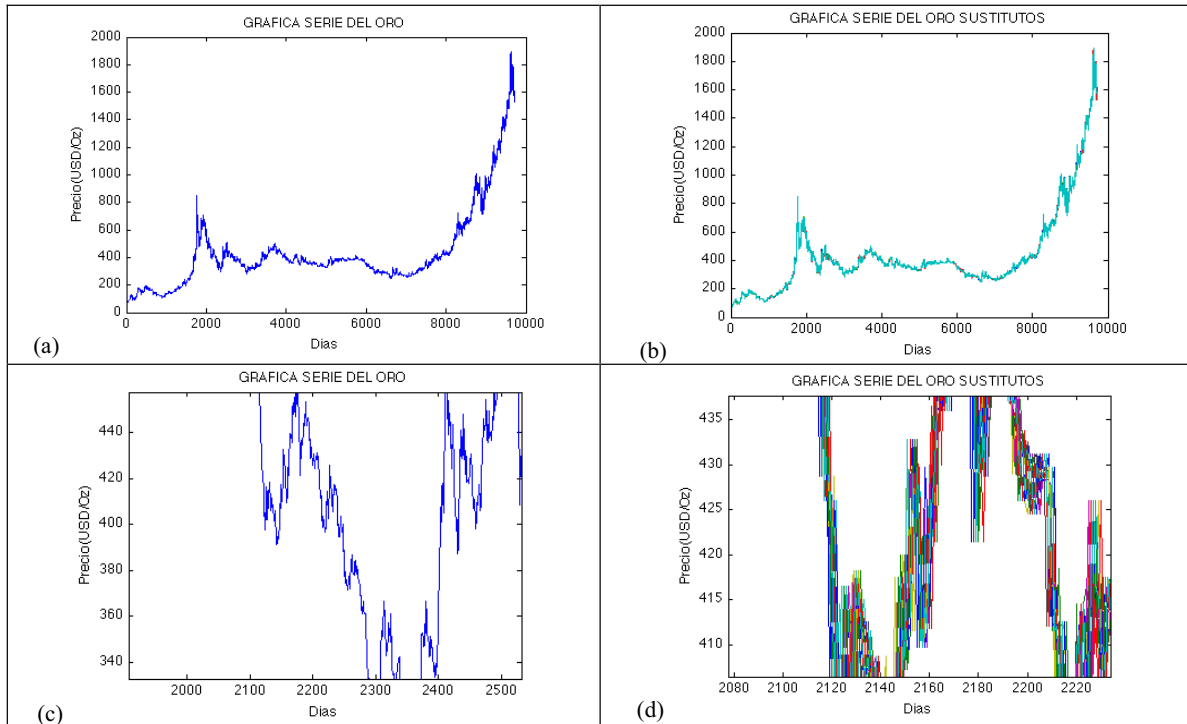


Figura 1. La serie original del precio diario del oro se evidencian en los gráficos (a) y (c), y los sustitutos generados con el método (SS), se muestran en (b) y (d).

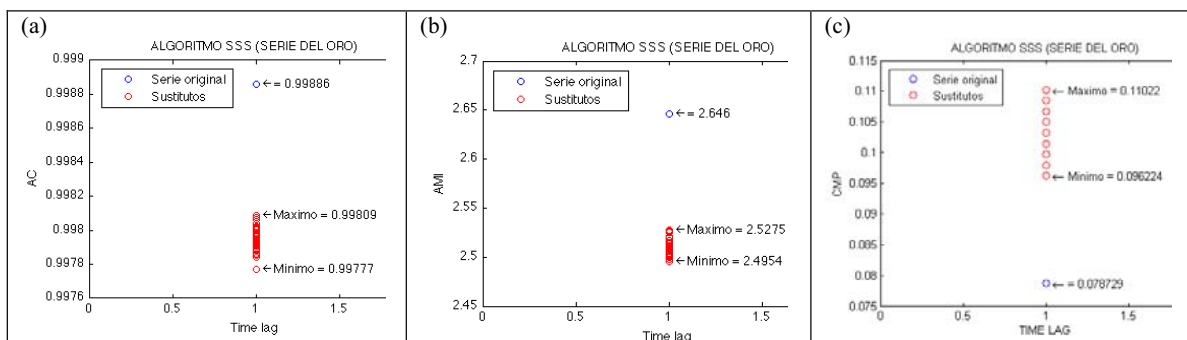


Figura 2. Estadísticas discriminantes para probar la hipótesis del método SS, donde todas las gráficas muestran el rechazo de la hipótesis nula. La gráfica (a) a partir de la autocorrelación, la (b) del AMI, y la (c) de la complejidad de Lempel-Ziv.

5. Conclusiones

Este trabajo, a diferencia de otros presenta un análisis integrado de los aspectos dinámicos de la serie del oro —ruido blanco vs. posible determinismo— y su linealidad o posible no linealidad. Los resultados evidencian que la serie del oro analizada podría llegar a presentar una dinámica diferente al ruido blanco con características de no linealidad y no estacionalidad. Lo anterior permite concluir

que en su modelamiento se puedan excluir toda una batería de modelos matemáticos que no contemplen estas características.

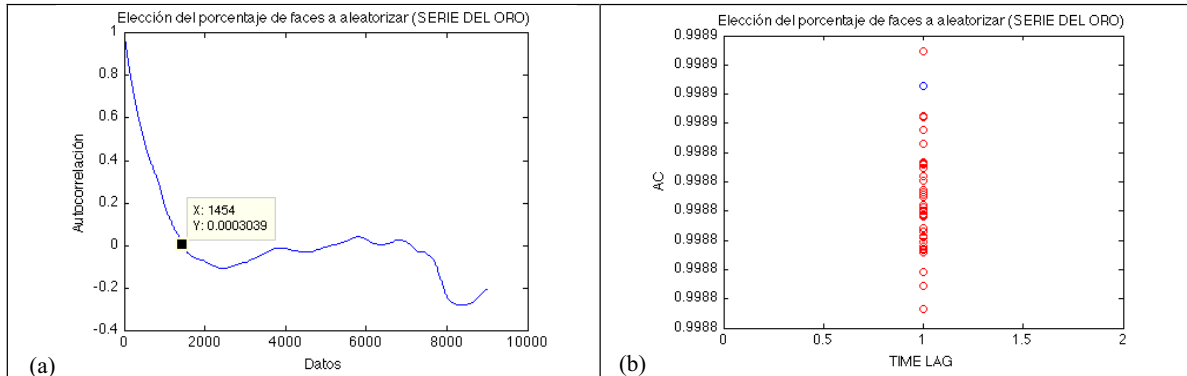


Figura 3. Elección del porcentaje de fases a aleatorizar, la gráfica (a) muestra el método gráfico para la selección, es decir cuando la autocorrelación de la serie llega a cero, y la imagen (b) corrobora que la señal original se correlacione poco con los datos sustitutos.

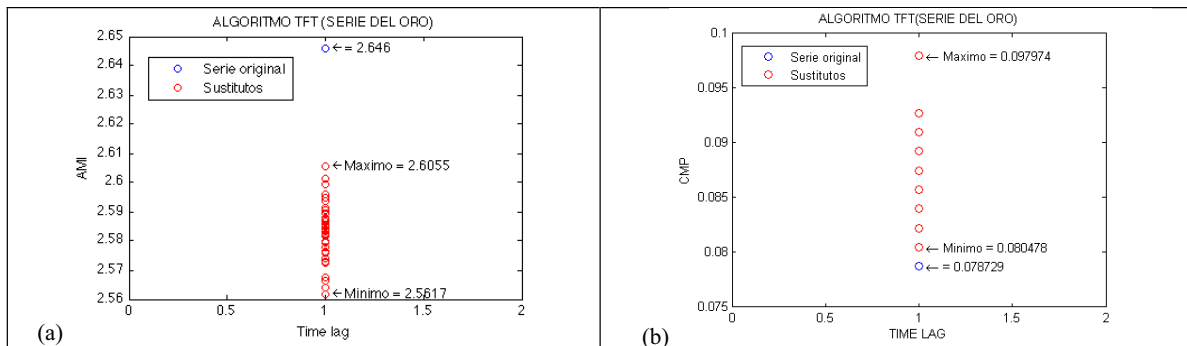


Figura 4. Estadísticas discriminantes para probar la hipótesis del método TFT, todas las gráficas muestran el rechazo de la hipótesis nula. La gráfica (a) muestra el (AMI), y la (b) la complejidad de Lempel-Ziv.

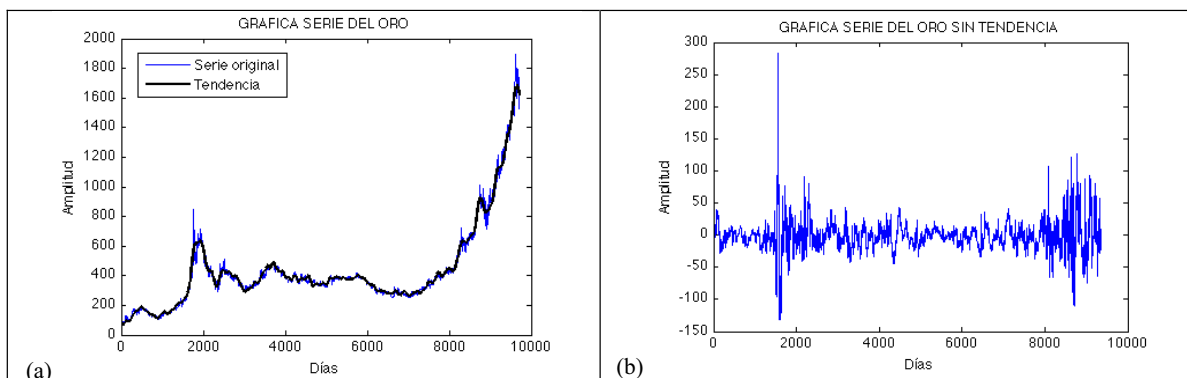


Figura 5. Eliminación de la tendencia en la señal, la gráfica (a) muestra la señal original y la imagen (b) ilustra la señal convertida en estacionaria.

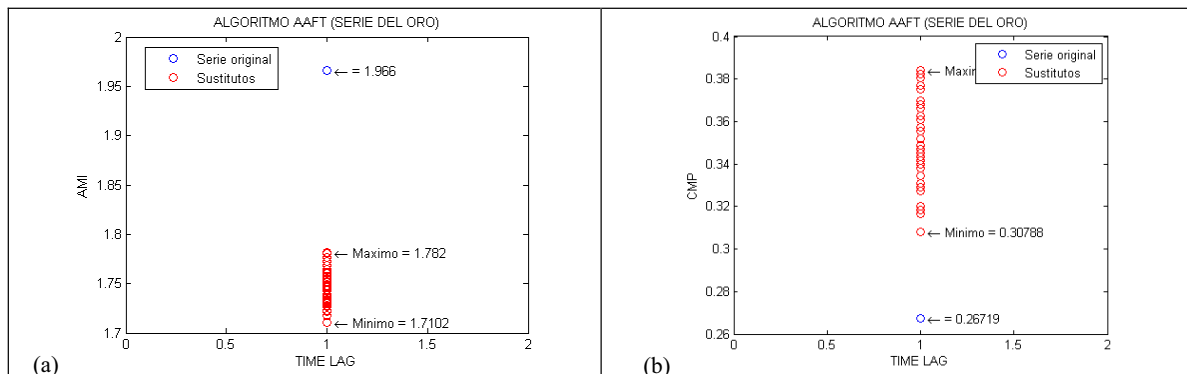


Figura 6. Estadísticas discriminantes para probar la hipótesis del método (AAFT), todas las gráficas muestran el rechazo de la hipótesis nula. La gráfica (a) muestra el (AMI), y la (b) la complejidad de Lempel-Ziv.

6. Bibliografía

- [1] M. A. Torkamani, S. Mahmoodzadeh, S. Pourroostaei, C. Lucas, *Chaos Theory and Application in Foreign Exchange Rates vs. IRR (Iranian Rial)*, World Academy of Science, Engineering and Technology, 2007.
- [2] A. Bartkowiak, P. Lipinski, *Remarks on evaluation of correlation dimension for 5 French stock data*, Proceedings - Seventh International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, SYNASC 2005, art. no. 1595838, pp. 121-128, 2005.
- [3] H. Abarbanel, *Analysis of observed chaotic data*, Springer, pp. 268, 1996.
- [4] S.H. Strogatz. *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Perseus Books Publishing, pp. 496, 1994.
- [5] E. Peters, *Chaos and order in the capital markets. (John Wiley & Sons, Inc. New York)*, ISBN 0471-13938-6, pp. 271, 1.991.
- [6] B. LeBaron, *Chaos and nonlinear forecastability in economics and finance*, Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering, Vol. 348, No. 1688, pp. 397-404, 1.994.
- [7] J. Benhabib, *On cycles and chaos in economics*, Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics 1, 1-2 Editorial, 1.996.
- [8] B. Mandelbrot, *A multifractal walk down wallstreet*, Scientific American, pp.70-73, 1.999.
- [9] A. Malliaris, J. Stein, *Methodological issues in asset pricing: Random walk or chaotic dynamics*, Journal of Banking & Finance 23, 1605-1635, 1.999.
- [10] W. Barnett, A. Serletis, *Martingales nonlinearity and chaos*, journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 24, pp. 703-724, 2000.
- [11] M. Small, C. Tse, *Determinism in financial time series*, Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, Vol. 7, Article 5, 2003.
- [12] M. Small, *Applied nonlinear time series analysis*, Applications in Physics, Physiology and Finance, World Scientific Publishing, ISBN 981-256-117-x, pp. 241, 2005.
- [13] M. Matilla, M. Marín, *A new test for chaos and determinism based on symbolic dynamics*, Journal of Economic Behavior and Organization 76 (3), pp. 600-614, 2010.
- [14] T. Nakamura, M. Small, *Testing for dynamics in the irregular fluctuations of financial data*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 366, pp. 377-386, 2006.
- [15] M. Dore, M. Matilla, M. Marín, *Testing for nonlinear dependence in financial markets*, Nonlinear Dynamics, Psychology and life sciences, 15(3), pp. 407-418, 2011.
- [16] C. Kyrtsou, W. Labys, M. Terraza, *Noisy Chaotic Dynamics in Commodity Markets*, Empirical Economics, Vol 29, pp 489-502, 2004.

- [17] J. Theiler, S. LuDanK, A. Longtin, B. Galdrikian, J.D. Farmer, *Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data*, Physica Vol. 58, pp. 77-94, 1992.
- [18] T. Schreiber, A. Schmitz, *Improved surrogate data for nonlinearity tests*, Phys. Rev. Lett. 77, pp. 635–638, 1996.
- [19] R.N. Mantegna, H.E. Stanley, *Scaling behaviour in the dynamics of an economic index*, Nature 376, pp. 46–49, 1995.
- [20] A. Sato, H. Takayasu, *Dynamic numerical models of stock market price: from microscopic determinism to macroscopic randomness*, Physica A, Vol. 250, pp. 231-252, 1998.
- [21] J. Murphy, *Análisis Técnico de los Mercados Financieros*, Gestión 2000, pp. 545, 2003.
- [22] J. Theiler, S. Eubank, *Don't bleach chaotic data*, Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, Volume 3, Issue 4, pp.771-782, 1993.
- [23] H. Takayasu, H. Miura, T. Hirabayashi, K. Hamada, *Statistical properties of deterministic threshold elements—the case of market price*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 184 (1-2), pp. 127-134, 1992.
- [24] D. Guarín, C. Rodríguez, A. Orozco, *Pruebas de no linealidad: el método de los datos sustitutos*, Scientia et Technica Año XVI, No. 44, pp. 292-297, 2010.
- [25] J. Theiler, B. Galdrikian, A. Longtin, S. Eubank, y J. D. Farmer. *Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data*. Physica D, vol. 58, pp.77– 94, 1992.
- [26] J. Theiler y D. Prichard. *Constrained-realization monte-carlo method for hypothesis testing*. Physica D, vol. 94, pp. 221–235, 1995.
- [27] T. Nakamura, M. Small, Y. Hirata, *Testing for nonlinearity in irregular fluctuations with long-term trends*, Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics 74 (2), art. No. 026205, 2006.
- [28] T. Nakamura, M. Small, *Applying the method of small-shuffle surrogate data: testing for dynamics in fluctuating data with trends*, International Journal of Bifurcation and Chaos 16 (12), pp. 3581-3603, 2006.
- [29] D. Guarín, A. Orozco, E. Delgado, *A new surrogate data method for nonstationary time series*, arXiv:1008.1804v1 [nlin.CD], 2010.
- [30] T. Schreiber, A. Schmitz, *Surrogate time series*, Physica D 142, pp. 346–382, 2000.
- [31] A. Lempel, J. Ziv. *On the complexity of finite sequences*. IEEE Trans.Inform.Theory, IT-22 (1), pp. 75-81, 1976.
- [32] J. Theiler and P. E. Rapp, *Re-examination of the evidence for low-dimensional, nonlinear structure in the human electroencephalogram*, Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, Vol. 98, pp. 213-222, 1996.