

LA INCORPORACIÓN DE LA LÓGICA BORROSA AL MODELO BLACK-SCHOLES, EN LA DETERMINACIÓN DEL PRECIO DE LA OPCIÓN CAMBIARIA DEL MERCADO DERIVADOS MEXICANO.

Manuel Muñoz Palma
Universidad de Occidente
Carretera Culiacancito Kilometro 1.5
mpalma25@hotmail.com

Ezequiel Avilés Ochoa
Universidad de Occidente
Carretera Culiacancito Kilometro 1.5
eaviles8a@hotmail.com

Resumen

A partir de la introducción de la teoría de la incertidumbre se enmarca un nuevo paradigma en economía y finanzas, con la incursión de nuevos modelos que permitan un mayor grado de precisión a la realidad del entorno de las organizaciones con base en la teoría de la lógica difusa. El artículo destaca la importancia de la incertidumbre presente en los mercados financieros, la cual ha provocado que cada vez sea más necesario establecer modelos para determinar sus efectos en los precios, como el caso del mercado de futuros y de derivados. Se elabora una propuesta para la determinación del precio de una opción cambiaria aplicando los números borrosos triangulares en las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y tasa de interés foránea con base en el modelo Black-Scholes clásico.

Palabras clave:

Riesgo financiero, números borrosos, modelo Black-Scholes.

Área principal (Mercados financieros)

Abstract

Since the introduction of the theory of uncertainty is part of a new paradigm and foray into new models, which consider the existence of some degree of inaccuracy of the mathematical models traditionally used by management in decision making, allowing a greater degree of precision to the reality of the environment of organizations based on the theory of fuzzy logic. The article highlights the importance of uncertainty in financial markets, which has meant that it is increasingly necessary to develop models to determine their effects on prices, as the case of futures markets and derivatives. Is a proposal for determining the price of an option exchange applying fuzzy logic variables in the exchange rate, domestic interest rate and foreign interest rate based on the classic Black-Scholes model.

1.- Introducción

Los problemas actuales en el ámbito de la valoración de opciones tienen como característica la incertidumbre. “El modelo Black-Scholes establecido en 1973, siempre ha tenido como piedra angular la valoración de opciones, sin embargo, las aplicaciones genéricas de este modelo son limitadas por su naturaleza de no ser adecuado para el medio ambiente difuso desde la toma de decisiones” (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 330).

Cuando un inversionista u organización se enfrenta a un problema de valuación de opciones, los resultados de las variables primarias dependen de la estimación del inversor. Esto significa que la deducción de una persona o personas en el proceso de pensamiento corresponde a la lógica no binaria con vaguedad. Por lo que las técnicas que proporcionan las teorías probabilísticas no son lo suficientemente adecuadas para cuantificar dicha vaguedad, hacerlo implicaría aceptar que los hechos vagos son equivalentes a los hechos que suceden al azar. En cambio, la lógica difusa permite formalizar la vaguedad de los fenómenos mediante la asignación de una función característica en la que hay un grado entre la absoluta pertenencia y la no pertenencia. Por lo tanto, mientras la probabilidad se asocia a la aleatoriedad, la función de pertenencia se asocia a la falta de claridad; sin embargo, es importante mencionar que ambos conceptos tienen un punto en común, ya que los dos están incluidos entre cero y uno.

Al determinar el precio de una opción, la organización a menudo depende del juicio de un experto para obtener la distribución de probabilidades de las variables primarias en el modelo B-S; al evaluar la distribución de las variables el experto valora la influencia de la información de la muestra, lo que lleva implícito el juicio subjetivo del experto, es decir, el factor borroso. Sin embargo, “el modelo B-S no considera los factores borrosos del experto en el precio de una opción” (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 331).

2.- Operación con números borrosos

En el ámbito de la administración financiera se ha utilizado tradicionalmente la precisión numérica; sin embargo hoy en día, el progreso ha generado que el entorno económico se haya convertido en incierto. Por lo que surge la necesidad, como se menciona, de “construir una teoría de números borrosos que permita una cuantificación de la fenomenología real más acorde con la estructura del pensamiento humano” (Kaufmann y Gil-Aluja, 1986, p. 43).

Los números borrosos se definen como un subconjunto borroso del referencial de los reales, que tiene una función de pertenencia normal; donde debe existir una x , para la que $\mu(x)$ toma el valor uno; y convexa, donde cualquier desplazamiento a la derecha e izquierda de este valor x , $\mu(x)$ va disminuyendo. La teoría de los números borrosos puede considerarse como una ampliación de la teoría de intervalos de confianza cuando se consideran estos intervalos a todos los niveles desde 0 hasta 1, en lugar de considerar un solo nivel.

Un número borroso está formado por una secuencia finita o infinita de intervalos de confianza; con las siguientes características:

- Nivel de presunción, si $\alpha \in (0,1)$.
- Se designa por $A_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$ como el intervalo de confianza del nivel α , el cual debe de cumplir:

$$(\alpha' < \alpha) \rightarrow (A_\alpha \supset A_{\alpha'}), \quad \alpha, \alpha' \in [0,1]$$

- Sólo un intervalo y sólo uno puede reducirse a un número real único.
- El número borroso es representado por una mayúscula y con un símbolo debajo (A).
- El intervalo de confianza de nivel α es designado como A_α , también conocido “ α -corte de A ”; el cual se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mu_{A_\alpha}(x) &= 1 \text{ si } x \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \\ &= 0 \text{ si } x \notin \end{aligned}$$

Dentro de los números borrosos, las funciones características más utilizadas por su simplicidad matemática son: triangular, trapezoidal, gaussiana y sigmoideal; existen dos aproximaciones para determinar la función característica, la primera aproximación es con base al conocimiento humano de expertos y la segunda es utilizar una colección de datos para diseñar la función. Por su facilidad de utilización el número borroso triangular (NBT) está determinado por tres cantidades: una por debajo de la cual no va a descenderse, otra en la que por encima no será posible llegar, y aquella

que representa el máximo nivel de presunción (Kaufmann y Gil-Aluja, 1987). La función de pertenencia μ es lineal, expresada por tres números (a_1, a_2, a_3) y se representa:

$$A = (a_1, a_2, a_3)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_1, a_2, a_3 &\in R \\ a_1 &\leq a_2 \leq a_3 \end{aligned}$$

La representación gráfica del número borroso triangular (a_1, a_2, a_3) queda reflejada en:

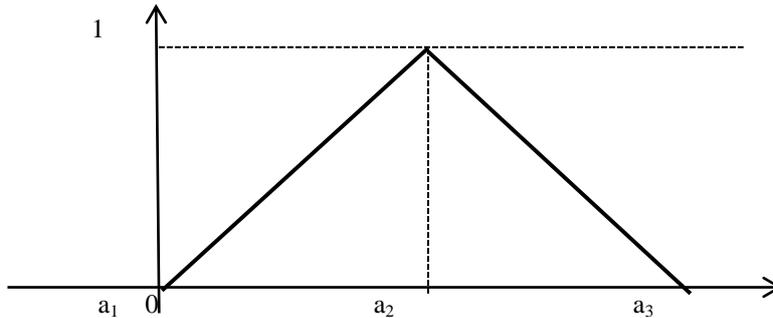


Figura 1. Representación gráfica de un número borroso triangular.

Fuente: Kaufmann y Gil-Aluja, 1987.

Como se observa en la figura 1, los NBT se caracterizan porque su nivel de presunción es igual a 1 para el valor central y es igual a 0 para los niveles del extremo inferior y superior. El nivel de presunción adquiere importancia en las diversas aplicaciones. De acuerdo con Gil-Aluja (2004, p. 90) la función de pertenencia está dada por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0; & \text{sí } x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}; & \text{sí } a_1 < x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}; & \text{sí } a_2 < x \leq a_3 \\ 0; & \text{sí } a_3 \leq x \end{cases}$$

La expresión general para los α -corte, despejando x , en función del nivel de presunción;

$$\begin{aligned} \alpha &= \mu_A(x) \\ \alpha &= \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \quad \longrightarrow \quad x = a_1 + \alpha (a_2 - a_1) \rightarrow \text{Para el extremo inferior} \\ \alpha &= \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \quad \longrightarrow \quad x = a_3 - \alpha (a_3 - a_2) \rightarrow \text{Para el extremo superior} \end{aligned}$$

Siendo los α -corte:

$$\begin{aligned} \forall \alpha &\in [0, 1] \\ A\alpha &= [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), \quad a_3 - \alpha(a_3 - a_2)] \end{aligned}$$

Con los NBT se realizan las mismas operaciones que en los números reales ordinarios; como la suma, resta, producto, división, etcétera. Por lo tanto, los NBT permiten determinar de manera fidedigna gran cantidad de situaciones del ente económico en el que se estiman magnitudes localizadas en el futuro; dado lo anterior es importante mencionar que en el ámbito económico y financiero se estudian problemas cuyas magnitudes se proyectan hacia el futuro; que si bien no exigen una extrema precisión, sí una mayor adaptación posible a la realidad.

2.- Análisis del efecto de la fuzificación de la variable tipo de cambio para los periodos de marzo del 2009 a marzo del 2011

La incursión de la lógica difusa en cada una de las variables mediante el número borroso triangular (NBT) permite establecer una tripleta, y calcular la escala endecadaria según Kaufmann y Gil-Aluja (1986, p. 90). Para este caso, la función característica a utilizar es la triangular, y ésta se determina al utilizar la aproximación basada en el conocimiento humano de los expertos. Para lo cual, se establece que el número de expertos son 4; considerando como experto 1, el pronóstico con las variables de la teoría Fisher, experto 2 el pronóstico con las variables de la PPA, experto 3 el pronóstico con las variables de la balanza de pago, y el experto 5 el pronóstico de análisis de tendencia con una variable. Asimismo, se realizaron las operaciones de econometría de serie de tiempos mediante los modelos *Winters* y *Arima*, a través del programa *minitab*, para pronosticar las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y foránea. El pronóstico se determina con base en los datos comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtienen las siguientes tripletas de confianza:

Tabla 1. Tripleta de confianza de tipo de cambio, marzo 2009

Experto	A ₁	A ₂	A ₃
1	13.71120	13.83960	13.96800
2	13.52700	14.00330	14.47900
3	11.86310	13.22620	14.58930
4	13.51680	13.73670	13.95670
NBT	13.15453	13.70145	14.24825

Fuente: elaboración propia con base en datos Banxico.

Como se muestra en la tabla 1, se tiene la opinión de cada experto (pronóstico) expresada en número borroso triangular, así como el número borroso medio o agregado, el cual resulta de sumar las tres columnas y dividir el resultado entre el número de expertos. Según Gil-Aluja (2004, p. 74), es expresado:

$$T = \left(\overset{m}{A_1} + \overset{m}{A_2} + \overset{m}{A_3} \right)$$

Dada la opinión de los expertos se asume que el tipo de cambio esperado para marzo 2009 está definido por el NBT (13.15453, 13.70145, 14.24825), lo que indica que el tipo de cambio pronosticado se sitúa entre 13.15453 y 14.24825, siendo el valor con mayor posibilidad de ocurrencia 13.70145. A partir de esta expresión y del NBT agregado (13.15453, 13.70145, 14.24825), se asignan valores a α de acuerdo con la escala endecadaria en [0,1]. Para lo cual se tendrá:

Tabla 2. Nivel de presunción para el tipo de cambio, marzo 2009

α -corte	$a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$	$a_3 - \alpha(a_3 - a_2)$
0	13.15453	14.24825
0.1	13.20922	14.19357
0.2	13.26391	14.13889
0.3	13.31860	14.08421
0.4	13.37330	14.02953
0.5	13.42799	13.97485
0.6	13.48268	13.92017
0.7	13.53737	13.86549
0.8	13.59207	13.81081
0.9	13.64676	13.75613
1	13.70145	13.70145

Fuente: elaboración propia.

Dado lo anterior, se obtienen los diferentes intervalos de confianza para el tipo de cambio para marzo del 2009 y sus diferentes niveles de presunción. El tipo de cambio puede tomar cualquier valor comprendido dentro del intervalo de referencia y todo valor tiene asociado un nivel de presunción (posibilidad) determinado. En la siguiente figura se puede observar que el número borroso que representa el tipo de cambio es en efecto un NBT, ya que cumple con la propiedad de convexidad de éstos.

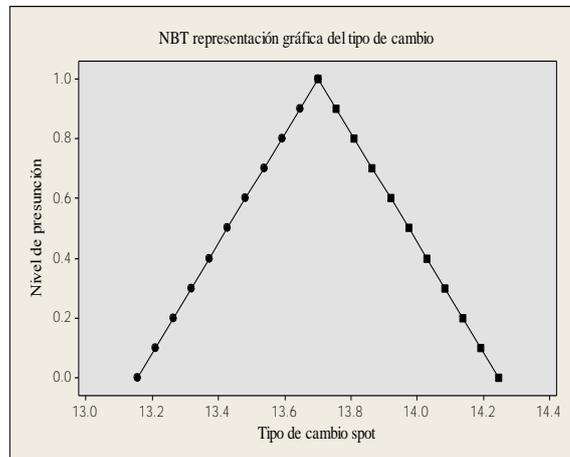


Figura 2. Representación gráfica del NBT del tipo de cambio marzo 2009.
Fuente: elaboración propia.

Para el periodo de junio del 2009 al marzo del 2011 se realiza el mismo procedimiento, el cual se determinó para cada uno de los periodos analizados.

3.- Análisis del efecto de la fuzificación de la variable tasa cetes para los periodos de marzo del 2009 a marzo del 2011.

Para la tasa cetes¹ los expertos están definidos por los modelos de pronóstico de series de tiempo: para el experto 1, se considera el pronóstico con base en modelo *Winters*; para el experto 2, el pronóstico se basa en el modelo Arima; para el experto 3 el pronóstico tiene como base el modelo promedio móviles; y para el experto 4, el pronóstico con base en análisis de tendencia con una variable; aplicando el programa *minitab*. El pronóstico se determina con base en los datos comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtienen las siguientes tripletas de confianza:

Tabla 3. Tripletas de confianza de tasa cetes, marzo 2009

Experto	A ₁	A ₂	A ₃
1	7.66567%	7.92553%	8.18539%
2	6.93990%	7.11056%	7.28121%
3	7.05418%	7.13750%	7.22082%
4	5.80962%	5.90255%	6.99950%
NBT	6.86734%	7.01904%	7.42173%

Fuente: elaboración propia con base en datos de Banxico.

Se asume que la tasa cetes esperada para marzo 2009, está definida por el NBT agregado (6.86734 %, 7.01904 %, 7.42173 %). Es decir, la tasa cetes se sitúa entre 6.86734 % y 7.42173 %, siendo el valor de mayor posibilidad de ocurrencia el de 7.01904 %. En este periodo se tiene mayor

¹ **Cetes:** Certificados de la Tesorería de la Federación. Títulos de crédito al portador emitidos y liquidados por el Gobierno Federal mexicano a su vencimiento.

impacto dada la volatilidad de los mercados internacionales, ya que se registró un alza en la tasa de interés.

A partir de la expresión α -corte y del NBT agregado (6.86734 %, 7.01904 %, 7.42173 %), se asignan valores a α de acuerdo con la escala endecadaria en [0,1]. Para lo cual se tendrá:

Tabla 4. Nivel de presunción para la tasa cetes, marzo 2009

α -corte	$a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$	$a_3 - \alpha(a_3 - a_2)$
0	6.8673%	7.4217%
0.1	6.8825%	7.3815%
0.2	6.8977%	7.3412%
0.3	6.9129%	7.3009%
0.4	6.9280%	7.2607%
0.5	6.9432%	7.2204%
0.6	6.9584%	7.1801%
0.7	6.9735%	7.1398%
0.8	6.9887%	7.0996%
0.9	7.0039%	7.0593%
1	7.0190%	7.0190%

Fuentes: elaboración propia.

Dado lo anterior se obtienen los diferentes intervalos de confianza de la tasa cetes para marzo del 2009 y sus diferentes niveles de presunción; el cual tiene la siguiente representación gráfica:

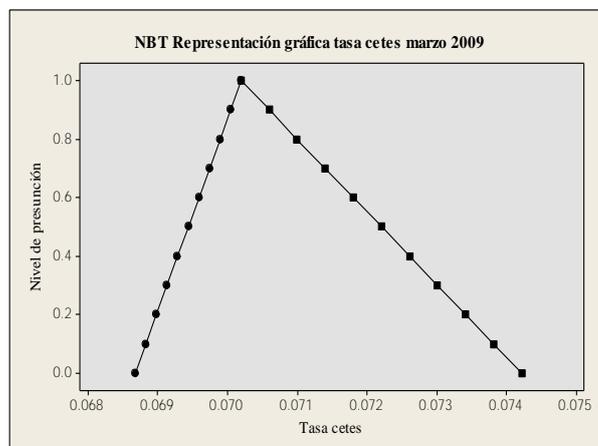


Figura 3. Representación gráfica del NBT de la tasa cetes, marzo 2009.
Fuente: elaboración propia.

Para el cual se determinó la misma técnica en cada uno de periodos trimestrales de junio del 2009 a marzo del 2011 para el cálculo del B-S.

4.- Análisis del efecto de la fuzificación de la variable tasa T-bill para los periodos de marzo del 2009 a marzo del 2011

En la tasa T-bill para marzo del 2009, los expertos están definidos por los modelos de pronóstico de series de tiempo: para el experto 1, se considera el pronóstico basado en el modelo *Winters*; para el experto 2, el pronóstico con base en modelo Arima; para el experto 3 el pronóstico se basa en modelo promedio móviles; y para el experto 4, el pronóstico con base en análisis de tendencia con una variable; aplicando el programa *minitab*. El pronóstico se determina con base en los datos

comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtienen las siguientes tripletas de confianza:

Tabla 5. Tripletas de confianza de tasa *T-bill*, marzo 2009

Experto	A ₁	A ₂	A ₃
1	0.042390%	0.184557%	0.326724%
2	0.104873%	0.147500%	0.191027%
3	0.001942%	0.158326%	0.314709%
4	0.013712%	0.232900%	0.282900%
NBT	0.04073%	0.18082%	0.27884%

Fuente: elaboración propia con base en datos de Banxico.

De acuerdo a lo anterior, se asume que la tasa *T-bill* esperada para marzo 2009, está definida por el NBT agregado (0.04073 %, 0.18082 %, 0.27887 %). Se pueden observar las tasas de interés muy bajas, dada la política económica establecida por la FED de Estados Unidos, provocada por el *crack* financiero de los créditos hipotecarios *subprime*.

A partir de la expresión *a-corte* y del NBT agregado (0.04073 %, 0.18082 %, 0.27884 %), se asignan valores a *a* de acuerdo con la escala endecadaria en [0,1]. Para lo cual se tendrá:

Tabla 6. Nivel de presunción para la tasa *T-bill*, marzo 2009

<i>a-corte</i>	$a_1 + a(a_2 - a_1)$	$a_3 - a(a_3 - a_2)$
0	0.04073%	0.27884%
0.1	0.05474%	0.26904%
0.2	0.06875%	0.25924%
0.3	0.08276%	0.24943%
0.4	0.09677%	0.23963%
0.5	0.11077%	0.22983%
0.6	0.12478%	0.22003%
0.7	0.13879%	0.21023%
0.8	0.15280%	0.20042%
0.9	0.16681%	0.19062%
1	0.18082%	0.18082%

Fuente: elaboración propia.

La variable tasa *T-bill* puede tomar cualquier valor comprendido dentro del intervalo de referencia y todo valor tiene asociado un nivel de presunción determinado. Así se puede establecer que la predicción de la tasa *T-bill* utilizando series de tiempo para pronosticar, se sitúa entre 0.04073 y 0.18082 %, siendo el valor de máxima presunción 0.27884 %. En la siguiente figura se observa cómo el nivel de presunción crece linealmente desde el extremo inferior (0.040735 %) al valor más posible (0.27884 %), y decrece linealmente desde este valor hasta el extremo superior (0.18082 %).

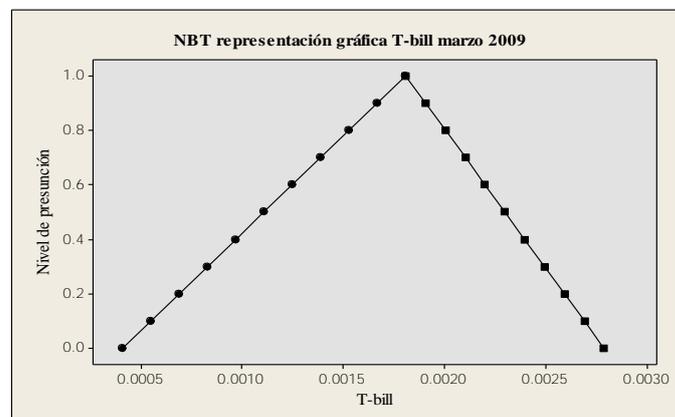


Figura 4. Representación gráfica de la tasa *T-bill* para marzo 2009.
Fuente: elaboración propia.

Para el periodo de junio del 2009 a marzo del 2011 se sigue el mismo procedimiento.

5. Resultados de la aplicación del método triangular (NBT) al modelo Black-Scholes (BS)

Con base en los datos obtenidos con la fuzificación de las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y tasa de interés foránea, para los periodos de marzo del 2009 a marzo del 2011, se realizan los cálculos para determinar el precio de la opción para el modelo B-S tradicional y, el B-S con la fuzificación de las variables basados en la siguiente fórmula:

$$C = S e^{-Rt} N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - R + 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde:

- C = Valor de opción *call*.
- S = Tipo de cambio.
- K = Precio de ejercicio de la opción.
- r = Tasa de interés doméstica.
- R = Tasa de interés externa.
- σ = Desviación estándar de los rendimientos diarios del tipo de cambio *spot*.
- e = Base del logaritmo neperiano (2.7182).
- \ln = Logaritmo neperiano.

$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = Área bajo la curva de distribución normal estandarizada.

De lo anterior, se obtienen los siguientes resultados para el nivel de máxima presunción:

Tabla 7. Resultados obtenidos en el nivel de máxima presunción

Periodo	B-S Tradicional	Mercado derivados	B-S fuzificación variables
Marzo-01-2009	0.21502	1.13200	0.30833
Junio-01-2009	0.42840	1.51000	0.67886
Marzo-01-2010	0.14275	0.90400	0.15643
Junio-01-2010	0.10905	0.36000	0.15468
Marzo-01-2011	0.13369	0.32300	0.26730

Fuente: elaboración propia.

Al analizar los valores obtenidos con la máxima presunción, se observa que con base en la fuzificación de las variables que intervienen en la determinación de una opción, es posible disminuir el grado de incertidumbre existente entre el Mex-Der² y el modelo B-S tradicional, como lo muestra la siguiente gráfica:

² **MexDer:** Sociedad Anónima denominada MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V., que tiene por objeto proveer las instalaciones y demás servicios necesarios para la cotización y negociación de los contratos de futuros y contratos de opciones.

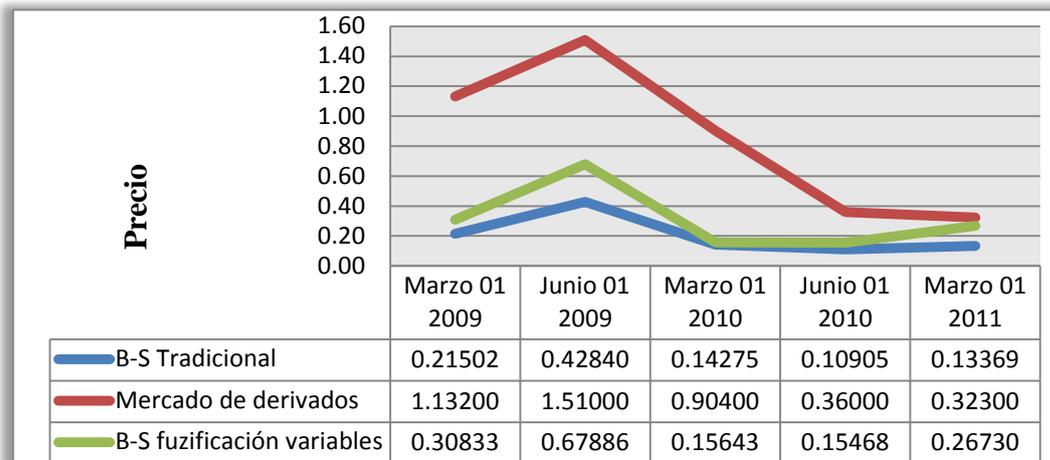


Figura 5. Comparación del precio de una opción cambiaria en el nivel de máxima presunción.
Fuente: elaboración propia.

Al analizar la gráfica se puede observar significativamente un incremento en el costo de la prima, en el año 2009, consecuencia de la alta volatilidad de los mercados financieros, así como la crisis hipotecaria generada en Estados Unidos en el año 2008. A partir del año 2010, se observa una baja en el costo de la prima con tendencia a cierta estabilidad hasta marzo del 2011. Es importante resaltar el efecto de la política monetaria impuesta por la FED, como la disminución de la tasa de los bonos de tesoro *T-bill*, la cual se encuentra directamente correlacionada con la baja de los bonos de deuda de México (*cetes*) en el mercado financiero; y como consecuencia la repercusión en el costo de la prima.

En la siguiente tabla se muestran los resultados que se obtienen para el extremo superior:

Tabla 8. Resultados obtenidos para la presunción del extremo superior

Periodo	BS- Tradicional	Mercado derivados	B-S fuzificación variables
Marzo-01-2009	0.21502	1.13200	0.55297
Junio-01-2009	0.42840	1.51000	1.11685
Marzo-01-2010	0.14275	0.90400	0.71424
Junio-01-2010	0.10905	0.36000	0.39065
Marzo-01-2011	0.13369	0.32300	0.64292

Fuente: elaboración propia.

Al analizar los valores obtenidos en el extremo superior, se observa que los resultados del B-S con fuzificación de variables se acercan considerablemente al valor registrado en el Mex-Der; por lo que el grado de incertidumbre disminuye de manera significativa. En la figura 12, se puede observar el *spread* existente entre los métodos, e inclusive se aprecia como la curva sigue cierta similitud en el periodo del junio de 2009, con tendencia a la baja en los siguientes años. Sin embargo, en el mes de marzo del 2011, se obtiene un dato mayor que en el mercado real; esta diferencia puede estar generada por el efecto de la volatilidad que influye directamente en el precio de la opción. Es importante señalar que el Mex-Der determina la volatilidad en forma discrecional como se ha observado en la información publicada por el mismo.

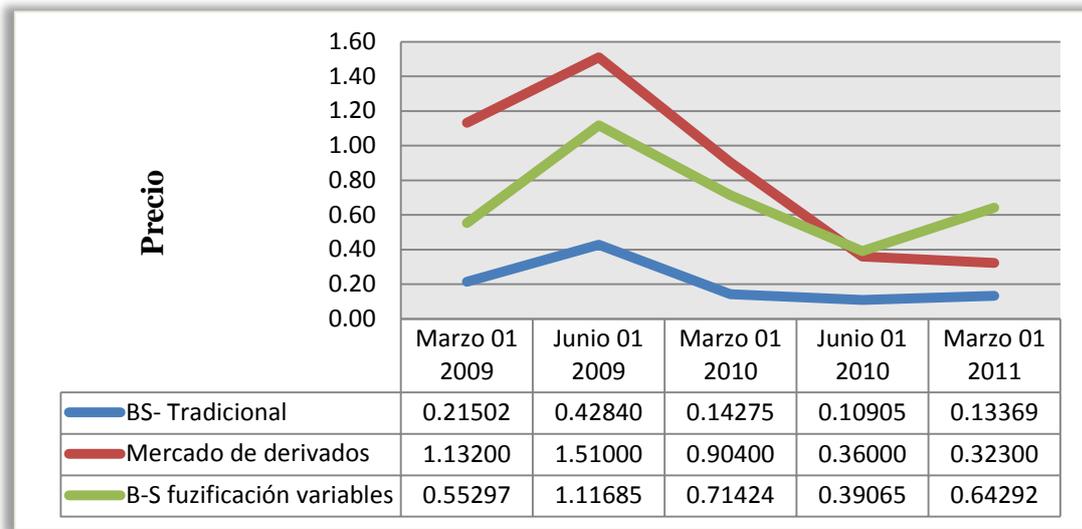


Figura 6. Comparación del precio de una opción cambiaria en el extremo superior.
Fuente: elaboración propia.

En la siguiente tabla se muestran los resultados que se obtienen para el extremo inferior:

Tabla 9. Resultados obtenidos para la presunción del extremo inferior

Periodo	BS- Tradicional	Mercado derivados	B-S fuzificación variables
Marzo-01-2009	0.21502	1.13200	0.15172
Junio-01-2009	0.42840	1.51000	0.27332
Marzo-01-2010	0.14275	0.90400	0.03808
Junio-01-2010	0.10905	0.36000	0.03188
Marzo-01-2011	0.13369	0.32300	0.07419

Fuente: elaboración propia.

Para el extremo inferior, que representa la mínima expresión de la borrosificación de las variables, los valores obtenidos en el B-S con fuzificación de variable son menores que los valores obtenidos en el B-S tradicional y los valores registrados en el Mex-Der, como se muestra en la siguiente gráfica:

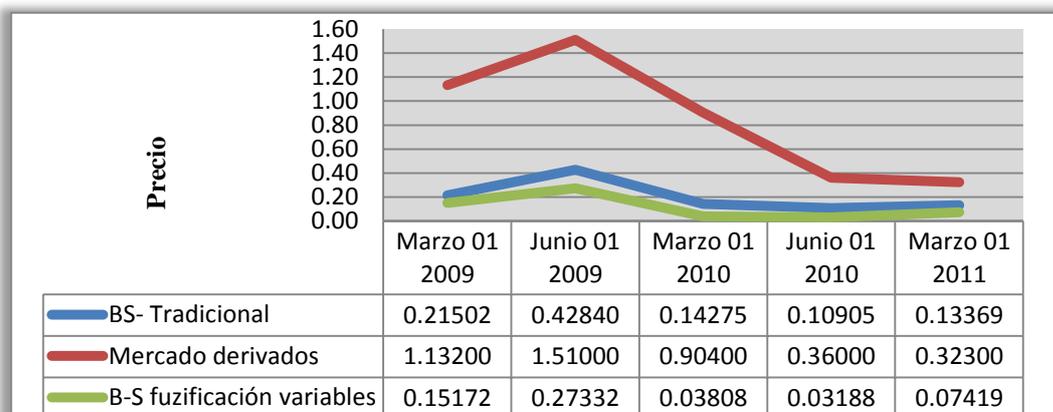


Figura 7. Comparación del precio de una opción cambiaria en el extremo inferior.
Fuente: elaboración propia.

En el peor de los casos el precio de la opción queda por debajo del valor obtenido en el B-S tradicional, sin embargo, hay que considerar que los eventos extremos son de gran impacto pero de mínima posibilidad. Para este caso, se analizaron los datos obtenidos en el nivel de máxima presunción y los extremos inferior y superior; dentro de este rango existen diferentes niveles de presunción, de los cuales el inversor puede elegir para la toma de decisión. Dado lo anterior, se concluye que considerando el ambiente difuso de los mercados financieros sí es posible disminuir el sesgo estadístico existente entre el Mex-Der y el modelo B-S tradicional.

6.- Resultados estadístico de las hipótesis.

Se realiza el análisis de los datos obtenidos, para un nivel de significación del 95 %, 90 % y 80 %, con 8 grados de libertad y los valores contenidos de la tabla *t-student*: $t_{.05}$ error =1.86, $t_{.10}$ error =1.40 y $t_{.20}$ error = 0.89; con base en esto se encuentran los valores de rechazo H_0 y aceptación H_1 . Se puede establecer de acuerdo a la prueba *t-student*, de los distintos niveles de significancia, para cada una de las hipótesis con base en los distintos grados de presunción (0,1), si existe mayor o menor grado de precisión en el modelo B-S con fuzificación de variables y el modelo B-S tradicional, así como obtener un mayor grado de precisión en comparación al *spread* registrado en el mercado de derivados de México. Los resultados se concentran en la siguiente tabla:

Tabla 10. Resultados de pruebas de hipótesis

Planteamiento de las Hipótesis. H_0 : BSD \leq BST H_1 : BSD $>$ BST	Prueba al 95 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. ($t_{.05} = 1.86$)	Prueba al 90 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. ($t_{.10} = 1.40$)	Prueba al 80 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. ($t_{.20} = 0.89$)
Prueba $H_0 \leq H_1$ para extremo superior (0). ($t = 3.55$)	Rechaza H_0 , por lo que se acepta H_1	Rechaza H_0 , por lo que se acepta H_1	Rechaza H_0 , por lo que se acepta H_1
Prueba $H_0 \leq H_1$ para máxima presunción (1). ($t = 0.95$)	Acepta H_0 , por lo que se rechaza H_1	Acepta H_0 , por lo que se rechaza H_1	Rechaza H_0 , por lo que se acepta H_1
Prueba $H_0 \leq H_1$ para extremo inferior (0). ($t = -1.25$)	Acepta H_0 , por lo que se rechaza H_1	Acepta H_0 , por lo que se rechaza H_1	Acepta H_0 , por lo que se rechaza H_1

Fuente: elaboración propia.

7.- Conclusiones

Esta investigación permite establecer, que la aplicación de la lógica difusa en las variables económicas tipo de cambio, tasa de interés doméstica (cetes) y tasa de interés foránea (*T-bill*) del modelo B-S, presenta ventajas sustantivas sobre el modelo B-S tradicional, con lo que se sustenta la hipótesis establecida; ya que los resultados obtenidos se encuentran más cercanos al valor real de la opción cambiaria.

Con base en los datos del tipo de cambio registrados por Banxico, en el periodo comprendido de marzo del 2009 a marzo del 2011, se elaboran los cálculos empíricos para determinar los precios de las coberturas de manera teórica; los resultados se confrontan con los datos que arroja el mercado de derivados de México (Mex-Der), en el mismo periodo, obteniéndose una diferencia significativa entre el precio de la opción determinado por el mercado y el precio determinado con el modelo B-S tradicional; por lo tanto, se considera haber cubierto el objetivo de la investigación, dado que al

disminuir el sesgo estadístico existente en el precio de una opción cambiaria, es posible presentar al inversor una gama de posibilidades que le permitan optimizar la decisión.

Se puede establecer que el modelo B-S tradicional como medida para cuantificar el precio de una opción en el Mex-Der ratifica la evidencia empírica del sesgo estadístico; esto puede ser consecuencia del efecto que la volatilidad de los mercados financieros tiene en las principales variables que integran el modelo B-S. En referencia a los periodos de alta volatilidad, particularmente en el año 2008, consecuencia de la crisis hipotecaria de Estados Unidos, la que afectó de manera directa el precio de las primas de las coberturas cambiarias en México. Asimismo, la variación de las tasas de interés a la alza registran el mismo resultado. Cabe mencionar que los factores exógenos de las políticas monetarias de las bancas centrales son un elemento incidente que, también influye en los mercados de manera significativa, por lo cual, se concluye que los modelos financieros tienen un cierto grado de imprecisión.

Finalmente mediante la fuzificación con los NBT (Gil-Aluja, 2004) en las variables económicas del modelo B-S, empíricamente se demuestran resultados con mayor precisión en relación a los datos reales del Mex-Der. En conjunto con las teorías del PPA, la balanza de pagos y el enfoque Fisher, así como la aplicación de los modelos econométricos de series de tiempo: ARIMA, *Winters*, promedios móviles y análisis de tendencias; lo que permitió obtener distintos niveles de presunción entre 0 y 1, y por consiguiente se obtuvieron distintos valores en el cálculo del precio de la opción cambiaria en mercado de derivados en México.

Referencias

- Black, F. y M. Scholes** (1973). The Pricing of Options and Corporate. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Bodie, Z. y R. Merton** (1999). *Finanzas*. México: Prentice Hall.
- Boness, J. A.** (1964). Elements of a Theory of Stock-Option Values. *Journal of Political Economy*, 72(2), 163-175.
- Boyle, P.** (1988). A Lattice Framework for Option Pricing with two State. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(1), 1-12.
- Chang, C.-C.** (2001). Efficient Procedures for the Valuation and Hedging of American Currency Options with Stochastic Interest Rates. *Journal of Multinational Financial Management*, 11(3), 241-268.
- Gil-Aluja, J.** (1996). Towards a New Paradigm of Investment Selection in Uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, 84(2), 187-197.
- _____ (2004). *Fuzzy Sets in the Management of Uncertainty*. Germany: Springer.
- Gil-Lafuente, A.** (2005). *Fuzzy Logic in Financial Analysis*. The Netherlands: Springer.
- Harris, L.** (1994). New Theories of International Trade and Exchange Rates. *Journal of Development Planning*, (24), 107-128.
- Hull, J., y A. White** (1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Financial*, 42(2), 281-300.
- _____ (1988). The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(3), 237-251.
- _____ (1996). Using Hull-White Interest Rate Trees. *Journal of Derivatives*, 1-17.
- Jorion, P.** (1996). Risk: Measuring the Risk in Value at Risk. *Financial Analysis Journal*, 47-56.
- Jorion, P.** (2002). How Informative Are Value-at-Risk Disclosures? *The Accounting Review*, 77(4), 911-923.
- Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J.** (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Milladoiro.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.** (1987). Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre. Barcelona: Hispano-Europea.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J.** (1990). Las matemáticas del azar y de la incertidumbre: elementos básicos para su aplicación en economía. España: Centro de Estudios Ramón Areces.

- Latané, H., y Rendleman, R.** (1976). Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices. *Journal of Finance*, 31, 369-381.
- Lee C-F., G-H. Tzeng y S-Y. Wang** (2005). A New Application of Fuzzy Set Theory to the Black-Scholes Option Pricing Model. *Expert Systems with Applications*, 330-342.
- Mercado de Derivados Mexicano** (s.f.), <http://www.mexder.com.mx/MEX/paginaprincipal.html>.
- Merton, R. C.** (1973). Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 141-183.
- _____ (1998). Application of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. *The American Economic Review*, 88(3), 323-349.
- Miller, M. H., y F. Modigliani** (1963). Dividend Policy and Market Valuation: A Reply. *The Journal Business*, 36(1), 116-119.
- Samuelson, P. A.** (1967). General Proof that Diversification Pays. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2(1), 1-13.
- Scott, E., y A. Tucker** (1989). Predicting Currency Return Volatility. *Journal of Banking and Finance*, 13, 839-851.
- Zadeh, L.** (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, 338-353.
- Zadeh, L.** (1968). Probability Measures of Fuzzy Events. *Journal of Mathematical, Analysis and Applications*, 23(2), 421-427.
- Zadeh, L.** (1972). A Fuzzy Set Theoretical Interpretation of Linguistic Hedges. *Journal of Cybernetics*, 2(1), 4-34.