

## LEYES DE POTENCIA EN LA MALLA VIAL DEL ÁREA METROPOLITANA DE MEDELLÍN

**Laura Lotero Vélez**

Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín  
Calle 65 # 80 - 223 Medellín, Colombia  
[llotero0@unal.edu.co](mailto:llotero0@unal.edu.co)

**Carlos Jaime Franco Cardona**

Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín  
Calle 65 # 80 - 223 Medellín, Colombia  
[cjfranco@unal.edu.co](mailto:cjfranco@unal.edu.co)

### RESUMEN

El sistema de transporte es un sistema complejo y la malla vial, que es la estructura física que permite la movilidad, es a su vez una red compleja. Por su semejanza con otros sistemas naturales con estructura fractal e invariantes a la escala, la red de transporte es susceptible de ser analizada bajo este enfoque. En este artículo se presentan evidencias de distribuciones en ley de potencia de algunos atributos de la red vial del área metropolitana de Medellín y de ésta con respecto a otros atributos del territorio, reafirmando la importancia de la relación entre los sistemas de transporte y ciudad. Los resultados de este artículo, muestran relaciones libres de escala en la red vial, que sirven de apoyo a la toma de decisiones en planificación urbana, ya que nuevas intervenciones en el territorio podrían ser evaluadas teniendo en cuenta esta propiedad, en busca de eficiencia en la red.

**PALABRAS CLAVE.** Ley de potencia, red de transporte, planeación urbana.

**Área principal:** OA – Otras aplicaciones en IO

### ABSTRACT

Transportation is a complex system, and the road network, which is the physical structure that allows for mobility dynamics, is itself a complex network. Because of the similarity of road networks with other natural systems that have a fractal structure, and therefore are scale invariant, transportation network can be analyzed under this approach. In this paper, we present evidence of power law distributions in some attributes of the road network of Medellín metropolitan area, and between the road network and other land attributes, reaffirming the importance of the relationship between the transportation systems and the city structure. The results presented in this paper, show scale-free relations in the road network that could be useful as support for decision making in urban planning, therefore new interventions in territory could be assessed considering this property and looking for network efficiency.

**KEYWORDS.** Power laws, transportation network, urban planning.

**Main area:** OA - Other applications in OR

## Introducción

Un sistema complejo es aquel en el cual hay muchos agentes interactuando, de tal manera que los eventos generados por esas interacciones influyen fuertemente la probabilidad de generar otros eventos en el futuro (Axelrod & Cohen, 2000). En consecuencia, el sistema de transporte de una ciudad es un sistema complejo, en el que intervienen e interaccionan diversos agentes: usuarios, conductores y organizaciones (empresas de transporte y entidades reguladoras). Hacen parte del sistema muchos agentes que por lo general actúan bajo una racionalidad limitada (Simon, 1982) y persiguiendo objetivos e intereses casi siempre en conflicto. Las decisiones y acciones de un agente afectan a los demás y al desempeño del sistema.

El sistema de transporte a su vez está enmarcado en el sistema de ciudad, otro sistema complejo (Batty, 2005). Debido a esto, deben tenerse en cuenta las interacciones que puede tener con otros subsistemas, como la economía, el medio ambiente, el territorio, etc., y las posibles consecuencias de la toma de decisiones en el sistema de transporte sobre los demás subsistemas de ciudad con los que interacciona.

Una de las relaciones más ampliamente estudiadas es la del transporte con los usos del suelo, es decir, con la configuración del territorio. La interacción entre los usos de suelo y el transporte se da de la siguiente manera: los patrones de localización de las actividades, inducen patrones de viajes para realizar dichas actividades y la elección de localización de las actividades (configuración de los usos del suelo) se afecta por cómo los consumidores perciben las facilidades de transporte en cada ubicación (Martínez, 2002).

Por otro lado, dentro del sistema de transporte está la infraestructura vial, que bien puede verse como un artefacto del sistema, es decir, como un recurso material que tiene un lugar definido y puede responder a las acciones de los agentes (Axelrod & Cohen, 2000), ya que está localizada en el territorio y permanece constante mientras no hayan acciones de los agentes para cambiarla (por ejemplo políticas de ampliación de infraestructura) o, a su vez, puede ser analizada como una red, convirtiéndose así en un sistema complejo (Pérez & Batten, 2006), ya que en cierta forma la topología de ésta afecta la dinámica que hay en el sistema y viceversa.

Dadas algunas de las características y semejanzas topológicas de las redes de transporte urbano con otras redes naturales de transporte como el sistema el cardiovascular de los mamíferos, los bronquios en los pulmones, la forma en que se alimentan los árboles e inclusive con el sistema hídrico (Schroeder, 1992), es susceptible de ser analizado bajo el enfoque fractal. Con respecto a esto, en el trabajo de Salingeros (2005) se dice que una red siempre tiende a ajustar su infraestructura de comunicación hacia una jerarquía que siga una ley de potencias.

Debido a la posibilidad de que las redes de transporte en su topología sigan una ley de potencias, se desea analizar para el caso del Valle de Aburrá si la malla vial tiene algún atributo que se comporte según las leyes de potencias. Además, dada la importancia de la relación del transporte con la configuración del territorio, se busca identificar si en dicha relación existe alguna propiedad fractal, como la ley de potencias.

## Leyes de potencia

El concepto de *fractalidad* fue introducido por Benoit Mandelbrot (1982) para dar sentido a las formas irregulares de la mayoría de las estructuras de la naturaleza; las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las orillas del mar no son círculos, y los rayos no siguen una trayectoria en línea recta. Una de las características principales de los fractales es su propiedad de auto-similitud, es decir, que repiten el mismo patrón sin importar la escala desde la que se mire, por tanto se puede decir que un fractal es aquel objeto que no varía ante un cambio de escala.

Las relaciones por leyes de potencia siguen este principio de invarianza de escala y por esto están directamente relacionadas con los fractales (Schroeder, 1992). La ley de potencias más conocida, relaciona 2 variables y tiene la forma  $f(x) = ax^k$ , donde  $a$  y  $k$  son constantes, y  $k$  es comúnmente llamado exponente de escalamiento, donde la palabra “escalamiento” denota el hecho de que la ley de potencias cumple que  $f(cx) \propto f(x)$ , donde  $c$  es una constante. Por tanto, un ajuste del argumento de la función cambia la constante de proporcionalidad pero preserva la forma de la función. Si se toman los logaritmos de la ley de potencias en ambos lados se obtiene:  $\log(f(x)) = k\log(x) + \log(a)$ , donde la expresión tiene la forma de una relación lineal con pendiente  $k$ . Ajustar el argumento produce un movimiento lineal de la función hacia arriba o abajo pero la forma básica permanece y la pendiente  $k$  no cambia. Esta propiedad hace que una ley de potencias quede determinada por el exponente de escalamiento  $k$ .

### ***Leyes de potencia en sistemas naturales***

En la naturaleza existen una gran variedad de atributos que siguen una ley de potencias en su distribución (Schroeder, 1992). En esta sección se hace una breve revisión de leyes de potencias en sistemas naturales.

Al final de los años 90, se empezó a reconocer que las estructuras vivientes altamente complejas, auto-sostenibles y reproducibles, requieren una integración de enormes cantidades de unidades microscópicas que necesitan ser atendidas en forma eficiente. Por medio de la selección natural, las redes jerárquicas han evolucionado a una forma semejante a un fractal, donde se distribuye la energía, se realiza el proceso del metabolismo y en general, se transporta la información desde reservas macroscópicas a sitios microscópicos. Algunos ejemplos incluyen sistemas circulatorios en animales, sistema vascular de las plantas y redes intracelulares y de ecosistemas (West & Brown, 2004).

Para cumplir con las demandas de energéticas del cuerpo, un animal tiene que tener un sistema de oferta de “combustible” eficiente, como el de las redes de despacho ramificadas en las plantas y animales. Bejan (2005) construyó una teoría general de diseño óptimo para sistemas biológicos basada en la ley *constructal*, que establece que la arquitectura de un sistema de flujo evoluciona de tal manera que provea un acceso más fácil a sus corrientes. Bejan (2005) dedujo un exponente de escalamiento óptimo de 3/4 en la relación entre la pérdida de calor y el tamaño del cuerpo.

Por otro lado, Biewener (2005) hizo una revisión de las funciones de escalamiento en el esqueleto de los animales terrestres y estudió cómo los huesos de las extremidades toleran las fuerzas que tienen que soportar mientras caminan y corren. Encontró que la tensión de los huesos y músculos aumenta con el tamaño del cuerpo. Además concluyó que al cambiar la postura y tomar una más erguida a medida que crecen, los animales logran mantener la tensión muscular y ósea casi constante sobre un amplio rango que va desde los 0,04 a los 300Kg, más allá de dichos tamaños, mamíferos de gran tamaño exhiben una habilidad locomotor más reducida. El patrón encontrado en tensión muscular y ósea parece no ocurrir en el sistema de tendones.

Además, se ha encontrado que el sistema arterial y vascular en los mamíferos obedece una ley de potencias sobre un rango de 20 bifurcaciones entre el corazón y los vasos capilares, con unos exponentes de escalamiento cercanos a 2,7, el cual es un valor razonable para la evolución biológica, dados los requisitos de que las arterias y las venas lleguen a cualquier punto del cuerpo que necesite ser alimentado y que necesite disponer de los desechos. Por otro lado, en el caso del pulmón humano, éste llega a tener un exponente de escalamiento muy cercano a 3, es decir un valor para un fractal que llena el espacio tridimensional. De hecho, el árbol bronquial tiene características auto-similares en cerca de 15 bifurcaciones sucesivas (Schroeder, 1992).

Para sistemas reales que presentan una ley de potencias, el parámetro de escalamiento generalmente se encuentra en el rango  $2 < k < 3$ , aunque existen excepciones. (Clauset, Shalizi, & Newman, 2009)

***Leyes de potencia en sistemas artificiales: el caso de las redes de transporte.***

Así como en los sistemas naturales se han observado procesos que siguen la ley de potencia, en los sistemas artificiales también se han estudiado relaciones que siguen esta ley. En esta sección se describen algunos de los estudios referentes a leyes de potencia en el caso de las redes de transporte.

El trabajo de Salingeros y West (1999) muestra que las ciudades están conectadas por tramos que siguen una distribución de ley de potencias. Así, las ciudades más exitosas y organizadas tienen un gran rango de conexión, que va desde caminos pedestres, ciclovías, vías colectoras, hasta grandes autopistas con una distribución decreciente, que implica una distribución en ley de potencias inversa (elementos más pequeños son por tanto más numerosos que los elementos grandes). Estos hallazgos se contrastan con ciudades disfuncionales; en un extremo, las ciudades modernas y los suburbios, en los que predominan las calles de mayor tráfico y en las que hacen falta conexiones de menor escala, lo que hace que la ciudad pierda la interactividad presente en ciudades históricas. Y en el otro extremo, están los asentamientos en los que predominan las conexiones pequeñas y hacen falta tramos de gran capacidad debido en gran medida a las condiciones socioeconómicas, aislando a sus residentes del resto de la ciudad.

En Le Mans, Francia, Jian et al (2010) analizaron las propiedades topológicas de una pequeña red de vías urbanas. Encontraron una distribución de ley de potencias doble en la distribución del grado de la red, que es diferente de la distribución en ley de potencias simple. La función usada por ellos para definir la doble ley de potencias fue  $p(x) = a / (x^b + cx^d)$ , que también se denomina como función de ley de potencias truncada. En dicha aplicación, Jian et al (2010) usaron el grafo dual, donde hacen un mapeo de los tramos de vías a nodos y las intersecciones a arcos. Otros que usaron la representación dual de la red para analizar las redes de transporte fueron Kalpala et al (2006), quienes además en su estudio encontraron que para países grandes, como Estados Unidos, la distribución es casi invariante a la escala, siguiendo una ley de potencias con un coeficiente de escalamiento entre 2,2 y 2,4

Kim, Benguigui y Marinov (2003) analizaron la estructura fractal de la red de transporte público en Seúl y su evolución a través de los años. Para esto, desarrollaron dos métodos basados en el conteo de cajas para determinar la dimensión fractal de las redes. Los resultados de este trabajo mostraron que la red de Seúl tiene diferentes dimensiones a través del tiempo, demostrando una relación entre la densificación de la población en los años y el desarrollo y mejoramiento de los sistemas de transporte, evidenciado en el incremento en la dimensión fractal. En el artículo encontraron también que, mientras más cerca está al centro de la ciudad, la malla vial se encuentra más densificada.

Por otro lado, Lu y Tang (2004) evaluaron la relación entre el tamaño de las ciudades (que denominan masa) y la complejidad de sus sistemas de transporte. Los resultados del estudio confirmaron que, a medida que las ciudades crecen, sus redes de transporte se vuelven más complejas, los espacios urbanos son llenados de forma más densa por las vías y las ubicaciones dentro de una ciudad son más accesibles. En dicho artículo usaron un método de conteo de cajas modificado para describir las propiedades fractales de las redes de transporte urbano. Encontraron además que entre las dimensiones fractales de la red vial y la densidad poblacional existe una relación importante.

### **Caso de estudio.**

El área metropolitana de Medellín, conocido también como el Valle de Aburrá, se encuentra ubicado en la Cordillera Central en el departamento de Antioquia, Colombia. Tiene una extensión de 1.152 Km<sup>2</sup>, una longitud aproximada de 60km y una amplitud variable y está compuesto por 10 municipios: Barbosa, Girardota, Copacabana, Bello, Medellín, Envigado, Itagüí, Sabaneta, La Estrella y Caldas.

La información de la malla vial principal del Valle de Aburrá está actualizada hasta el 2005, año en el que se empieza a formular el Plan Maestro de Movilidad para la región (Área Metropolitana, 2007). Esta información cuenta con atributos de longitud, pendiente, número de carriles, ancho, tiempo a flujo libre y velocidad a flujo libre para los tramos de mayor jerarquía en la región (vías regionales, arterias y colectoras). Se cuenta con 1.734 tramos de los cuales el 8% son vías regionales, el 38% son arterias principales, el 15% son arterias menores y el 39% son vías colectoras.

El análisis de la malla vial, se hace con respecto a si misma y con respecto al territorio, en cuyo caso se analiza la población de la región de estudio, en búsqueda de patrones de auto-similitud, dadas las evidencias de ley de potencias en sistemas de transporte, presentadas en el numeral anterior. Los ajustes de las funciones a una distribución en ley de potencias se estiman por el método de los mínimos cuadrados. Se ha demostrado que el método de estimación de máxima verosimilitud y la prueba de Kolmogorov-Smirnov son mucho más acertados y produce estimadores insesgados cuando se tiene una muestra de gran tamaño (Clauzet, Shalizi, & Newman, 2009), sin embargo, debido a la limitación en los tamaños de las muestras de datos estos métodos no se utilizan en este trabajo ya que en muestras pequeñas el sesgo de éstos métodos es significativo.

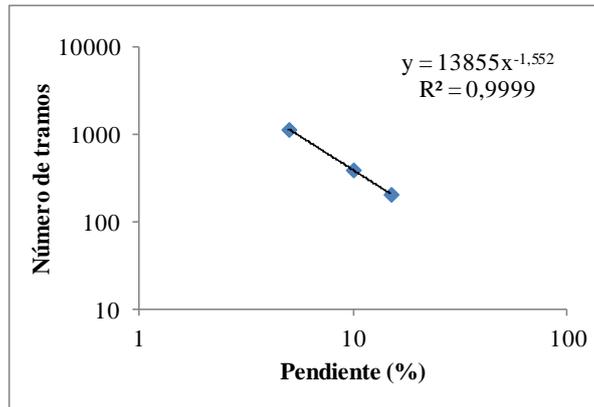
### ***Análisis de ley de potencias entre atributos de la malla vial***

Se identifica que existe una ley de potencias entre la pendiente promedio del tramo con respecto al número de tramos en el Valle de Aburrá, dado que existe una relación lineal entre los logaritmos de dichas características de la red en la región con un coeficiente  $R^2$  de 0,999 lo que indica un ajuste casi perfecto de los puntos y con un exponente de escalamiento de -1,552 aproximadamente (Gráfico 1). El comportamiento indica que al aumentar la pendiente de los tramos, disminuye según una ley de potencias el número de tramos con dicha pendiente.

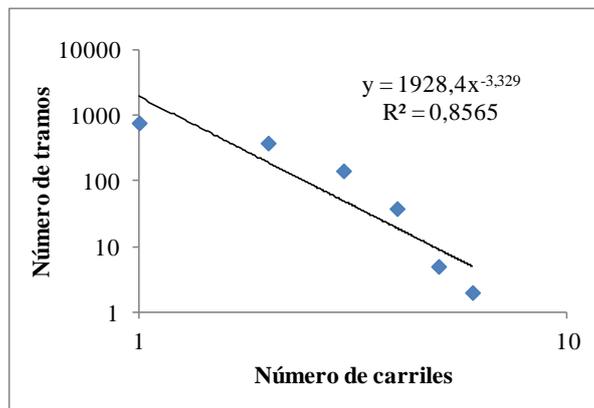
Un patrón de comportamiento similar se describe en Yamada (1999), donde se muestra que existe una relación entre el orden de las montañas y algunos de sus parámetros morfológicos y dicha relación es de una forma similar a la ley de Horton (1945), cuya distribución sigue una ley de potencias. La distribución de frecuencias para el área y la altura muestran características de auto-similitud con respecto al orden de las montañas y determinan la dimensión fractal de las montañas.

Otro atributo de la red vial que indica una posible relación de ley de potencias inversa es el número de carriles con respecto al número de tramos. A medida que aumenta el número de carriles en un tramo, la cantidad de estos disminuye, con un ajuste  $R^2$  de 0,8565 para toda la región metropolitana del Valle de Aburrá (Gráfico 2). Esto mismo sucede con la ciudad de Medellín (Gráfico 3), en la cual se observa el mismo comportamiento con un ajuste  $R^2$  de 0,8432, lo que da indicios de una posible relación en ley de potencias entre el número de carriles con la cantidad de tramos. Los exponentes de escalamiento 3,329 para el Valle de Aburrá y 3,125 para Medellín, valores ligeramente por encima de los reportados en la literatura como exponentes usuales de las leyes de potencia. Se podría mejorar la eficiencia de la red, mejorando el ajuste de la línea que relaciona los logaritmos del número de carriles y el número de tramos, aumentando el número de tramos tanto con un solo carril como con 5 y 6 carriles. Con esto no sólo aumenta el

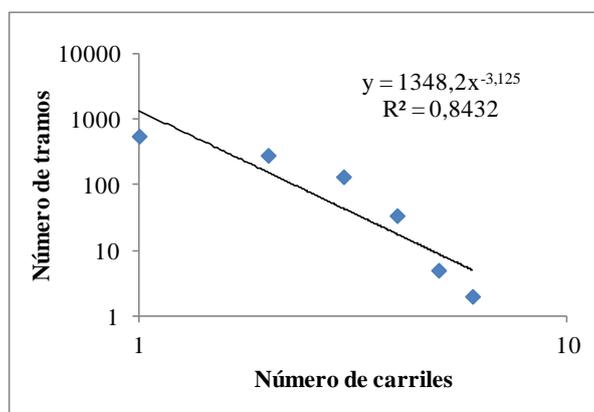
ajuste de la ley de potencias sino que también se disminuye el exponente de escalamiento, entrando al rango típico para leyes de potencia en sistemas reales.



**Gráfico 1. Relación en ley de potencias entre la pendiente y el número de tramos**



**Gráfico 2. Relación en ley de potencias entre el número de carriles y el número de tramos para el Valle de Aburrá**



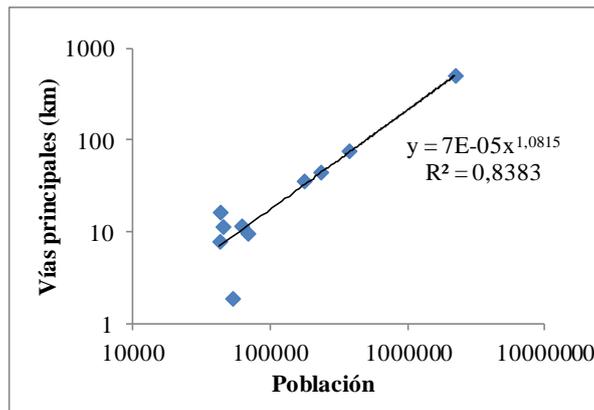
**Gráfico 3. Relación en ley de potencias entre el número de carriles y el número de tramos para Medellín**

Aparte de las relaciones de invarianza de escala dados por la ley de potencias, se evidencia un comportamiento auto-similar en la región, ya que la relación entre el número de carriles en un tramo con respecto al número de tramos es semejante entre el municipio de Medellín y su región metropolitana (el Valle de Aburrá).

**Análisis de ley de potencias entre la malla vial y el territorio**

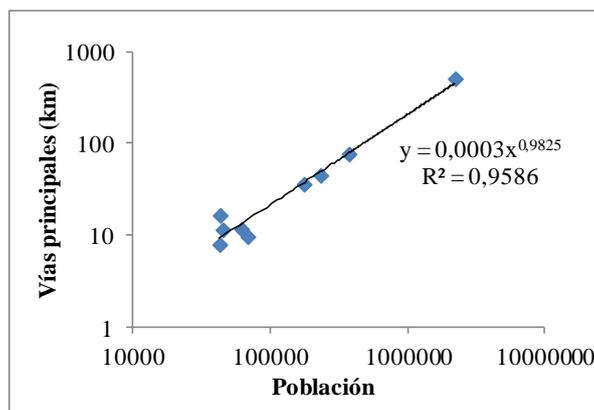
Para el análisis de la relación entre la malla vial y la configuración del territorio, se toma información del censo de población de los municipios del Valle de Aburrá (DANE, 2005). Se analizan el número de habitantes por municipio con respecto al total de kilómetros de malla vial principal construidos en el municipio, es decir la longitud de las vías colectoras, arterias y regionales.

La relación lineal entre los logaritmos del número de habitantes con el total de kilómetros de vías principales construidos en cada uno de los municipios del Valle de Aburrá (Gráfico 4) y se muestra la misma relación eliminando los datos del municipio de Girardota (Gráfico 5).



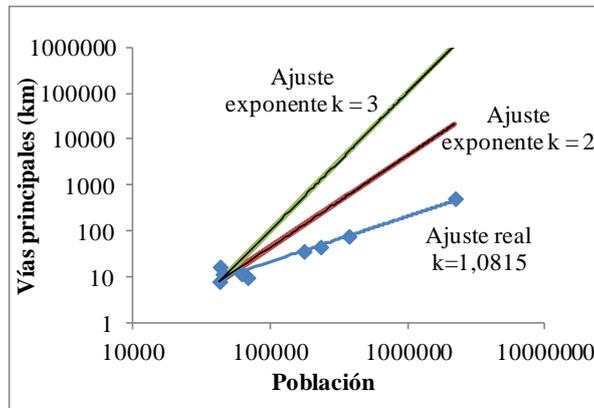
**Gráfico 4. Relación en ley de potencias entre la longitud de vías principales construidas y la población del Valle de Aburrá**

Con un ajuste  $R^2$  de 0,8383, se evidencia que el número de habitantes y el total de kilómetros de malla vial en los municipios del Valle de Aburrá siguen una relación que podría ser una ley de potencias (Gráfico 4). Hay un punto atípico que corresponde al municipio de Girardota; si este punto se elimina (Gráfico 5), la regresión entre los logaritmos de la población y los kilómetros de vías mejora, con un ajuste  $R^2$  de 0,9586 sugiriendo que, para el Valle de Aburrá, se sigue una ley de potencias entre la población y los kilómetros de vías construidos en los diferentes municipios y que para mejorar la eficiencia del sistema vial del Valle de Aburrá, es necesario que el Municipio de Girardota aumente el número de kilómetros de vías principales hasta alinearse con el comportamiento en ley de potencias que siguen los demás municipios del Valle de Aburrá.



**Gráfico 5. Relación en ley de potencias entre la longitud de vías principales construidas y la población del Valle de Aburrá sin el municipio de Girardota**

Sin embargo, los exponentes de escalamiento para estas relaciones están alrededor de 1, valor por debajo del reportado para leyes de potencia en sistemas físicos. Para mejorar este exponente, y por consiguiente la eficiencia de la red, es necesario que se aumente significativamente el número de kilómetros construidos en la mayoría de municipios, a excepción de Sabaneta y La Estrella, municipios en los cuales el número de kilómetros de vías principales es mayor al necesario. El ajuste real de los datos a una ley de potencias con un exponente de aproximadamente 1,0815 y los ajustes para leyes de potencias con exponentes  $k=2$  y  $k=3$  respectivamente (Gráfico 6).



**Gráfico 6. Ajuste real del total de vías principales con respecto a la población del Valle de Aburrá vs. Ajuste en ley de potencias con exponente de escalamiento  $k=2$  y  $k=3$**

En conclusión, el comportamiento en ley de potencias evidenciado entre el sistema de transporte y el territorio, puede ser explicado como una característica emergente de la red que responde a las presiones generadas por la población sobre las redes de transporte de los municipios del Valle de Aburrá.

### Trabajo Futuro

Es deseable verificar si la relación de potencias que existe en el Valle de Aburrá del número de habitantes con respecto al número de tramos se mantiene al reducir la escala, es decir, analizando la relación entre la población de unidades espaciales más pequeñas que un municipio y el número de tramos en esta unidad espacial. Al reducir la escala se aumenta el tamaño de la muestra de datos, lo que permitiría usar estimadores insesgados para el ajuste de las funciones a distribuciones de leyes de potencia.

Además, se propone buscar más evidencia de relaciones fractales dentro de la región, así como el cálculo de la dimensión fractal de la red vial estudiada y la comparación con respecto a redes de otras ciudades.

### Conclusiones

Se encontró que la red vial del Valle de Aburrá sigue una ley de potencias con respecto a varias características propias de la red (la relación de la pendiente y el número de carriles con el número de tramos) y con respecto a características de la ciudad, como la población con respecto al total de kilómetros de vías.

La ley de potencias que siguen dichos atributos de la malla vial con respecto a otras características de la ciudad como la población, es en gran medida el resultado de un comportamiento emergente del sistema buscando eficiencia en la red, para responder a las presiones territoriales de movilidad. Este tipo de evidencia sirve como apoyo a la toma de decisiones, ya que permite identificar falencias en la red, que hacen que ésta sea menos eficiente.

Una de las intervenciones que podrían hacerse para mejorar la eficiencia del sistema vial del Valle de Aburrá, aprovechando la relación de potencias que existe, es construir más vías en el Municipio de Girardota hasta que se ajuste con el comportamiento en ley de potencias que siguen los demás municipios del Valle de Aburrá. Estos nuevos tramos, podrían a su vez ser construidos teniendo en cuenta la relación en ley de potencias existente entre el número de carriles del tramo con el número de éstos, priorizando así la construcción de tramos de un carril o de cinco o más carriles, mejorando así la eficiencia de la red de transporte de todo el Valle de Aburrá. Estos hallazgos, aunque son a una gran escala, podrían ser de gran utilidad para la toma de decisiones en planificación urbana en cuanto se realicen estudios en una escala más pequeña, teniendo en cuenta zonas más desagregadas del territorio.

## Bibliografía

**Área Metropolitana del Valle de Aburrá - Consorcio Movilidad Regional Colombia-Chile.** (2007). Formulación del Plan Maestro de Movilidad para la Región Metropolitana del Valle de Aburrá. Informe Final. Capítulo 2: Diagnóstico. pp. 102- 188

**Axelrod R. & Cohen M.D.** Harnessing Complexity. New York: The free press. 2000. 173p.

**Batty M.** Cities and Complexity: Understanding Cities with Cellular Automata, Agent-Based Models, and Fractals. Cambridge: The MIT press. 2005. 565p.

**Bejan A.** (2005). The constructal law of organization in nature: tree-shaped flows and body size. *The journal of experimental biology*. Vol 208, pp 1677 - 1686.

**Biewener A.** (2005). Biomechanical consequences of scaling. *Journal of Experimental Biology*. Vol 208, pp 1665 - 1676.

**Clauset, A., Shalizi, C. R., & Newman, M. E. J.** (2009). Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review*, Vol 51 pp 661-703.

**DANE** (2005). Censo General 2005. [consultado el 9 de noviembre de 2011]. Disponible en: <<http://www.dane.gov.co>>

**Horton R.E.** (1945). Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. *Geological Society of America Bulletin*. Vol 56, No 3, pp 275 - 370.

**Jiang, J., Calvao, M., Magalhães, A., Vittaz, D., Mirouse, R., Kouramavel, F., Tsohnange, F. & Q.A. Wang.** (2010). Study of the Urban Road Networks of Le Mans. [consultado el 20 de junio de 2011] Disponible en: <http://arxiv.org/abs/1002.0151>

**Kalapala V., Sanwalani V., Clauset A. & C. Moore** (2006). Scale invariance in road networks. *Physical Review*. Vol 73, No 2, pp 026130–026131.

**Kim S.K., L. Benguigui & M. Marinov** (2003). The fractal structure of Seoul's public transportation system. *Cities*. Vol 20, No 1, pp 31-39.

**Lu Y. & Tang J.** (2004). Fractal dimension of a transportation network and its relationship with urban growth: a study of the Dallas Fort Worth area. *Environment and Planning B: Planning and Design*. Vol 31, pp 895 - 911.

**Mandelbrot B.** *The Fractal Geometry of Nature*. New York: WH Freeman. 1982. 460p.

**Martínez, F.** (2002). Towards a microeconomic framework for travel behaviour and land use interactions. En: *Perpetual motion: Travel behaviour research. Opportunities and application changes*. H. S. Mahmassani (Ed.), Elsevier, pp 261-276.

**Pérez P & Batten D** (Eds). *Complex Science for a Complex World, Exploring Human Ecosystems with Agents*. Canberra: Anu E Press. 2006.

**Salingaros N. A. & West B. J.** (1999). A universal rule for the distribution of sizes. *Environment and Planning B: Planning and Design*. Vol 26, pp 909 - 923.

**Salingaros N.A.** *Principios de estructura urbana: Conectando la ciudad fractal*. Amsterdam: Design Science Planning. 2005. 75p

**Schroeder M.** *Fractals, Chaos and Power Laws*, WH Freeman. 429p. 1992

**Simon H.** *Models of bounded rationality*. Cambridge: The MIT press. 1982. 479p.

**West B. J. & Brown J.H.** (2004). Life's Universal Scaling Laws. *Physics today* 57(9): 36-42.

**Yamada S.** (1999). Mountain ordering: A method for classifying mountains based on their morphometry. *Earth Surface Processes and Landforms*. Vol 24, pp 653 - 660.