

Problemas de Localização Hierárquica de dispositivos de conexão em redes de computadores considerando redes sem fio

Anibal Alberto Vilcapoma Ignacio

Universidade Federal Fluminense -PURO
Rua Recife, s/n – Jardim Bela Vista – Rio das Ostras-RJ
avilcap@vm.uff.br

Léa Maria Dantas Sampaio

Programa de Engenharia de Produção – COPPE
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro – RJ
leasampaio@gmail.com

Resumo

No presente artigo é enfocado o problema de localização hierárquica dos dispositivos de ligação da rede, em três níveis, visando uma resolução mais realista para o projeto de redes de computadores. O problema tratado tem como base o modelo desenvolvido por IGNACIO et al (2008). No primeiro nível são consideradas as redes sem fio, onde os usuários são conectados utilizando uma rede wireless. No segundo nível são considerados os concentradores, cuja função é basicamente multiplexar a informação que chega dos terminais através dos pontos de acesso da rede wireless. No terceiro nível são considerados os roteadores, cuja função principal é rotear a informação para interligar as sub-redes que utilizam protocolos distintos. Devido à dificuldade de se obter uma solução que considere os três níveis de hierarquia de uma rede, um modelo de programação matemática foi desenvolvido para o qual foi realizado teste computacionais no intuito de identificar o grau de complexidade do problema. Experimentos foram realizados em problemas que foram criados utilizando a metodologia apresentada em IGNÁCIO et al. (2001). Os testes foram realizados usando o software AIMMS e solver GUROBI, que é um software específico para resolver problemas de grande porte de programação linear inteira mista.

Palavras-Chave: Localização hierárquica; projeto de redes de computadores; Dispositivos de interconexão.

Abstract

In the present article is focused on the hierarchical location problem to connect devices of the network in three levels. This aims at a more realistic resolution for the design of computer networks. The problem addressed is based on the model developed by IGNACIO et al (2008). In the first level are considered wireless networks, where users are connected using a wireless network. At the second level are considered hubs, whose function is basically to multiplex the information that reaches the terminal through the access point wireless network. At the third level routers are considered, whose main function is to route the information to connect the sub-networks using different protocols. Due to the difficulty of obtaining a solution that considers the three levels of hierarchy in a network, a mathematical programming model was developed for the computational testing which was performed in order to identify the degree of complexity. Experiments were performed on problems that were created using the methodology presented in Ignacio et al. (2001). The tests were performed using the software AIMMS and GUROBI solver, which is specific software to solve large mixed integer linear programming.

Keywords: Hierarchical location, Computer networks design, Interconnection devices.

1. Introdução

Devido ao rápido progresso da indústria das telecomunicações, surgiu uma nova classe de problemas, no contexto de projeto, utilização e manutenção de redes de comunicação. Quando se utiliza técnica de otimização com o propósito de se projetar uma rede, os problemas reais podem ser representados por modelos matemáticos e este tipo de enfoque fornece uma ferramenta poderosa para se identificar a escolha mais adequada das diversas alternativas. Os métodos de solução para os modelos de otimização, no entanto, não necessariamente permitem a obtenção do ótimo, em problemas de planejamento em redes, pois os sistemas de telecomunicação tornam-se, a cada dia, mais complexos e os tamanhos dos problemas a serem resolvidos, cada vez maiores.

No planejamento de redes de telecomunicações, muitas decisões devem ser tomadas, tais como: o modo de interconexão dos dispositivos de transmissão (topologia da rede); a utilização dos diversos tipos de linhas (em termos de capacidade e custo); o planejamento do roteamento do tráfego; e estratégias de tolerância a falhas.

Segundo SONI *et al.* (2004), JAYARAMAN *et al.* (2003) e IGNACIO *et al.* (2008), no planejamento de redes de telecomunicação surgem numerosos tipos de problemas de otimização, que podem ser classificados em três grandes grupos: Projeto de redes, Localização de facilidades (dispositivos) e Alocação de fluxos.

Dentro da arquitetura hierárquica, em que são concebidas as redes de computadores com topologia em árvore, o estudo de localização de facilidades de transmissão, assim como o modo de se alocar os usuários a esses dispositivos, é um problema muito importante no planejamento de redes que, segundo CHARDAIRE *et al.* (1999), abrange aproximadamente 90% do custo total de uma rede. A hierarquia dos serviços oferecidos pelos dispositivos de interligação nas redes de computadores (concentradores, roteadores, entre outros) é dada pela capacidade de atuação dos mesmos, em cada um dos níveis da camada do modelo OSI (*Open Systems Interconnection*), que realizam esses serviços com exclusividade. Devido à complexidade dessa hierarquia, o problema é dividido em etapas, sendo cada uma delas tratada como um subproblema, cuja solução vem a ser um parâmetro fixo que serve de entrada para a resolução de outros subproblemas (ver GAVISH, 1991; 1992; e GODOR, 2005).

No presente artigo é focado o problema de localização hierárquica dos dispositivos de ligação da rede, em três níveis, visando uma resolução mais realista para o projeto de redes de computadores. O problema tratado tem como base o modelo desenvolvido por IGNACIO *et al.* (2008). No primeiro nível são consideradas as redes sem fio, onde os usuários são conectados, utilizando-se uma rede *wireless*. No segundo nível são considerados os concentradores, cuja função é basicamente multiplexar a informação que chega dos terminais, através dos pontos de acesso da rede *wireless*. No terceiro nível são considerados os roteadores, cuja função principal é rotear a informação para interligar as sub-redes que utilizam protocolos distintos. Devido à dificuldade de se obter uma solução que considere os três níveis de hierarquia de uma rede, um modelo de programação matemática foi desenvolvido e, para o qual foram realizados testes computacionais, no intuito de se identificar o grau de complexidade do problema. Experimentos foram realizados em problemas criados, utilizando-se a metodologia apresentada em IGNÁCIO *et al.* (2001). Os testes foram realizados, através do *software* AIMMS e do *solver* GUROBI.

2. Revisão bibliográfica sobre problemas de localização hierárquicos

Os problemas de localização são caracterizados por duas componentes: as facilidades a serem localizadas e a alocação dos clientes a essas facilidades. Quando uma terceira componente de relação hierárquica é adicionada, obtêm-se os problemas de localização hierárquica. Essa terceira componente pode ser incluída, tanto na localização das facilidades, quanto na alocação ou em ambas.

Segundo GALVÃO *et al.* (2002), com frequência se encontram modelos matemáticos para os problemas de localização hierárquicos, nos quais a função é do tipo Minisoma ou Máxima Cobertura. Modelos do tipo Minisoma minimizam a distância total ponderada, percorrida de todos os pontos de demanda até uma facilidade mais próxima. Modelos de tipo Máxima Cobertura maximizam a população coberta, sujeita a restrições de cobertura do serviço,

na qual uma região está coberta se esta estiver a uma distância menor ou igual a um parâmetro pré-definido.

Na literatura, podem ser encontrados problemas que levam em consideração os níveis de serviço nas redes. Estes modelos são de crescente relevância, no projeto de redes de computadores. Alguns artigos que tratam de modelos hierárquicos são: Gódor *et al* (2005), Chardaire *et al.* (1999), Chung *et al.* (1992), Balakrishnan e Arnold (1993), Mateus *et al.* (1994), Kalmychkov (1989), Anantharam *et al.* (1994), Vernekar *et al.* (1990), e Narasimhan Pirkul (1992) e Schneider e Zastrow (1982). Ignacio *et al.* (2008). Todos apresentam um modelo hierárquico de dois níveis para o problema de localização de concentradores e roteadores e uma heurística de ‘Busca Tabu’ foi implementada.

Para problemas não hierárquicos, encontrados na literatura, são conhecidos como Problemas de Localização de Concentradores (CLP), para o qual existe uma vasta bibliografia. Klinecicz and Luss (1986) descrevem uma heurística Lagrangeana; Pirkul (1987) faz uso da relaxação Lagrangeana para desenvolver procedimentos de solução ótima e de uma heurística para este problema. Um caso especial do problema lida com usuários conectados a concentradores homogêneos. Devido à homogeneidade dos usuários, cada usuário consome uma unidade de capacidade de concentrador. Vários trabalhos usaram esta formulação especial. Neebe e Rao (1983) o formularam como um problema de partição de conjuntos, o qual é resolvido por um procedimento de geração de coluna de ramificação e acotamento; Mirzain (1985) usa métodos de relaxamento de Lagrange para obter limites inferiores e superiores para o problema.

Lo e Kershenbaum (1989) apresentam um algoritmo de duas fases para a CLP. Damberg e Migdalas (1994a) descrevem um algoritmo paralelo para a resolução de CLP. Os mesmos autores Damberg e Migdalas (1994b) também desenvolveram um algoritmo de ‘*simulated annealing*’ baseado em busca local e de movimentos ADD e DROP.

Deng e Simchi-Levi (1993) analisam a estrutura poliédrica da CLP; Yaman e Carello (2005) e Carello *et al.* (2004) apresentam uma heurística de Busca Tabu e um método de corte e acotamento para CLP .

3. Revisão sobre redes de computadores

O modelo OSI foi criado em 1977 pela ISO (*International Standardization Organization*) com o objetivo de criar padrões de conectividade para interligação de sistemas de computadores locais ou remotos.

Dois conceitos importantes para a compreensão do modelo de referência são:

- **Camada:** É a decomposição de sistemas de redes em pequenos subsistemas lógicos, compreendendo entidades distribuídas, ao longo de todo o sistema de redes;
- **Serviços:** São produtos oferecidos de uma camada para outra, sendo considerados como funções pela camada imediatamente acima.

A estrutura em camadas possui as seguintes características: cada camada acima adiciona um valor aos serviços prestados pela camada que está abaixo e existe a garantia de independência de cada camada, sendo prestados serviços à camada acima.

A Organização Internacional de Normas emitiu um modelo de interligação de sistemas abertos, formado por 7 níveis.

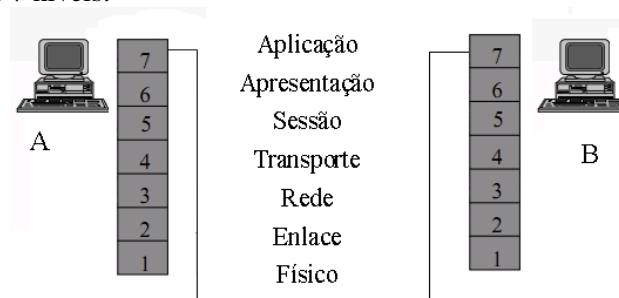


Figura 1 - Modelo *Open Systems Interconnection* (OSI)

3.1. Tipos de rede sem fios

As redes sem fio são redes de computador que não têm a necessidade de se utilizar cabos. Os equipamentos utilizam radiofrequência ou comunicação via infravermelho. As radiofrequências são radiações eletromagnéticas com comprimento de onda maior e frequência menor do que a radiação infravermelha.

A arquitetura de redes sem fio assim como de redes convencionais é formada por níveis, interfaces e protocolos. Cada nível oferece um conjunto de serviços ao nível superior, usando-se funções realizadas no próprio nível e serviços disponíveis, nos níveis inferiores.

Tal como com as redes com fios, as redes sem fios podem ser classificadas em diferentes tipos com base nas distâncias através das quais os dados podem ser transmitidos:

- **Redes alargadas sem fios (WWAN):** Essa tecnologia permite aos usuários estabelecerem ligações sem fios, através de redes públicas ou privadas de longas distâncias. Estas ligações podem ser mantidas em grandes áreas geográficas, tais como cidades ou países, através da utilização de vários locais com antenas ou sistemas de satélites, mantidos por fornecedores de serviços sem fios. As operadoras de celulares utilizam-na para criar a sua rede de transmissão. Tem-se como exemplo a GSM (*Global System for Mobile Communications*), CDPD (*Cellular Digital Packet Data*) e CDMA (*Code Division Multiple Access*);
- **Redes metropolitanas sem fios (WMAN):** Essa tecnologia permite o estabelecimento de ligações sem fios entre diferentes localizações numa área metropolitana (por exemplo, entre vários edifícios de escritórios, em uma cidade ou espaço universitário), sem os custos elevados de se instalar fibras ópticas ou cabos de cobre etc. As WMAN utilizam ondas de rádio ou luzes infravermelhas para transmitir dados. As tecnologias utilizadas são o MMDS (*Multichannel Multipoint Distribution Service*) e os LMDS (*Local Multipoint Distribution Services*);
- **Redes locais sem fios (WLAN):** As tecnologias WLAN permitem aos usuários estabelecerem ligações sem fios em rede local (por exemplo, dentro de um edifício empresarial ou centro de estudos ou espaço público, tal como um aeroporto). É uma rede local que usa ondas de rádio para se fazer uma conexão de *Internet* ou entre uma rede;
- **Redes pessoais sem fios (WPAN):** As tecnologias WPAN permitem aos usuários estabelecerem comunicações *ad-hoc*, sem fios, para dispositivos que são utilizados em espaço operativo pessoal (POS). Um POS é o espaço que circunda uma pessoa, até uma distância de 10 metros. Atualmente, as duas tecnologias-chave WPAN são a Bluetooth e luzes infravermelhas.

4. Modelo Matemático

Levando-se em consideração cada um dos tipos de rede pode-se identificar uma estrutura de topologia similar para cada um dos tipos de redes, como mostrado na Figura 3.

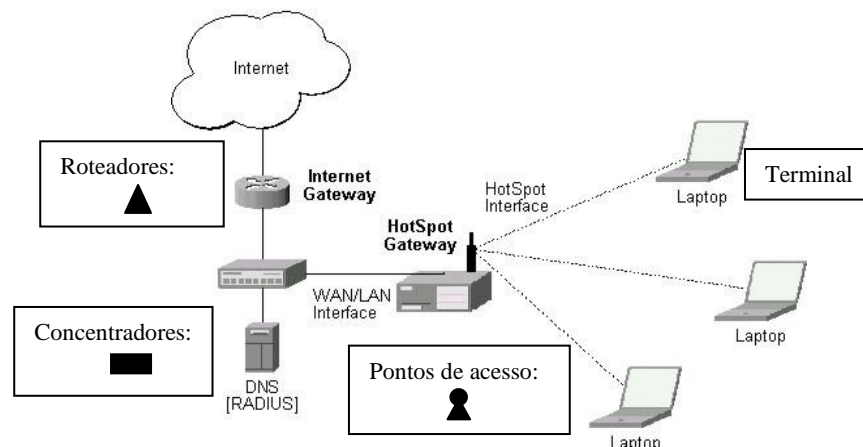


Figura 3 – Estrutura de redes de computadores

Pode-se notar que os terminais e os pontos de acesso definem um problema de cobertura (*Location set covering problem-LSCP*), como mostrado na Figura 4.

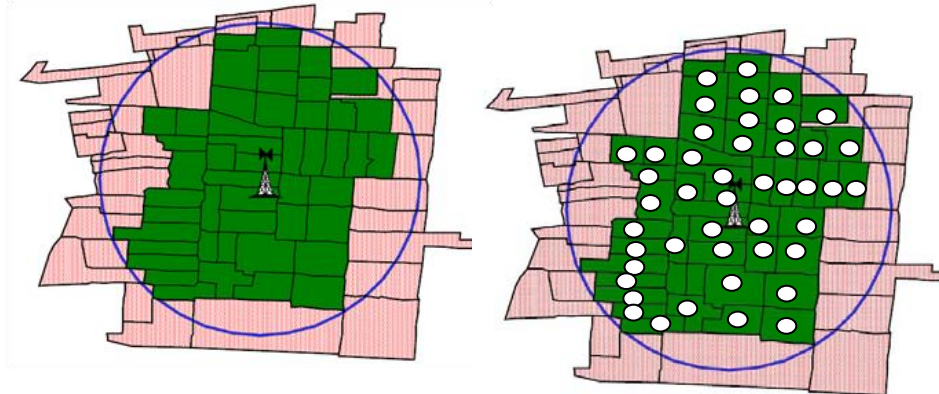
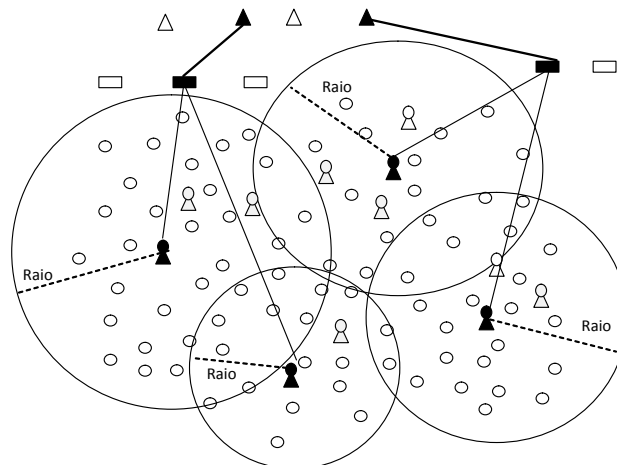


Figura 4 - Enfoque discreto para Problemas de Cobrimento (Adaptado Murray et al, 2008)
Segundo Murray *et al.* (2008), estes problemas podem ser ‘discretizados’.

4.1. Formulação matemática para o problema de Localização hierárquico

A seguir é mostrado o modelo de localização hierárquica de redes de computadores em três níveis.



Roteadores não utilizados (nível 3)	△
Roteadores utilizados (nível 3)	▲
Concentradores não utilizados (nível 2)	□
Concentradores utilizados (nível 2)	■
Postos de acesso não utilizado (nível 1)	○
Pontos de acesso utilizado (nível 1)	●
Terminais	○

Figura 4 – problema de localização hierárquico

Notações do problema de localização hierárquica:

Índices:

i: Define o conjunto dos m Terminais;

j: Define o conjunto dos n Pontos de acesso;

k: Define o conjunto dos φ Concentradores;

l: Define o conjunto dos θ Roteadores.

Parâmetros de Custo:

a_i^1 = Custo de se usar uma unidade de capacidade de um Ponto de acesso;

a_j^2 = Custo de se usar uma unidade de capacidade de um Concentrador;

a_k^3 = Custo de se usar uma unidade de capacidade de um Roteador;

c_{ij}^1 = custo de se ligar o terminal i ao ponto de acesso j , $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$;

c_{jk}^2 = custo de se ligar o Ponto de acesso j ao Concentrador k , $j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, \varphi$;

c_{kl}^3 = custo de se ligar o Concentrador k ao roteador l , $k=1, 2, \dots, \varphi, l=1, 2, \dots, \theta$;

f_j^1 = custo fixo de se instalar um Ponto de acesso no local $j, j=1, 2, \dots, n$;

f_k^2 = custo fixo de se instalar um Concentrador no local $k, k=1, 2, \dots, \varphi$;

f_l^3 = custo fixo de se instalar um Roteador no local $l, l=1, 2, \dots, \theta$;

Parâmetros de Capacidade:

K_j^1 = capacidade de processamento dos Pontos de acesso $j, j=1, 2, \dots, n$;

K_k^2 = capacidade do Concentrador $k, k=1, 2, \dots, \varphi$;

K_l^3 = capacidade do Roteador $l, l=1, 2, \dots, \theta$;

M = número grande que pode ser definido como: $M = \max \{K_k^2, \forall k\}$;

Parâmetros / Variáveis da demanda:

d_{ij} = parâmetro da demanda de processamento do usuário i , quando alocada ao concentrador j , $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$;

w_{jk}^1 = Variável da quantidade de demanda de processamento do Ponto de acesso j , alocado ao concentrador $k, j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, \varphi$;

w_{kl}^2 = Variável da quantidade de demanda de processamento do Concentrador k , alocado ao Roteador $l, k=1, 2, \dots, \varphi, l=1, 2, \dots, \theta$;

$Dist_{ij}$: Define a distancia euclidiana de um terminal i para um ponto de acesso j , $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$;

R_j : Define o radio de abrangência de cada ponto de acesso $j, j=1, 2, \dots, n$.

Variáveis de decisão de localização e alocação:

$x_{ij}^1 = \begin{cases} 1, & \text{se o terminal } i \text{ está ligado ao Ponto de acesso } j, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$x_{jk}^2 = \begin{cases} 1, & \text{se o Ponto de acesso } i \text{ está ligado ao Concentrador } k, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$x_{kl}^3 = \begin{cases} 1, & \text{se o Concentrador } k \text{ está ligado ao Roteador } l, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$y_j^1 = \begin{cases} 1, & \text{se o Ponto de acesso é localizado em } j, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$y_k^2 = \begin{cases} 1, & \text{se o Concentrador é localizado em } k, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$

$$y_l^3 = \begin{cases} 1, & \text{se o Roteador é localizado em } l, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os custos de uma rede derivam de três componentes: (i) custos fixos de instalação dos dispositivos de interconexão; (ii) variáveis de custo de conexão e (iii) custos de processamento de cada dispositivo. As limitações nos dispositivos de interconexão, tais como: espaço disponível de memória, estrutura de endereçamento e esquemas de compartilhamento de recursos, definem um custo de processamento do fluxo de informação.

Formulação do problema:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^1 x_{ij}^1 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\theta} c_{jk}^2 x_{jk}^2 + \sum_{k=1}^{\theta} \sum_{l=1}^{\theta} c_{kl}^3 x_{kl}^3 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_i^1 d_{ij} x_{ij}^1 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\theta} a_j^2 w_{jk}^2 + \sum_{k=1}^{\theta} \sum_{l=1}^{\theta} a_k^3 w_{kl}^2 + \sum_{j=1}^n f_j^1 y_j^1 + \sum_{k=1}^{\theta} f_k^2 y_k^2 + \sum_{l=1}^{\theta} f_l^3 y_l^3 \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^1 = 1, \forall j \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m d_{ij} x_{ij}^2 \leq K_j^1 y_j^1, \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{\theta} d_{ij} x_{ij}^1 = \sum_{k=1}^l w_{jk}^1, \forall j \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n w_{jk}^1 \leq K_k^2 y_k^2, \forall k \quad (5)$$

$$w_{jk}^1 \leq M x_{jk}^2, \forall j, k \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{\theta} x_{jk}^2 \leq 1, \forall j \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n w_{jk}^1 \leq \sum_{l=1}^{\theta} w_{kl}^2, \forall k \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{\theta} w_{kl}^3 \leq y_l^3 K_l^3, \forall l \quad (9)$$

$$w_{kl}^2 \leq M x_{kl}^3, \forall k, l \quad (10)$$

$$Dist_{ij} x_{ij}^1 \leq R_j, \forall i \quad (11)$$

$$w_{jk}^1, w_{kl}^2 \geq 0, \forall j, k, l \quad (12)$$

$$x_{ij}^1, x_{jk}^2, x_{kl}^3, y_j^1, y_k^2, y_l^3 \in \{0, 1\}, \forall i, j, k \quad (13)$$

O primeiro, o segundo e o terceiro componentes da função objetivo representam os custos de conexão, entre os terminais e os pontos de acesso (primeiro nível), entre os pontos de acesso e os concentradores (segundo nível) e entre os concentradores e os roteadores (terceiro nível), respectivamente. O quarto, o quinto e o sexto componentes representam os custos de operação dos pontos de acesso, dos concentradores e dos roteadores, respectivamente, que são diretamente relacionados à quantidade de informação processada no nível 1, no nível 2 e no nível 3, respectivamente. O sétimo, oitavo e nono componentes são os custos fixos de instalação dos pontos de acesso, dos concentradores e dos roteadores, respectivamente. O conjunto de restrições (2) assegura que cada terminal deve ser conectado a exatamente uma antena. As restrições (3) expressam as limitações de capacidade de processamento dos pontos de acesso. As restrições (4) asseguram o equilíbrio do fluxo, nos pontos de acesso (nível 2). As restrições (5) expressam as limitações de capacidade de processamento dos concentradores. As restrições (6) garantem a ativação da variável de conexão, quando existe um fluxo de dados. As restrições (7) garantem

que um concentrador deve ser atendido por um único roteador. As restrições (8) garantem que os fluxos que chegam aos concentradores podem ser distribuídos em vários roteadores. As restrições (9) asseguram que os fluxos dos concentradores para os roteadores não devem exceder a sua capacidade. As restrições (10) garantem que quando existe um fluxo de comunicação deve ser ativado à variável de conexão. As restrições (11) definem o raio de abrangência de cada um dos pontos de acesso da rede *wireless*. As restrições (12), juntamente com a (13), garantem a não negatividade das variáveis de fluxo e natureza binária das variáveis de decisão.

4.2. Dados para os experimentos computacionais

Com o objetivo de se testar a heurística, foram realizados testes computacionais, utilizando-se problemas gerados aleatoriamente, segundo a metodologia modificada, a partir da metodologia de PIRKUL (1987). Os componentes principais da geração dos problemas são baseados nos seguintes aspectos:

- Localização dos terminais, pontos de acesso, concentradores e roteadores - uma distribuição aleatória, uniformemente distribuída, sobre um retângulo de 50 por 100, é usada para gerar um conjunto de pontos que representam a localização dos usuários, concentradores e roteadores. Estes parâmetros estão baseados no trabalho de LO e KERSHENBAUM (1988), PIRKUL (1997) e RAJA e HAN (2003);
 - Derivação dos componentes dos custos - segundo RAJA e HAN (2003) os custos de uma rede derivam de três componentes. Os custos fixos de cada facilidade, a ser instalada; as variáveis de custo de conexão do usuário a facilidade; e os custos de processamento de cada facilidade;
 - Custo fixo - o custo do fixo dos dispositivos inclui dois subcomponentes: os custos de aquisição e os custos de instalação. O custo fixo de instalação dos dispositivos no nível k ($k = 1$, para pontos de acesso, concentradores $k=2$ e para roteadores $k = 3$) é dado por $f_j^N = W_1^N (1+0,25*R)$, onde R é um número aleatório, uniformemente distribuído, entre 0 e 1;
 - Custo de conexão terminais-pontos de acesso - o custo de conexão entre um terminal localizado em i e um ponto de acesso localizado em j é determinado por $c_{ij}^1 = W_2^2 Dist_{ij}$, onde $Dist_{ij}$ é a distância euclidiana entre o terminal i e o ponto de acesso j e W_2^2 é o custo unitário do canal usado para se conectar concentradores e roteadores;
 - Custo de conexão do ponto de acesso - concentrador - o custo de conexão entre o ponto de acesso j e um roteador localizado em k é determinado por $c_{jk}^2 = W_2^2 Dist_{jk} + \bar{C}_j^2$, onde $Dist_{jk}$ é a distância euclidiana entre o ponto de acesso j e o roteador k e W_2^2 é o custo unitário do canal usado para se conectar concentradores e roteadores. O \bar{C}_j^2 é um valor distribuído uniformemente, entre 5 e 10;
 - Custo de conexão concentrador – roteador - o custo de conexão entre o concentrador k e um roteador localizado em l é determinado por $c_{kl}^3 = W_2^2 Dist_{kl} + \bar{C}_l^3$, onde $Dist_{kl}$ é a distância euclidiana entre o ponto de acesso k e o roteador l e W_2^2 é o custo unitário do canal usado para se conectar concentradores e roteadores. O \bar{C}_l^3 é um valor distribuído uniformemente, entre 5 e 10;
 - Custos de processamento - os custos a_j^1 de processamento dos pontos de acesso, os custos a_k^2 de processamento dos concentradores e os custos a_k^2 de processamento dos roteadores são aleatoriamente gerados, de forma uniforme, ente 0 e 1;

- Volume de comunicação e capacidade dos pontos de acesso - os valores d_{ij} e K_j^1 são, respectivamente, a demanda de processamento do terminal i quando atendido pelo ponto de acesso j . A demanda dos terminais é gerada pela fórmula $d_{ij}=P*(R+0,02)$, como um caso geral da metodologia;
- Volume de comunicação, capacidade dos concentradores e roteadores – os concentradores recebem um fluxo de informação gerada nos terminais e processadas nos ponto de acesso. Este fluxo é uma variável, que vai ser logo processada por os roteadores. A capacidade dos concentradores e roteadores é:

- $K_k^2 = \frac{500 * n}{\varphi}$, onde φ é o número de concentradores e n o número de pontos de acesso;
- $K_l^3 = \frac{500 * \varphi}{\theta}$, onde θ é o número de roteadores e φ o número de concentradores.

Os parâmetros utilizados por essas metodologias são:

θ :	igual a 5, 10, 15 - número de locais disponíveis para a instalação dos roteadores;
φ :	igual a 5, 10, 15, 20 - número de locais disponíveis para a instalação dos concentradores;
n :	igual a 10,20,30
m :	igual a 40, 60, 80, 100, 150, 200, 300– número de usuários a serem atendidos;
W_1^1 :	igual a 200 ou 400 - parâmetro associado ao custo fixo de instalação dos concentradores;
W_1^2 :	igual 2 ou 4 – parâmetro associado ao custo de alocação dos terminais aos concentradores;
W_1^3 :	igual 300 ou 600 – parâmetro associado ao custo fixo de instalação dos roteadores;
W_2^2 :	igual 3 ou 6 – parâmetro associado ao custo de alocação dos concentradores aos roteadores.

Resultados:

Os testes foram realizados, utilizando-se um computador com processador Intel® Core™ 2 Duo com 2.66 Ghz e memória de 8 Gb. O Sistema operacional utilizado foi o *Microsoft Windows Server 2003 Enterprise x64*. Este computador foi acessado remotamente, pelos alunos bolsistas da UFF/Rio das Ostras. A ferramenta na qual o modelo foi implementado foi o AIMMS e teve como *solver* o GUROBI. Este último é um *solver* que se destina a resolver problemas de programação linear, programação quadrática, programação inteira mista. Para se resolver os problemas de programação linear, utiliza-se o método simplex primal ou o dual. Para os modelos de programação linear inteira o GUROBI incorpora os mais recentes métodos, incluindo planos de corte e muitas heurísticas de solução, e é escrito em ‘C’, sendo acessível a partir de várias línguas. Tal *solver* está disponível para diversas plataformas de computação, tais como *Microsoft Windows, Linux e Mac OSX*. Os resultados computacionais são mostrados na tabela a seguir (Tabela 1).

Tabela 1 – Resultados computacionais dos testes

m	n	k	l	Valor da solução ótima	Tempo em Segundo
40	10	5	5	4465	0.55
40	10	10	5	4248	2.83
40	10	10	10	4818	1.24
40	20	15	10	4398	7.63
60	10	5	5	7006	0.8
60	20	15	10	5856	33.53
80	20	15	10	7377	54.5
100	30	20	15	8000	276.86
150	50	25	15	11756	7850.64
200	60	30	20	13997	3355.2
300	100	50	30	Não encontrado	15439.8

Nas quatro primeiras colunas são mostrados os parâmetros do problema testado, onde m define o número de terminais, n o número de pontos de acesso (antenas *Wireless*), k o número de concentradores e l o número de roteadores. Na quinta coluna é mostrada a quantidade de memória utilizada pelo problema, seguido do valor da solução ótima. Na última coluna é mostrado o tempo computacional, utilizado para resolver o problema.

Para os problemas de 40, 60,80 e 100 usuários o tempo computacional utilizado pelo *solver* ficou em menos de 300 segundos. Para problemas de 200 e 300 o problema apresenta um tempo de solução bastante alto. Para o problema de 300 usuários, notou-se que o *solver* GUROBI não consegue a solução ótima do problema em um tempo de aproximadamente 4 horas. O ‘Gap’ fornecido pelo problema foi de 4.02%.

5. Conclusões

Um importante resultado foi à modelagem matemática do problema de localização hierárquica de redes de computadores, que abrange em um único modelo as diversas decisões que normalmente são realizadas por etapas em um projeto de redes de computadores. O modelo se mostrou complexo pela quantidade de variáveis e restrições, porém, com o uso de uma ferramenta AIMMS, foi possível sua implementação.

Os dados para a realização de testes computacionais foram gerados para várias instâncias, com o intuito de se medir a complexidade computacional e a eficiência do *solver* do AIMMS. Os testes mostraram que o *solver* comercial mais conceituado no mercado resolve com muita facilidade os problemas com até 100 terminais, 30 pontos de acesso, 20 concentradores e 15 roteadores. Em instâncias maiores o *solver* comercial apresenta dificuldades.

Em redes locais e pessoais, tais como WLAN e WPAN, o modelo pode ser muito útil para resolver problemas reais deste tipo. A complexidade, evidenciada pela dificuldade na resolução de problemas de médio porte com o uso do GUROBI, mostra a importância do desenvolvimento da heurística, que apresenta bons resultados para os diversos problemas de mais de 100 terminais.

O presente trabalho direciona as pesquisas futuras, em vários aspectos, listados a seguir, tais como: o desenvolvimento de uma heurística, a consideração, na função objetivo, do balanceamento nas facilidades e do congestionamento do fluxo. Sugere-se considerar a economia de escala no uso de pontos de acesso, concentradores e roteadores.

Referências

- Anantharam, V., Honig, M.L., Madhow, U., Wei, V.K., 1994**, Optimization of a database hierarchy for mobility tracking in a personal communications network, *Performance Evaluation*, 20, 287–300.
- Beasley, J.E.**, (1993) Lagrangean Heuristics for Location Problems, *European Journal of Operational Research*, 33, 314-325.
- Brandeau, m.l., Chiu. S.S.** (1989), An overview of representative problems in location research, *Management Science*, 35, 645-674.
- Calvo, B., Marks, D.H.** (1973), Location of health care facilities: an analytic approach, *Socio-Economic Planning Science*, 7, 407-422.
- Chardaire, P., Lutton, J., Sutter, A.** (1999). Upper and lower bounds for two-level simple plant location problem, *Annals of Operations Research*, 86, 117-140.
- Chung, S., Myung, Y., Tcha D.** (1992), Optimal design of a distributed network with a two-level hierarchical structure, *European Journal of Operational Research*, 62, 105-115.
- Ferreira Filho, V.J.M.** (1995) *Projeto Topológico de Redes de Computadores*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Francis, R.L., Macginnis, L.F., White, J.A.** (1983) Locational analysis, *European Journal Operational Research*, 12, 220-252.
- Galvão, R.D., Espejo, L.G.A., Boffey, B.** (2000), A comparison of Lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem, *European Journal of Operational Research*, 124, 377-389.

- Galvão, R.D., Raggi, L.A.** (1989) A method for solving to optimality uncapacitated location problems, *Annals of Operations Research*, 18, 255-244.
- Galvão, R.D., Espejo, L.G.A., Boffey, B.** (2002) A hierarchical model for the location of perinatal facilities in the municipality of Rio de Janeiro, *European Journal of Operational Research*, 138, 495-517.
- Gavish, B.** (1991) Topological Design of Telecommunication Networks – Survey of Local Access Network Design Methods. *Annals of Operations Research*, 33, 17-71.
- Gavish, B.** (1992) Topological Design of Computer Communication Networks – the Overall Design Problem, *European Journal of Operational Research*, 58, 149-172.
- Godor, I., Gabor, M.** (2005) Cost-optimal topology planning of hierarchical access networks, *Computers Operations Research*, 32:59-86.
- Gouveia, L., Lopes, M.J.**, (1997), Using Generalized Capacitated Tree for Designing the Topological of Local Access Networks, *Telecommunication Systems*, 7, 315-337.
- Glover, F.** (1975), Surrogate constraint duality in mathematical programming. *Operations Research*, 23, 434-451.
- Greenberg, H.J., Pierskalla, W.P.**, (1970), Surrogate mathematical programming, *Operations Research*, 18, 924-939.
- Ignacio, A. A., Ferreira Filho, V.J.M., Galvão, R.D.**, (2001). *Heurística de Busca Tabu para a Localização Hierárquica de Concentradores e Roteadores em Redes de Telecomunicação* In: Anais do IV Simpósio de Pesquisa Operacional da Marinha/V Simpósio de Logística da Marinha, SPOLM, 431-442, Rio de Janeiro.
- Ignacio, A. A., Ferreira Filho, V.J.M., Galvão, R.D.**, (2008). Lower and upper bounds for a two-level hierarchical location problem in computer networks. *Computers and Operations Research*, 35, 1982-1998.
- Jayaraman, V., Gupta, R., Pirkul, H.** (2003), Selecting hierarchical facilities in a service-operations environment. *European Journal. of Operational Research*, 613-628.
- Mateus, G.R, Cruz, F.R.B. Luna, H.P.L.** (1994). An algorithm for hierarchical network design, *Location Science*, 2, 149–164.
- Minoux, M.**, 1989, Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods and Applications, Networks, v. 19, pp. 313-360.
- Mirchandani, P.B., Francis, R. L.**, 1989, Discrete Location Theory, John Wiley & Sons, Inc.
- Murray A., Morton E., O`Kelly, Church R.** (2008). Regional service coverage modeling”, *Computer & Operations Research* 35 p.339-335
- Narasimhan, S., Pirkul, H.**, (1992), Hierarchical concentrator location problem. *Distributed Computing*, 15, pp 85-191.
- Lorena, L.A.N., Senne, E.L.F.**, (1996), *A Lagrangean/Surrogate Heuristic for Uncapacitated Facility Location Problems*. VIII CLAIO - Latin-Iberian-American Congress on Operations Research and System Engineering e XXVIII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro.
- Lorena, L.A.N., Narciso, M.G.**, (1996), Relaxation heuristics for a generalized assignment problem, *European Journal of Operational Research* 91, 600-610.
- Randazzo, C.D, and Luna H.P.L.** (2001), A Comparison of Optimal Methods for Local Access Uncapacitated Network Design, *Annals of Operations Research*, v. 106, pp. 263–286
- Schultz, G.P.**, (1970), The logic of health care facility planning, *Socio-Economic Planning Science*, v. 4, pp. 383-393.
- Soni, S., Narasimhan, S., Leblanc L. J.**, (2004). Telecommunication Access Network Design With Reliability Constraints. *IEEE transactions on reliability*,v. 53, pp. 532-541.
- Shiina, T.**, (2000), Integer Programming Model and Exact Solution for Concentrator Location Problem, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, v. 42, n. 2.
- Tien, J., El-Tell, K., Simons, J.R.**, (1983), Improve Formulations to the hierarchical health facility locations-alocation problem, *IEEE –Trans. Syst. Man Cybern.* v. snc-13, pp. 1128-1132.
- Wolsey, L.A.**, (1998), *Integer programming*, ed. John Wiley & Sons, New York.