MODELACIÓN DE UN PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN DE INSTALACIONES CON DEMANDA INCIERTA PARA UNA CADENA DE SUMINISTRO DE DOS NIVELES

Nelly Monserrat Hernández González
Universidad Autónoma de Nuevo León.
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México.
nelly@yalma.fime.uanl.mx

Ada Álvarez Socarrás
Universidad Autónoma de Nuevo León.
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México.
ada.alvarezs@uanl.mx

Miguel Mata Pérez
Universidad Autónoma de Nuevo León.
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México.
miguel@yalma.fime.uanl.mx

Pablo A. Miranda G.
Pontificia Universidad Católica de Valparaiso
pablo.miranda@ucv.cl

RESUMEN

El problema abordado es una extensión del problema clásico de localización capacitado de dos etapas. Las características distinguibles en el problema propuesto son: manejo de inventario, la presencia de múltiples plantas, restricciones de única asignación en ambos niveles de la cadena. El objetivo es seleccionar las instalaciones adecuadas de un conjunto potencial de centros de distribución y el diseño de la red de cadena de suministro de tal forma que el costo generado sea el mínimo. Este costo involucra el costo fijo asociado a la apertura de centros de distribución, el costo de transporte dentro de la cadena y el costo por mantener inventario en las instalaciones abiertas. Proponemos tres diferentes modelos, el primero es un modelo de programación no lineal entera mixta, el segundo es un modelo de programación lineal entera y el último es una reformulación del segundo modelo, también un modelo lineal entero.

PALABRAS CLAVES: Problema de localización, inventario, programación no lineal entera mixta, programación lineal entera, administración de la cadena de suministro.

Área principal: Logística y Transporte, IO en la industria.

ABSTRACT

The tackled problem is an extension of the classic capacitated location problem. The distinguishing features in the proposed problem are: the inventory management, the presence of multiple plants, and the single source constraints in both echelons. The aim is to select suitable locations from a set of potential distribution centers and the supply chain network design such that the total cost is minimal. This cost includes the fixed cost associated with opening distribution centers, costs associated with transportation through the chain and inventory cost in the opened facilities. We propose three different models; the first one is a mixed integer nonlinear programming model, the second one is a integer linear programming model and the last one is a restructured model of the second one, a integer linear programming too.

KEYWORDS: Location and inventory problem, mixed integer nonlinear programming, integer linear programming, supply chain management.

Main Area: Logistics & Transportz, OR in Industry.

1. Introducción

Dentro de un mundo cada vez más competitivo y demandante, las empresas deben procurar el uso de sus recursos de manera más eficiente. Para ello, la administración de la cadena de suministro debe considerar la sinergia entre los elementos productivos y la comunicación constante entre sus actores. Siguiendo ese objetivo, con mayor frecuencia se han estado considerado interacciones entre las decisiones tácticas y estratégicas dentro de una cadena de suministro, algunos autores que muestran un panorama general de esta tendencia son Andersson et ál. (2010), Melo et ál. (2009) y Miranda et ál. (2009).

En el presente trabajo, el problema de estudio consiste en diseñar una red de cadena de suministro de un único producto con demanda estocástica, con plantas, centros de distribución y clientes. Involucra los costos por la apertura de instalaciones, costo por transportación de producto así como el costo de mantener inventario en los centros de distribución abiertos.
Entre algunas publicaciones que involucran el problema de localización y el problema de inventario se encuentran: Jayaraman (1998) donde se incorpora el modelo económico de lote (EOQ por sus siglas en inglés, *Economic Order Quantity*) y los costos de órdenes en un problema de localización de instalaciones, asumiendo tamaños de lotes fijos y demanda determinista. En Ettl et ál. (2000), Daskin (2002) y Miranda et ál. (2004) se presentan problemas similares, pero suponen demandas estocásticas.

Problemas similares al nuestro se han modelado a través de un modelo entero mixto no lineal, causado por involucrar el costo real de inventarios. En Nozick (2001) se presenta un modelo lineal entero mixto, al desarrollar una aproximación lineal para el inventario de seguridad. En Shen (2003) también se presenta un modelo lineal, pero éste fue obtenido al reformular su modelo no lineal inicial.

En cuanto a los métodos de solución, la literatura no es muy amplia. La relajación lagrangiana es la herramienta más recurrida para la resolución de problemas con características similares. También se han utilizado heurísticas como las manejadas en Miranda (2009) y en Qin (2009).

La diferencia sustancial del problema abordado aquí con lo existente en la literatura radica en la consideración de múltiples plantas. Tener alternativas de plantas implica la presencia de decisiones de asignación, siendo estás, para nuestro caso de única fuente. Lo anterior significa que cada punto de demanda sólo debe ser atendido por un punto de abastecimiento. Algunos artículos involucran varias opciones de plantas, sin embargo, modelan bajo el supuesto de que los valores de los parámetros correspondientes a éstas, es decir, el tiempo de entrega de órdenes de compra y el costo por transporte, son iguales sin importar a qué centro de distribución atienda. Con tal supuesto se vuelve indiferente la selección de una planta respecto de otra, eliminándose así las decisiones de asignación y, por tanto, simplificando considerablemente el problema.

Este artículo está enfocado a la modelación matemática del problema propuesto y se encuentra organizado de la siguiente manera. La segunda sección presenta la descripción formal del problema, supuestos y características a cumplir en la cadena de suministro. La tercera sección es dedicada a nuestra formulación matemática, explicando los tres modelos obtenidos, uno de programación no lineal entera mixta y dos de programación lineal entera mixta. La evaluación de los modelos, así como el análisis de sensibilidad realizado con el modelo seleccionado, se encuentra en la sección de experimentación y resultados. Para finalizar, las conclusiones y trabajo a futuro son expuestos en la quinta sección.

2. Descripción del problema

El problema bajo estudio se centra en una red de cadena de suministro con un único producto de demanda estocástica, de 2 niveles con plantas, centros de distribución (CD) y clientes. Se desea encontrar la configuración de red que bajo las restricciones de capacidad de las plantas, satisfaga las demandas de los clientes, minimizando los costos por apertura de instalaciones, transportación e inventario.

Para que la configuración sea óptima se determinará el número adecuado de centros de distribución a abrir, al igual que su ubicación, teniendo previamente ubicaciones potenciales, también se decidirá la asignación de los futuros centros de distribución a las plantas y de los clientes a los centros de distribución. La asignación debe hacerse de tal manera que cada centro de distribución abierto sea atendido por una sola planta, así mismo, cada cliente debe ser abastecido por un solo centro de distribución abierto.
La ubicación de las plantas y los clientes es conocida, así como la capacidad de producción de las primeras. La demanda de los clientes se comporta según una distribución normal con varianza y media estimadas. En cuanto a la demanda de los futuros centros de distribución, ésta es función de la demanda de los clientes, aprovechando así el fenómeno conocido como riesgo compartido (*risk pooling*) y evitando el efecto látigo.
Se considerará el costo de mantener inventarios en los centros de distribución a abrir, siendo el mismo para todos los sitios potenciales. La consideración de los inventarios de trabajo y de seguridad sólo se realizará en los centros de distribución, los cuales seguirán el modelo económico de lote (Harris, 1996).

También se toman en cuenta los costos de envío del producto entre los escalones de la red. En los envíos de plantas a futuros centros de distribución, se considerarán economías a escala y por tanto se modelan por un costo fijo y un costo variable. La demanda no abastecida se controla con un nivel de servicio establecido, el cual es medido como la probabilidad de no incurrir en inventario agotado durante el tiempo de entrega de una orden en los centros de distribución.

3. Formulación matemática

Para la modelación matemática utilizamos la siguiente notación.

Conjuntos
K: Conjunto de clientes indexados por k.
J: Conjunto de ubicaciones potenciales para abrir centros de distribución indexados por j.
I: Conjunto de plantas indexadas por i.

Parámetros
d_k: Media de la demanda diaria del minorista k.
λ: Cantidad de días trabajados.
s_k: Varianza de la demanda diaria del minorista k
u_j: Costo fijo de ubicar un centro de distribución en el sitio candidato j
β: Ponderación del transporte. Refleja la importancia relativa del transporte dentro de la

cadena.

θ: Ponderación del inventario. Indica la importancia del inventario dentro de la cadena.

h: Costo unitario anual de mantener inventario en los centros de distribución.

f_j: Costo fijo de poner una orden en el centro de distribución abierto en la ubicación j

l_{ij}: Tiempo de entrega de la planta i al centro de distribución j.

g_{ij}: Costo variable de transportar una orden de la planta i al CD ubicado en j.

a_{ij}: Costo unitario de envío de productos de la planta i al CD ubicado en j.

c_{jk}: Costo unitario de envío de productos del CD con ubicación j al minorista k.

α: Probabilidad máxima aceptada de escasez de producto en los CD durante el tiempo de entrega de un pedido.

p_i: Capacidad de producción anual de la planta i.

q_j: Capacidad del centro de distribución ubicado en j.

$z_{1-\alpha}$: Valor de la variable aleatoria normal estándar, correspondiente a la probabilidad de abasto en los centros de distribución durante el tiempo de entrega de pedidos.

Variables de decisión

$$X_j = \begin{cases} 1 \text{ si se localiza un centro de distribución en el sitio candidato } j. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

$$Y_{jk} = \begin{cases} 1 \text{ si la demanda del minorista } k \text{ es asignada al CD localizado en el sitio candidato } j. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si el centro de distribución ubicado en } j \text{ es asignado a la planta } i. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

Variables auxiliares relacionadas con los centros de distribución.

S_j: Varianza diaria de la demanda en el centro de distribución j.

D_j: Demanda media en el centro de distribución j.

T_j: Tiempo de entrega de una orden al centro de distribución j.

Con lo anterior el modelo puede ser formulado de la siguiente manera:

mín.

$$\sum_{j \in J}\left(u_j X_j + \beta\left(\lambda \sum_{k \in K}\mu_k c_{jk} Y_{jk} + \sum_{i\in I} a_{ij} D_j Z_{ij}\right) + \sqrt{2\theta h D_j\left(f_j + \beta\sum_{i \in I} g_{ij} Z_{ij}\right)} + \theta\lambda h z_{1-\alpha}\sqrt{S_j T_j}\right) \quad (1)$$

s.a:

$$\sum_{j \in J} Y_{jk} = 1 \qquad \forall j \qquad (2)$$

$$\sum_{i \in I} Z_{ij} = X_j \qquad \forall j \qquad (3)$$

$$\sum_{i \in I} q_j Z_{ij} \le p_i \qquad \forall i \qquad (4)$$

$$D_j \le q_j X_j \qquad \forall j \qquad (5)$$

$$T_j = \sum_{i \in I} l_{ij} Z_{ij} \qquad \forall j \qquad (6)$$

$$S_j = \sum_{k \in K} s_k Y_{jk} \qquad \forall j \qquad (7)$$

$$D_j = \lambda \sum_{j \in J} d_k Y_{jk} \qquad \forall j \qquad (8)$$

$$X_j, Y_{jk}, Z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j, k \qquad (9)$$

$$T_j, D_j \in Z^+ \qquad \forall j \qquad (10)$$

$$S_j \in R \qquad \forall j \qquad (11)$$

La función objetivo consiste en minimizar los costos ponderados de la red de distribución de la cadena de suministro. En el primer término de la función se indican los costos apertura de centros de distribución mientras que los costos correspondientes a transportación de productos de plantas a centros de distribución y los costos de envío de productos de CD a clientes son simplificados en el segundo sumando. El costo ponderado por mantener inventario, el costo por ordenar y el costo variable por enviar pedidos a los centros seleccionados se muestran simplificados en el tercer término de la función. El último sumando corresponde al costo ponderado por mantener inventario de seguridad.

En cuanto a las restricciones, la ecuación (2) asegura que cada minorista sea asignado a un único CD, de manera análoga, en la ecuación (3) se restringe que cada centro abierto sea asignado a una sola planta. La restricción (4) indica que la demanda abastecida por cada planta no exceda la capacidad de la misma; la siguiente restricción señala la misma condición pero para los CD. La expresión (6) define el tiempo de llegada de una orden al CD, la restricción (7) expresa la varianza de la demanda diaria para cada centro de distribución. La restricción (8) define la media de la demanda anual a atender por cada centro como la demanda conjunta de los clientes asociados a éstos. Finalmente las restricciones (9)-(11) muestran la naturaleza de las variables. Este modelo es de programación no lineal entera mixta, se hará referencia a él más adelante como MINLP, por sus siglas en inglés *Mixed integer nonlinear programming*.

Como se verá en el apartado de resultados, al resolver el modelo de manera exacta, no fue posible encontrar soluciones óptimas, por lo que se decidió tratar con un modelo linealizado que a continuación se muestra.

Linealización del modelo.

Para desarrollar esta linealización es necesario considerar adicionalmente los siguientes conjuntos y variables:

B: Conjunto potencia de K, es decir, conjunto formado por todos los subconjuntos posibles b de clientes del conjunto K.

$$O_{b,i,j} = \begin{cases} 1 \text{ si la planta } i \text{ abastece al CD localizado en el sitio candidato } j\text{, el cual atiende al conjunto de clientes } b. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

$$W_{j,b} = \begin{cases} 1 \text{ si el CD localizado en el sitio candidato } j \text{ atiende al conjunto de clientes } b. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

El modelo resultante es un modelo lineal entero mixto referenciado en lo adelante como MILP, el cual queda expresado de la siguiente manera:

$$\text{mín.} \quad \sum_{j\in J}\left(u_j X_j + \beta\lambda \sum_{b\in B}\sum_{k\in b} d_k c_{jk} W_{jk} + \sum_{b\in B}\sum_{i\in I} M_{bij} O_{bij}\right) \quad (12)$$

s.a:

$$\sum_{b\in B|k\in b}\sum_{j\in J} W_{jb} = 1 \qquad \forall k \in K \qquad (13)$$

$$\sum_{i\in I} Z_{ij} = X_j \qquad \forall j \in J \qquad (14)$$

$$\sum_{b\in B|k\in b} \lambda d_k W_{jb} \le q_j X_j \qquad \forall j \in J \qquad (15)$$

$$\sum_j q_j Z_{ij} \le p_i \qquad \forall i \in I \qquad (16)$$

$$O_{bij} \ge W_{jb} + Z_{ij} - 1 \qquad \forall b \in B, i \in I, j \in J \qquad (17)$$

$$X_j, W_{j,b}, Z_{ij}, O_{bij} \in \{0,1\} \qquad \forall j \in J, k \in K, i \in I, b \in B \qquad (18)$$

Donde M_{bij} representa los costos por ordenar, mantener inventario y transportar productos en el primer nivel de la cadena asociados a la planta i, el CD j y el subconjunto b de clientes. Nótese que siguen existiendo términos no lineales, sin embargo, ahora sólo involucran parámetros y no variables. Matemáticamente es expresado de la siguiente manera:

$$M_{bij} = \sqrt{2\theta\lambda}\sqrt{\sum_{k\in b} d_k\left(f_j + \beta g_{ij}\right)} + \lambda\beta\sum_{k\in b} d_k a_{ij} + \theta\lambda hz\sqrt{\sum_{k\in b} l_{ij} s_k}$$

El primer término de la función objetivo (12) continua sin cambio y representa el costo por apertura de centros de distribución, mientras que el segundo corresponde a los costos de transportación de productos de centros a clientes.

La restricción (13) fuerza a asignar a los clientes a un único subconjunto y a un único centro de distribución. La expresión (14) representa asignación única de todos los centros de distribución abiertos a plantas. Las restricciones (15) y (16) evitan sobrepasar la capacidad de plantas y CD, respectivamente.

La variable $O_{b,i,j}$ puede ser vista como el indicador de activación de arcos entre ambos niveles de la cadena. Nótese esto en la restricción (17) al relacionar los enlaces de plantas a centros de distribución ($Z_{ij} = 1$) y de éstos a clientes ($W_{jb} = 1$). Para finalizar, la restricción (18) establece la naturaleza de las variables de decisión.

El inconveniente en este modelo consiste en que el número de restricciones y variables crece de manera exponencial. Para aminorar un poco el tamaño del conjunto *B*, se decidió eliminar previamente, aquellos conjuntos con demanda mayores a la capacidad de almacenamiento del centro de distribución más grande, dichos conjuntos violan la restricción (15) y por tanto pertenecen a soluciones infactibles. Aún con esto, la resolución de manera exacta sólo fue posible con casos pequeños, de pocos elementos en sus conjuntos. Por ello se siguió buscando una mejor modelación que permitiera la solución de instancias más grandes, lo cual se muestra a continuación.

Reformulación del modelo MILP

Para esta formulación se procedió a considerar subconjuntos de clientes que pueden ser *realmente* atendidos por los centros de distribución, y se decidió además, asignarlos previamente a cada uno de ellos. Obviamente, para un subconjunto de clientes, la consideración de ser atendido o no por un centro de distribución en específico depende de si la cantidad de producto que demanda es menor o igual que la capacidad de atención de la instalación en cuestión.

Con lo anterior introducimos un nuevo atributo: estrella. Este atributo consiste en un subconjunto de clientes, el cual es asignado a alguno de los centros de distribución con la suficiente capacidad para soportar la demanda conjunta de los clientes que lo integra. Es así que la decisión a tomar ahora consiste sólo en escoger estrellas y asignarlas a una planta y se representa por la siguiente variable:

$$E_{ir} = \begin{cases} 1 \text{ si la planta } i \text{ abastece a la estrella } r. \\ 0 \text{ otro caso.} \end{cases}$$

Cada costo de asignación planta-estrella está en función de los elementos definidos por la estrella y por la planta en cuestión, volviéndose un parámetro y linealizando a su vez la función objetivo. El modelo obtenido es lineal binario y haremos referencia a él como BLP.

$$\text{mín.} \quad \sum_{i \in I} \sum_{r \in R} C_{ir} E_{ir} \quad (19)$$

$$s.a: \quad \sum_{i\in I}\sum_{r\in R} E_{ir}\delta_{kr} \geq 1 \qquad \forall k\in K \qquad (20)$$

$$\sum_{r\in R}\sum_{k\in K} E_{ir}\,\delta_{kr} d_k \leq p_i \qquad \forall i\in I \qquad (21)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{r\in R} E_{ir}\varphi_{rj} \leq 1 \qquad \forall j\in J \qquad (22)$$

$$E_{ir} \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I, r\in R \qquad (23)$$

Donde
R: Conjunto de estrellas indexado por r.
δ_{kr}: Matriz binaria, en donde cada componente toma el valor de 1 si el cliente k pertenece a la estrella r, *0* en otro caso.
φ_{jr}: Matriz binaria, en donde cada componente toma el valor de 1 si el centro j pertenece a la estrella r, *0* en otro caso.
C_{ir}: Costo total de asignar la estrella r a la planta i. Comprende el costo de apertura del CD que abastece a la estrella, el costo de inventario y el costo de transporte.

$$C_{ir} = \sum_{j\in J}\varphi_{jr}\left[u_j + \beta\lambda\sum_{k\in K} d_k\delta_{kr}\left(c_{jk}+a_{ij}\right)\right] + \sqrt{2\theta h\sum_{k\in K} d_k\delta_{kr}\sum_{j\in J}\varphi_{jr}\left(f_j+\beta\cdot g_{ij}\right)}$$
$$+\theta h z_\alpha\sqrt{\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} s_k d_k \delta_{kr} l_{ij}\varphi_{jr}}$$

Como se verá en el siguiente apartado, al no considerar todas las posibles combinaciones de clientes, sino únicamente las combinaciones factibles, este modelo manipula menor cantidad de elementos que el modelo anterior, agilizando el tiempo de optimización y permitiendo solucionar casos de prueba de mayor tamaño.

4. Experimentación y resultados

Se realizaron dos conjuntos de experimentos, el primero dirigido a la evaluación de los modelos, permitiendo la selección del mejor. Los criterios de evaluación son: tiempo de ejecución, alcance de optimalidad y tamaño de casos resueltos. El segundo conjunto de experimentos fue realizado sobre el modelo seleccionado, diseñado para un análisis de sensibilidad respecto de los parámetros propios de la cadena de suministro en la configuración de red. Para ambos conjuntos de experimentos de probó con un período de tiempo de 360 días laborados.

Evaluación de los modelos

Se resolvieron 8 casos de prueba bajo los tres distintos modelos, ingresándolos a GAMS 22.8, *software* de modelación algebraica con interface a varias librerías de optimización. La experimentación se realizó en una terminal con procesador Sun Fire V440, conectado a 4 procesadores de 1602 Hhz, ultra sparc III con 1 MB de cache y memoria de 8 GB. Para el modelo MINLP se utilizó AlphaECP, optimizador basado en el método extendido de planos cortantes, para los modelos MILP y BLP, se utilizó el optimizador Cplex.

En la tabla 1 se resumen los resultados obtenidos de la evaluación de los modelos. En la primera columna se indica el tamaño del caso de prueba, siendo el primer número la cantidad de plantas, el siguiente es la cantidad de centros de distribución potenciales y el tercero es el número de clientes a atender. El número entre paréntesis es la semilla utilizada para generar los parámetros aleatorios. Para cada modelación se expresa el valor de la función objetivo (F.O.) y el estatus de la solución (E.S.), si en éste aparece la palabra "entera", significa que se logró encontrar una solución entera factible, pero no óptima.

CASO	MINLP		MILP		BLP	
	F.O.	E.S.	F.O.	E.S.	F.O.	E.S.
2-3-4 (4)	$2,916,073.08	Entera	$2,001,845.04	Óptima	$2,001,845.04	Óptima
3-4-6 (5)	$3,102,717.23	Entera	$2,837,904.29	Óptima	$2,837,904.29	Óptima
3-4-6 (346)	$3,418,570.79	Entera	$2,926,014.43	Óptima	$2,926,014.43	Óptima
5-6-8 (100)	$6,726,553.06	Entera	$5,561,617.07	Óptima	$5,561,617.07	Óptima
2-7-9(164)	Infactible	Infactible	$7,030,462.35	Óptima	$7,030,462.35	Óptima
4-12-8(536)	$9,855,572.17	Entera	$4,422,474.79	Óptima	$4,422,474.79	Óptima
5-6-10 (100)	$7,662,481.56	Entera	$6,247,786.70	Óptima	$6,247,786.70	Óptima
6-7-12 (5)	$7,124,274.82	Entera	--	--	$6,605,868.49	Óptima

Tabla 1: Valor objetivo para los casos de prueba

Para el modelo MINLP, el valor de la función objetivo de todos los casos evaluados, es mayor que los valores de las soluciones de los demás modelos, debido a que la solución óptima no es alcanzada. El modelo MINLP sólo logra obtener soluciones factibles con una diferencia que alcanza hasta 30 %, además presenta dos casos que son clasificados como infactibles, a pesar de no serlo (caso 2-7-9 (164) y el caso 3-8-20(65)). Los modelos MILP y BLP, por otro lado, alcanzan valores óptimos, sin embargo sólo el modelo BLP, es capaz de resolver todos los casos de prueba. Recordemos que el conjunto de clientes produce un crecimiento exponencial en el número de variables y en el número de restricciones y por tanto, para más de 10 clientes, el modelo MILP se vuelve computacionalmente intratable.

La tabla 2 resume los tiempos de cómputo necesarios para cada uno de modelos. Se especifican dos tiempos, el primero titulado como T hace referencia al tiempo necesario para el preproceso, compilación y ejecución del modelo, el segundo es el tiempo de optimización requerido por el optimizador para resolver el caso de estudio. Las unidades se encuentran expresadas en segundos salvo que indique lo contrario.

CASO	MINLP		MILP		BLP	
	T	O	T	O	T	O
2-3-4 (4)	0.11	318	0.15	0.15	0.09	0.05
3-4-6 (5)	0.24	5835	0.05	1.79	0.08	0.05
3-4-6 (346)	0.21	1379	0.05	2.47	0.09	0.08
5-6-8 (100)	0.30	1580	0.18	443.56	2.18	0.89
2-7-9(164)	0.08	4571	0.32	92.06	11.57	0.43
4-12-8(536)	0.39	7565	0.30	348.25	9.13	0.19

5-6-10 (100)	0.30	4926	1.03	16 h	33.91	2.08
6-7-12 (5)	0.05	711	--	--	2 h	3.23

Tabla 2. Tiempo computacional de requerido en la resolución de los casos de prueba

Mientras que el tiempo requerido por el preprocesamiento, compilación y ejecución en los modelos MINLP y MILP es prácticamente despreciable, para el modelo BLP incrementa de manera considerable conforme incrementa el tamaño del caso de prueba. Lo anterior es causado por el incremento exponencial del número de estrellas. Es importante hacer mención que esto también es consecuencia de haber realizado el preprocesamiento, es decir, la eliminación de subconjuntos infactibles en el modelador. GAMS tiene integradas funciones especiales para el manejo de arreglos que facilitan enormemente la programación, pero a un costo elevado en cuanto a tiempo de ejecución, el preprocesamiento necesario para el modelo BLP es un ejemplo de lo anterior.

Se seleccionó el modelo BLP, dado que su ventaja es evidente frente a los otros dos modelos, tanto en el logro de optimalidad, el tiempo de solución y por que permite resolver instancias de tamaños mayores que los modelos anteriores. Para aminorar el tiempo de cómputo, se decidió programar el preprocesamiento en C++, en el cual se eliminan los subconjuntos de clientes infactibles y se calculan los parámetros de cada estrella (media y varianza de la demanda y costo por asignarlos a las plantas). Una vez obtenidos los elementos factibles se ingresa el caso a GAMS.

Análisis de sensibilidad

De acuerdo a las características propias de la cadena de suministro, tales como naturaleza del producto, demanda, calidad, entre otras muchas, el tomador de decisiones puede asignar distintos valores a las ponderaciones de inventario y del transporte, así como el nivel de servicio que desea lograr. Con estos experimentos pretendemos determinar si influye la ponderación del inventario, transporte, y servicio en la configuración de red de la cadena de suministro y de ser así ¿qué tanto influye? Para ello se realizó un diseño factorial, variando los factores a analizar como se muestra en la tabla 3.

Factores	Niveles			
Ponderación del transporte. (β)	0.001	0.04	0.5	1
Ponderación de inventario. (Θ)	0.003	0.1	0.8	1
Nivel de servicio	0.67	2.05		

Tabla 3. Niveles de los factores analizados

La experimentación se realizó sobre 6 distintos tamaños de prueba (bloques) con 3 réplicas cada uno. Entiéndase por réplicas a distintos casos de prueba del mismo tamaño. La ejecución de estos casos de prueba fue realizada en una PC con procesador Intel con 2.49 GHz y 3.5 GB RAM, bajo Windows 2002.

La configuración de red, que es nuestro resultado de interés, está definida por el número de centros abiertos y la asignación resultante en ambos niveles de la cadena de suministro. Después de haber analizado los resultados obtenidos, descubrimos que el número de centros de distribución prácticamente permanece invariable entre cada ejecución, por lo que no refleja realmente la influencia de los parámetros. Lo que sí se altera es la elección de los centros seleccionados y como consecuencia las asignaciones, lo que provoca un cambio en el costo total del sistema.

Dado que el costo es ponderado fue necesario, una vez obtenida la configuración de red, calcular los costos reales de la configuración, es por ello que se fijo un valor unitario a los tres factores, a manera de hacer comparables los costos independientemente de los cambios en los factores. De esta forma, nuestra variable de respuesta es el porcentaje de variación en los costos totales respecto a la mejor configuración, la de menor costo, obtenida en cada caso de estudio.

Los resultados se ingresaron en minitab®, *software* especial de análisis estadístico. El análisis obtenido se muestra en la tabla 4. Tomando un nivel de significancia de 0.01, se observa que sólo la ponderación de transporte, como la ponderación del inventario, así como la interacción de ambos, es influyente significativamente en la configuración de red.

Análisis de varianza, utilizando SC ajustada para pruebas

Fuente	GL	SC sec.	SC just.	MC ajust.	F	P
Bloques	17	2.03324	2.03324	0.11960	7.62	0.000
theta	3	1.23400	1.23400	0.41133	26.21	0.000
betha	3	29.53140	29.53140	9.84380	27.25	0.000
ns	1	0.08776	0.08776	0.08776	5.59	0.018
theta*betha	9	2.28918	2.28918	0.25435	16.21	0.000
theta*ns	3	0.03672	0.03672	0.01224	0.78	0.505
betha*ns	3	0.09420	0.09420	0.03140	2.00	0.113
theta*betha*ns	9	0.17471	0.17471	0.01941	1.24	0.270
Error	527	8.27047	8.27047	0.01569		
Total	575	43.75169				

S = 0.125274 R-cuad. = 81.10% R-cuad.(ajustado) = 79.38%

Tabla 4. Análisis estadístico

El nivel de servicio establecido no muestra evidencia de impacto en las soluciones óptimas del modelo. Dentro de los costos, el nivel de servicio afecta únicamente al inventario de seguridad, por tanto, el no tener influencia significativa, implica que la variación, incluso una grande como de 75% a un 98% (porcentajes correspondientes a los niveles de servicio evaluados) no influye en la configuración de red, debido a que se logra un diseño satisfactorio con relación al cubrimiento de la demanda.También se observa que los bloques (tamaño) tienen influencia significativa en las soluciones obtenidas, lo cual es de esperarse, ya que dependiendo del número de instalaciones disponibles en cada caso (planta, instalaciones y clientes) será el diseño de la cadena de suministro de estudio.

5. Conclusiones y trabajo a futuro

La importancia del trabajo presentado consiste en la integración de elementos que en conjunto no se han tratado en la literatura, siendo un problema mucho más complejo, principalmente debido a la consideración de dos niveles de la cadena de suministro analizada y por la asignación única involucrada en los mismos. Por otro lado, al incluir los costos reales de inventario, se involucran forzosamente términos no lineales, lo que hace al problema aún más difícil de resolver, si se desea trabajar directamente con el modelo original obtenido. Para evitar la problemática propia de los modelos no lineales se decidió linealizar el modelo, sin embargo, el modelo resultante (MILP) presenta el inconveniente de incrementar de manera exponencial el número de las variables y de restricciones. Gracias a la tercera modelación y con el preprocesamiento realizado se lograron resultados óptimos en tiempos razonables de cómputo, lo que muestra el valor de dedicar tiempo a la modelación.

Aunque generalmente las linealizaciones no suelen ser obvias y sí muy tardadas, pueden dar mejores resultados a largo plazo, principalmente si se desea alcanzar optimalidad y trabajar no sólo con casos de tamaños pequeños. Es necesario mencionar que los modelos lineales presentados, son correctos sólo bajo el supuesto de atención de demanda desde una sola fuente de abastecimiento. Considerar supuestos tales como partición de la demanda o la entrega de productos desde varias fuentes de abastecimiento, romperían la estructura de los modelos lineales expuestos.

Por otro lado, con respecto al análisis de sensibilidad, la influencia significativa de la ponderación del transporte e inventario confirma la importancia de considerar decisiones operacionales dentro de la toma de decisiones estratégicas (apertura de centros de distribución en nuestro problema), pues como se pudo observar son influyentes en los costos y por supuesto en la configuración de red resultante.

Es evidente que la resolución del modelo por medio de su ingreso directo a los optimizadores comerciales no es la mejor idea cuando se trata de casos de prueba de grandes tamaños. La experimentación realizada nos permitió conocer la estructura del problema y su comportamiento, por lo que se ha decidido aplicar en un futuro técnicas de descomposición, en específico, generación de columnas que nos permita resolver casos de mayor tamaño.

REFERENCIAS

Anderssong, H., A. Hoff, M. Christiansen, G. Hasle y A. Lokketangen (2010). Industrial Aspects and Literature Survey: Combined Inventory Management and Routing, *Computers and Operation Research*, 37(2), págs. 1515-1536.

Daskin, M., C. Coullard y M. Shen, Zuo-Jun, (2002). An Inventory-Location Model: Formulation, Solution. Algorithm and Computational Results, *Annals of Operations Reserch*, 110(1), págs. 83-106.

Erlebacher, S. J. y R. D. Meller (2000). The Interaction of Location and Inventory in Designing Distribution System. *IIE Transaction*, 32(2), págs. 155-166.

Ettl, M., G. Feigin, G. Lin y D. Yao (2000). A Supply Network Model with Base-Stock Control and Service Requirement. *Operation Research*, 1(2), págs. 216-232.

Harris, F. W., (1913). How Many Parts to Make at Once, *The Magazine of Management*, 10(2), págs. 135-136,

Jayaraman, V., Transportation (1998), Facility Location and Inventory Issues in Distribution Network Design, *International Journal of Physical Distribution & Logistic Management*.

Melo, M., S. Nickel y F. Saldanha da Gama, (2009). Facility Location and Supply Chain Management. A review. *European Journal of Operation Research*, 196(2), págs. 401-412,

Miranda, P. A. y R. A. Garrido (2004)., Incorporating Inventory Control Decisions into a Strategic Distribution Network Design Model with Stochastic Demand., *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*., 40(3), págs. 183-207.

Miranda, P. A., R. A. Garrido y J. A. Ceroni (1998)., E-Work Based Collaborative Optimization Approach for Strategic Logistic Network Design Problem, *Computers and Industrial Engineering*, 57(1), págs. 3-13, 2009.

Miranda, P. A., R. A. Garrido y J. A. Ceroni, (2009). E-Work Based Collaborative Optimization Approach for Strategic Logistic Network Design Problem, *Computers and Industrial Engineering*, 57(1), págs. 3-13.

Nozick, L. y M. Turnquist, (2001). Inventory, Transportation, Service Quality and The Location of Distribution Centers, *European Journal of Operational Research*, 129(2), págs. 362-371.

QIN, J., F. SHI, L.X. MIAO y G.-J. TAN, (2009). Optimal Model and Algorithm for Multi-Commodity Logistics Network Design Considering Stochastic Demand and Inventory Control, *Systems Engineering, Theory and Practice*, 29(4), págs. 176-183.

Shen, Z.-J. M., C. Coullard y M. S. Daskin (2003)., A Joint Location-Inventory Model, *Transportation Science*, 37(1), págs.. 40-55.