

## PLANEAMENTO DE LONGO PRAZO DA CADEIA DE ABASTECIMENTO NA INDÚSTRIA DE BEBIDAS

**Luis Guimarães**

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, s/n 4200-465 Porto, Portugal  
guimaraes.luis@fe.up.pt

**Bernardo Almada-Lobo**

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, s/n 4200-465 Porto, Portugal  
almada.lobo@fe.up.pt

### RESUMO

O presente artigo aborda o planeamento de longo prazo das operações na cadeia de abastecimento na indústria das bebidas. Este consiste num plano de longo prazo que define o escalonamento e dimensão dos lotes de produção numa série de linhas de enchimento, simultaneamente definindo as transferências de stock entre as várias instalações da cadeia. O objetivo é a satisfação da procura estimada minimizando os custos de produção, horas extraordinárias, posse de inventário, transferência e recurso a instalações externas.

O presente projeto foi realizado em colaboração com uma empresa do setor. O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista. Este modelo é a base do método de solução desenvolvido. Os resultados obtidos durante a validação mostram a interdependência entre as decisões de planeamento da produção e distribuição. Atualmente a empresa utiliza a metodologia apresentada no âmbito do seu planeamento, permitindo uma melhoria significativa da sua performance operacional.

**PALAVRAS CHAVE.** Otimização da cadeia de abastecimento, Planeamento de longo prazo, Pesquisa de grandes vizinhanças

**Área principal.** 1 - IND - PO na Indústria, 2 - MH - Metaheurísticas

### ABSTRACT

The current paper tackles supply chains operations long term planning in the beverage industry. It consists in a long term plan sizing and assigning production lots to a series of filling lines, while simultaneously defining stock transfers among the different facilities. The objective is to fulfill the forecasted demand minimizing the overall cost, namely production, overtime, holding, transfer and use of external facilities.

This project was done in collaboration with a company of the sector. The problem is formulated as a mixed integer programming model. This model is the basis of the solution method developed. Results obtained during solution approach validation show the relation between production and distribution planning decisions. Nowadays, the company uses the presented methodology in the scope of their planning, allowing for a substantial improvement of their operational performance.

**KEYWORDS.** Supply chain optimization, Long-term planning, Large neighborhood search  
**Main area.** 1 - IND - OR in Industry, 2 - MH - Metaheuristics

## 1. Introdução

A indústria de bebidas fornece uma grande variedade de consumidores com produtos desde vinho até refrigerantes, passando pela cerveja, bebidas espirituosas e águas minerais. É uma das indústrias mais competitivas, muito fruto das diferenças culturais entre as populações, que criam o ambiente perfeito para o aparecimento de empresas especializadas em marcas reconhecidas a nível nacional ou regional. Nos últimos anos, a crescente concorrência no setor obrigou as empresas a expandir o seu leque de produtos. Aliado a este facto, o desenvolvimento de instalações produtivas mais automatizadas e o aumento da complexidade da cadeia de abastecimento, despertou a necessidade latente de um planeamento mais eficiente.

O desafio presente no planeamento de longo prazo (PLP) da cadeia de abastecimento consiste na criação de um plano de produção para as linhas de enchimento e de um plano de transferências entre as várias instalações de forma a satisfazer a procura ao menor custo possível. Tipicamente, o plano é gerado para um horizonte rolante estando a escala temporal discretizada em 12 a 18 períodos mensais. As decisões em cada período podem ser agrupadas em decisões de produção e decisões de distribuição. Do ponto de vista da produção são determinadas as quantidades a produzir e número de horas extraordinárias necessárias, tendo por base a alocação de famílias de produtos às linhas de enchimento disponíveis. Ao nível da distribuição são definidas as quantidades manter em inventário em cada instalação, a transferir entre os diferentes instalações e as quantidades de *stock* a enviar e armazenar em instalações externas à empresa.

Este estudo foi inspirado num problema real de uma empresa que produz, distribui e comercializa cerveja e refrigerantes. O foco principal foi a modelação do problema e o desenvolvimento de um método de solução para a geração automática dos planos que sirva de apoio aos gestores na sua tomada de decisão. A complexidade inerente à resolução de problemas reais de planeamento, assim como o objetivo de criar um sistema de apoio à decisão para ser implementado na empresa conduziu à utilização de métodos aproximados para a obtenção dos planos. Em concreto, recorreram-se a metaheurísticas para a geração de planos com elevada eficiência num curto período de tempo. O método de solução proposto utiliza os princípios do *Variable Neighborhood Search* (VNS) combinados com a formulação matemática desenvolvida, como forma de gerar rapidamente soluções de alta qualidade para o problema. No método desenvolvido, a pesquisa local é responsável por definir a alocação das famílias de produtos às linhas de enchimento que, no modelo matemático, corresponde às variáveis binárias de *setup*. Enquanto que as restantes decisões que compõem a parte contínua da formulação são determinadas com recurso à resolução do subsequente problema de programação linear (PL) obtido pela fixação das variáveis de *setup* no modelo. Uma vez que esta exploração das estruturas de vizinhança é computacionalmente exigente, a informação recolhida durante a resolução do PL é utilizada para, por um lado, guiar a pesquisa local e, por outro, identificar e rejeitar rapidamente soluções de qualidade inferior à atual.

A performance obtida durante um período de validação na empresa, quer em termos do *output* gerado, quer dos tempos de execução, legitimou do ponto de vista prático o algoritmo, servindo de base para o desenvolvimento de um sistema de apoio à decisão (SAD). O sistema visa uma utilização e parametrização *user-friendly* do método por parte dos gestores da empresa. A implementação na empresa do SAD foi bem sucedida, e este foi utilizado pelos gestores da empresa, em setembro de 2011, de forma independente no processo de planeamento do ano de 2012 e, na simulação de diferentes cenários de transformação do parque industrial da empresa.

O restante do documento está organizado da seguinte forma. A Secção 2 descreve o processo produtivo dos tipos de produtos abordados (cerveja e refrigerantes), as condicionantes do planeamento na indústria das bebidas e a cadeia de abastecimento. A descrição detalhada do problema e o enquadramento do projeto na empresa constituem a Secção 3. A metodologia de solução proposta é exposta na Secção 4 e a sua validação na Secção 5. Detalhes da implementação do sistema de apoio à decisão estão presentes na Secção 6. Por fim, a Secção 7 analisa o impacto do projeto na

empresa e suas possíveis extensões.

## 2. Produção e distribuição na indústria das bebidas

As instalações presentes na cadeia de abastecimento estão divididas em centros produtores e centros distribuidores. Um centro produtor aglomera múltiplas linhas de enchimento onde são produzidos os diferentes produtos finais. Um centro distribuidor armazena os produtos produzidos, com a finalidade de os enviar para outros centros ou clientes. Cada centro produtor está associado a um centro distribuidor para o qual segue toda a sua produção. A cadeia de abastecimento nesta indústria conta, normalmente, com vários centros produtores para satisfazer uma procura geograficamente dispersa a um menor custo. Uma vez que o transporte dos produtos finais pode representar uma percentagem significativa dos custos totais, os centros produtores cobrem uma área limitada de influência, podendo em situações ocasionais satisfazer procura de outras áreas. Todavia, a sua coordenação é essencial para reduzir os custos de toda a cadeia de abastecimento.

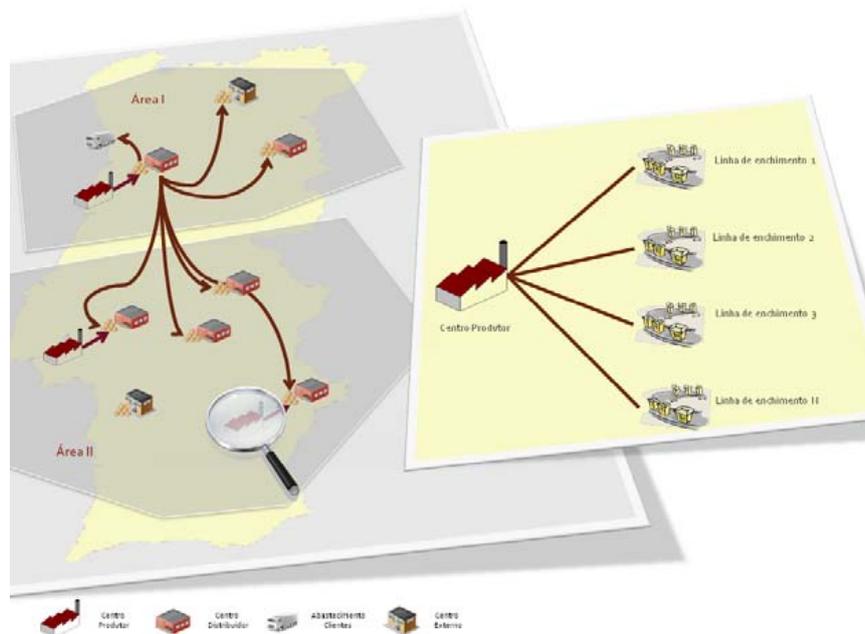


Figura 1: Cadeia de Abastecimento

No interior de cada centro produtor tem lugar o processo de produtivo da cerveja e refrigerantes. Estes processos são constituídos pelo estágio I (produção da bebida) e II (enchimento) diferindo entre si apenas na fase de produção da bebida. No caso da cerveja, as atividades a realizar no estágio I podem ser agrupadas em três etapas: fabrico do mosto, fermentação e maturação, e filtração. O *lead time* deste estágio varia bastante com o tipo de cerveja a fabricar podendo estender-se de 4 dias a 3 semanas. Por seu turno, o estágio I do fabrico de refrigerantes consiste na preparação do xarope com o sabor e, usualmente, ocorre instantes antes do estágio seguinte. O estágio II dos dois processos de fabrico, designado simplesmente por enchimento, ocorre em linhas de enchimento, que podem produzir tanto cerveja como refrigerantes.

Os dois estágios de produção estão separados por unidades intermédias de armazenamento que possibilitam intervalos de espera entre a produção da bebida e o seu enchimento. Assim, dentro de um centro produtivo, é comum que o estágio I abasteça um conjunto de linhas de enchimento que operam em paralelo. O estágio do enchimento é, na maioria das situações, o gargalo de todo

o processo produtivo. De facto, a maioria das diferenças entre os produtos finais encontram-se ao nível dos tipos de recipiente, rótulo ou de embalagem afetando apenas o estágio II.

As linhas de enchimento estão agrupadas segundo características tecnológicas, por exemplo, uma linha dedicada ao enchimento de barris é inadequada para o enchimento de garrafas ou latas. De qualquer forma, o leque de produtos compatível com uma determinada linha de enchimento é bastante alargado. Em cada centro produtor, um produto pode hipoteticamente ser alocado a várias linhas. Em adição, os aspectos tecnológicos das linhas de enchimento condicionam também as taxas de enchimento, que variam substancialmente de linha para linha. Cada linha de enchimento pode apenas produzir um produto de cada vez, estando todos os equipamentos que a constituem configurados para um determinado produto. Uma mudança entre lotes de produção de produtos diferentes despoleta ajustes nas configurações dos equipamentos, bem como possíveis operações de limpeza que consomem tempo disponível para o enchimento. Ora, o incremento do número de produtos verificado nos últimos anos reduziu significativamente o tempo operacional das linhas de enchimento, dado que mais *setups* são necessários. Para além deste facto, a constante pressão exercida pelos clientes no sentido de trabalhar com *stocks* mais baixos e entregas mais frequentes obriga à redução do tamanho médio dos lotes de produção, originando novamente mais *setups* e maiores perdas de capacidade. Consequentemente, uma correta alocação das famílias às linhas de enchimento é vital para otimizar a capacidade disponível.

Um dos principais condicionantes ao planeamento na indústria de bebidas a ter em conta aquando do planeamento é o perfil de vendas destes produtos. As vendas de cerveja e refrigerantes são altamente sazonais e variáveis, devido em parte aos padrões de consumo dos clientes finais. Ao pico registado na época de verão junta-se também a variabilidade introduzida por outras fontes como a gestão das marcas, a política comercial da empresa, ou ainda o facto de alguns dos principais clientes desta indústria serem grandes retalhistas com políticas de marketing bastante agressivas que requerem uma resposta quase imediata dos fornecedores. Por seu turno, a capacidade instalada mantém-se praticamente inalterada durante todo o ano, podendo ser medida pelo número de horas disponíveis para produção. As linhas operam em regime de turnos, sendo que algumas se mantêm em laboração contínua. Desta forma, a utilização de horas extraordinárias nem sempre é uma opção. Note-se que o aumento da capacidade instalada não é economicamente viável uma vez que a capacidade requerida no pico de consumo originaria baixas utilizações no resto do ano.

As características dos padrões de venda, em simultâneo com os *lead times* do processo de fabrico, condicionam fortemente a produção, e conduzem a indústria a trabalhar numa política de *make-to-stock*. A indústria garante assim uma resposta rápida e adequada ao mercado, mas também uma eficiente utilização dos seus recursos produtivos. Contudo, esta opção implica uma maior pressão sobre a cadeia de abastecimento. A juntar, a presença de mais de um centro produtor na cadeia de abastecimento permite a alocação de alguns produtos unicamente a um dos centros produtores. Esta decisão leva a um aumento dos rendimentos operacionais das linhas de enchimento, e garante os critérios de qualidade desejados no estágio I. A presença de maiores lotes de produção no primeiro estágio, não só facilita o controlo do processo produtivo, como também reduz o seu custo. A consequência é um esforço adicional na gestão dos abastecimentos e dos *stocks* na cadeia. O planeamento da produção e distribuição devem necessariamente ser realizados simultaneamente de forma a otimizar o custo total e a assegurar restrições como a capacidade de armazenagem dos centros. Em caso extremos de necessidade de antecipação de *stock* origina o recurso a instalações externas às empresas para a armazenagem temporária dos produtos, originando custos que devem estar refletidos durante o planeamento da produção.

### 3. O caso de estudo

Este trabalho é fruto da colaboração com uma empresa Portuguesa que compete no setor de bebidas. A empresa é detentora de várias marcas de cerveja e refrigerantes reconhecidas a nível nacional. Para estes produtos a empresa possui 3 centros produtores com 14 linhas de enchimento e 10 centros distribuidores. O objetivo deste projeto é o desenvolvimento de um método de solução capaz de propor soluções para o PLP, particularmente importante durante o período de orçamentação anual que corresponde ao nível superior do sistema de planeamento em vigor na empresa.

O PLP faz parte do processo de orçamentação anual da empresa que se inicia no princípio de setembro e se prolonga até ao final de outubro, sendo uma ferramenta vital para transformar em objetivos a estratégia definida pela administração para os próximos 12 meses. Os principais inputs do PLP são: a previsão de vendas mensal por centro distribuidor para todos os produtos que tenta capturar as principais tendências do mercado para o próximo ano, instalações internas (da empresa) e sua capacidade de armazenagem, linhas de transporte entre as instalações, capacidades mensais das linhas de enchimento (normal e horas extraordinárias) e as taxa de enchimento de cada produto. No PLP apenas o estágio II (enchimento) é considerado, pois corresponde ao gargalo de todo o processo produtivo. É ainda considerada a utilização de instalações externas para colmatar falta de capacidade de armazenamento durante o pico da procura a um custo adicional, sendo que estas podem abastecer diretamente os clientes em substituição das instalações internas.

O objetivo do PLP é a satisfação da previsão de vendas da forma economicamente mais eficiente, isto é, minimizando os custos variáveis de produção, utilização de horas extraordinárias, alocação dos produtos às linhas de enchimento, posse de inventário, transferências entre instalações e uso de instalações externas.

O PLP tem de ser realizado para mais de 160 produtos, agrupados em cerca de 100 famílias. Muito embora as restrições tecnológicas reduzam o tamanho do problema do ponto de vista da produção, a complexidade do planeamento exige tempo considerável por parte da equipa responsável. Por forma a simplificar o ato de planear, o planeamento da produção antecede o planeamento da distribuição e ambos são realizados utilizando regras de despacho simples com auxílio a folhas de cálculo. Anteriormente ao projeto e devido à dificuldade em gerar manualmente os planos, o PLP era realizado apenas uma vez por ano para a fase de orçamentação sendo apenas pontualmente atualizado.

### 4. Metodologia de solução

Nesta secção é apresentada a metodologia seguida para a resolução do problema que surge no PLP. A abordagem seguida pode ser dividida em duas partes: a formulação do modelo matemático de base ao PLP e o desenvolvimento do método de solução. O recurso a métodos exactos incorporados em software comercial foi colocado de parte pela necessidade de obtenção de boas soluções num limitado tempo de execução.

#### 4.1 Modelo matemático

O modelo de programação inteira mista que aqui se apresenta para o PLP considera o planeamento de  $N$  produtos ( $i \in \mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ ) e agregados em  $F$  famílias ( $f \in \mathcal{F} = \{1, \dots, F\}$ ), sendo  $f_i$  família à qual pertence o produto  $i$  e  $\mathcal{N}_f^{fam}$  o conjunto dos produtos da família  $f$ . Todas as instalações da cadeia de abastecimento consideradas são centros distribuidores, uma vez que todos os centros produtores têm associado um centro distribuidor que recebe toda a sua produção não sendo necessária a sua inclusão. Os centros distribuidores estão separadas em centros pertencentes à empresa  $\mathcal{W}^{int}$  e os potenciais centros externos a serem utilizados  $\mathcal{W}^{ext}$  ( $w \in$

$\mathcal{W} = \mathcal{W}^{int} \cup \mathcal{W}^{ext}$ ). Os centros distribuidores externos não têm procura associada e, após receberem transferências de centros internos, abastecem diretamente procura anteriormente associada a centros da empresa. As linhas de enchimento estão diretamente associadas a um centro distribuidor que recebe toda a produção, sendo  $\mathcal{M}_w$  o conjunto de todas as linhas de enchimento do centro  $w$  e  $w_m$  o centro a que pertence a linha  $m$ . Para cada linha  $m$  são também conhecidas quais as famílias que podem ser produzidas  $\mathcal{F}_m$  e  $\mathcal{N}_m^{line}$  representa o conjunto dos produtos que podem ser produzidos na linha  $m$ . O horizonte de planeamento é constituído por  $T$  períodos ( $t \in \mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$ ). Os parâmetros que se seguem são necessários para formular o problema:

$cap_{wt}^W$	capacidade de armazenagem disponível no centro distribuidor $w$ no período $t$
$q_i$	espaço de armazenagem consumido por uma unidade do produto $i$
$d_{iwt}$	procura do produto $i$ no centro distribuidor $w$ no final do período $t$
$h_{iwt}$	custo de posse de uma unidade de <i>stock</i> do produto $i$ no centro distribuidor $w$ no final do período $t$
$r_{iwl}$	custo de transporte de uma unidade do produto $i$ desde o centro distribuidor $w$ até ao centro distribuidor $l$ no período $t$
$g_{iwl}$	custo de abastecimento de uma unidade da procura do produto $i$ do centro distribuidor interno $l$ a partir do centro distribuidor externo $w$ no período $t$
$cap_{mt}^M$	capacidade disponível na linha de enchimento $m$ no período $t$
$v_{imt}$	custo de produção de uma unidade do produto $i$ na linha de enchimento $m$ no período $t$
$c_{fmt}$	custo de <i>setup</i> da linha de enchimento $m$ para produzir a família $f$ no período $t$
$p_{fmt}$	taxa de enchimento da família $f$ na linha de enchimento $m$ no período $t$
$b_{imt}$	limite na quantidade a produzir do produto $i$ na linha de enchimento $m$ no período $t$
$CO_{mt}^{I(II)}$	custo de uma hora extra do tipo I (tipo II) na linha de enchimento $m$ no período $t$
$MO_{mt}^{I(II)}$	numero máximo de horas extra do tipo I (tipo II) na linha de enchimento $m$ no período $t$

As seguintes variáveis de decisão capturam as decisões a serem tomadas. Ao nível da produção,  $X_{imt}$  representa a quantidade do produto  $i$  a produzir na linha de enchimento  $m$  no período  $t$ , as variáveis binárias  $Y_{fmt}$  se a linha de enchimento  $m$  é ou não preparada para a família  $f$  no período  $t$  e  $O_{mt}^I$  ( $O_{mt}^{II}$ ) o consumo de capacidade extra do tipo I (tipo II) na linha de enchimento  $m$  no período  $t$ . Distingue-se o recurso de horas extraordinárias durante sábados e feriados (tipo I) do recurso durante domingos (tipo II), devido à diferença dos custos com pessoal, mais elevados no tipo II do que no tipo I. As decisões de distribuição correspondem à quantidade em inventário do produto  $i$  no centro produtor  $w$  no final do período  $t$  ( $I_{iwt}$ ), quantidade a transferir do produto  $i$  do centro interno  $w$  para o centro  $l$  no período  $t$  ( $T_{iwl}$ ) e à procura do produto  $i$  do centro interno  $l$  abastecida a partir do centro externo  $w$  no período  $t$  ( $S_{iwl}$ ).

A formulação matemática do PLP é apresentada em seguida. A função objetivo (1) minimiza a soma dos custo de produção, preparação das linhas de enchimento, utilização de horas extraordinárias, posse de inventário, transferência e abastecimento externo. O custo de utilização de centros externos é imputado através de  $h_{iwt} \gg h_{ilt}, \forall w \in \mathcal{W}^{ext}, l \in \mathcal{W}^{int}$ . As variáveis de decisão auxiliares ( $I_{ij}^0$ ) simbolizam o *stock* inicial artificial no centro  $w$  do produto  $i$ , e são inseridas na função objetivo com um custo bastante elevado  $h_{ij}^0$  por forma a tornar admissível qualquer plano de produção. Sempre que se verifique em instâncias reais o recurso a *stock* inicial, o custo extra é apenas incorrido para quantidades superior à disponível. É também assumido que os custos de transferência  $r_{ijkt}$  obedecem à desigualdade triangular, isto é,  $r_{iwl} \leq r_{iwt} + r_{ikt}$  para qualquer

$i \in \mathcal{N}, (w, l, k) \in \mathcal{W}, t \in \mathcal{T}.$

$$\begin{aligned} \min z(PLP) = & \sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ t \in \mathcal{T}}} \left( \sum_{w \in \mathcal{W}} h_{iwt} \cdot I_{iwt} + \sum_{\substack{w \in \mathcal{W}^{int} \\ l \in \mathcal{W}}} r_{iwl} \cdot T_{iwl} + \sum_{\substack{w \in \mathcal{W}^{ext} \\ l \in \mathcal{W}^{int}}} g_{iwl} \cdot S_{iwl} \right) \\ & + \sum_{\substack{m \in \mathcal{M} \\ t \in \mathcal{T}}} \left( \sum_{i \in \mathcal{N}} v_{imt} \cdot X_{imt} + \sum_{f \in \mathcal{F}_m} c_{fmt} \cdot Y_{fmt} + co_{mt}^I \cdot O_{mt}^I + co_{mt}^{II} \cdot O_{mt}^{II} \right) + \sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ w \in \mathcal{W}^{int}}} h_{iw}^0 \cdot I_{iw0} \end{aligned} \quad (1)$$

As restrições (2) e (3) asseguram a lógica do fluxo dos produtos nos centros distribuidores internos e externos, respetivamente. A procura do produto  $i$  no centro interno  $w$  no período  $t$  pode ser satisfeita através do inventário existente no centro no início do período, da produção realizada nas linhas do centro (caso existam), das transferências de outros centros internos ou através de abastecimentos de centros externos. Não são permitidas encomendas em atraso ou perda de vendas. Nos centros externos, o inventário inicial e as transferências recebidas de centros internos são armazenadas para o próximo período ou utilizadas para abastecer procura de centros internos.

$$I_{iw,t-1} + \sum_{m \in \mathcal{M}_w} X_{imt} + \sum_{\substack{k \in \mathcal{W}^{int} \\ k \neq w}} T_{ikwt} + \sum_{k \in \mathcal{W}^{ext}} S_{ikwt} = I_{iwt} + d_{iwt} + \sum_{\substack{k \in \mathcal{W} \\ k \neq w}} T_{iwt}, \quad \forall i \in \mathcal{N}, w \in \mathcal{W}^{int}, t \in \mathcal{T} \quad (2)$$

$$I_{iw,t-1} + \sum_{\substack{k \in \mathcal{W}^{int} \\ k \neq w}} T_{ikwt} = I_{iwt} - \sum_{k \in \mathcal{W}^{int}} S_{iwt}, \quad \forall i \in \mathcal{N}, w \in \mathcal{W}^{ext}, t \in \mathcal{T} \quad (3)$$

As restrições (4) garantem que o consumo de espaço pelo *stock* em cada período não ultrapassa a capacidade de armazenagem de cada centro distribuidor.

$$I_{iwt} \cdot q_i \leq cap_{wt}^W, \quad \forall i \in \mathcal{N}, w \in \mathcal{W}, t \in \mathcal{T} \quad (4)$$

As restrições (5) garantem que a produção em cada período não excede a capacidade normal disponível mais as horas extraordinárias dos dois tipos para cada linha de enchimento.

$$\sum_{i \in \mathcal{N}_m^{line}} \frac{X_{imt}}{p_{fimt}} \leq cap_{mt}^M + O_{mt}^I + O_{mt}^{II}, \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (5)$$

A produção de um determinado produto só pode ocorrer caso a linha de enchimento tenha sido preparada para a família à qual o produto pertence, como assegurado em (6), estando a quantidade máxima a produzir no período limitada a  $b_{imt} = \min \{ M cap_{mt} \cdot p_{fimt}, \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{u=t}^T d_{iju} \}$ .

$$X_{imt} - b_{imt} \cdot Y_{fimt} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{N}_m^{line}, m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T} \quad (6)$$

Em (7) são impostos os limites máximos de horas extraordinárias.

$$O_{mt}^I \leq mo_{mt}^I, O_{mt}^{II} \leq mo_{mt}^{II}, \quad \forall m \in \mathcal{M}, t \in \mathcal{T}. \quad (7)$$

## 4.2 Método de solução

A dificuldade inerente à resolução do problema acima descrito (NP-hard, estende em várias dimensões outros problemas semelhantes Sambasivan and Yahya (2005); Nascimento et al. (2010)), bem como a dimensão das instâncias presentes no caso real motivaram o desenvolvimento de um eficiente método de solução. A heurística proposta é inspirada em elementos fundamentais do VNS (ver Mladenovic and Hansen (1997)) e da programação linear. Seguidamente são descritas as principais componentes do algoritmo de pesquisa local desenvolvido.

#### 4.2.1 Representação da solução e solução inicial

O método proposto baseia-se numa representação incompleta da solução, contemplando apenas as variáveis de *setup* das famílias nas linhas de enchimento ( $Y_{fmi}$ ). Esta representação identifica implicitamente uma única solução do problema, uma vez que introduzindo estas variáveis no modelo matemático apresentado, as restantes decisões podem ser obtidas resolvendo o subsequente problema de PL. Ou seja, as restantes decisões são exclusivamente dependentes do padrão de *setup* definido ( $Y'_{fmi}$ ). Isto permite que as estruturas de vizinhança sejam definidas por alterações em  $Y'_{fmi}$ .

A definição de uma solução inicial para o PLP passa pela criação de um padrão de *setup*. A introdução das variáveis de *stock* inicial artificial eliminam o problema da inadmissibilidade de um qualquer padrão de *setup*, no entanto, a solução inicial disponibilizada ao VNS como ponto de partida pode ter um impacto significativo na eficácia e na eficiência do método. De forma a potenciar a convergência da pesquisa local foi desenvolvido um procedimento para determinação do padrão de *setups* inicial, inspirado na política de produção lote por lote. Este procedimento analisa período a período a procura total de cada família em cada centro distribuidor:  $R_{fwt} = \sum_{i \in \mathcal{N}_f^{fam}} d_{iwt}$ . Caso  $R_{fwt} > 0$ , um *setup* é alocado na linha de enchimento pertencente ao centro distribuidor ( $m \in \mathcal{M}_w$ ) cuja taxa de enchimento ( $p_{fmi}$ ) seja mais elevada, ou, caso o centro não possua qual linha de enchimento, à linha com melhor taxa de enchimento de toda a cadeia de abastecimento.

#### 4.2.2 Estruturas de vizinhança

Os vizinhos de uma solução incumbente  $x$  são encontrados introduzindo pequenas alterações no padrão de *setup* e resolvendo o subsequente PL. Para o problema em estudo foram definidos três tipos de movimento que exploram diferentes ideias para a melhoria da solução incumbente:

- i) **inserir**( $f, m, t$ ) consiste na mudança do estado do *setup* da família  $f$  na linha de enchimento  $m$  no período  $t$  de 0 para 1, assim a estrutura de vizinhança  $N_I(x)$  inclui todas as possíveis mudanças em  $Y'_{fmi}$  de 0 para 1. O objetivo é encontrar um novo padrão de *setup* que, apesar de um incremento nos custos de preparação das linhas de enchimento, resulte em ganhos em termos de custos de produção, posse de *stock*, transferência ou horas extraordinárias.
- ii) **remover**( $f, m, t$ ) é o inverso do movimento *inserir*, sendo que a estrutura de vizinhança  $N_R(x)$  contempla todas as possíveis mudanças em  $Y'_{fmi}$  de 1 para 0. Também o seu objetivo é o inverso do movimento *inserir*, procurando com um aumento nos outros custos reduzir os custos de preparação das linhas de enchimento.
- iii) **transferir**( $f, m_o, t_o, m_d, t_d$ ) realoca um lote de produção da família  $f$  atualmente alocado à linha de enchimento  $m_o$  no período  $t_o$  para uma nova posição na linha de enchimento  $m_d$  no período  $t_d$ . Deste modo a estrutura de vizinhança  $N_T(x)$  é composta por todos os movimentos em que  $Y'_{f m_o t_o} = 1$  e  $Y'_{f m_d t_d} = 0$ . Este movimento é particularmente útil no equilíbrio do consumo de capacidade em casos de elevada utilização.

Para qualquer dos movimentos, aquando da avaliação de uma solução vizinha, o PL é resolvido para todo o horizonte de planeamento. Como consequência, alterações num período podem ter repercussões ao longo de todo o horizonte. Aliás, este facto motivou a escolha de uma representação incompleta da solução, pois permite para um determinado padrão de *setup* obter as restantes decisões otimizadas. Caso estas fossem definidas heurísticamente, poder-se-iam erradamente rejeitar padrões de *setup* interessantes. Naturalmente que otimizar as quantidades de produção, inventário, transferência e horas extraordinárias para todo o horizonte conduz a uma pesquisa local computacionalmente mais exigente.

### 4.2.3 Desenho do ARVNS

Em teoria, maiores estruturas de vizinhança conduzem a ótimos locais de melhor qualidade resultando num método de solução mais eficaz. No entanto, quanto maior a vizinhança a explorar maior também o tempo necessário para a sua exploração. O esquema original do VNS requer a exploração exaustiva das estruturas de vizinhanças durante a fase de pesquisa local, o que para instâncias de grande dimensão pode conduzir a tempos computacionais impraticáveis. No caso em estudo, as decisões a tomar têm um cariz tático/estratégico podendo em teoria ser tomadas num período relativamente alargado de tempo. Porém, isto é apenas válido se o objetivo for a criação de apenas um plano, o que não se verifica na prática. Frequentemente, estas decisões resultam da análise de vários cenários alternativos variando os dados de entrada. Para cada um dos cenários testados tem de ser gerada uma solução, o que reduz significativamente o tempo disponível. De forma a que o método de solução seja capaz de responder às exigências da sua inerente aplicação prática é necessário um importante equilíbrio entre a sua eficácia e eficiência. De seguida, são apresentadas algumas componentes do método desenvolvido que permitem um aumento de eficiência substancial sobre o esquema original do VNS.

#### Avaliação das soluções vizinhas

A avaliação das soluções vizinhas no método desenvolvido envolve a resolução de um PL, representando um esforço computacional considerável, uma vez que são necessárias múltiplas repetições do processo. Tendo em consideração que soluções vizinhas apresentam pequenas alterações no padrão de *setup* face à solução incumbente, a informação da resolução do PL da incumbente pode ser preciosa na melhoria da eficiência da pesquisa, acelerando o processo.

Desde logo, a solução incumbente pode constituir a base inicial para o novo PL evitando que este seja resolvido desde início e poupando algum do tempo necessário para obter a solução ótima. A juntar a isto, considere-se  $z_{best}^t$  a melhor solução encontrada até ao momento, sendo  $z_{best}^s$  o custo do padrão de *setup* respetivo. O restantes custos são obtidos através da resolução do PL e expressos por  $z_{best}^o = z_{best}^t - z_{best}^s$ . Aquando da geração de uma nova solução vizinha o custo do padrão de *setup* ( $z_{neighbor}^s$ ) pode ser calculado tendo por base  $z_{best}^s$ , permitindo rejeitar novas soluções com  $z_{neighbor}^s > z_{best}^t$  sem realizar qualquer iteração no algoritmo de resolução do PL.

Adicionalmente,  $z_{best}^t - z_{neighbor}^s$  constitui o maior valor que  $z_{neighbor}^o$  pode tomar em caso de a solução gerada se transformar na nova solução incumbente. Ao utilizar o método *Dual Simplex* para a resolução do PL, cada iteração deste algoritmo fornece um limite inferior para  $z_{neighbor}^o$ . Logo, assim que o limite fornecido ultrapasse  $z_{best}^t - z_{neighbor}^s$  a resolução do PL pode ser interrompida, poupando mais uma vez tempo na resolução do PL. Apenas se, de facto, a nova solução constituir a nova solução incumbente, o processo de otimização é realizado até ao fim. Esta técnica foi explorada para problemas de planeamento da produção em Meyr (2002).

#### Seleção das soluções vizinhas

Não obstante as regras definidas durante a avaliação das soluções vizinhas possibilitem uma poupança significativa do tempo dispendido no processo de avaliação, para grandes instâncias do problema o tempo necessário para uma avaliação exaustiva de toda a vizinhança seria proibitivo. O objetivo passa então por explorar apenas parte das soluções vizinhas e ainda assim encontrar o ótimo local, ou pelo menos encontrar na vizinhança uma solução melhor do que a incumbente. Por exemplo, em Hung et al. (2003), no contexto do *Tabu Search*, as soluções vizinhas são ordenadas de acordo com a informação obtida através do PL. Duas estratégias são definidas para reduzir o número de soluções avaliadas: explorar apenas uma percentagem das soluções com melhor *ranking* ou sequencialmente explorar as soluções na ordem definida até ser encontrada uma melhor solução.

---

**Algoritmo 1** Melhoria potencial resultante de um movimento do tipo  $inserir(f, m, t)$

---

- 1: Melhoria potencial:  $Imp_{fmt} = -c_{fmt}$
  - 2: Produção máxima da família:  $MaxProd = \frac{SL_{mt}}{P_{fmt}}$
  - 3: Produtos atualmente produzidos:  $\Theta \leftarrow \emptyset$
  - 4: **while**  $MaxProd > 0$  **and**  $\Theta \subset \mathcal{N}_f^{fam}$  **do**
  - 5:    $i_{min} = argmax\{\pi_{imt} \mid i \in \mathcal{N}_f^{fam} \setminus \Theta\}$
  - 6:    $Imp_{fmt} = Imp_{fmt} + \pi_{i_{min}mt} \cdot \min\{MaxProd, d_{i_{min},j_m,t}\}$
  - 7:    $MaxProd = \max\{0, MaxProd - d_{i_{min},j_m,t}\}$
  - 8:    $\Theta \leftarrow \Theta \cup \{i_{min}\}$
  - 9: **end while**
  - 10: **return**  $Imp_{fmt}$
- 

Tradicionalmente, em casos onde a pesquisa local é demasiado dispendiosa em termos computacionais, é comum optar-se pela utilização do Reduced VNS como forma de aumentar a eficiência na exploração do espaço de solução. Contudo, a aleatoriedade na sugestão das soluções vizinhas potencia a geração frequente de soluções de qualidade inferior, comprometendo a eficácia da pesquisa e limitando os ganhos em eficiência. Com efeito, foram criadas novas regras para a seleção das soluções vizinhas a explorar de forma a melhorar o esquema básico do RVNS. Tal como em Hung et al. (2003), a ideia é aproveitar a informação disponível no final da resolução do PL para conduzir a pesquisa local e associar a cada solução vizinha uma probabilidade de seleção de acordo com a melhoria potencial da solução incumbente.

Sejam  $\beta_{mt}$  e  $\pi_{imt}$  os preços sombra das restrições (5) e (6), respetivamente e  $SL_{mt}$  a capacidade por utilizar na linha de enchimento  $m$  no período  $t$  na solução incumbente. O Algoritmo 1 apresenta o procedimento estabelecido para avaliar a melhoria potencial ( $Imp_{fmt}$ ) de um movimento do tipo  $inserir(f, m, t)$ . Por seu turno, a melhoria potencial de um movimento do tipo  $remover(f, m, t)$  é calculada de acordo com:

$$Imp_{fmt} = c_{fmt} + \beta_{mt} \cdot \frac{\sum_{i \in \mathcal{N}_f^{fam}} X_{imt}}{P_{fmt}}.$$

A avaliação de um movimento do tipo  $transferir(f, m_o, t_o, m_d, t_d)$  é a mais difícil, uma vez que este movimento introduz várias alterações na solução, sendo por isso menos fiável a informação retirada da análise de sensibilidade do PL. No entanto, este pode ser visto como a combinação de um movimento do tipo  $inserir(f, m_d, t_d)$  e outro do tipo  $remover(f, m_o, t_o)$  e, por isso, a sua melhoria potencial corresponde à soma das duas melhorias calculadas como se apresentou anteriormente.

O princípio por detrás das regras definidas assenta no facto dos preços sombra poderem ser vistos como a utilidade marginal dos recursos. Neste contexto, um movimento do tipo  $inserir(f, m, t)$  estima a utilidade de um *setup* adicional da família  $f$  na linha de enchimento  $m$  o período  $t$ , assumindo que este é válido para o máximo entre a capacidade por utilizar e a procura da família. No caso de um movimento do tipo  $remover(f, m, t)$  é estimada a utilidade associada à “libertação” de capacidade na linha de enchimento no período em análise.

Tendo em conta que as melhorias potenciais calculadas constituem apenas estimativas da melhoria real verificada na função objetivo, estas não devem limitar em demasiado a pesquisa das soluções vizinhas. Deste modo, após calculada a melhoria potencial para todas as soluções vizinhas da estrutura de vizinhança em análise ( $r \in N_k(x)$ ), estas são ordenadas por ordem decrescente de melhoria. Seja  $\sigma(r)$  a classificação da solução vizinha  $r$ . A probabilidade  $\mu(r)$  de uma determinada solução  $r$  ser escolhida como próxima solução a ser explorada é dada por:

$$\mu(r) = \frac{bias(r)}{\sum_{r' \in N_k(x)} bias(r')},$$

sendo  $bias(r)$  a função identidade. Vários tipos de função identidade podem ser utilizados para selecionar as soluções vizinhas. O esquema original do RVNS faz uso de uma função identidade aleatória, i.e.  $bias(r) = 1$ . Dado que o objetivo de avaliar e ordenar as soluções vizinhas é dar prioridade às soluções melhor colocadas a escolha pode ter por base qualquer umas das seguintes funções identidade: linear  $bias(r) = 1/\sigma(r)$ , logaritmo  $bias(r) = \log^{-1}(\sigma(r) + 1)$  e exponencial  $bias(r) = e^{-\sigma(r)}$ . O caso exponencial é o mais extremo, dando origem a que apenas as soluções melhor avaliadas sejam escolhidas. O caso linear é menos extremo, sendo o caso logaritmo o menos diferenciador. Para selecionar a solução vizinha a explorar, um número aleatório é gerado recorrendo a uma distribuição uniforme e, em seguida, comparado com as probabilidades associadas a cada uma das soluções. O método de solução resultante foi designado por *Adaptive Reduced Variable Neighborhood Search* (ARVNS) (ver Guimarães et al. (2012)).

## 5. Validação do método desenvolvido

O método desenvolvido foi validado sequencialmente do ponto de vista científico e, posteriormente, do ponto de vista da aplicação prática simulando a geração do PLP para os anos de 2010 e 2011 (o ano corrente à data da realização do projeto).

O primeiro conjunto de testes validou as modificações introduzidas no ARVNS face ao esquema base do RVNS e demonstrou a melhor performance face à utilização de métodos exatos, nomeadamente o método de Branch-and-Cut executado na formulação presente na Secção 4 pelo CPLEX 12.1. Esta validação foi conduzida com base em instâncias geradas de forma pseudo-aleatória reproduzindo as características reais do problema. Nestes testes, o ARVNS mostrou ser sempre superior ao “standard” RVNS, quer em termos de qualidade da solução obtida, quer em termos de tempo de execução. Tal deve-se à seleção dos vizinhos guiada pela análise de sensibilidade acelerar a convergência do método. Comparando com a utilização de métodos exatos, à medida que o tamanho das instâncias a resolver aumenta o ARVNS é capaz de gerar cada vez melhores soluções face ao CPLEX e sempre num intervalo de tempo menor. Detalhes dos testes realizados podem ser encontrados em Guimarães et al. (2012), nomeadamente da melhor configuração do algoritmo.

A segunda fase de testes visava aferir a aplicabilidade do ARVNS na resolução de problemas reais. Com efeito, foi simulada a criação do PLP da empresa do caso de estudo para os anos de 2010 e 2011, tendo em vista a comparação dos planos obtidos com os gerados pela empresa. Os dados recolhidos para a instância de 2010 do PLP referem-se a um total de 3 centros distribuidores, com 10 linhas de enchimento disponíveis. O PLP de 2010 contém as previsões de vendas para um total de 125 produtos, posteriormente agregados em 62 diferentes famílias. O PLP de 2011 debruça-se sobre os mesmos 3 centros, mas alterações tecnológicas verificadas nas linhas de enchimentos implicam agora o planeamento simultâneo de 14 linhas. O número de produtos sofreu um aumento para 160, com 68 famílias. Três cenários foram comparados: *C1* - PLP criado pela empresa, *C2* - PLP obtido através da utilização das alocações família-linha (variáveis  $Y'_{fml}$ ) definidas no PLP da empresa no modelo matemático da Secção 4 e resolvendo o subsequente problema de PL para determinar as restantes decisões, e *C3* utilização do ARVNS para a criação do PLP.

Ambos os cenários alternativos testados apresentam ganhos substanciais face ao PLP da empresa. O cenário *C2* obtém poupanças no custo total do plano estimadas em 24% e 36% para os anos de 2010 e 2011, respectivamente. Para ambos os anos, o ARVNS gera os planos mais competitivos do ponto de vista económico, mostrando a vantagem de um sistema de produção flexível onde a mesma família pode ser produzida em mais de uma linha de enchimento e de um algoritmo que tire partido desse facto. No total a poupança no cenário *C3* ascende a 35% em 2010 e 39% em 2011.

Durante a criação do PLP para o ano de 2012 os 3 centros distribuidores considerados nas instâncias dos anos de 2010 e 2011 foram divididos num total de 10 centros. Esta alteração deve-se ao

facto de a empresa agregar os centros distribuidores menores naqueles que são os 3 principais. O objetivo era perceber as repercursões no planeamento da produção da introdução de maior detalhe nas decisões de distribuição, nomeadamente uma maior discretização da capacidade de armazenagem e dos custos de transferência incorridos. A Tabela 1 apresenta os custos para o plano agregado (3 centros) e o para plano desagregado (10 centros).

Tabela 1: Comparação de custos dos planos agregado e desagregado para o PLP do ano de 2012

	Total	Posse de inventário	Transferência	Setup	Armazenagem e abastecimento externos	Horas extraordinárias
Agregado	1 821 795	558 319	562 855	103 100	11 920	585 601
Desagregado	2 479 959	556 662	938 126	107 500	177 760	699 921
Variação	658 164	- 1 657	375 270	4 400	165 830	114 320
Variação (%)	28.1%	-0.3%	66.7%	4.3%	1391.0%	19.5%

A introdução de maior detalhe materializa-se num incremento dos custos operacionais. A juntar ao aumento natural dos custos de transferência resultantes da necessidade de abastecer um maior número de centros distribuidores, os custos de *setup*, armazenagem e abastecimentos externos e horas extraordinárias aumentam quando o detalhe nas decisões de distribuição aumenta.

## 6. Implementação na empresa

Os resultados alcançados durante a validação do método desenvolvido motivaram a conceção de um SAD, a ser implementado na empresa, e que permitisse à equipa de planeamento a utilização do método na criação do PLP. O objetivo do sistema é, com o menor esforço possível, gerir a entrada e saída de dados e efetuar toda a parametrização necessária para a execução do algoritmo nele embebido, sem que para isso sejam necessários conhecimentos profundos na área da Investigação Operacional. O SAD foi apelidado de Lt3P e o interface desenvolvido encontra-se ilustrado na Figura 2.

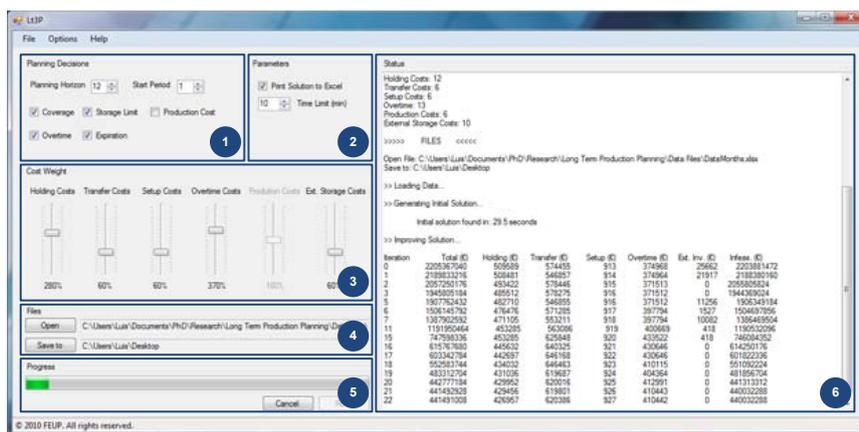


Figura 2: Interface do sistema de apoio à decisão Lt3P

Na Figura 2 estão identificadas e numeradas as 6 áreas que compõem o interface do SAD: 1 - Opções de planeamento (horizonte e restrições ativas), 2 - Opções do algoritmo (tempo processamento), 3 - Ponderação dos custos (peso dos diferentes custos na função objetivo), 4 - Ficheiros de *input* e *output*, 5 - Estado da execução (percentagem do tempo total decorrido) e 6 - Informação sobre os estado da execução (informação relativa à solução incumbente).

Após o seu desenvolvimento, o L3tP foi intensamente testado no período compreendido entre o final de 2010 e setembro de 2011. Sendo que, em outubro de 2011, a empresa estava confiante na utilização do sistema, tendo em vista a elaboração do PLP para 2012. De facto, a empresa baseou o seu processo de criação do PLP 2012 no L3tP e de uma forma completamente autónoma.

## 7. Conclusões e impacto na empresa

O trabalho descrito neste artigo aborda o planeamento de longo prazo das operações na cadeia de abastecimento na indústria das bebidas e foi motivado por um caso de estudo numa empresa do setor. O resultado esperado deste nível de planeamento consiste num plano de longo prazo que define simultaneamente decisões de produção e distribuição. O escalonamento e dimensão dos lotes de produção é determinado para uma série de linhas de enchimento, enquanto que as transferências e níveis de stock são decididas para as várias instalações da cadeia de abastecimento. O derradeiro objetivo é a satisfação da procura estimada minimizando os custos de produção, horas extraordinárias, posse de inventário, transferência e recurso a instalações externas. O modelo de programação inteira mista definido para o problema é a base do método de solução desenvolvido. O método de solução proposto utiliza a programação linear embebida num algoritmo inspirado no VNS como forma de gerar rapidamente soluções de alta qualidade para o problema. Os resultados obtidos durante a validação mostram o potencial prático do método, mas também a interdependência entre as decisões de planeamento da produção e distribuição.

O impacto do projeto na empresa fez-se sentir quer ao nível da performance operacional, como também dos processos de planeamento. A comparação entre o processo anterior e a nova metodologia, permitiu perceber as limitações associadas às regras definidas anteriormente, entre as quais a utilização de linhas preferenciais para a produção e a agregação de centros distribuidores.

Atualmente a empresa utiliza a metodologia apresentada no âmbito do seu planeamento, permitindo uma melhoria significativa da sua performance operacional e tendo já servido de ferramenta de apoio a uma reestruturação do parque industrial.

## Referências

- L. Guimarães, D. Klabjan, and B. Almada-Lobo. Annual production budget in the beverage industry. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(2):229 – 241, 2012.
- Y.-F. Hung, C.-P. Chen, C.-C. Shih, and M.-H. Hung. Using tabu search with ranking candidate list to solve production planning problems with setups. *Computers & Industrial Engineering*, 45(4): 615 – 634, 2003.
- H. Meyr. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139(2):277 – 292, 2002.
- N. Mladenovic and P. Hansen. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24(11):1097 – 1100, 1997.
- M. C. Nascimento, M. G. Resende, and F. M. Toledo. Grasp heuristic with path-relinking for the multi-plant capacitated lot sizing problem. *European Journal of Operational Research*, 200(3): 747 – 754, 2010.
- M. Sambasivan and S. Yahya. A lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item, multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers. *Computers and Operations Research*, 32(3):537–555, 2005.