XLVI SBPO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

16 a 19 de setembro de 2014

Salvador - BA

COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS

Annibal Parracho Sant'Anna

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

Prefácio

Este minicurso apresenta os fundamentos e resultados do emprego da composição probabilística de preferências no apoio à decisão multicritério.

A ideia básica da composição probabilística é que, ao se aplicar um critério de preferência para tomar uma decisão, há um componente subjetivo que torna imprecisa a medida de preferência, mesmo que baseada na observação de uma variável que possa ser determinada objetivamente com toda precisão.

Essa imprecisão obriga a tratar as medidas de preferência segundo qualquer critério como variáveis aleatórias. Isto traz a vantagem de permitir que se meçam as preferências em termos de probabilidade de ser a melhor opção (no problema de escolha) ou de probabilidade de ser melhor ou pior que patamares e tetos pré-estabelecidos (no problema de classificação).

A partir dessa transformação das medidas de preferência de determinísticas em probabilísticas, pode-se passar a usar o cálculo de probabilidades para resolver o problema de combinar as preferências segundo múltiplos critérios para produzir uma medida de preferência global.

Podem-se empregar nessa combinação as formas mais simples de cálculo de probabilidades compostas. Do mesmo modo podem-se empregar as distribuições de probabilidades mais simples para modelar as preferências.

Pode-se também lançar mão de distribuições mais complexas para tornar essa modelagem mais realista, assim como formular regras de decisão mais sofisticadas. Mas, as mudanças mais acentuadas nos resultados só costumam surgir quando novos critérios ou novas alternativas são incorporados à análise.

A estratégia de começar a análise com um modelo simples, e que produz resultados rapidamente, amplia a compreensão do problema de decisão e suscita propostas de aperfeiçoamento. Nesse ponto, a abordagem probabilística facilita a inclusão de novas alternativas, novos critérios e novas formas de composição.

A seguir se cuida do problema de classificação. Depois, do problema de escolha. Nessa segunda parte, será discutido, além do uso direto da composição probabilística na composição de critérios, o uso da transformação probabilística para resolver problemas técnicos em áreas como a da modelagem de relações entre critérios usando capacidades e a da modelagem da granularidade nos conjuntos aproximativos.

Conclui o minicurso uma aplicação da composição probabilística à determinação das prioridades dos modos de falha na FMEA.

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

Sumário

1. O Problema de Classificação

1.1 Alternativas, Critérios, Classes e Perfis

O problema de classificação é o de alocar alternativas em classes ordenadas pré-determinadas.

No contexto da decisão multicritério, cada alternativa é identificada por um vetor, cada coordenada de tal vetor representando a preferência segundo um critério diferente. As classes são representadas por alternativas hipotéticas, chamadas perfis representativos.

1.2 Perfis Representativos

Perfis representativos podem ser construídos indagando, segundo cada critério, que valor se atribui a uma alternativa excelente, boa, regular, ruim ou péssima. Neste caso, há cinco classes, cada uma representada por um único perfil.

Para levar em conta as relações entre os critérios, perfis representativos podem ser construídos de várias formas e em qualquer número. Por exemplo, cada classe pode ser representada por um limite superior e um limite inferior.

Como, na prática, temos que classificar não uma alternativa única, mas um conjunto de diferentes alternativas, podemos formar os perfis a partir do universo de alternativas a ser distribuído pelas classes. Por exemplo, perfis centrais de r classes seriam formados com coordenadas dadas pela quantis de ordem 1/2r, 3/2r, ... , (2r-1)/2r, para cada critério.

1.3 Notação

Para formular o problema de classificação, os seguintes termos são empregados.

$G = \{g_1, ..., g_m\}$, um conjunto de m critérios.

$A = (a_1, ..., a_m)$ um vetor do R^m que armazena as avaliações de acordo com os m critérios da alternativa a ser classificada. Quanto maior o valor da coordenada a_j, melhor a alternativa de acordo com o critério g_j.

$C = \{C_1, ..., C_r\}$ um conjunto de r classes, ordenadas da pior para a melhor, de modo que a alternativa é mais bem classificada se colocada em uma classe de maior índice.

Para identificar a classe C_i, para cada i de 1 a r, são empregados n perfis representativos, cada um deles formado por um vetor de avaliações segundo os m critérios. O h-ésimo perfil representativo da i-ésima classe é dado pelo vetor de avaliações pelos m critérios $(c_{ih1}, ..., c_{ihm})$.

1.4 Ordenação dos Perfis

Os perfis representativos são construídos de tal modo que

se $i_1 < i_2$,

então,

para cada j, $c_{i1hj} \leq c_{i2hj}$ e, para pelo menos um j_0,

$c_{i1hj0} < c_{i2hj0}$.

1.5 Modelagem das Medidas de Preferência

Para permitir a comparação probabilística, as avaliações a_j da alternativa a ser classificada são substituídas por distribuições de probabilidade centradas em a_j.

Para classificar a alternativa comparam-se as probabilidades de tais distribuições apresentarem valores acima e abaixo dos perfis de cada classe.

A modelagem das perturbações que causam a imprecisão nas avaliações pode usar toda informação disponível seguindo os princípios da inferência estatística. Na falta de maior informação, supõe-se a forma normal, com distribuições idênticas e independentes para as perturbações.

Para simplificar, podem ser assumidas, em vez de normais, distribuições triangulares com moda nos a_j e extremos nos pontos mínimo e máximo dos conjuntos de coordenadas dos perfis $\{C_{11j}, ..., C_{rnj}\}$, ou uniformes com média a_j e amplitude dada pela diferença entre esses extremos.

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

1.6 Estimação da Variância

Como os centros das distribuições são determinados pelos a_j, para completar a modelagem das distribuições normais basta determinar a variância.

Boas estimativas da variância das perturbações que afetam as avaliações podem ser obtidas colhendo múltiplas avaliações da mesma alternativa segundo cada critério. Por exemplo, a mediana das variâncias observadas nas avaliações de cada alternativa por um grupo de avaliadores que aplicam um mesmo critério é um bom estimador.

Na falta de informação direta, a variância observada nas coordenadas dos perfis para cada critério pode ser usada para estimar a variância das avaliações segundo o critério.

1.7 Cálculo de Probabilidades de Preferência

Uma vez substituídas as medidas determinísticas a_j por distribuições de variáveis aleatórias X_j centradas nesses valores, probabilidades de localização acima e abaixo podem ser calculadas.

Denotando por A_{ij}^+ e A_{ij}^- as probabilidades de o valor da j-ésima coordenada do vetor de avaliações aleatórias da alternativa A estar, respectivamente, acima e abaixo daqueles associados ao j-ésimo critério nos perfis da i-ésima classe, por independência entre as perturbações que afetam as avaliações de diferentes alternativas por um mesmo critério, temos:

$$A_{ij}^+ = \prod_h P[X_j \geq C_{ihj}]$$

e

$$A_{ij}^- = \prod_h P[X_j \leq C_{ihj}].$$

1.8 Regras de Composição Probabilísticas

A abordagem probabilística propicia o uso de regras de composição baseadas no cálculo de probabilidades conjuntas. Com isso, se elimina a necessidade de atribuir previamente pesos para os critérios ou capacidades para conjuntos de critérios.

As regras de composição probabilística são formadas segundo princípios gerais. Segundo cada princípio são criadas formas de composição extremas. A comparação entre os resultados extremos gera conhecimento sobre as alternativas, fortalecendo a conclusão em caso de concordância. Em caso de discordância, o tomador de decisão que não queira escolher uma forma de decisão, poderá usar a informação sobre as características dos critérios que conduzem a diferentes ordenações para reformular o modelo.

1.9 Opções de Composição

Quanto à probabilidade conjunta:

melhor por todos os critérios

(probabilidade da interseção)

ou

por algum critério

(probabilidade da união).

Quanto à correlação entre as perturbações das avaliações da mesma alternativa por diferentes critérios:

independência

ou

máxima dependência.

Quanto à fronteira:

probabilidade de ser melhor que o perfil

ou

probabilidade de não ser pior que o perfil.

1.10 Fórmulas de Composição

Probabilidade de a alternativa estar acima da classe i:

$A_i^+ = \pi_j A_{ij}^+$ (independência e interseção)

$A_i^+ = 1\text{-}\pi_j(1\text{-}A_{ij}^+)$ (independência e melhor para algum)

$A_i^+ = \min_j A_{ij}^+$ (máxima dependência e melhor para todos)

$A_i^+ = \max_j A_{ij}^+$ (máxima dependência e melhor para algum)

Probabilidade de a alternativa estar abaixo da classe i:

$A_i^- = \pi_j A_{ij}^-$ (independência e melhor para todos)

$A_i^- = 1\text{-}\pi_j(1\text{-}A_{ij}^-)$ (independência e melhor para algum)

$A_i^- = \min_j A_{ij}^-$ (máxima dependência e melhor para todos)

$A_i^- = \max_j A_{ij}^-$ (máxima dependência e melhor para algum)

A opção quanto à fronteira só é importante no problema de escolha, onde há comparação se faz com mais de um.

1.11 A Regra de Classificação

O procedimento de classificação é baseado na comparação das diferenças A_i^+-A_i^-.

A regra de classificação é simples: a alternativa A é alocada à classe i com o menor valor absoluto para A_i^+-A_i^-.

Uma vez que existe a possibilidade de empates, a alternativa pode ser classificada em duas classes adjacentes.

Com as distribuições sem saltos e os perfis ordenados como exigido, não mais do que duas classes podem apresentar o mesmo valor absoluto para a diferença A_i^+-$A_i^{-.}$ A probabilidade de isto acontecer é pequena e decresce com o número de perfis.

Com a atribuição de valores crescentes com a preferência pela alternativa, essas diferenças constituem uma sequencia não-crescente. Isto permite a identificação do ponto de mínimo valor absoluto por um algoritmo de varredura.

1.12 Algoritmos de Classificação Ascendente e Descendente

Um algoritmo eficiente para a classificação pode ser desenvolvido em duas etapas. O primeiro passo identifica o menor valor de i para o qual a diferença $A_i^+ - A_i^-$ é negativa ou nula. Se esta diferença é sempre positiva, a alternativa deve pertencer à classe mais elevada. Se nunca é positiva, a alternativa é colocada na classe mais baixa. Se para esse i a diferença é nula, então a alternativa fica na classe C_i.

Se nenhum desses casos acontecer, uma segunda etapa consiste em comparar os valores absolutos das diferenças $A_i^+ - A_i^-$ para a classe com a primeira diferença negativa e para a que a precede. Se estes valores absolutos são os mesmos, a alternativa é colocada nas duas classes. Se são diferentes, é colocada naquela entre essas duas classes com o menor valor absoluto da diferença.

1.13 Classificação Benevolente e Classificação Exigente

A possibilidade de alocação em duas classes vizinhas é consequência natural da imprecisão do processo subjetivo de determinar preferências. Pode-se ampliar a possibilidade de classificação intervalar, aplicando uma regra mais benevolente para obter uma classificação superior e uma regra mais exigente para obter uma classificação inferior.

Essas regras podem ser baseadas em taxas fixas de redução, respectivamente, para a probabilidade de estar abaixo e acima dos perfis representativos de cada classe. Uma classificação benevolente determinada por percentagem de redução c coloca a alternativa na classe C_i para o maior i que minimize o valor absoluto da diferença A_i^+-(1-c)A_i^- em vez da diferença A_i^+-A_i^-. Analogamente, uma classificação exigente para a mesma redução percentual coloca a alternativa na classe C_i para o menor i que minimize a diferença (1-c)A_i^+-A_i^- em vez da diferença A_i^+-A_i^-.

1.14 Extremos por diferentes probabilidades conjuntas

Outra forma de gerar um extremo mais baixo é comparar a probabilidade conjunta de estar acima de todos os perfis da classe com a de estar abaixo de pelo menos um deles. Supondo independência isto corresponde a comparar $A_i^+ = \pi_j A_{ij}^+$ com $A_i^- = 1-\pi_j(1-A_{ij}^-)$.

Analogamente, para obter o extremo mais alto, se compara a probabilidade conjunta de estar abaixo de todos os perfis da classe com a probabilidade de estar acima por pelo menos um deles. Supondo independência isto corresponde a comparar $A_i^+ = 1-\pi_j(1-A_{ij}^+)$ com $A_i^- = \pi_j A_{ij}^-$.

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

2. O Problema de Escolha

2.1 Introdução

O problema de escolha é o de identificar a melhor em um conjunto de alternativas. Uma resposta mais completa para o problema será uma ordenação de todas as alternativas.

Mesmo quando resolvido em termos de ordenação total, esse problema se diferencia do problema anterior, de classificação, por não se partir de classes com perfis representativos conhecidos a priori.

Como no problema de classificação, o primeiro passo é tratar as medidas de preferência numéricas obtidas inicialmente, não como determinísticas, mas, como parâmetros de locação de distribuições de probabilidades de possíveis valores que em outras avaliações de preferência sob idênticas circunstâncias seriam atribuídos à mesma opção.

2.2 Probabilidades de ser a Melhor Alternativa

A associação de distribuições de probabilidades às medidas exatas permite substituir cada vetor de avaliações do conjunto de alternativas segundo um critério por um vetor de probabilidades de cada alternativa ser a melhor segundo esse critério.

Finalmente, dessas probabilidades de preferência segundo cada critério são derivadas probabilidades de preferência global segundo todos os critérios, usando regras do cálculo de probabilidades.

Como no problema de classificação, a escolha entre as possíveis regras de composição é facilitada pelo seu caráter probabilístico.

2.3 Modelagem das Perturbações

A medida observada assinala apenas um ponto em torno do qual se encontra o valor que se deseja medir. O modelo para a distribuição de probabilidade desse valor aleatório é completado adicionando a esse ponto, visto como um parâmetro de locação, informação sobre outros parâmetros suficientes para determinar tal distribuição. Hipóteses gerais de independência entre perturbações e hipóteses sobre a forma da sua distribuição simplificam a determinação desses parâmetros.

Os mesmos princípios referidos na modelagem das perturbações do problema de classificação se aplicam aqui, com a diferença que não se dispõe de perfis representativos. Neste caso, a amplitude do conjunto de valores das alternativas poderá substituir a do conjunto dos perfis para gerar estimador do parâmetro de dispersão.

2.4 Pontos de Vista Progressista e Conservador

Têm-se duas formas de transformação probabilística, conforme se tome como referência a fronteira superior ou a inferior e se calcula a probabilidade de cada alternativa ser a melhor ou a de não ser a pior. A primeira é chamada progressista e a segunda conservadora. A abordagem progressista resultará em dar mais importância aos critérios em que haja menos alternativas próximas da fronteira superior e a conservadora aos critérios em que, ao contrário, haja menos alternativas próximas da fronteira inferior.

Denotando por X_{kj} a variável aleatória associada à avaliação da k-ésima alternativa pelo j-ésimo critério, os escores da alternativa k-ésima serão, assumindo independência entre perturbações de medidas por diferentes critérios:

$$M_{kj} = \prod_q P[X_k \geq X_q] \text{ (progressista)},$$

$$m_{kj} = 1- \prod_q P[X_{kj} \leq X_{qj}] \text{ (conservador)}.$$

2.5 Regras de Composição

Como *n*o problema de classificação, no problema de escolha, a composição dos critérios pode ser feita pelo cálculo das probabilidades conjuntas.

Quando a composição é pela probabilidade conjunta de ser o melhor segundo todos os critérios, ou não ser o pior segundo todos os critérios, tem-se uma regra de composição pessimista. Quando o escore é dado pela probabilidade de ser o melhor ou não ser o pior segundo pelo menos um critério, temos uma regra de composição otimista. Em ambos os casos, outros dois valores extremos podem ser calculados conforme se faça o cálculo das probabilidades das interseções sob hipótese de independência, multiplicando, ou sob hipótese de máxima dependência, pelo mínimo das probabilidades dos eventos interseptados.

2.6 Fórmulas

Supondo independência:

Escore pessimista e progressista: $\prod_j M_{kj}$.

Escore otimista e progressista: $1- \prod_j (1-M_{kj})$.

Escore pessimista e conservador: $\prod_j m_{kj}$.

Escore otimista e conservador: $1- \prod_j (1-m_{kj})$.

Nestes produtórios j varia ao longo de todas os critérios.

Supondo máxima dependência, troque-se $\prod$ por mín. Nos casos otimistas, isto resulta em calcular máximos.

Escore pessimista e progressista: $\text{mín}_j M_{kj}$.

Escore otimista e progressista: $\text{máx}_j (1-M_{kj})$.

Escore pessimista e conservador: $\text{mín}_j m_{kj}$.

Escore otimista e conservador: $\text{máx}_j (1-m_{kj})$.

2.7 Regras de Composição Ponderada

Se for possível numericamente expressar a preferência entre critérios como uma distribuição de probabilidade ou uma capacidade, o escore poderá ser dado por uma média ponderada das probabilidades de preferência segundo cada critério ou uma integral de Choquet em relação a uma capacidade.

Capacidade no conjunto finito de critérios S é toda função $\mu:2^S \rightarrow [0,1]$ satisfazendo: $\mu(\emptyset)=0$, $\mu(S)=1$ e $\forall A$ e $B \in 2^N$, $[A \subseteq B \Rightarrow \mu(A) \leq \mu(B)]$.

A capacidade μ é aditiva se $\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$ para todo par (A,B) de conjuntos de critérios disjuntos.

Probabilidades são capacidades aditivas.

2.8 Composição pela Integral de Choquet

A integral de Choquet de $M_{kj}=(M_{k1}, \dots, M_{km})$, função com valores em R^{m+}, com relação a uma capacidade μ em $S=\{1, \dots, m\}$ é definida por:

$P_\mu(M_k) = \sum_{j=1}^{m}(Mk\tau(j) - Mk\tau(j-1))\mu(\{\tau(j),\dots,\tau(m)\})$,

para τ permutação em S com

$M_{k\tau(1)} \leq M_{k\tau(2)} \leq \dots \leq M_{k\tau(m-1)} \leq M_{k\tau(m)}$ e $M_{k\tau(0)} = 0$.

Outra forma de cálculo:

$P_\mu(M_k)=\sum_{j=1}^{m} Mk(\tau(j))\,[\mu(A\tau(j)) - \mu(A\tau(j+1))]$ para

$A_{\tau(j)}=\{\tau(j), \dots, \tau(m)\}$ para cada j de 1 a m e $A\tau(m+1)=\phi$.

2.9 Estimação da Capacidade

Mesmo que se deseje usar média ponderada ou capacidade, as regras baseadas nas probabilidades conjuntas podem ser usadas inicialmente para gerar conhecimento que facilite a escolha dos pesos ou das capacidades dos conjuntos de critérios.

Uma forma automática de obtenção da capacidade é fazer a capacidade de cada conjunto de critérios proporcional ao máximo da probabilidade de alguma alternativa ser preferida por algum critério do conjunto.

Princípio de maximização da preferência: a capacidade do subconjunto $\{C_1 , \ldots , C_s\}$ deve ser proporcional a

$$\max_a(1-(1-P_{a1})\ldots(1-P_{as})),$$

para *a* variando ao longo do conjunto de alternativas e P_{aj} denotando a probabilidade de a alternativa *a*-ésima maximizar a preferência segundo o critério *j*-ésimo.

2.10 Granulação de Conjuntos Aproximativos

Em vez de investir na análise das interações entre os critérios, pode-se investir na eliminação de critérios redundantes. Para isto, pode-se recorrer à Teoria dos Conjuntos Aproximativos (Rough Sets Theory – Pawlak, 1982).

Os critérios a selecionar podem ser vistos como um conjunto de atributos de condição, C, que se deseja usar para explicar os atributos de decisão, D.

A redução de critérios na Rough Sets Theory consiste em explicar as decisões usando os atributos de condição da forma mais simples. É baseada na identificação de “reducts”, que são subconjuntos mínimos de atributos de condição suficientes. Esta é dificultada porque, nas regras originais, diferenças pontuais são suficientes para exigir a presença de certos critérios.

2.11 DRSA – Dominance-based Rough Sets Analysis

Rough Sets Theory trata de variáveis quaisquer. Se as variáveis são critérios, isto é, estabelecem relação de ordem (dominância) entre as alternativas, regras foram criadas para admitir que certa percentagem de divergências seja admitida (VC-DRSA). Em vez disto pode-se usar a transformação probabilística para reduzir as diferenças.

Consideremos a partição $\{Cl_s\}_{s\in\{1, .. , n\}}$ determinada pelos atributos de decisão e as classes acumuladas

$$Cl_t^{\geq} = \bigcup_{s\geq t} Cl_s \quad or \quad Cl_t^{\leq} = \bigcup_{s\leq t} Cl_s \quad ; \quad t = 1,\dots,n \, .$$

Dominância por um conjunto de atributos de condição P:

$yD_Px \Leftrightarrow$ y domina x para todo elemento de P.

$$D_P^{+}(x) = \{y \in U : yD_Px\},$$

$$D_P^{-}(x) = \{y \in U : xD_Py\}.$$

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

2.12 Aproximações e Fronteiras

$$\underline{P}\left(Cl_t^{\geq}\right) = \left\{x \in U : D_P^{+}(x) \subseteq Cl_t^{\geq}\right\}$$

$$\overline{P}\left(Cl_t^{\geq}\right) = \left\{x \in U : D_P^{-}(x) \cap Cl_t^{\geq} \neq \varnothing\right\}.$$

$$\underline{P}\left(Cl_t^{\leq}\right) = \left\{x \in U : D_P^{-}(x) \subseteq Cl_t^{\leq}\right\}$$

$$\overline{P}\left(Cl_t^{\leq}\right) = \left\{x \in U : D_P^{+}(x) \cap Cl_t^{\leq} \neq \varnothing\right\}.$$

$$B_P(Cl) = \overline{P}(Cl) - \underline{P}(Cl).$$

2.13 Qualidade da Aproximação

Pawlak define um índice de qualidade da aproximação de um conjunto de atributos de condição P para um conjunto de atributos de decisão D no universo U pela proporção dos elementos de U que não estão em fronteira por P de nenhuma das classes da partição determinada por D.

O índice de qualidade de aproximação é usado para avaliar se é atingido o objetivo de conseguir a mesma qualidade da aproximação com menos atributos.

Aplicando a transformação probabilística aos atributos de decisão se aproxima e, dependendo da grandeza do arredondamento, se igualam valores próximos. Isto diminui o número de alternativas na fronteira, eleva a qualidade da aproximação e permite eliminar atributos de condição.

2.14 Cálculo da probabilidade de prioridade de risco na FMEA

O NPR (número de probabilidade de risco) da FMEA (failure modes and effects analysis) é uma aproximação para a probabilidade de o modo de falha ser o de maior frequência, indetectabilidade e gravidade. Conceitualmente, a prioridade do risco associado ao modo de falha pode ser pensada como a probabilidade de dano (gravidade) condicional na ocorrência não detectada, multiplicada pela probabilidade de o dano não ser evitado (indetectabilidade) condicional na ocorrência multiplicada pela probabilidade de ocorrência (frequência). Esses níveis de frequência, indetectabilidade e gravidade são avaliados independentemente. O risco prioritário é o que maximiza cada uma dessas probabilidades. Assim, o cálculo do número de prioridade de risco pode ser substituído por uma composição pessimista das probabilidades de maximizar cada um desses componentes.

XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional

3. Exemplo de Prioridades de Risco na FMEA

3.1. Potenciais Falhas na Docagem de Navio

Inicialmente se identificaram eventos e peças de risco. Dez modos de falha foram identificados como mais importantes, cinco associados a eventos e cinco a peças.

Então, 32 especialistas responderam questionário, enquadrando esses modos de falha em níveis de 1 a 5 de gravidade, frequência e indetectabilidade.

Para a média da distribuição representando a avaliação de cada modo de falha por cada critério foram usadas as modas dos conjuntos de 32 avaliações.

Para a variância, suposta a mesma para todas as avaliações pelo mesmo critério, foram tomadas as medianas das 10 variâncias dos conjuntos de 32 avaliações de um mesmo modo de falha pelo critério.

3.3 Causas dos Modos de Falha

Evento	
Colisão de navio com dique	falha na entrada ou saída
Atraso na pintura	falta de aderência da tinta
Falha no bombeamento	componente emperrado
Atraso na entrega de material	deficiências no gerenciamento
Falta de lastro	descontrole de pesos no navio
Peça	
Motor	enrolamento em curto
Disjuntor	contator danificado
Bomba centrífuga	eixo desbalanceado
Válvula gaveta	haste danificada
Acoplamento de motor auxiliar	elementos gastos

3.4 Avaliações Iniciais

Modo de falha	gravidade	frequência	Indetectabilidade
Colisão	**3**	**3**	**3**
Pintura	**2**	**3**	**3**
Bombeamento	**4**	**4**	**4**
Material	**4**	**3**	**5**
Lastro	**3**	**1**	**3**
Motor	**4**	**4**	**3**
Disjuntor	**4**	**3**	**3**
Bomba centrífuga	**4**	**3**	**4**
Válvula gaveta	**4**	**4**	**4**
Acoplamento	**5**	**1**	**2**

Estimativas da Variância

gravidade	frequência	indetectabilidade
0,40	0,26	0,25

3.5 Transformação Probabilística

Dois arquivos texto, um com a matriz das avaliações e outro com os desvios padrão, são a entrada solicitada pelo procedimento do MATLAB da transformação probabilística.

A saída é uma matriz com os vetores de probabilidade de maximizar.

A grande contribuição para este procedimento é de Valter de Senna que resolveu o problema produzido pelos arredondamentos das pequenas probabilidades das interseções.

3.6 Procedimento MATLAB- Transformação Probabilística

```
% NOME: decisao_normal com desvios padrão prévios
filename=uigetfile('*.txt', ' arquivo de medidas');
filedesvios=uigetfile('*.txt', 'arquivo de desvios');
resultados=strcat('resultados(normal)_de_',filename);
dados = importdata(filename, ' ');
desvio = importdata(filedesvios, ' ');
tol=1.0e-6;
escala=10^(size(dados,1)^(1/3));
reavaliados=zeros(size(dados));
for j=1:size(dados,2)
      minimo=min(dados(:,j))-4*desvio(j);
   maximo=max(dados(:,j))+4*desvio(j);
   for i=1:size(dados,1)
      M=dados(:,j);
      M(i)=[];
prov=@(x)produtocdfnormal_vet(x,M,desvio(j)).*normpd
       f(x,dados(i,j),desvio(j))*escala;
      reavalia-
       dos(i,j)=quad(prov,minimo,maximo,tol)/escala;
   end
end
fid = fopen(resultados,'w');
for i = 1:size(dados,1)
   fprintf(fid,'%0.8f\t', reavaliados(i,:));
   fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
```

3.7 Resultados da Transformação Probabilística

Modo de falha	gravidade	frequência	indetectabilidade
Colisão	0,001822	0,010112	0,000623
Pintura	0,000009	0,010112	0,000623
Bombeamento	0,064739	0,316448	0,058627
Material	0,064739	0,010112	0,820973
Lastro	0,001822	0,000000	0,000623
Motor	0,064739	0,316448	0,000623
Disjuntor	0,064739	0,010112	0,000623
Bomba centrífuga	0,064739	0,010112	0,058627
Válvula gaveta	0,064739	0,316448	0,058627
Acoplamento	0,607883	0,000000	0,000000

3.8 Resultados da Composição Probabilística

Modo de falha	PPR	Ao menos um (independente)	Ao menos um (dependente)
Colisão	0,000000	0,012531	0,010112
Pintura	0,000000	0,010738	0,010112
Bombeamento	0,001201	0,398180	0,316448
Material	0,000537	0,834256	0,820973
Lastro	0,000000	0,002444	0,001822
Motor	0,000013	0,361099	0,316448
Disjuntor	0,000000	0,074773	0,064739
Bomba centrífuga	0,000038	0,128473	0,064739
Válvula gaveta	0,001201	0,398180	0,316448
Acoplamento	0,000000	0,607883	0,607883

3.9 Discussão dos Resultados

A primeira coluna tem a probabilidade de prioridade de risco, obtida multiplicando os 3 valores da matriz anterior.

A segunda tem o escore “probabilidade de maximizar segundo algum critério supondo independência”, obtido pela aplicação da fórmula

1- (1-probmaxF1)(1-probmaxF2)(1-probmaxF3).

A terceira tem o escore “probabilidade de maximizar segundo algum critério supondo máxima dependência”, dado pelo máximo das probabilidades de maximizar a prioridade segundo cada critério.

3.10 Conclusões

Os únicos modos de falha potencial que tem posição acima da posição central n^{-3} são BOMBEAMENTO e VÁLVULA GAVETA.

Note-se que o modo de falha potencial ACOPLAMENTO, que tem 5 na gravidade e 1 na frequência, recebe a probabilidade de prioridade de risco mais baixa.

Isto se deve ao fato de a gravidade ser avaliada com mais incerteza que a frequência.

Já nas colunas da direita, a posição de ACOPLAMENTO sobe.

3.11 CPP-Tri

Muitas vezes, há interesse, não apenas em determinar os modos de falha potenciais de alto risco, mas, também, em classificar todos os modos de falha. Nesse caso, podemos usar CPP-Tri.

Com as avaliações de 1 a 5, podemos definir cinco classes. Podemos identificar cada classe por um perfil de coordenadas todas iguais.

Tratando-se de classificações crescentes de risco, os pontos de vista exigente e benevolente se invertem. O primeiro gera uma classificação arrojada e o segundo uma classificação cautelosa.

3.12 Extrato de coluna da planilha Excel da CPP-Tri

B1:	-2
B3:	0,63
	probabilidades de estar acima de cada classe em cada critério
	Prob [gi(a)>B1]
B9:	=DIST.NORM(interface!$B1;B$1;B3;1)
	probabilidades de estar abaixo de cada classe em cada critério
	Prob [gi(a)<B1]
B13:	=DIST.NORM(B$1; interface!$B1;B3;1)
Independente	=MULT(B$9:D$9)
benevolente	=1-(1-B9)*(1-C9)*(1-D9)
exigente	=MULT(B$9:D$9)

Estes últimos valores são comparados com valores baseados em B$13:D$13 para gerar a diferença relativa à primeira classe.

Analogamente para as outras classes.

3.13 Classificação dos Modos de Falha

Modo de falha	**Lim. Inf.**	**Centro**	**Lim. Sup.**
Colisão	3	3	3
Pintura	2	3	3
Bombeamento	4	4	4
Material	3	4	5
Lastro	1	2	3
Motor	3	4	4
Disjuntor	3	3	4
Bomba centrífuga	3	4	4
Válvula gaveta	4	4	4
Acoplamento	1	3	5

Bibliografia

Composição Probabilística

Sant'Anna, A. P. (2002) Aleatorização e Composição de Medidas de Preferência, Pesquisa Operacional, 22:87-103.

Sant'Anna, A. P. (2002) Data Envelopment Analysis of randomized ranks, Pesquisa Operacional, 22 (2):203-215.

Sant'Anna, A. P. (2013) Detalhamento de uma Metodologia de Classificação baseada na Composição Probabilística de Preferências. Relatórios de Pesquisa em Engenharia de Produção, 13, 12-21.

Sant'Anna, A. P. (2014) Probabilistic Composition of Preferences, Springer Decision Engineering Series, Springer, Berlin.

Decisão Multicritério

Ehrgott, M., Figueira, J. R. and Greco S. (2010) Trends in Multicriteria Decision Analysis, Dordrecht: Springer.

Greco, J, & Ehrgott, S. (2005) Multicriteria Decision Analysis: state of the art survey, 3-24. Boston: Springer.

Roy, B. (1996). Multicriteria Methodology for Decision Aiding, Dordrecht: Kluwer.

Tryantaphilou, E., Lootsma, F. A., Pardalos, P. M. & Mann, S. H. (1994) On the Evaluation and Application of Different Scales for Quantifying Pairwise Comparisons in Fuzzy Sets. Journal of Multicriteria Decision Analysis, 3:133-155.

Von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944) Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, NJ. Princeton University Press.

Ponderação de Critérios

Keeney, R, L. (1992). Value-focused thinking: a path to creative decision making. Cambridge-MA: Harvard University Press.

Keeney, R. L. and Raiffa (1976) H. Decisions with Multiple Objectives' Preferences and Value Tradeoffs. New York, John Wiley & Sons.

Saaty, T. L. (1980) The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation, ISBN 0-07-054371-2, McGraw-Hill.

Saaty, T. L. (1990) How to make a decision: The analytic hierarchy process, European Journal of Operational Research, 48 (1):9-26.

Vargas, L. G. (1982) Reciprocal Matrices with Random Coefficients. Mathematical Modelling, 3:69-81.

Capacidades

Banzhaf, J. F. (1965), "Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis", Rutgers Law Review 19 (2):317–343.

Choquet, G. (1953) Theory of capacities. Annales de l'Institut Fourier, 5:131–295.

Grabisch, M. (1997). k-order additive discrete fuzzy measures and their representation. Fuzzy Sets and Systems, 92:167–189.

Penrose, L. (1946) The Elementary Statistics of Majority Voting, Journal of the Royal Statistical Society, 109 (1):53–57.

Shapley, L. S. (1953) A Value for *n*-person Games, in Contributions to the Theory of Games vol. II, Kuhn, H. W. and Tucker, A.W. (eds.), 307-317.

Modelagem das Perturbações

Brugha, C. M. (2000) Relative Measurement and the Power Function. European Journal of Operational Research, 121:627-640.

Martino, J. P. (1970) The lognormality of Delphi estimates. Technological Forecasts, 1(4):355-358.

Mathworks (2014) MATLAB 8.0 and Statistics Toolbox 8.1, The MathWorks, Inc., Natick-MA.

R Core Team (2014) R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, available at http://www.R-project.org/

DEA

Andrade, G. N. & Sant'Anna, A. P. (2013), Composição Probabilística e Índice de Malmquist para Avaliação de Eficiência em Distribuidoras de Energia Elétrica, Anais do SBPO 2013, p. 937-948.

Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978), Measuring the Efficiency of Decision Making Units. European Journal of Operational Research, 2:429-444.

Entani, T., Maeda, Y. e Tanaka, H. (2002), Dual models of interval DEA and its extensions to interval data. European Journal of Operational Research, 136:32-45.

Fare, R., Grosskopf, S. e Lovell, C. A. K. (1994) Production frontiers, Cambridge: Cambridge University Press

Sant'Anna, A. P. ; Ribeiro, R. O. A. ; Meza, L. A. (2014) Probabilistic composition in quality management in the retail trade sector. International Journal of Quality and Reliability Management, 31, 718-736.

ELECTRE

Almeida-Dias, J., Figueira, J. R. and Roy, B. (2010) ‘ELECTRE TRI-C: a multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions’, European Journal of Operational Research, 204 (3):565–580.

Almeida-Dias, J., Figueira, J.R. and Roy, B. (2012) A multiple criteria sorting method where each category is characterized by several reference actions: the ELECTRE TRI-nC method, European Journal of Operational Research, 217 (3):567–579.

Roy, B. (1968) Classement et choix en presence de points de vue multiples (la method ELECTRE), pp. 57–75, La Revue d’Informatique et de Recherche Opérationelle (RIRO).

Yu, W. (1992) ELECTRE TRI – Aspects methodologiques et guide d’utilisation. Document du LAMSADE, Université de Paris–Dauphine, Paris.

FMEA

AIAG (2008), Potential Failure Mode and Effects Analysis, Automotive Industry Action Group, 4th. Ed Southfield, MI.

Sant'Anna, A. P. (2012) Probabilistic priority numbers for failure modes and effects analysis, International Journal of Quality & Reliability Management, 29 (3):349–362.

Sant’Anna, A. P., Ribeiro, R. O. A. and Angulo Meza, L. (2014) Probabilistic composition in quality management in the retail trade sector, International Journal of Quality & Reliability Management, 31 (6):718-736.

Stamatis, D. H. (1995) Failure Modes and Effects Analysis Milwaukee: ASQC Quality Press.

US Defense Department (1949), Procedures for Performing a Failure Mode, Effects and Criticality Analysis, US Government Printing Office, Washington, DC, US Military Procedure MIL STD-1629.

Fuzzy Sets

Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. Information and Control, 8:338–353.

Zadeh, L. A. (1978) Fuzzy sets as the basis for a Theory of Possibility. Fuzzy Sets and Systems, 1:3-28.

Rough Sets

Blaszczynski, J., Greco, S., Slowinski, R. and Szelag, M. (2006) On Variable Consistency Dominance-based Rough Set Approaches. Lecture Notes in Artificial Intelligence, v. 4259, Berlin: Springer-Verlag, p. 191-202.

Greco, S., Matarazzo, B. and Słowiński, R. (2001) Rough sets theory for multi-criteria decision analysis. European Journal of Operational Research, 129 (1):1–47.

Pawlak, Z. (1982) Rough Sets, International Journal of Computer and Information Science, 11:341-356.

Sant'Anna, A. P. & Moreira Filho, R. M. (2013) Agregação automática de classes nos atributos de decisão em aplicações de Conjuntos aproximativos com dominância. Sistemas & Gestão, 8:68-76.