

## Um estudo do problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque para uma fábrica de móveis de pequeno porte

Matheus Vanzela, Socorro Rangel, Silvio Araujo

UNESP - Universidade Estadual Paulista,  
Rua Cristóvão Colombo, 2265  
15054-000, São José do Rio Preto, SP

Maria Antónia Carravilla

INESC TEC, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias s/n 4200-465 Porto, Portugal

E-mail: matheusvanzela@yahoo.com.br, socorro@ibilce.unesp.br, saraujo@ibilce.unesp.br, mac@fe.up.pt

**Resumo:** *O problema integrado de dimensionamento de lotes e corte de estoque (PIDC) é um problema de otimização da produção que considera de forma simultânea decisões relacionadas ao problema de dimensionamento de lotes e ao problema do corte de estoque. O objetivo é capturar a interdependência entre estas decisões de forma a possibilitar economia de matéria-prima e diminuição de custos de produção e estoque. Neste trabalho o PIDC é tratado no contexto de uma fábrica de móveis de pequeno porte na qual as decisões associadas ao dimensionamento de lotes e ao corte de estoque são tomadas pelo gerente de produção. A fábrica em questão produz móveis de diversos tipos (e.g. guarda-roupas, penteadeiras e camas) a partir de painéis retangulares de madeira de diferentes espessuras. A técnica de geração de colunas é usada para resolver a relaxação linear do modelo matemático proposto. Os resultados de um estudo computacional preliminar, realizado usando dados gerados a partir de informações coletadas na fábrica, indicam que é possível reduzir o custo total de estoque e de matéria-prima quando o planejamento é feito de forma integrada.*

**Palavras-chave:** Corte de estoque bidimensional. Dimensionamento de lotes. Indústria moveleira. Otimização combinatória. PO na Indústria.

**Abstract:** *The integrated lot sizing and cutting stock problem is an optimization problem that considers simultaneously decisions related to the lot sizing problem and to the cutting stock problem. The goal is to capture the interdependence between these decisions in order to enable economy of raw materials and reduction of production costs and inventory. In this work the integrated problem is treated in the context of a furniture factory. The factory in question produces various types of furniture from rectangular wooden panels of different thicknesses. The column generation technique is used to solve the linear relaxation of the proposed mathematical model. The results of a preliminary computational study, conducted using data collected at the plant, indicate that it is possible to reduce the total cost of inventory and raw materials when the planning is done in an integrated manner.*

**Key words:** Two-dimensional cutting stock. Lot size. Furniture industry. Combinatorial optimization. OR in Industry.

## 1 Introdução

O crescente avanço da capacidade de processamento digital tem viabilizado a utilização de modelos matemáticos de grande porte como aqueles que integram diferentes decisões: transporte e produção; produção e sequenciamento; dimensionamento de lotes e corte de estoque. Essa interação possibilita, entre outras vantagens, a análise de *trade-off* entre processos interdependentes. Este trabalho tem como motivação a investigação das necessidades do setor produtivo de indústrias moveleiras e a possibilidade de utilização de ferramentas matemáticas e computacionais para o apoio à tomada de decisão.

A produção de móveis envolve decisões associadas a dois tipos de problemas bastante estudados pela Pesquisa Operacional: o Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL) e o Problema de Corte de Estoque (PCE). O PDL envolve decisões relacionadas ao tamanho dos lotes que serão produzidos em cada período, de modo a atender uma demanda definida para um horizonte de planejamento finito. O PCE inclui decisões sobre como cortar a matéria-prima principal em peças menores que compõem os produtos finais. A prática industrial resolve o PDL e o PCE de forma independente: inicialmente é definida a quantidade de produtos finais a serem produzidos em cada período do horizonte de planejamento. Uma vez tomada esta decisão, o planejamento do corte da matéria-prima é realizado. Tomar estas decisões de forma independente impede que as perdas oriundas do corte da matéria-prima interfiram na definição do tamanho dos lotes (Poldi e Arenales, (2010)). Mais informações sobre os problemas PDL e PCE, inclusive a nomenclatura usada neste trabalho, podem ser obtidas, por exemplo, em Bahl *et al.* (1987) e Arenales *et al.* (2004) respectivamente.

Diversos trabalhos da literatura tratam o PDL e o PCE integrados em diferentes setores industriais (*e.g.* Farley (1988), Hendry *et al.* (1996) Nonas e Thorstenson (2000, 2008), Respício e Captivo (2002), Poltronieri *et al.* (2007)). No setor moveleiro, destacamos os trabalhos de Gramani e França (2006), Gramani *et al.* (2011), Ghidini e Arenales (2009), Santos *et al.* (2011) e de Alem e Morabito (2012). Para desenvolver o modelo proposto neste trabalho usamos como ponto de partida o modelo apresentado em Gramani *et al.* (2011) e acrescentamos restrições referentes ao processo produtivo de uma fábrica de móveis característica do setor.

As demais seções deste artigo estão organizadas como segue. Na Seção 2, descrevemos de forma sucinta o processo de produção de uma fábrica de móveis de pequeno porte (Fábrica L). Na Seção 3, apresentamos o modelo matemático proposto e o método de solução empregado. Resultados de um estudo computacional preliminar são apresentados e discutidos na Seção 4 e, na Seção 5, são feitas as considerações finais.

## 2 Descrição do processo produtivo numa fábrica característica

A indústria de móveis no Brasil está concentrada em pólos regionais localizados principalmente nas regiões Sul e Sudeste do país. Diversos tipos de matéria-prima são usados na produção de móveis (*e.g.* madeira, metal, plástico, couro). No entanto, em geral, as empresas se especializam em móveis de um único tipo de material. Os pólos da região noroeste do estado de São Paulo são voltados principalmente para a produção de móveis residenciais de madeira (Figueiredo e Rangel, 2008). Dentre esses pólos, destacamos o Pólo de Votuporanga-SP por sua relevância no desenvolvimento local, com uma representação do setor industrial na cidade em torno de 20% do PIB municipal (IBGE, 2012).

A Fábrica L, situada no pólo de Votuporanga, é uma empresa característica do setor e considerada de pequeno porte em função do número de funcionários. A empresa ocupa-se da produção de móveis residenciais de madeira, retílineos, na sua maioria móveis para dormitório. O catálogo da empresa é formado por cinco tipos de armários guarda-roupas, um modelo de armário multiuso, um modelo de penteadeira e dois modelos de cama. Os móveis podem ser fabricados em até seis cores ou em combinações de até duas cores, resultando em uma carteira com mais de 80 móveis. A matéria-prima principal usada na fabricação dos móveis são placas

retangulares (objetos) de MDF (*Medium Density Fiberboard*) em diversas espessuras a partir dos quais são cortadas as peças retangulares que compõem os móveis. A fábrica terceiriza serviços como torneamento de peças (pés e molduras) que exigem maquinário específico, e o corte de alguns tipos de placas de difícil manuseio e que exigem a constante troca de regulagem da máquina de corte.

O dimensionamento de lotes, *i.e.* a determinação dos móveis e respectivas quantidades que serão produzidas no horizonte de um mês, é feito semanalmente pelo gerente de produção tendo por base estimativas de demanda baseadas no histórico de períodos similares de anos anteriores e também em informações sobre campanhas especiais de *marketing* que tenham sido lançadas. Uma vez definido o dimensionamento de lotes é feito o planejamento do corte da matéria-prima. Isto é, a definição da maneira como as peças retangulares são arranjadas no objeto (geração de padrão de corte) e o número de objetos que serão cortados de acordo com cada padrão de corte (frequência do padrão). A empresa utiliza alguns padrões de corte pré-fixados que foram gerados para um determinado móvel no momento de sua inclusão no catálogo de produtos. Neste caso, apenas a frequência dos padrões de corte é definida. Se necessário, novos padrões de corte são gerados para a produção atual dos lotes. O planejamento do corte da matéria-prima é feito considerando restrições inerentes à máquina de corte. Assim, a definição dos padrões de corte deve ser feita considerando que os cortes são guilhotinados ortogonais e de preferência em até três estágios. O padrão de corte exibido na Figura 1 é um padrão do tipo 2-grupos usado na Fábrica L. Yanasse e Morabito (2008) propõem modelos de otimização inteira para a geração de diversos tipos de padrões de corte, em particular padrões 2-grupos. As informações sobre o dimensionamento dos lotes e corte da matéria-prima são então enviadas para os operários da produção.

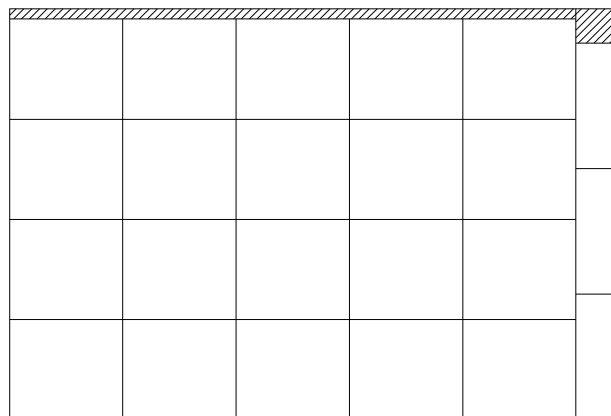


Figura 1: Padrão de Corte usado na Fábrica L

A linha de produção da fábrica é dividida em quatro setores: corte (comum a todos os produtos), marcenaria (onde estão situadas as máquinas para furação, usinagem e colagem de bordas), pintura e expedição. A partir do setor de corte, cada peça segue um roteiro de produção particular, segundo as especificações do móvel. A Figura 2 representa o fluxograma da linha de produção.

A primeira etapa do processo produtivo é a alimentação da máquina de corte com os objetos necessários para a obtenção das peças componentes de cada produto a ser fabricado no período. Após serem cortadas, as peças com baulações (rebaixos) e/ou bordas arredondadas (por exemplo portas de guarda-roupas) seguem para o processo de usinagem. Algumas peças seguem direto para a furação. Os furos são necessários para o encaixe de peças e posterior montagem do móvel. Ainda no setor de marcenaria são coladas bordas em peças aparentes.

O processo de usinagem está diretamente relacionado com a pintura P.U (pintura em poliuretano), um tipo de pintura manual feita apenas nas peças com baulações e arredondamentos. A pintura P.U.V (pintura ultravioleta) é um processo comum a todas as peças. A máquina de

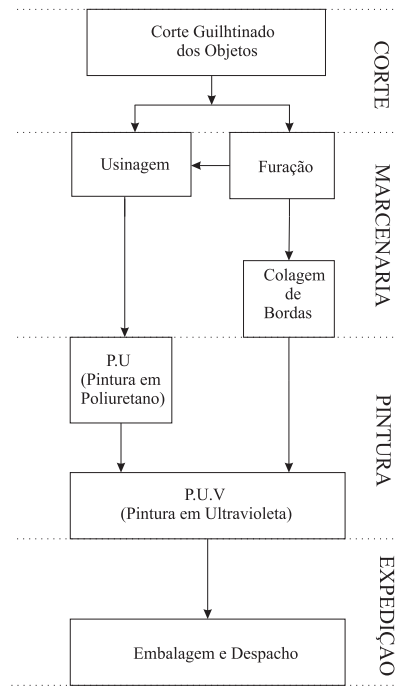


Figura 2: Fluxograma da produção - Fábrica L

pintura ultravioleta é alimentada manualmente e realiza a pintura de forma automatizada.

Uma vez concluída a pintura, as peças seguem para o setor de expedição. Neste setor, é feita, eventualmente, a pré-montagem de algumas partes do produto, o agrupamento de peças e partes de cada móvel e o encaixotamento. Os produtos encaixotados são então estocados enquanto aguardam a expedição. O ciclo de produção é de cinco dias. O tempo necessário nos setores de corte e marcenaria é de dois dias. No setor de pintura (poliuretano e ultravioleta) são necessários dois dias e na expedição (encaixotamento e despacho) um dia. É frequente que o processo produtivo seja adiantado em um dia.

### 3 Modelagem matemática do problema integrado

Para representar o processo de tomada de decisão da Fábrica L foram feitas algumas simplificações no processo produtivo descrito na Seção 2. No modelo proposto as decisões são tomadas considerando apenas o setor de corte. Estamos supondo que os demais setores da produção (marcenaria, pintura e expedição) tem capacidade para atender as decisões tomadas. O problema representado consiste então em definir o dimensionamento dos lotes de móveis (produtos finais), o número de objetos a serem cortados (e os respectivos padrões de corte) de forma a minimizar o custo total de produção considerando restrições relativas ao atendimento da demanda e à capacidade da máquina de corte. Neste trabalho consideramos que a demanda é determinística. Um estudo do problema considerando uma demanda não-determinística pode ser encontrado em Alem e Morabito (2012).

#### 3.1 Dados, índices e variáveis de decisão

Consideremos um horizonte de planejamento com  $T$  períodos, uma carteira composta por  $F$  produtos finais, constituídos a partir de um total de  $P$  peças retangulares com diferentes dimensões (espessura, largura e comprimento). As peças são incluídas em padrões de corte associados a objetos com espessura igual à das peças a cortar. Consideremos também que existem  $J$  padrões de corte conhecidos *a priori* para cada espessura. Um aspecto importante relativo

à máquina de corte é a possibilidade de cortar vários objetos simultaneamente. Dizemos que o conjunto de todas as operações necessárias para cortar um, ou mais objetos simultaneamente, de acordo com um determinado padrão de corte, até que todos as peças contidas no padrão sejam produzidas define um ciclo da serra (Yanasse *et al.*, 1993). Neste trabalho, a capacidade da máquina de corte é definida em termos do número máximo de ciclos da serra em um período. Os índices, parâmetros e variáveis descritos a seguir são usados na descrição do modelo.

### 3.1.1 Índices

$t = 1, \dots, T$  : períodos de tempo

$f = 1, \dots, F$  : produtos finais

$p = 1, \dots, P$  : peças

$e = 1, \dots, E$  : espessuras

$j = 1, \dots, J$  : padrões de corte

### 3.1.2 Parâmetros

Os parâmetros do problema foram organizados em custos, estoques tanto de produtos finais (iniciais e de segurança) como de peças (iniciais), composição dos produtos finais relativa ao número de peças de cada dimensão, e a demanda de produtos finais para cada período do planejamento. Apresentam-se também as características das peças, dos padrões de corte e dos objetos, e a capacidade da máquina de corte. Estamos supondo que todos os objetos tem a mesma dimensão e que diferem apenas pela espessura.

#### Custos

$c_f$  : custo de produção do produto final  $f$

$h_f$  : custo de estoque do produto final  $f$

$\hat{h}_p^e$  : custo de estoque da peça  $p$  de espessura  $e$

$co^e$  : custo de aquisição de um objeto de espessura  $e$ .

#### Estoques

$I_{f0}$  : estoque inicial do produto final  $f$

$\underline{H}_{ft}$  : estoque mínimo do produto  $f$  no período  $t$

$IP_{p0}^e$  : estoque inicial de peças do tipo  $p$  e espessura  $e$

#### Produtos finais: estrutura e demanda

$q_{pf}^e$  : quantidade de peças do tipo  $p$  e espessura  $e$ , necessárias à produção de uma unidade do produto  $f$

$D_{ft}$  : demanda do produto  $f$  no período  $t$

#### Peças

$l_p^e$  : comprimento da peça  $p$  de espessura  $e$

$w_p^e$  : largura da peça  $p$  de espessura  $e$

#### Padrões de corte

$a_{pj}^e$  : quantidade de peças do tipo  $p$  e espessura  $e$  constantes no padrão de corte do tipo  $j$

#### Objetos, capacidade produtiva e serra

$L$  : comprimento do objeto

$W$  : largura do objeto

$o^e$  : espessura do objeto

$S$  : altura da serra

$cap^e$  : número de objetos que podem ser cortados simultaneamente em um ciclo da serra referente à espessura  $e$ :  $cap^e = \lfloor (\frac{S}{o^e}) \rfloor$ .

$C_t$  : limite de capacidade de corte em número de ciclos da serra no período  $t$

$tx$  : taxa que incorpora perda nas restrições de capacidade de corte do PDL.

### 3.1.3 Variáveis de decisão

O Conjunto de variáveis de decisão do modelo está organizado em decisões relativas ao dimensionamento dos lotes e decisões relativas ao corte de estoque.

#### Dimensionamento

$X_{ft}$  : quantidade do produto  $f$  fabricado no período  $t$ .

$I_{ft}$  : quantidade do produto  $f$  estocado no período  $t$ .

#### Corte de estoque

$IP_{pt}^e$  : quantidade de peças do tipo  $p$  e espessura  $e$  estocadas no período  $t$

$y_{jt}^e$  : quantidade de objetos de espessura  $e$  cortados de acordo com o padrão de corte  $j$  no período  $t$ .

## 3.2 O Modelo PIDCM

O modelo matemático proposto para o Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Corte de Estoque no contexto da fabricação de móveis (modelo PIDCM) é descrito pelas expressões (1)-(8).

$$\min. Z = \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (c_f X_{ft} + h_f I_{ft}) + \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T c_o^e y_{jt}^e + \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T \hat{h}_p^e IP_{pt}^e \quad (1)$$

s.a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$I_{ft} \geq \underline{H}_{ft} \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{pj}^e y_{jt}^e + IP_{p,t-1}^e - IP_{pt}^e = \sum_{f=1}^F q_{pf}^e X_{ft} \quad p = 1, \dots, P; \quad t = 1, \dots, T; \quad e = 1, \dots, E \quad (4)$$

$$\sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \frac{(y_{jt}^e)}{cap^e} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$y_{jt}^e \in \mathbb{Z}_+, \quad p = 1, \dots, P; \quad j = 1, \dots, J; \quad e = 1, \dots, E \quad (6)$$

$$X_{ft}, I_{ft} \in \mathbb{R}_+ \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$IP_{pt}^e \in \mathbb{R}_+ \quad p = 1, \dots, P; \quad t = 1, \dots, T; \quad e = 1, \dots, E \quad (8)$$

O critério de otimização (1) é a minimização do custo total calculado pela soma dos custos de produção, estoque de produtos finais, matéria-prima usada e estoque de peças. As restrições (2) e (3) são próprias do PDL e garantem respectivamente, que o atendimento da demanda de produtos finais e que o estoque de segurança seja respeitado. As restrições (4) modelam a interdependência entre os problemas PDL e PCE, pois acoplam as decisões relativas ao dimensionamento dos lotes (variáveis  $X_{ft}$ ) e decisão sobre o corte da matéria-prima (variáveis  $y_{jt}^e$ ). As restrições (5) impõem que a capacidade da máquina de corte seja respeitada e as restrições (6) - (8) referem-se ao domínio das variáveis.

A resolução de instâncias do modelo PIDCM esbarra em duas grandes dificuldades: o número alto de possíveis padrões de corte e a integralidade das variáveis  $y_{jt}^e$ . Para contornar estas dificuldades usamos o método de geração de colunas aplicado à relaxação linear do modelo PIDCM obtida substituindo a restrição  $y_{jt}^e \in \mathbb{Z}_+$  por  $y_{jt}^e \in \mathbb{R}_+$ . Construímos o Problema Mestre

Restrito (PMR) considerando, inicialmente, apenas padrões de corte homogêneos na submatriz associada às variáveis  $y_{jt}^e$  nas restrições (4) e (5). As colunas relativas às outras variáveis também são incluídas no PMR. O problema (PMR) é resolvido com um pacote de otimização e as variáveis duais  $\pi_t^e$  e  $\lambda_t^e$  associadas, respectivamente, às restrições (4) e (5) são recuperadas. O subproblema *pricing* (9)-(10) é resolvido para identificar se existem padrões de corte ( $A_j^e$ ) que podem melhorar a solução atual de (PMR).

$$Z_{SUB} = \min (co^e - \pi^T A_j^e), \quad j \in NB \quad (9)$$

$$s.a \quad A_j^e \text{ é um padrão de corte factível} \quad (10)$$

As colunas  $A_j^e$  que satisfizerem o critério definido em (11) são incluídas em (PMR) e o processo é repetido. No algoritmo implementado, as colunas geradas para um período  $t$  e que satisfazem (11) nos períodos seguintes são aproveitadas nos respectivos períodos. O subproblema *pricing* não é resolvido em tais períodos.

$$\hat{c}_{jt}^e = co^e - \frac{1}{cap^e} \lambda_t - \pi_t^e A_j^e \leq 0. \quad (11)$$

Os padrões de corte gerados para o (PMR) são armazenados e usados para obter uma solução inteira factível para o problema PIDCM. Uma versão reduzida do modelo (1)-(8) é construída considerando um subconjunto de padrões de corte (colunas da matriz de restrições associadas às variáveis  $y_{jt}^e$ ). Apenas os padrões de corte homogêneos e os padrões de corte gerados para o (PMR) são incluídos nas restrições (4) e (5). A versão reduzida do modelo PIDCM assim construída é então resolvida usando um sistema comercial.

### 3.3 Decomposição do Modelo PIDCM

Na Seção 4 apresentamos resultados de um estudo que compara a solução integrada com a solução obtida resolvendo-se os problemas de dimensionamento de lotes e de corte de estoque de forma independente. Neste estudo foram usados os modelos PDLM e PCEM descritos nas Seções 3.3.1 e 3.3.2. O objetivo é simular parcialmente a prática da tomada de decisão usada Fábrica L (ver Seção 2).

#### 3.3.1 Modelo para o problema de dimensionamento de lotes

O modelo PDLM descrito por (12)-(16) representa o problema de dimensionamento dos lotes de móveis (produtos finais). Neste modelo são usados os mesmos índices, parâmetros e variáveis descritos na Seção 3.1. Para evitar uma solução lote-por-lote e infactibilidades no PCEM foram consideradas as restrições (14) relativas à capacidade da serra.

$$\text{minimize} \quad \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (c_f X_{ft} + h_f I_{ft}) \quad (12)$$

sujeito a:

$$X_{ft} + I_{f,t-1} - I_{ft} = D_{ft} \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (13)$$

$$tx \left( \sum_{f=1}^F \sum_{e=1}^E \frac{(l_p^e \cdot w_p^e) q_{pf}^e X_{ft}}{(L \cdot W) cap^e} \right) \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$I_{ft} \geq \underline{H}_{ft} \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$X_{ft}, I_{ft} \in \mathbb{R}_+ \quad f = 1, \dots, F; \quad t = 1, \dots, T \quad (16)$$

O modelo (12)-(16) difere do problema de dimensionamento de lotes lote-a-lote usado em Gramani *et al.* (2011) pela inclusão das restrições (15) de limitação do estoque de produtos e pelas restrições de capacidade de serra (14). O lado esquerdo de (14) fornece uma estimativa para o número total de objetos necessários para fabricar  $X_{ft}$  produtos. O parâmetro  $tx$  é uma estimativa da perda caso o corte dos objetos seja feito usando apenas padrões de corte homogêneos.

### 3.3.2 Modelo para o problema de corte de estoque

O modelo PCEM descrito por (17)-(21) representa o problema de definir o número de objetos a serem cortados (e os respectivos padrões de corte) de forma a atender à demanda das peças que compõem os produtos finais. Neste modelo são usados os mesmo índices, dados e variáveis descritos na Seção 3.1. O parâmetro  $\hat{X}_{ft}$  usado no lado direito das restrições (18) é a solução obtida com a resolução do modelo PDLM descrito na Seção 3.3.1.

$$\min. Z = \sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T co^e y_{jt}^e + \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T \hat{h}_p^e IP_{pt}^e \quad (17)$$

s.a:

$$\sum_{j=1}^J a_{pj}^e y_{jt}^e + IP_{p,t-1}^e - IP_{pt}^e = \sum_{f=1}^F q_{pf}^e \hat{X}_{ft} \quad p = 1, \dots, P; \quad t = 1, \dots, T; \quad e = 1, \dots, E \quad (18)$$

$$\sum_{e=1}^E \sum_{j=1}^J \frac{(y_{jt}^e)}{cap^e} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (19)$$

$$y_{jt}^e \in \mathbb{Z}_+, \quad p = 1, \dots, P; \quad j = 1, \dots, J; \quad e = 1, \dots, E \quad (20)$$

$$IP_{pt}^e \in \mathbb{R}_+, \quad p = 1, \dots, P; \quad t = 1, \dots, T; \quad e = 1, \dots, E \quad (21)$$

É importante notar que esta formulação multiperíodo do PCE permite a antecipação do corte de peças, o que pode permitir a geração de padrões com um melhor aproveitamento do objeto. Nas visitas à Fabrica L foi possível observar que eventualmente o corte de peças é antecipado. No entanto, esta decisão é tomada de forma desintegrada com o dimensionamento de lotes, visto que os padrões usados preferencialmente são gerados *a priori* como descrito na Seção 2. As instâncias do modelo PCEM são resolvidas por geração de colunas de forma similar ao método usado para resolver as instâncias do PIDCM.

## 4 Resultados Computacionais

Os modelos (PIDCM, PDLM e PCEM) e o algoritmo de geração de colunas descritos na Seção 3 foram escritos na sintaxe da linguagem de modelagem Mosel (FICO, 2011), e os problemas de otimização associados foram resolvidos usando o sistema X-PRESS<sup>MP</sup> (FICO, 2011). Os testes computacionais foram executados em uma máquina com memória RAM de 8.0 GB e processador Intel(R) Core(TM) i-7 de 3GHZ. O tempo máximo de execução foi de 1800 segundos para cada uma das instâncias testadas.

Foram geradas 4 instâncias considerando um horizonte de planejamento de  $T = 4$  períodos (planejamento para um mês) e com as características descritas na Tabela 1. Essas instâncias foram obtidas a partir de adaptações de dados coletados na fábrica. Por limitação de espaço não apresentamos de forma detalhada a composição dos móveis ( $q_{pf}^e$ ) e nem as demandas dos produtos. As instâncias foram geradas considerando dois cenários de capacidade: Baixa (B) e Normal (N). Nas instâncias com capacidade baixa (instâncias 1 e 3) atribuímos capacidades folgadas nos primeiros períodos e capacidades apertadas nos últimos períodos. Para as instâncias com capacidade normal (instâncias 2 e 4) deixamos a capacidade folgada nos últimos períodos.

Para gerar colunas para os modelos PIDCM e PCEM foram resolvidas instâncias do modelo 2-grupos proposto em Yanasse e Morabito (2008). A resolução do subproblema *pricing* (ver problema (9)-(10)) pelo sistema X-Press<sup>MP</sup> foi interrompida após 100 segundos. Os demais parâmetros usados na geração das instâncias são descritos a seguir.

- custos dos produtos finais ( $c_f$ ): custo industrial descontado o valor da madeira utilizada;
- custos dos objetos ( $co^e$ ): preços de mercado;



Instâncias	$T$	$P$	Capacidade
1	3	12	B
2	3	12	N
3	4	20	B
4	4	20	N

Tabela 1: Característica das Instâncias. (B: Baixa; N: Normal)

- custo das peças:  $cp_p^e = \left(\frac{l_p^e \cdot w_p^e}{L \cdot W}\right) \cdot co^e$ ;
- custo de estoque dos produtos finais e das peças: retorno do referente a uma aplicação na poupança no valor do custo do produto e da peça no respectivo período, acrescido do volume do produto ou da peça em  $m^3$ ;
- dimensões dos objetos ( $L \times W$ ):  $(2750 \times 1850)mm$ ;
- espessuras ( $o^e$ ): 15mm e 18mm;
- altura da serra ( $S$ ): 105mm;
- capacidade estimada de corte por período ( $C_t$ ): número máximo de ciclos da serra por período;
- taxa de perda no corte de estoque ( $tx$ ): 17%.
- estoque inicial de produtos finais ( $I_{f0}$ ): 80% da demanda total do horizonte de planejamento;
- estoque mínimo:  $H_{ft} = 1,8 \cdot D_{ft}$ ;
- estoque inicial de peças ( $IP_{p0}$ ): zero;
- demandas ( $D_{ft}$ ): dados da Fábrica L referentes ao mês de março de 2011;
- dimensões das peças ( $l_p^e, w_p^e$ ): (310 a 2300, 60 a 740)mm.

A solução das instâncias do modelo PIDCM foram comparadas às soluções dos modelos PDLM e PCEM simulando parcialmente a prática da Fábrica L. Na Tabela 2 são exibidos os resultados referentes ao dimensionamento de lotes. Para cada instância o custo total de produção ( $\sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (c_f X_{ft})$ ) é igual nas soluções dos dois modelos, pois o custo de produção de cada produto é o mesmo em todos os períodos, e portanto não são exibidos. Considerando apenas o modelo PDLM, o custo total de estoque de produtos finais é maior nas instâncias de capacidade baixa. Isto se justifica por que a capacidade é menor nos últimos períodos. Comparando o modelo PDLM com o modelo integrado PIDCM, notamos uma economia nos custos total de estoque de produtos finais nas soluções obtidas com o PIDCM. Neste modelo a capacidade é considerada de maneira direta nas restrições (5) e no PDLM é usada uma aproximação( $tx$ ).

Instâncias	PIDCM	PDLM
1	1.152,50	1.650,57
2	1.152,50	1.396,17
3	1.239,86	1.477,20
4	1.251,56	1.463,76

Tabela 2: Custo total de estoque de produtos finais

Nas instâncias geradas, o estoque inicial de produtos finais satisfaz a demanda do primeiro período e por isso não há produção neste período nas soluções obtidas com os modelos PIDCM e

PDLM. No entanto, tanto nas soluções obtidas com o PIDCM como as obtidas com o PCEM há corte de matéria-prima no primeiro período. O estoque de peças é usado na produção posterior. Na Tabela 3 são exibidos os resultados referentes ao corte de estoque considerando número total de objetos cortados (objetos), perda total percentual de materia prima (perda %), e custo total de estoque de peças (\$ est. peças).

Instâncias	Objetos		Perda %		\$ est. peças	
	PIDCM	PCEM	PIDCM	PCEM	PIDCM	PCEM
1	696	702	12,38	13,01	120,57	24,91
2	697	701	12,46	12,94	224,39	36,12
3	868	869	13,33	13,40	97,94	30,97
4	871	882	13,65	14,82	84,27	21,81

Tabela 3: Resultados do corte de estoque

O número total de objetos é menor na solução do PIDCM do que na solução do PCEM para todas as instâncias, porém o custo total de estoque de peças é maior no modelo integrado. Como o custo da matéria-prima é elevado (cerca de 50% do produto final), o modelo integrado permite uma análise melhor do *trade-off* entre o número total de objetos e o estoque de peças. A antecipação do corte de peças permite a geração de padrões de corte mais eficientes. Na Tabela 4 são apresentados os custos totais associados as soluções dos três modelos. Para facilitar a análise, apresentamos também a soma dos custos totais das soluções dos modelos PDLM e PCEM, coluna (PDLM + PCEM). No gráfico exibido na Figura 3 é possível visualizar melhor a qualidade da solução do modelo integrado PIDCM quando comparada com as soluções obtidas de forma independente (PDLM + PCEM). O custo total da solução do PIDCM é em média 1% menor do que custo total da resolução independente (PDLM + PCEM).

Instâncias	PIDCM	PCEM	PDLM	PCEM + PDLM
1	131.936,85	59.794,51	72.948,57	132.743,08
2	131.753,07	59.686,12	72.694,17	132.380,29
3	151.377,79	73.902,97	77.725,20	151.628,17
4	151.615,83	75.161,81	77.711,76	152.873,57

Tabela 4: Custo total

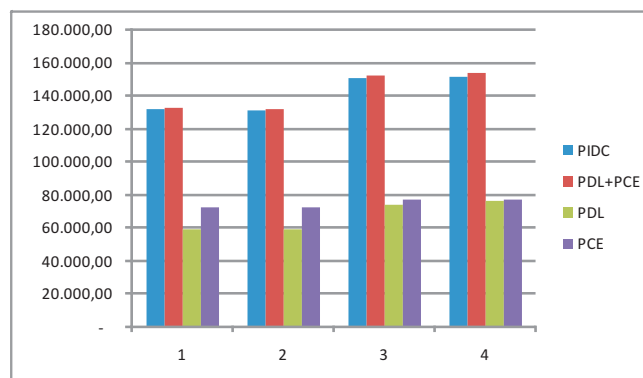


Figura 3: Gráfico do custo total por modelo

## 5 Considerações Finais

Neste trabalho fazemos uma breve descrição do processo produtivo de uma fábrica de móveis característica do Pólo Moveleiro de Votuporanga-SP. Na prática da fábrica o planejamento da produção é feito em duas etapas independentes. Na etapa 1 é feito o dimensionamento dos lotes (solução do problema PDL) e na etapa 2 o planejamento do corte da matéria-prima (solução

do problema PCE). Propomos um modelo de otimização inteira mista (modelo PIDCM) e um método de solução para resolver de forma integrada os problemas PDL e PCE. O modelo PIDCM foi decomposto em dois modelos independentes (modelo PDL para resolver o problema PDL, e o modelo PCEM para resolver o problema de corte de estoque) simulando parcialmente a prática da fábrica. Os resultados preliminares, obtidos resolvendo instâncias dos três modelos geradas a partir de dados da fábrica, sugerem que é vantajoso o planejamento integrado.

Sob a ótica do dimensionamento dos lotes as soluções obtidas com o PIDCM possuem um custo total de estoque de produtos finais menor do que as soluções obtidas com o modelo PDL. É importante observar que as restrições de capacidade da serra são mais detalhadas no modelo integrado pois são escritas em função da decisão do número de objetos a serem cortados. No modelo PDL não é possível este detalhamento e as restrições de capacidade da serra incluem apenas uma estimativa do número total de objetos necessários. Em relação ao corte de estoque, foi possível observar que o aproveitamento da matéria-prima é maior quando a demanda de peças é dinâmica (modelo PIDCM). A demanda de peças no modelo PCEM é definida *a priori* (solução do PDL) e no modelo PIDCM é definida pela variável de produção  $X_{ft}$ . O modelo PIDCM permite uma avaliação do *trade-off* entre a antecipação de corte de peças (custo de estoque de peças) e o número de objetos cortados (custo da matéria-prima utilizada). No entanto, um sistema produtivo que faz estoque de partes do produto, exige um controle de estoque mais detalhado no "chão de fábrica".

O modelo integrado pode ser muito útil em um Sistema de Apoio à tomada de Decisões (SAD). Através de soluções obtidas com o PIDCM o gerente de produção pode, ao fazer o planejamento da produção mensal, analisar fatores tais como: o *trade-off* entre estoque (de produtos e de peças) e o número de objetos cortados; gerar padrões de corte de forma dinâmica durante a decisão do tamanho dos lote; estabelecer prazos de entre adequados de acordo com a capacidade produtiva.

Neste trabalho foram usados apenas padrões de corte do tipo 2-grupos simulando a preferência da fábrica. É interessante analisar o comportamento das soluções quando outros tipos de padrões de corte são usados. Faccio e Rangel (2009) estudaram computacionalmente diversos tipos de padrões de corte na solução de instâncias do PCE e concluíram que os modelos 3-grupos fornecem bons resultados, apesar de exigirem um tempo computacional maior que o necessário para o modelo 2-grupos. A implementação de um banco de dados que possibilite rapidez na geração de instâncias e cenários também pode ser útil na construção de um SAD. Estão em andamento testes adicionais com os modelos propostos neste trabalho, usando instâncias de tamanho real (composição completa de produtos da carteira da Fábrica L).

## Agradecimentos

Este trabalho teve apoio parcial da Capes, FAPESP e CNPq e da União Europeia (através do projeto no.2012/00464-4).

## Referências

- Alem, D. J., Morabito, R.(2012), Production planning in furniture settings via robust optimization, *Computers & Operations Research*, 39, 2, 139-150.
- Arenales, M. N., Morabito, R., Yanasse, H. H.(2004), Problemas de corte e empacotamento. *XXXVI SBPO-Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, São João del-Rei-MG, Brasil.
- Bahl, H. C., Ritzman, L. P., and Gupta, J. N. D.(1987), Determining lot sizes and resource requirements: a review. *Operations Research* v.35, 3.

Faccio, A. P., Rangel, S.(2009), Geração de padrões de corte  $n$ -grupos para a indústria moveleira. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*. v. 27, p. 41-57.

Farley, A.A.(1988), Mathematical programming models for cutting-stock problems in the clothing industry. *Journal of Operational Research Society*. v. 39, n. 1, p. 41-53.

Fico(2011). Fico Xpress 7.2: X-Press Mosel Language Reference Manual. Disponível em : <<http://www.fico.com/br/Paginas/default.aspx>> Acesso: 05 jun.

Ghidini, C. T. L. S.(2008), *Otimização de processos acoplados: programação da produção e corte de estoque*. Tese de Doutorado, ICMC/USP-São Carlos.

Ghidini, C. T. L. S.; Arenales, M.(2009), Otimização de processos acoplados na indústria de móveis: dimensionamento de lotes e corte de estoque *In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada (XXXII-CNMAC)*, Cuiabá-MT, Brasil.

Gramani, M. C. N., França, P. M., Arenales, M.N.(2011), A linear optimization approach to the combined production planning model. *Journal of the Franklin Institute* 348(7), 1523-1536.

Gramani, M. C. N., França, P. M.(2006), The combined cutting stock and lot sizing problem in industrial processes. *European Journal of Operational Research*. v.74, n.1, p. 509 - 521.

Hendry, L. C., Fok, K. K., Shek, K. W.(1996), A cutting-stock and scheduling in the cooper industry. *Journal of Operational Research Society*. v. 47, p. 37-48.

Nonas, S.L., Thorstenson, A.(2000), A combined cutting-stock and lot-sizing problem. *European Journal of Operational Research*. v. 120, p.327-342

Nonas, S.L., Thorstenson, A.(2008), Solving a combined cutting-stock and lot-sizing problem with a column generating procedure. *Computers & Operations Research*. v. 35, p.3371-3392

Poldi, K. C.; Arenales, M. N.(2010), O Problema de corte de estoque unidimensional multiperíodo. *Pesquisa Operacional*, v.30, n.1, p.153-174.

Rangel, S.; Figueiredo, A. (2008). O problema de corte de estoque em indústria de móveis de pequeno e médio portes. *Pesquisa Operacional* 28, 3, 451-472.

Santos, S.M.P.G., Araujo, S. A., Rangel, S.(2011), Integrated cutting machine programming and lot sizing in furniture industry. *Pesquisa Operacional para o desenvolvimento*, v. 3, p. 1-17.

Yanasse, H. H., Harris, R. G. & Zinober, A. S. I. (1993). Uma heurística para a redução do número de ciclos da serra no corte de chapas. Anais do XIII ENEGEP, Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina. Vol.II, p.879-885..

Yanasse, H.H., Morabito, R., Arenales, M.N.(2008), Linear and non-linear models for staged two-dimensional guillotine cutting problems. *In: A. Bortfeldt, J. Homberger, H. Kopfer, G. Pankratz, R. Strangmeier. (Org.). Intelligent Decision Support*. Wiesbaden: Gabler-Verlag Springer. v. 1, p. 69-88.