

## Abordagem Multiobjetivo para o Problema de Roteamento de Veículos Aberto

**Otávio Pereira Fonseca,  
Luciana Assis,  
Alessandro Vivas**

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM)  
Rua da Glória, 187 – 39.100-000 – Diamantina – MG – Brasil  
otaviopfonseca@yahoo.com.br,  
{lupassis, alessandro.vivas}@gmail.com

**Jaime A. Ramírez**

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Av. Antônio Carlos, 6627 – 31.270-901 – Belo Horizonte – MG – Brasil  
jramirez@ufmg.br

### RESUMO

Este artigo apresenta uma abordagem multiobjetivo para o Problema de Roteamento de Veículos Aberto. Este problema tem como objetivo definir rotas com custo mínimo e reduzir a diferença entre os custos da maior e menor rota. O algoritmo proposto para solucionar o problema é uma adaptação da metaheurística *Iterated Local Search* que retorna um conjunto de soluções não-dominadas. Para avaliar a eficiência deste algoritmo, foram utilizadas instâncias do Problema de Roteamento de Veículos Aberto mono-objetivo. Os resultados mostraram que o algoritmo proposto apresenta um bom desempenho quanto ao número de soluções retornadas, extensão e distribuição das soluções Pareto. A qualidade dos resultados foi analisada também considerando os objetivos individualmente. Neste caso, os resultados também foram satisfatórios e se aproximam dos resultados da literatura.

**PALAVRAS CHAVE.** Logística & Transportes, Metaheurísticas, Otimização Multiobjetivo.

**Área Principal.** Logística & Transporte

### ABSTRACT

This paper presents an multiobjective approach to the Open Vehicle Routing Problem. This issue aims to define routes with minimum cost and reduce the difference between the highest and lowest cost route. The proposed algorithm to solve the problem is an adaptation of *Iterated Local Search* metaheuristic which returns not only a solution but a set of nondominated solutions. To evaluate the efficiency of this algorithm, we used instances of the mono-objective Open Vehicle Routing Problem. The results showed that the proposed algorithm presents a good performs on the number of solutions returned, extent and uniform distribution of Pareto solutions. Another form used in this study to evaluate the quality was to analyze the objectives individually. In this case, the results were also satisfactory and closer to the literature.

**KEYWORDS.** Logistic & Transport, Metaheuristic, Multiobjective Combinatorial Optimization.

**Main area.** Logistic & Transport

## 1. Introdução

Atualmente, 61% do transporte de cargas no Brasil é feito por rodovias e os gastos são elevados devido ao aumento constante no preço dos combustíveis, à cobrança de pedágios, às péssimas condições em que se encontram as rodovias, dentre outros. Este transporte é uma das atividades que mais contribuem nos custos logísticos do processo produtivo e estes custos acabam repercutindo no valor do produto final para o consumidor.

A utilização de sistemas de otimização de rotas podem reduzir os custos de entrega e coleta de mercadorias. Estes sistemas geralmente contam com uma base de dados geográfica que fornece informações a um mecanismo de otimização que permite aos gestores tomarem melhores decisões referentes ao roteamento das frotas de veículos. O problema é que apenas 5% das grandes transportadoras fazem uso destes sistemas (Assis, 2007).

Para tentar fugir dos transtornos que o processo de entrega de bens envolve, as empresas começaram a deixar de possuir uma frota de veículos própria e passaram a terceirizar o serviço de distribuição de mercadorias e é nesta situação que o problema a ser abordado neste trabalho se enquadra. O Problema de Roteamento de Veículos Aberto (OVRP, do inglês *Open Vehicle Routing Problem*) é caracterizado pelo fato do veículo partir de um depósito e não necessitar retornar ao mesmo depois de atender o último ponto de demanda. Assim sendo, cada rota do OVRP é um caminho hamiltoniano sobre um conjunto de pontos de demanda a serem atendidos.

Os objetivos principais do OVRP são a minimização da quantidade de veículos utilizados e a minimização do custo de viagem. Ambos objetivos devem ser minimizados em conjunto, dando prioridade a redução do número de veículos. Uma solução com menor custo, mas com maior número de veículos é considerada pior que uma solução com maior custo e menor número de veículos. Assim, para solucionar o problema, é definido um número mínimo de veículos necessário para satisfazer às demandas do problema e o objetivo do OVRP é reduzir o custo de transporte considerando esta frota mínima.

Na literatura existem poucas referências ao Problema de Roteamento de Veículos Aberto. Devido a complexidade computacional do problema, os métodos exatos são poucos explorados, sendo os esforços dedicados ao desenvolvimento de heurísticas capazes de solucionar problemas de grande porte. O OVRP foi mencionado pela primeira vez por Schrage (1981) em um artigo que descreve aplicações reais para problemas de roteamento. O primeiro trabalho que propôs um método de resolução para o OVRP foi escrito por Bodin et al. (1983) relatando um problema de distribuição de correio aéreo expresso nos Estados Unidos. Para solucionar o problema, os autores utilizaram uma heurística construtiva baseada no método de Clarke e Wright. Sariklis e Powell (2000) adaptaram uma heurística construtiva denominada Dividir e Rotear para o OVRP. Este método é baseado em um mecanismo de agrupamento de consumidores em relação à capacidade do veículo seguido por um método de árvore geradora mínima para formar rotas abertas. Brandão (2004) desenvolveu um método de busca tabu para resolver o problema e, seguindo a mesma linha, Tarantilis et al. (2004), Fu et al. (2005), Li et al. (2009) e Repoussis et al. (2010) também utilizaram métodos baseados na busca tabu combinados com outras meta-heurísticas. Zachariadis e Kiranoudis (2010) aplicaram um algoritmo que utiliza uma estratégia chamada SMD (*Static Move Descriptor*) para tentar reduzir o tempo computacional quando as buscas locais forem aplicadas.

Neste trabalho foi adicionado um terceiro objetivo que consiste em melhorar o balanceamento das rotas, assumindo uma característica multiobjetivo. Este objetivo é representado como a minimização da diferença entre os custos das rotas, ou seja, fazer com que as rotas tenham custo aproximado. Este problema é denominado Problema de Roteamento de Veículos Aberto com Balanceamento de Rotas (OVRPRB, *Open Vehicle Routing Problem with Routing Balancing*).

Esse tipo de abordagem é muito útil para as empresas de transporte, pois contribuem principalmente para que a jornada de serviço seja balanceada entre os motoristas. Quando apenas o custo é avaliado, é possível que um motorista tenha que trafegar muito mais que outro, o que certamente geraria um descontentamento por parte do motorista que trafega uma distância maior. Além disso, o balanceamento pode encobrir desgastes prematuros em um veículo em relação a outro, fazendo com que a empresa tenha uma maior economia em manutenção.

Em um problema multiobjetivo nenhuma solução é melhor que as demais com relação a todos os objetivos. Portanto, não existe uma solução ótima única e sim um conjunto de soluções ótimas. Estas soluções são denominadas Soluções Eficientes ou Soluções Pareto-Ótimas. Em problemas de otimização multiobjetivo a meta é encontrar o conjunto Pareto-ótimo. Este conjunto é constituído de soluções não-dominadas, ou seja, soluções em que não existem outras melhores considerando os valores para os dois objetivos. Porém, para grande parte dos problemas, encontrar este conjunto ótimo se torna computacionalmente inviável, para isso utiliza-se de métodos heurísticos para encontrar soluções de boa qualidade, próximas das soluções ótimas.

Algumas abordagens encontradas na literatura, semelhantes ao problema abordado, estão diretamente relacionada ao roteamento de ônibus escolar. Corberán et al. (2000) abordam um problema de roteamento de ônibus escolar multiobjetivo, que se enquadra em uma variação do OVRP. Os objetivos são minimizar o tempo e o custo de transporte dos alunos de 58 escolas da província de Burgos, na Espanha. Para isto foi utilizada uma metaheurística *Scatter Search* (Glover e Kochenbergh, 2003). Outros trabalhos envolvendo roteamento de ônibus escolar podem ser encontrados na revisão apresentada por Park e Kim (2010).

Neste trabalho é proposta uma adaptação na formulação matemática do OVRP incluindo o objetivo referente a melhorias no balanceamento das rotas. Para solucionar o problema proposto, é apresentada uma adaptação na metaheurística Busca Local Iterativa (ILS, *Iterated Local Search*), proposta por Lourenço et al. (2003), com inserção de procedimentos que o torna apto a solucionar problemas multiobjetivo.

O artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é apresentada a formulação matemática para o OVRPRB, seguido pela metodologia na Seção 3, onde é apresentado o algoritmo desenvolvido para gerar soluções viáveis para o problema. Por fim nas Seções 4 e 5 são apresentados os resultados computacionais e as conclusões, respectivamente.

## 2. Definição do Problema

O Problema de Roteamento de Veículos Aberto Multiobjetivo pode ser considerado uma extensão do OVRP. Neste contexto, a definição do problema permanece inalterada e novos objetivos são adicionado à formulação. A inclusão de objetivos aumenta o número de aplicações práticas que este modelo poderá representar, reconhecendo que diversos problemas logísticos

devem considerar outros aspectos, além dos custos de transporte (Jozefowicz et al., 2008).

A modelagem matemática apresentada neste trabalho é uma adaptação da formulação proposta por Pan e Fu (2009) para o OVRP. No modelo apresentado foi incluído um novo objetivo que consiste na minimização da diferença entre o tamanho das rotas (balanceamento).

Para melhor compreensão da modelagem são adotadas as seguintes notações:

- $n$ : número total de consumidores;
- $c_{ij}$ : custo associado à aresta que liga o consumidor  $i$  ao consumidor  $j$ ;
- $d_i$ : demanda não negativa do consumidor  $i$ ;
- $Q$ : capacidade total dos veículos (todos os veículos possuem a mesma capacidade);
- $k_{min}$ : número mínimo de veículos necessário para atender todos os consumidores;
- para  $i = 0$  ou  $j = 0$ , o consumidor referenciado é o depósito;
- Variável de decisão:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ faz parte da rota trafegada pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A modelagem matemática para o OVRPRB é dada por:

$$\text{minimizar } \sum_{k=1}^{k_{min}} \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\text{minimizar } \max_k \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k - \min_k \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k \quad (2)$$

$$\forall k \in \{1, \dots, k_{min}\}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^{k_{min}} x_{ij}^k = 1, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^{k_{min}} x_{ij}^k = 1, \forall j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n d_i x_{ijk} \leq Q, \forall k \in \{1, 2, \dots, k_{min}\} \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{k_{min}} \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - v(S), \forall S \subseteq V \setminus \{1\}, |S| \geq 2 \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (7)$$

A Equação 1 representa o objetivo de minimização do custo de viagem do veículo. O segundo objetivo é dado pela Equação 2 que é referente à minimização da diferença entre o custo das rotas. Estas funções objetivo estão sujeitas às seguintes restrições:

- Restrições 3 e 4: cada consumidor pode ser atendido uma única vez por um único veículo;
- Restrição 5: nenhuma rota pode ter demanda total superior à capacidade  $Q$  do veículo;
- Restrição 7: restrição de integralidade;
- Restrição 6: eliminação de sub-rota, onde  $v(S)$  é um limite inferior adequado do número de veículos necessários para visitar todos os vértices de  $S$  na solução ótima.

### 3. Multiobjective Iterated Local Search (MOILS)

Para solucionar o Problema de Roteamento de Veículos Aberto com Balanceamento de Rota foram utilizados métodos heurísticos baseados em Busca Local. Estes métodos não garantem a geração de soluções ótimas, mas podem gerar soluções que estejam próximas das soluções ótimas em um tempo computacional viável.

Vale ressaltar que, como não se conhece o número mínimo de veículos capaz de satisfazer as demandas, os algoritmos propostos primeiramente procuram definir este parâmetro ( $k_{min}$ ) para então iniciar os procedimentos de otimização da solução. Dessa forma, uma solução com pior custo, mas com um número menor de veículos será considerada melhor que uma solução com melhor custo de transporte e maior número de veículos. Portanto, as soluções pertencentes a uma fronteira Pareto aproximada possuem o mesmo número de veículos, sendo o custo e o balanceamento os critérios que poderão ser avaliados pelo tomador de decisão.

O método utilizado para solucionar o OVRPRB é uma adaptação na metaheurística Busca Local Iterativa (ILS, *Iterated Local Search*). O ILS é baseado em um mecanismo de sucessivas operações de perturbação e busca local sobre uma solução inicial, sendo constituído basicamente por quatro etapas: gerar uma solução inicial, busca local, perturbação e um critério de aceitação.

O MOILS (*Multiobjective Iterated Local Search*), proposto neste trabalho, inclui ao ILS mecanismos de resolução de problemas multiobjetivo e conceitos de dominância de Pareto, tornando-o apto para solucionar problemas com múltiplos objetivos. O MOILS segue as mesmas etapas do ILS tradicional. Os mecanismos de otimização utilizados, bem como as estruturas de vizinhança que constituem os métodos desenvolvidos são baseados no ILS-RVND, desenvolvido por Subramanian et al. (2010). Neste algoritmo, a etapa de busca local consiste na aplicação do algoritmo RVND (*Random Variable Neighbourhood Descent*) que se diferencia do VND tradicional por escolher a próxima estrutura de vizinhança a ser utilizada de forma aleatória.

Os procedimentos do MOILS estão sumarizados no Algoritmo 1. O Inicialmente são geradas duas soluções iniciais (linha 1), a primeira solução  $s_1$  é obtida a partir da execução do ILS-RVND, visando a definição do número mínimo de veículos ( $k_{min}$ ) e otimizando o custo. A segunda solução  $s_2$  é obtida a partir do balanceamento das rotas contidas em  $s_1$ . Então, as duas soluções encontradas são incluídas na *Fronteira*.

O procedimento de balanceamento das rotas de uma solução do OVRP consiste na transferência de consumidores  $v$  da rota  $r_{max}$ , com maior custo de transporte, para a rota  $r_{min}$ , com menor custo. Quando não é possível inserir um consumidor  $v$  em  $r_{min}$ , então um consumidor  $v' \in r_{min}$  é removido para que  $v$  possa ser inserido. O consumidor  $v'$  é realocado em outra

---

### Algoritmo 1: Multiobjective Iterated Local Search

---

```

1  Fronteira ← gerarSolucoesIniciais();
2  iter ← 0;
3  enquanto iter < maxIter faça
4      s' ← seleccionar(Fronteira);
5      cont ← 0;
6      enquanto cont < maxCont faça
7          s'' ← perturbação(s');
8          s'' ← buscaLocal(s'');
9          inserido ← atualizar(Fronteira, s'');
10         se inserido então
11             cont ← 0;
12             s' ← s'';
13         fim
14         s'' ← balancear(s'');
15         inserido ← atualizar(Fronteira, s'');
16         se inserido então
17             cont ← 0;
18             s' ← s'';
19         senão
20             cont ← cont + 1;
21         fim
22     fim
23     iter ← iter + 1;
24 fim
25 retorna Fronteira;

```

---

rota  $r_i$ , tal que  $r_i \neq r_{max}$  e  $r_i \neq r_{min}$ . Quando não for mais possível realizar este movimento, o procedimento de balanceamento é interrompido.

A cada iteração (linhas 3-24) uma solução  $s' \in Fronteira$  é selecionada (linha 4). Esta seleção é feita utilizando o método *crowding-distance*, proposto por Deb et al. (2002). Este mecanismo possibilita que aquelas soluções cujos vizinhos estejam muito distantes tenham maior prioridade no processo de seleção. Esta solução será explorada por *maxIter* iterações.

Para que a solução  $s'$  seja explorada e novas soluções possam ser incluídas na *Fronteira*,  $s'$  é submetida à procedimentos de perturbação (linha 7) e busca local (linha 8). A perturbação consiste em mecanismos de permutação e realocação de consumidores selecionados aleatoriamente de uma rota para outra. Estes consumidores são inseridos na primeira posição viável encontrada. A busca local é feita pelo uso do algoritmo baseado no RVND, visando otimizar apenas o custo de transporte da solução. A solução  $s''$ , resultante deste processo, é então inserida na *Fronteira*, caso ela não seja dominada por nenhuma das demais soluções contidas neste conjunto. Em seguida,  $s''$  passa pelo procedimento de balanceamento, descrito anteriormente. Este procedimento é repetido até que *maxCont* iterações sejam realizadas sem a inserção de novas soluções na *Fronteira*.

## 4. Resultados Computacionais

Para avaliar o desempenho do MOILS, os testes foram executados considerando 14 instâncias propostas por Christofides et al. (1979) e 2 propostas por Fisher (1994), representadas pelas letras *C* e *F*, respectivamente. As instâncias C1-C5, C11 e C12 são idênticas às instâncias C6-C10, C13 e C14, com a exceção de possuírem a restrição de custo máximo de viagem. Os parâmetros *maxIter* e *maxCont* foram fixados com os valores 100 e 18, respectivamente. Para

avaliação dos resultados foram utilizados as métricas: Cardinalidade (C), Distribuição (D) e Extensão (E), definidas por Zitzler et al. (2000).

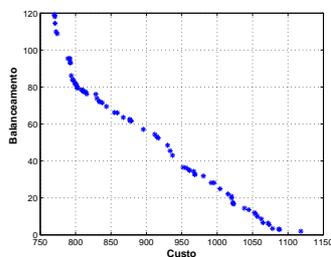
Além do algoritmo MOILS, estas instâncias foram solucionadas utilizando uma heurística baseada no método tradicional de resolução de problemas multiobjetivo, denominado  $\epsilon$ -Restrito (Chankong e Haimes, 1983). O algoritmo implementado utiliza o ILS como algoritmo base para solucionar os sub-problemas definido pelo método.

A Tabela 1 sumariza a avaliação dos resultados obtidos pelos algoritmo MOILS e  $\epsilon$ -Restrito em relação as três métricas avaliadas. Os dados na tabela apontam para um melhor desempenho do algoritmo MOILS em relação as métricas Cardinalidade e Distribuição.

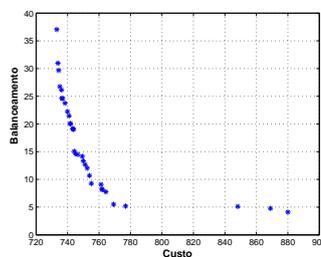
Tabela 1: Resultados multiobjetivo

Instancia	MOILS				Restrito			
	Veículos	Cardinalidade	Extensao	Distribuicao	Veículos	Cardinalidade	Extensao	Distribuicao
C1	5	15	55,21	13,29	5	4	239,21	2,00
C2	10	11	37,47	9,80	10	3	354,87	2,00
C3	8	25	77,71	22,33	8	2	686,29	2,00
C4	12	33	150,54	28,38	12	2	1192,98	2,00
C5	16	7	24,22	5,33	16	2	1058,64	2,00
C6	6	17	70,59	13,50	6	2	122,11	2,00
C7	11	16	51,83	13,73	11	3	143,29	2,00
C8	9	13	49,67	11,00	9	2	193,97	2,00
C9	13	1	0,00	1,00	14	3	184,22	2,00
C10	17	14	69,32	11,08	17	4	190,92	2,00
C11	7	55	192,77	52,96	7	3	551,93	2,00
C12	10	32	149,38	27,87	10	4	1308,09	2,00
C13	11	5	19,15	4,00	11	2	406,253	2,00
C14	11	2	1,75	2,00	11	4	150,94	2,00
F11	4	29	85,94	24,71	4	6	440,95	4,40
F12	7	77	367,11	74,47	7	2	1376,59	2,00

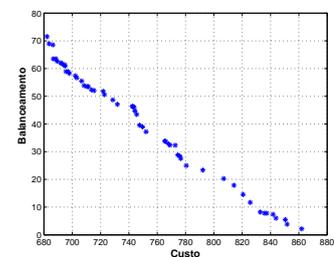
No Algoritmo MOILS, as instância F12, C11 e C4 apresentam uma melhor cardinalidade e, portanto, melhor distribuição e extensão da fronteira. A Figura 1 ilustra as fronteiras obtidas para cada uma destas instâncias. O pior resultado é atribuído às instâncias C9 e C14. Ambas a cardinalidade é baixa, acarretando em uma pior distribuição e extensão. Isso ocorre devido a restrição de comprimento máximo da rota. Esta restrição impossibilita a realização de movimentos que melhore o balanceamento da rota.



(a) Instância F12



(b) Instância C4



(c) Instância C11

Figura 1: Fronteiras para as instâncias F12, C4 e C11

Algumas das execuções do MOILS sobre a instância C9 retornaram algumas soluções

com 14 e 15 veículos. Esta variação acarretou uma grande diferença na fronteira, pois a cardinalidade aumentou consideravelmente (Tabela 2). Isto mostra como o número de veículos de uma solução exerce uma grande influência sobre a qualidade das soluções geradas. As fronteiras para a instância C9 com 13, 14 e 15 veículos são representadas na Figura 2.

Tabela 2: Comparação das métricas para a instância C9 com variação no número de veículos

Instancia	Veículos	Cardinalidade	Extensão	Distribuição
C9	13	1	0,00	1,00
C9	14	16	61,04	13,33
C9	15	41	75,19	38,40

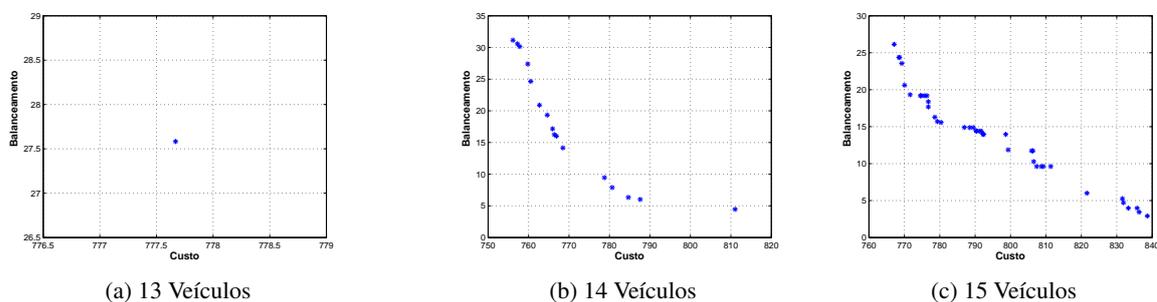


Figura 2: Representação das fronteiras para a instância C9 com 13, 14 e 15 veículos

Para o algoritmo  $\epsilon$ -Restrito, as fronteiras obtidas tiveram uma cardinalidade muito menor comparada ao MOILS. A instância F11 foi a que obteve o melhor resultado para a cardinalidade e distribuição, sendo que estes valores são facilmente superados pelos encontrados na mesma fronteira para o MOILS. Porém, os algoritmo  $\epsilon$ -Restrito conseguiu superar o MOILS em todas as instâncias diante da métrica extensão. Isso ocorre principalmente pelas soluções iniciais do  $\epsilon$ -Restrito serem formadas por execuções do algoritmo ILS-RVND sobre os objetivos de balanceamento e custo e com isso são geradas uma solução com o balanceamento extremamente alto e outra com o custo extremamente baixo. Estas soluções estão muito afastadas no espaço de busca e por isso o valor para a extensão se torna tão elevado. A Figura 3 exemplifica esta situação.

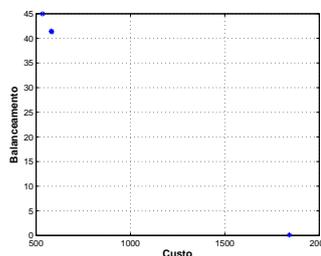


Figura 3: Fronteira para instância C12

O resultado obtido para a instância C14 no  $\epsilon$ -Restrito conseguiu superar o resultado obtido para a mesma instância no MOILS, conseguindo obter 4 soluções. Esta instância é uma das que possui restrição de comprimento máximo, e isto se torna um grande obstáculo para o

MOILS na geração de soluções, mas este obstáculo foi melhor superado no  $\epsilon$ -Restrito. A Figura 4 mostra a diferença na formação das duas fronteiras.

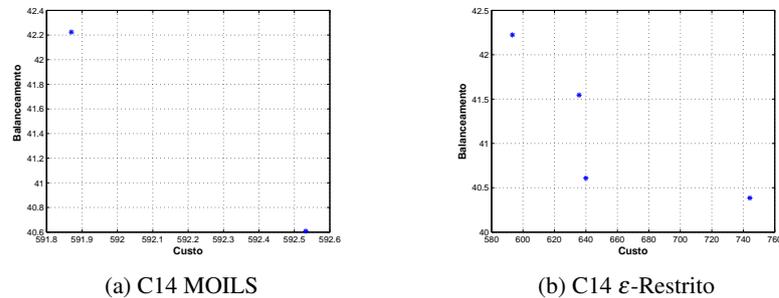


Figura 4: Comparação entre fronteiras das instâncias C14 para os dois algoritmos

Como a fronteira Pareto-ótima não é conhecida para o problema considerado, não é possível avaliar a qualidade absoluta das fronteiras obtidas pelos algoritmos MOILS e  $\epsilon$ -Restrito. Contudo, as soluções obtidas na fronteira foram comparadas as melhores soluções encontradas na literatura para o OVRP, conforme Tabela 3. Nesta é possível verificar que a única instância que o MOILS apresenta um maior número de veículos foi a C7. Nas demais, a abordagem MOILS encontra soluções que estão muito próximas das melhores encontradas na literatura, obtendo uma diferença percentual média de 0.64%, desconsiderando o resultado da instância C7 que apresenta maior número de veículos.

Tabela 3: Comparação entre os melhores resultados mono-objetivo com os obtidos

Instancias	Melhores		MOILSRB			$\epsilon$ -Restrito		
	Custo	Veículos	Custo	Veículos	Gap*(%)	Custo	Veículos	Gap*(%)
C1	<b>416,06<sup>a</sup></b>	5	<b>416,06</b>	5	0	436,92	5	4,77
C2	<b>567,14<sup>a</sup></b>	10	569,71	10	0,45	588,08	10	3,56
C3	<b>639,74<sup>c</sup></b>	8	<b>639,74</b>	8	0	640,86	8	0,17
C4	<b>733,13<sup>a</sup></b>	12	<b>733,13</b>	12	0	733,13	12	0,00
C5	<b>893,39<sup>d</sup></b>	16	949,35	16	6,26	1001,86	16	10,83
C6	<b>412,96<sup>a</sup></b>	6	<b>412,96</b>	6	0	<b>412,96</b>	6	0
C7	<b>583,19<sup>a</sup></b>	10	568,486	11	-2,52	573,56	11	-1,68
C8	<b>644,63<sup>b</sup></b>	9	<b>644,63</b>	9	0	647,60	9	0,46
C9	<b>757,84<sup>a</sup></b>	13	777,70	13	2,62	757,82	14	-0,003
C10	<b>875,67<sup>a</sup></b>	17	877,63	17	0,22	906,37	17	3,39
C11	<b>682,12<sup>a</sup></b>	7	<b>682,12</b>	7	0	682,77	7	0,10
C12	<b>534,24<sup>a</sup></b>	10	<b>534,24</b>	10	0	<b>534,24</b>	10	0
C13	<b>904,04<sup>b</sup></b>	11	904,35	11	0,03	906,33	11	0,25
C14	<b>591,87<sup>a</sup></b>	11	<b>591,87</b>	11	0	593,24	11	0,23
F11	<b>177,00<sup>a</sup></b>	4	<b>177,00</b>	4	0	<b>177,00</b>	4	0
F12	<b>769,55<sup>c</sup></b>	7	770,16	7	0,08	770,16	7	0,08

<sup>a</sup> Adaptive Large Neighborhood Search Pisinger e Ropke (2007).

<sup>b</sup> Variable Neighbourhood Search Fleszar et al. (2009).

<sup>c</sup> Heurística híbrida entre método evolucionário e busca tabu Repoussis et al. (2010).

<sup>d</sup> Static Move Descriptor Zachariadis e Kiranoudis (2010).

\*Diferença percentual entre os resultados obtidos pelo MOILS e pelo  $\epsilon$ -Restrito e os melhores da literatura.

## 5. Conclusão

Abordar o problema de forma multiobjetivo se torna útil por oferecer ao gestor um conjunto de opções viáveis que ele poderá escolher na tomada de decisão. Assim, dado um

conjunto de cenários, o gestor terá uma maior facilidade e precisão na escolha da solução que melhor se adapta à situação da empresa naquele determinado momento.

Devido a complexidade computacional do Problema de Roteamento de Veículos Aberto e, conseqüentemente, por ser uma variação deste, do Problema de Roteamento de Veículos Aberto com Balanceamento de Rotas, o desenvolvimento de métodos heurísticos capazes de gerar soluções de qualidade em um tempo computacional viável se torna de grande importância.

O algoritmo avaliado neste trabalho, MOILS, mostrou ser um método capaz de gerar soluções eficientes e bem distribuídas na fronteira Pareto aproximada para o OVRPRB. Na maioria das instâncias avaliadas, este algoritmo gerou um volume maior de soluções e também soluções mais dispersas. Comparando os resultados obtidos aos resultados do OVRP, os valores encontrados foram muito próximos aos da literatura, obtendo uma diferença percentual média de 0.64%.

Uma vez que o número de veículos afeta diretamente a qualidade da fronteira Pareto aproximada encontrada pelos algoritmos, um trabalho futuro poderá incluir mais um objetivo ao OVRP, referente a minimização do número de veículos. Além disso, outras estruturas de vizinhanças e outros mecanismos de balanceamento poderão ser aplicados a fim de melhorar a qualidade das soluções.

## Referências

- Assis, L. P.**, Algoritmos para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas, Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.
- Bodin, L., Golden, B., Assad, A., e Ball, M.**, Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art, *Computers & Operations Research*, 1983.
- Brandão, J.**, A tabu search algorithm for the open vehicle routing problem, *European Journal of Operational Research*, 2004.
- Chankong, V. e Haimes, Y. Y.**, *Multiobjective Decision Making Theory and Methodology*, Elsevier Science, New York, 1983.
- Christofides, N., Mingozzi, A., e Toth, P.**, The vehicle routing problem, *Combinatorial Optimization*, 1979.
- Corberán, A., Fernández, E., Laguna, M., e Martí, R.**, Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives, *European Journal of Operational Research*, 2000.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., e Meyarivan, T.**, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002.
- Fisher, M.**, Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees, *Operations Research*, 1994.
- Fleszar, K., Osman, I. H., e Hindi, K. S.**, A variable neighbourhood search algorithm for the open vehicle routing problem, *European Journal of Operational Research*, 2009.

- Fu, Z., Eglese, R., e Li, L. Y. O.**, A new tabu search heuristic for the open vehicle, *The Journal of the Operational Research Society*, 56(3):267–274, 2005.
- Glover, F. e Kochenberger, G. A.**, *Handbook of metaheuristics*, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- Jozefowicz, N., Semet, F., e Talbi, E.-G.**, Multi-objective vehicle routing problems, *European Journal of Operational Research*, 2008.
- Li, X. Y., Tian, P., e Leung, S. C. H.**, An ant colony optimization metaheuristic hybridized with tabu search for open vehicle routing problems, *Journal of the Operational Research Society*, 2009.
- Lourenço, H. R., Martin, O., e Stützle, T.**, *Iterated Local Search*, chapter 11, Springer, 2003.
- Pan, L. e Fu, Z.**, A clonal selection algorithm for open vehicle routing problem, *Third International Conference on Genetic and Evolutionary Computing*, 2009.
- Park, J. e Kim, B.-I.**, The school bus routing problem: A review, *European Journal of Operational Research*, 2010.
- Pisinger, D. e Ropke, S.**, A general heuristic for vehicle routing problems, *Computers & Operations Research*, 2007.
- Repoussis, P. P., Tarantilis, C. D., Bräysy, O., e Ioannou, G.**, A hybrid evolution strategy for the open vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 2010.
- Sariklis, D. e Powell, S.**, A heuristic method for the open vehicle routing, *Journal of the Operational Research Society*, 2000.
- Schrage, L.**, Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems., *Networks 11*, 1981.
- Subramanian, A., Drummond, L., Bentes, C., Ochi, L., e Farias, R.**, A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery, *Computers & Operations Research*, 2010.
- Tarantilis, C., Diakoulaki, D., e Kiranoudis, C.**, Combination of geographical information system and efficient routing algorithms for real life distribution operations, *European Journal of Operational Research*, 2004.
- Zachariadis, E. E. e Kiranoudis, C. T.**, An open vehicle routing problem metaheuristic for examining wide solution neighborhoods, *Computers & Operations Research*, 2010.
- Zitzler, E., Deb, K., e Thiele, L.**, Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results, *Evolutionary Computation*, 2000.