

# ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS CRÍTICOS EM PROJETOS DE PRODUÇÃO DE PETRÓLEO OFFSHORE

Maxstaley L. Neves<sup>1</sup>, André L. Lazzarini<sup>2</sup>,  
André L. S. Brandão<sup>1</sup>, José F. Tebaldi de Castro<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PETROBRAS – E&P Projetos de Desenvolvimento da Produção

<sup>2</sup>PETROBRAS – E&P Corporativo

{maxneves, lazzarini, andre.br, jftebaldi}@petrobras.com.br

**Resumo.** Este artigo aborda o problema da alocação de equipamentos críticos em projetos de produção de petróleo offshore. Uma importante etapa de um projeto é a construção de poços marítimos, atividade que demanda vários recursos (equipamentos e serviços). Alguns recursos possuem elevado custo e são de difícil aquisição e, por isso, são classificados como críticos. O foco do trabalho é sob um equipamento crítico conhecido como conjunto Árvore de Natal Molhada. A disponibilidade destes equipamentos depende da capacidade de fornecimento e dos contratos assinados, enquanto a necessidade é função dos cronogramas dos projetos. O objetivo é encontrar a alocação ótima de acordo com as restrições técnicas e de fornecimento e que garanta o atendimento das necessidades. O principal resultado deste artigo é uma metodologia para aperfeiçoar a alocação e permitir a avaliação dos impactos de alterações. Além da discussão do modelo, apresentamos a aplicação desta metodologia em casos reais.

**PALAVRAS CHAVE.** Exploração e Produção de Petróleo. Árvore de Natal Molhada. Problema de Alocação Linear.  
Área principal: P&G - PO na Área de Petróleo & Gás.

**Abstract.** This paper deals with the assignment problem of critical equipments to offshore oil field development projects. An important part of a given project is the oil/gas wells construction, which involves a number of distinct resources (equipments and services). Some resources are costly and not simple to procure; thus, they are referred to as critical. Our study focused on the equipment known as subsea tree. The equipment availability depends on the suppliers' capacity and the contracts; on the other hand, the need is function of the projects schedule. The goal is to find the best assignment that meets the need according to the technical and supply constraints. The main result of this paper is a framework that improves the assignment and allows us to measure the impact of changing. We discuss our model and illustrate it based on field data.

**KEYWORDS.** Petroleum Exploration and Production. Subsea Tree. Linear Assignment Problem.  
Main area: P&G - OR in Oil & Gas.

## 1 Introdução

O desenvolvimento da produção num campo de petróleo marítimo (*offshore*) demanda um complexo mix de recursos e serviços. Além das dificuldades encontradas em campos terrestres, os campos marítimos possuem desafios adicionais como ambientes mais hostis dificuldades logísticas devido à distância da costa e a necessidade de equipamentos avançados para realizar as atividades em lâminas d'água que podem superar 2.000m. O campo marítimo de Guaricema (SE) foi o primeiro descoberto no Brasil em 1968 (Ortiz Neto e Costa, 2007) e no mesmo ano o campo de Garoupa foi descoberto na bacia de Campos (RJ) abrindo uma nova fronteira de produção. O país produziu em 2011 cerca de 2.100 mil bdp (barris de óleo por dia) e cerca de 91% desta produção veio do mar<sup>1</sup> mostrando a importância dos campos marítimos.

Um sistema de produção marítimo pode ser resumido em três partes: a(s) plataforma(s) de produção, poços e uma série de equipamentos para coletar a produção dos poços, levá-la à(s) plataformas e, depois de processada, transportar o óleo e o gás para terminais terrestres, navios transportadores (aliviadores) ou mesmo outras plataformas (Figura 1). Assim, além dos equipamentos que ficam na superfície do mar e são visíveis nas plataformas de produção, há um grande número de equipamentos nos poços e no mar como tubos metálicos, dutos de interligação, *manifolds*<sup>2</sup>, cabeças de poço, Árvores de Natal Molhada (Figura 2), etc. Para mais detalhes recomendamos ver Thomas (2004).

Devido às severas condições de operação, em geral estes equipamentos possuem grandes dimensões. Este fato somado às restritas especificações faz que estes equipamentos tenham alto lead-time de fornecimento e custo elevado. Por isso eles são considerados como recursos críticos na indústria petrolífera. O atraso de fornecimento de um destes equipamentos pode levar a atrasos na produção que, por sua vez, gera uma grande perda de receita, que pode superar US\$ 100 MM por poço<sup>3</sup>.

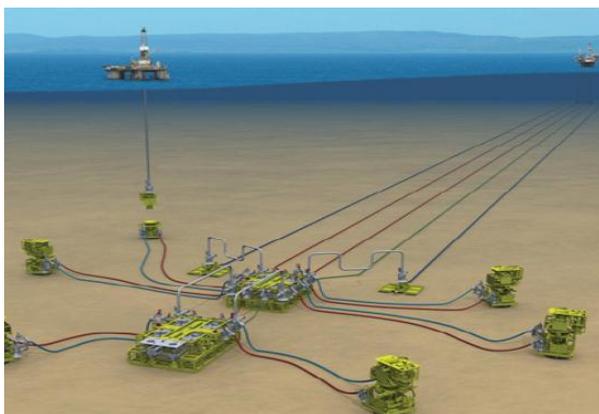


Figura 1. Um sistema de produção marítimo<sup>4</sup>.



Figura 2. Uma Árvore de Natal Molhada<sup>5</sup>.

O sucesso em unir estes componentes depende de serviços especiais realizados por sondas marítimas e barcos especiais. Estes serviços também são considerados como os

<sup>1</sup>Apenas produção de óleo e condensado. Não inclui Líquido de Gás Natural (GLP e C5+). Fonte: <http://www.anp.gov.br/?dw=1041>. Acesso em: 02/05/2012.

<sup>2</sup>Um *manifold* é basicamente um hub que permite conectar vários poços à plataforma usando menos dutos.

<sup>3</sup>Considerando US\$ 100 o barril e 40 dias de atraso na entrada de um poço que produz 25.000 bpd.

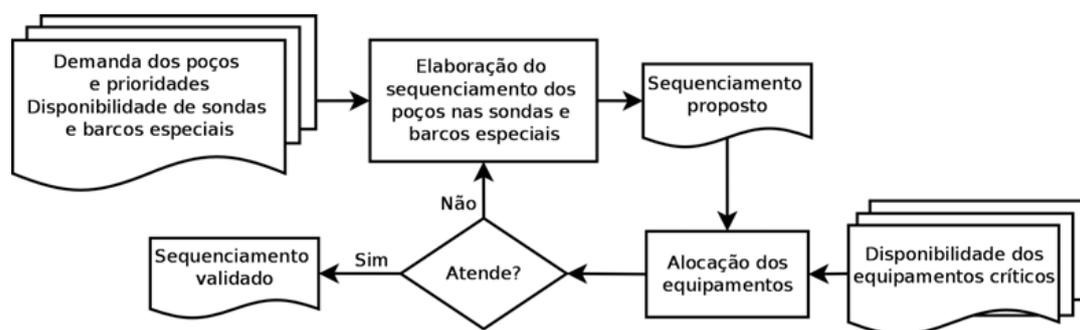
<sup>4</sup>Fonte: <http://www.manutencaoesuprimentos.com.br/>. Acesso em: 19/04/2012.

<sup>5</sup>Fonte: <http://www.offshore-mag.com/>. Acesso em: 19/04/2012.

recursos mais críticos, pois existe um número muito limitado destas embarcações e elas têm elevado custo: a taxa diária de uma sonda marítima pode superar US\$ 500 mil<sup>6</sup>. Seu principal uso é na construção dos poços enquanto o uso dos barcos especiais depende dos tipos de serviços que eles executam. Um dos principais serviços é a instalação de dutos de interligação. Os barcos que realizam este serviço são conhecidos como PLSVs (*Pipe Laying Support Vessels*).

Sendo o recurso mais crítico, é natural que as sondas marítimas recebam atenção da literatura. Em geral trata-se do problema de sequenciamento da construção dos poços onde se busca maximizar a produção de óleo e gás. Por exemplo, Serra et al. (2011) apresentam um modelo de Programação por Restrições para encontrar um sequenciamento que maximiza a produção de petróleo no curto prazo. Este sequenciamento é realizado alocando as tarefas necessárias para colocar um poço em produção (como perfuração, completação, etc.) às sondas marítimas e aos barcos especiais (PLSVs). Cada tarefa possui um conjunto de restrições que devem ser respeitadas. Modelos mais avançados incorporam receitas e despesas e busca-se maximizar o resultado financeiro da produção. Em outro trabalho, Eagle (1996) propõe um modelo que trata a construção dos poços como decisões de investimento e calcula, para cada poço, seu Valor Presente Líquido (VPL). O sequenciamento dos poços é tratado como um problema de roteamento de veículos (*vehicle-routing problem* ou VRP) e é resolvido usando a heurística *Simulated Annealing*. Definido o horizonte de planejamento, o objetivo é definir para cada sonda marítima (veículo) qual a sequência de poços (cidades) ela deve construir (visitar).

Os modelos de sequenciamento da construção dos poços focam nas sondas marítimas e barcos especiais e não consideram os demais recursos, que são menos críticos, como restrições. Esta estratégia explora o fato de a demanda dos demais recursos ser basicamente função do sequenciamento das sondas e barcos especiais. Este trabalho se propõe a ser a continuação do sequenciamento de sondas e barcos especiais, expandindo a análise para os equipamentos críticos (Figura 3). O foco inicial será em um item e posteriormente a análise será expandida para os demais equipamentos críticos.



**Figura 3. Papel da alocação dos equipamentos críticos.**

A construção de poços marítimos pode ser resumida em duas fases: perfuração e completação. Na primeira a sonda marítima perfura o leito marinho até atingir o reservatório de petróleo de interesse. Durante a perfuração o poço é revestido com tubos metálicos e cimentado para mantê-lo em segurança. A completação consiste na instalação

<sup>6</sup>Fonte: <http://www.investidorpetrobras.com.br/pt/divulgacao-e-resultados/comunicados-e-fatos-relevantes/>. Acesso em: 19/04/2012.

de equipamentos ao longo do poço dando condições de colocar o poço em produção. Durante a completação instala-se na cabeça do poço um conjunto de equipamentos que permite controlar o fluxo de produção (ou de injeção). Este conjunto é tipicamente formado por: Suspensor de Coluna, Base Adaptadora de Produção, Árvore de Natal Molhada, Capa da Árvore, Capa de Corrosão e Módulos de Conexão. Estes equipamentos são conhecidos como conjunto Árvore de Natal Molhada (ANM). A ANM é então interligada à plataforma de produção através de dutos (Figura 4). Thomas (2004) fornece informações adicionais sobre perfuração e completação de poços marítimos e os principais tipos de ANMs.

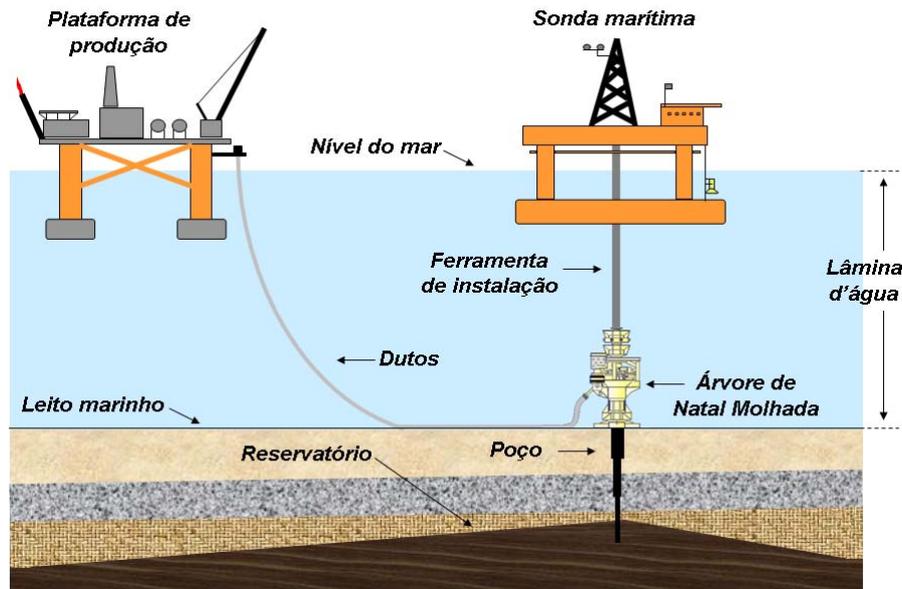


Figura 4. A ANM e o sistema de produção marítimo.

Um novo projeto de ANM pode demandar anos de desenvolvimento, há poucos fabricantes no mercado e seu custo pode ultrapassar US\$ 10 MM<sup>7</sup>. Por ser um dos equipamentos mais críticos a alocação das ANMs será o objeto de estudo deste artigo. Na teoria o problema pode ser simples se fosse possível especificar um equipamento, e somente um, para cada poço. Na prática, entretanto, isto não ocorre, uma vez que os contratos são abrangentes e globais permitindo que o custo unitário dos equipamentos produzidos seja minimizado. O problema torna-se ainda mais complexo quando há um elevado número de poços a serem atendidos, diversos fabricantes e modelos distintos de ANMs.

O objetivo deste artigo se divide em três partes: i) propor um modelo de alocação ótima das ANMs; ii) calcular a folga de cada poço; e iii) avaliar a viabilidade do sequenciamento de sondas marítimas. Acreditamos que esta metodologia preencherá a lacuna devido aos modelos atuais não incorporarem os equipamentos críticos como restrições. O restante deste artigo é organizado como segue: Na Seção 2 nós definimos formalmente o problema que lidamos, explicitamos todas as premissas adotadas e introduzimos a notação utilizada. A Seção 3 discute a modelagem matemática e os resultados teóricos. Exemplos de aplicação em projetos reais são apresentados na Seção 4. A Seção 5 conclui o trabalho e apresenta linhas de pesquisas futuras.

<sup>7</sup>Fonte: <http://portalmaritimo.com/2011/03/06/fmc-e-petrobras-assinam-contrato-para-32-arvores-de-natal-r400-milhoes/>. Acesso em 23/04/2012.

## 2 Descrição e Definição do Problema

A ANM pode ser considerada como o equipamento mais crítico e sua alocação é o objetivo do trabalho. Ela é responsável pela interface entre o poço de petróleo e os dutos que o levarão até a plataforma. Em caso de anormalidades, a ANM fechará o poço. Para desempenhar esta função crítica, uma ANM deve ser projetada para operar em condições severas como pressões elevadas (até 15kpsi), altas temperaturas (até 150° C) e presença de contaminantes (água, CO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>S) no fluido produzido ou injetado. Os poços possuem características técnicas como projeto do poço (projetos da perfuração e completação), tipo e vazão do fluido produzido ou injetado, pressão de trabalho, necessidade de injeção de produtos químicos, etc.

Considere o conjunto  $A = \{1, 2, \dots, n_A\}$  de ANMs e o conjunto  $W = \{1, 2, \dots, n_W\}$  de poços a serem completados. Cada ANM  $i (i \in A)$  possui uma data de disponibilidade  $d_i \geq 0$  que reflete os compromissos de entrega assumidos pelos fornecedores. Assume-se, sem perda de generalidade, que as ANMs estão ordenadas em ordem crescente de acordo com sua data de disponibilidade, i.e.,  $d_1 \leq \dots \leq d_i \leq d_{i+1} \leq \dots \leq d_{n_A}$ . De maneira equivalente, cada poço  $j (j \in W)$  possui uma data de necessidade  $t_j \geq 0$  que é definida pelo sequenciamento das sondas marítimas. Assume-se, sem perda de generalidade, que os poços estão ordenados em ordem crescente de acordo com sua data de necessidade, i.e.,  $t_1 \leq \dots \leq t_j \leq t_{j+1} \leq \dots \leq t_{n_W}$ . Sem perda de generalidade, assume-se que  $n_A = n_W = n$ . Se  $n_W > n_A$  haverá  $n_W - n_A$  poços impossíveis de serem atendidos e os últimos poços devem ser desconsiderados. Caso contrário ( $n_W < n_A$ ) há sobra de ANMs e as últimas  $n_A - n_W$  devem ser desconsideradas.

A análise das características dos poços e das ANMs definem se os mesmos são compatíveis. Além das restrições técnicas, existem restrições comerciais como, por exemplo, ANMs compradas para campos marítimos explorados em parcerias de diversas empresas de petróleo. Seja  $\pi_{ij} \in \{0, 1\}$  o conjunto de restrições que definem se a ANM  $i$  pode ser alocada no poço  $j$ . Dizemos que o problema é irrestrito se  $\pi_{ij} = 1, \forall i, j$  ou restrito, caso contrário. Sejam  $x_{ij} \in \{0, 1\}$  as variáveis de decisão representando que  $i$  é alocado a  $j$ . Esta alocação gera uma folga  $f_{ij} = t_j - d_i$  que pode ser positiva (desejável) ou negativa (poço não atendido). O objetivo do artigo é propor um modelo para encontrar a alocação ótima que respeite todas as restrições ( $\pi_{ij}$ ) e que maximize o atendimento dos poços, i.e., atender o maior número.

A notação utilizada neste trabalho pode ser resumida em:

Conjuntos:	$A = \{1, 2, \dots, n\}$	ANMs disponíveis, índice $i$ ,
	$W = \{1, 2, \dots, n\}$	Poços a serem completados, índice $j$ ,
Parâmetros:	$n$	Total de ANMs (=total de poços),
	$\pi_{ij} \in \{0, 1\}$	Restrição se $i$ pode ser alocado a $j$ ,
	$d_i \geq 0$	Data de disponibilidade da ANM $i$ ,
	$t_j \geq 0$	Data de necessidade do poço $j$ ,
Variáveis:	$x_{ij} \in \{0, 1\}$	Alocar a ANM $i$ ao poço $j$ .

Por conveniência utilizamos a notação adicional abaixo na modelagem:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$	Conjunto de índices,
$\phi$	Uma permutação no conjunto $N$ ,
$f_{ij} = t_j - d_i$	Folga do poço $j$ ao receber a ANM $i$ ,
$c_{ij}$	Custo de alocar $i$ a $j$ , forma matricial: $C = \{c_{ij}\}$ .

### 3 Modelagem Matemática

Cada ANM  $i$  deve ser alocada a um poço  $j$ , portanto há no máximo  $n!$  soluções possíveis (permutações simples  $\phi$ ). Este problema de alocação ou casamento é conhecido como Problema de Alocação Linear. Ao contrário do Problema Quadrático de Alocação, que é NP difícil, este problema pode ser resolvido eficientemente (tempo polinomial). Na sua formulação original, define-se um custo  $c_{ij}$  incorrido ao alocar  $i$  a  $j$  e o modelo busca a solução que proporciona o menor custo total (*Linear Sum Assignment Problem* – LSAP). Este problema pode ser escrito na forma de um grafo bipartido  $G(U \cup V, E)$  sendo os vértices iguais aos pares de índices ( $U = V = N$ ) e o conjunto de arestas  $E$  define o custo de alocação ( $c_{ij}$ ). Assim, uma permutação pode ser vista como um mapeamento  $\phi : U \rightarrow V$ .

O LSAP pode ser escrito como um modelo de Programação Linear Inteira Mista:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

$$\text{s.a. } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

As restrições 2 e 3 garantem que  $i$  é alocado para apenas uma vez a  $j$  e vice-versa.  $x_{ij} = 1$  se  $\phi(i) = j$  e  $x_{ij} = 0$  caso contrário.

Há muitos algoritmos disponíveis na literatura (Bukard et al. , 2009; Çela , 2002). Um deles é o Algoritmo Húngaro ou Algoritmo de Kuhn-Munkres. Este algoritmo foi originalmente formulado por Kuhn em 1955 e melhorado por Munkres em 1957 e possui complexidade  $O(n^3)$  (Munkres , 1957). Este algoritmo é composto por uma sequência de operações na matriz de custos  $C$  (arestas do grafo equivalente) e ao final obtém-se uma solução ótima de menor custo total. Se  $c_{ij} = -f_{ij}$  podemos transformar o modelo em maximização da soma das folgas. No entanto, buscamos outro objetivo, o que nos leva a outro problema.

#### 3.1 Problema de Alocação Linear Gargalo

Em várias situações busca-se a solução que não encontre o menor custo total, mas a solução que minimize o maior custo ao alocar  $i$  a  $j$ . Um exemplo é a alocação de tarefas a máquinas paralelas idênticas. O custo  $c_{ij}$  pode ser visto como o tempo de processamento e o objetivo é obter o menor tempo de conclusão (*latest finish time*). Este problema é conhecido como *Bottleneck Assignment Problem* (LBAP) (Bukard et al. , 2009) e a função objetivo de menor custo total do LSAP é substituída pela função objetivo gargalo:

$$\text{Min } z = \max_{1 \leq i, j \leq n} c_{ij} x_{ij}. \quad (5)$$

Como no LSAP, há diversos algoritmos polinomiais na literatura para resolução do LBAP, alguns capazes de encontrar uma solução ótima em  $O(n^{5/2}/\sqrt{\log n})$  (Bukard et al. , 2009; Çela e Bukard , 1999; Pferschy , 1997). Por simplicidade usaremos um algoritmo de complexidade  $O(n^3)$  conhecido como Algoritmo Dual (Bukard et al. , 2009).

---

**Algoritmo 1** Algoritmo LBAP Dual

---

- 1:  $c^* \leftarrow \max_k \{ \min_i \{ c_{ik} \}, \min_j \{ c_{jk} \} \}$    ▷ Máximo entre a menor linha e a menor coluna
  - 2:  $M \leftarrow \emptyset$    ▷ Grafo auxiliar
  - 3: **enquanto**  $|M| < n$  **fazer**   ▷ Enquanto  $M$  não tiver todos os índices
  - 4:   definir o grafo  $G[c^*]$
  - 5:   encontrar o maior casamento  $M$  em  $G[c^*]$
  - 6:   **se**  $|M| < n$  **então**
  - 7:     seja  $I \subseteq N$  e  $J \subseteq N$  o menor conjunto de vértices que cobre  $G[c^*]$
  - 8:      $c^* \leftarrow \max_{i \notin I, j \notin J} \{ c_{ij} \}$
- 

Em alguns casos é possível encontrar uma solução ótima para o LBAP apenas analisando a matriz  $C$ : caso esta possua uma estrutura especial uma solução ótima pode ser obtida diretamente. Um destes casos é se  $C$  tem a propriedade Monge<sup>8</sup>-Gargalo (*bottleneck Monge matrix*) que é definida como

$$\max\{c_{ij}, c_{kl}\} \leq \max\{c_{il}, c_{kj}\}, \quad 1 \leq i < k \leq n, 1 \leq j < l \leq n. \quad (6)$$

Neste caso especial, a permutação idêntica é uma solução ótima, ou seja:  $\phi^*(i) = i$  (Bukard et al. , 2009). Entretanto, Klinz et al. (1995) mostram que determinar se  $C$  possui esta propriedade requer um algoritmo  $O(n^3)$ , i.e., é mais difícil que encontrar uma solução ótima. Todavia, quando os custos  $c_{ij}$  possuem uma estrutura especial, é possível provar que  $C$  tem a propriedade Monge-Gargalo. Este será o objetivo do resultado abaixo.

**Teorema 1** (Garantia da propriedade Monge-Gargalo). *Se o custo  $c_{ij}$  pode ser escrito como  $c_{ij} = a_i + b_j, \forall a_i, b_j \in \mathbb{R}$ , e se  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  e  $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$  então  $C$  tem a propriedade Monge-Gargalo. Logo,  $\phi^*(i) = i$ .*

*Demonstração.* Ver Klinz et al. (1995). Brevemente, neste caso  $C$  é uma matriz trapezoidal, logo  $c_{ij} \leq c_{xy}, i + 1 \leq x \leq n - 1$  e  $j + 1 \leq y \leq n - 1$ . Portanto,  $\phi^*(1) = 1, \phi^*(2) = 2$ , etc. Há algoritmos que buscam transformar  $C$  numa matriz trapezoidal para obter uma solução ótima. Ver, por exemplo, Ceclárová (1995). □

Com este teorema podemos garantir uma solução ótima para o caso particular.

**Proposição 1** (Solução ótima para o problema irrestrito). *A permutação idêntica é solução ótima para o problema irrestrito, i.e.,  $\phi^*(i) = i$ .*

*Demonstração.* Escrever o custo  $c_{ij}$  em função da folga  $f_{ij}$ :  $c_{ij} = -f_{ij} = -(t_j - d_i) = d_i - t_j$ . Seja  $a_i = d_i$  e  $b_j = -t_j$ , logo  $c_{ij} = a_i + b_j$ . Como  $d_i$  e  $t_j$  estão ordenados em ordem crescente, podemos aplicar o Teorema 1. □

A Proposição 1 confirma a regra empírica que os tomadores de decisão seguem: para um dado conjunto de ANMs e poços compatíveis e intercambiáveis (i.e., problema irrestrito), a primeira ANM a chegar vai para o primeiro poço, etc. Entretanto esta solução não se aplica ao problema restrito como veremos na sequência.

### 3.2 LBAP Restrito

Modelamos as restrições  $\pi_{ij}$  alocando custo infinito às alocações inviáveis como segue

---

<sup>8</sup>Nome devido ao matemático francês Gaspard Monge (1746-1818).

$$c_{ij} = \begin{cases} -f_{ij} = -(t_j - d_i) = d_i - t_j, & \text{se } \pi_{ij} = 1, \\ \infty, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

Com a equação 7 a modelagem está completa e podemos aplicar o Algoritmo 1.

#### 4 Exemplo de Aplicação

Nossos exemplos usam dados fornecidos por uma companhia que desenvolve diversos projetos de produção de petróleo na costa brasileira. Por motivos de confidencialidade, alguns dados foram mascarados, mas sem alterar as datas de poços e das ANMs. Os resultados foram obtidos utilizando o Microsoft® Excel®, a linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*) e uma máquina Intel® Core® i5 com 4GB de memória RAM.

O exemplo envolve dez poços de dois projetos de certa bacia. As Tabelas 1 e 2 apresentam as ANMs e os poços a serem completados, já ordenados por suas datas. Se não houvesse restrição alguma, a solução ótima seria alocar a 1ª ANM ao 1º poço, etc. (Proposição 1). Por restrições técnicas, a ANM AC-280 só pode ser instalada nos poços IA1 e IA2. Por restrições comerciais, as ANMs AD-195, AD-194 e AD-198 só podem ser instaladas nos poços P1, P2, P5 ou P8 (mesmo projeto) (ver Tabela 3). Note que neste exemplo há ANMs de apenas dois fabricantes (prefixos “AB” e “AD”).

$i$	ANM	Disp.
1	AB-193	1/2/12
2	AB-196	22/3/12
3	AD-194	30/3/12
4	AD-195	13/4/12
5	AB-197	27/4/12
6	AD-198	29/6/12
7	AB-202	12/7/12
8	AB-199	29/8/12
9	AC-280	24/9/12

**Tabela 1. Disponibilidade das ANMs.**

$j$	Poço	Nec.
1	P8	24/2/12
2	P11	15/3/12
3	IG1	30/4/12
4	P5	13/5/12
5	P1	15/5/12
6	P2	7/7/12
7	P19	30/7/12
8	P12	6/9/12
9	IA1	28/10/12

**Tabela 2. Necessidade dos poços.**

$\pi_{ij}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
4	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

**Tabela 3. Matriz de restrições.**

O próximo passo é construir  $c_{ij}$  de acordo com a Equação 7, obtendo a Tabela 4. Aplicando o Algoritmo 1 obtemos a alocação ótima que é apresentada na Tabela 5.

$c_{ij}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-23	-43	-89	-102	-104	-157	-180	-218	-270	-388
2	27	7	-39	-52	-54	-107	-130	-168	-220	-338
3	35	$\infty$	$\infty$	-44	-46	-99	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	49	$\infty$	$\infty$	-30	-32	-85	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	63	43	-3	-16	-18	-71	-94	-132	-184	-302
6	126	$\infty$	$\infty$	47	45	-8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	139	119	73	60	58	5	-18	-56	-108	-226
8	187	167	121	108	106	53	30	-8	-60	-178
9	$\infty$	-34	-152							
10	216	196	150	137	135	82	59	21	-31	-149

**Tabela 4. Matriz de custo.**

O poço P11 não é atendido ( $f_{22} = -7$ ) e requer medidas para antecipação da entrega da ANM AB-196. Uma estratégia de negociação poderia explorar o fato de a ANM AB-200 ser instalada apenas 149 dias após seu recebimento. Se esta antecipação não for possível, será necessário replanejar o sequenciamento das sondas para postergar a data de necessidade do poço, o que pode causar perda de produção. Este exemplo ilustra a simplicidade e rapidez do método, pois o algoritmo é polinomial. Para testar a eficiência, rodamos o algoritmo em instâncias aleatórias (Figura 5).

$i$	ANM	$j$	Poço	Folga
1	AB-193	1	P8	23
2	AB-196	2	P11	-7
3	AD-194	4	P5	44
4	AD-195	5	P1	32
5	AB-197	3	IG1	3
6	AD-198	6	P2	8
7	AB-202	7	P19	18
8	AB-199	8	P12	8
9	AC-280	9	IA1	34
10	AB-200	10	IA2	149

Tabela 5. Solução ótima.

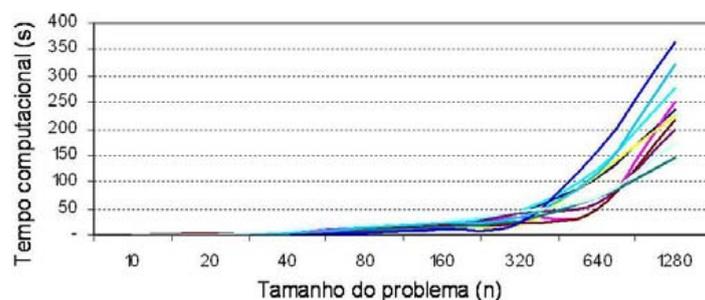


Figura 5. Resultado computacional para instâncias aleatórias.

## Referências

- Bukard, R., Dell'Amico, M., e Martello, S. (2009). *Assignment Problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Cechlárová, K. (1995). Trapezoidal matrices and the bottleneck assignment problem. *Discrete Applied Mathematics*, 58:111–116.
- Eagle, K. (1996). Using Simulated Annealing to schedule oil field drilling rigs. *Interfaces*, 26:35–43.
- Çela, E. (2002). Assignment problems. In Pardalos, P. M. e Resende, M., editors, *Handbook of Applied Optimization, Part II - Applications*, p. 661–678. Oxford University Press.
- Çela, E. e Bukard, R. (1999). Linear assignment problems and extensions. In Pardalos, P. M. e Resende, M., editors, *Handbook of Combinatorial Optimization - Supplement Volume A*, p. 75–149. Kluwer Academic Publishers.
- Klinz, B., Rudolf, R., e Woeginger, G. J. (1995). On the recognition of permuted bottleneck monge matrices. *Discrete Applied Mathematics*, 63:43–74.
- Munkres, J. (1957). Algorithms for the assignment and transportation problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 5:32–38.
- Ortiz Neto, J. B. e Costa, A. J. D. (2007). A Petrobrás e a exploração de petróleo offshore no Brasil: um approach evolucionário. *Revista Brasileira de Economia*, 61:95–109.
- Pferschy, U. (1997). Solution methods and computational investigations for the linear bottleneck assignment problem. *Computing*, 59:237–258.
- Serra, T., Nishioka, G., e Marcellino, F. J. M. (2011). A constraint-based scheduling of offshore well development activities with inventory management. In *Anais do XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Ubatuba - SP.
- Thomas, J. E. (2004). *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Interciência, 2 ed. edição.