



COMPARAÇÃO DE MODELOS DE VALUE-AT-RISK NA AVALIAÇÃO DO RISCO DE CARTEIRAS DE AÇÕES

Gustavo M. Finoto

Instituto de Economia – IE, UNICAMP
Rua Pitágoras 353, CEP 13083-857, Campinas, SP-Brasil
finotogm@gmail.com

Ivette Luna

Instituto de Economia – IE, UNICAMP
Rua Pitágoras 353, CEP 13083-857, Campinas, SP-Brasil
ivette@eco.unicamp.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo de métodos de medida de risco de mercado, o Value-at-Risk. Por meio do estudo de três métodos diferentes de cálculo, o método de Simulação Histórica (MSH), o método de Médias Móveis (EQMA) e o método de Suavização Exponencial (EWMA), o trabalho busca aplicar estes modelos em uma carteira fictícia composta pelas maiores empresas presentes no Índice Bovespa (IBOVESPA). Com os resultados das estimações dos Value-at-Risk, métodos de *backtesting* são aplicados com o intuito de analisar qual dos modelos estudados é o mais eficiente para a gestão de risco em carteiras de ações nacionais. O *backtesting* sugere que o modelo EWMA é mais adequado para a estimação do VAR quando comparado aos outros modelos analisados.

PALAVRAS CHAVE. Gestão de risco, *Value-at-Risk*, *Backtesting*.

Área principal: GF

ABSTRACT

This essay presents a comparative study of some methods applied for the measurement of market risk, the Value-at-Risk. Studying three different methods of calculation, the historical simulation method (MSH), the Equally Weighted Moving Average method (EQMA), and the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), this essay applies these models in a national portfolio compounded by the biggest companies of the Bovespa index (IBOVESPA). With the Value-at-Risk estimations results, backtesting methods were applied in order to analyze which studied model is the most efficient for risk management in Brazilian stocks portfolios. backtesting results points EWMA as the most adequate model for VAR estimation, when compared to the other two ones.

KEYWORDS. Risk Management, *Value-at-Risk*, *Backtesting*.

Main area: GF

1. Introdução

A economia de mercado é um tipo de economia que se baseia fortemente nas incertezas e expectativas dos agentes quanto ao futuro (Keynes, 1936). No mercado de capitais, estes aspectos se manifestam de maneiras visíveis, principalmente quando tratamos das operações especulativas em bolsas de valores, cuja principal característica é a volatilidade no preço dos ativos. Segundo Jorion (2010), o risco é definido como a volatilidade de resultados inesperados relacionada ao valor de ativos ou passivos de interesse, ou seja, quanto maior a variabilidade do retorno de um ativo financeiro específico, maior é o risco de perda financeira inerente ao mesmo.

Seguindo a abordagem teórica comum do mercado, na qual o agente é incapaz de prever o que ocorrerá no futuro, mas é capaz de atribuir probabilidades numéricas aos estados da natureza (Alarcon, 2005), as instituições financeiras, visando controlar e precificar os riscos, desenvolveram métodos estatísticos para medir as fontes de risco com a maior precisão possível e um dos métodos mais utilizados para o cálculo do risco, dada sua facilidade de interpretação, é o Value-at-Risk ou VAR (Ribeiro, 2006).

Formalmente, o VAR mede, dado um nível de confiança, a pior expectativa de perda de uma carteira ou de um papel em um intervalo de tempo sobre condições normais de mercado. O VAR como ferramenta de mensuração de risco, se destaca dentre outros, por traduzir o risco de determinado ativo a um número, passível de comparação com outros e de fácil interpretação para os gestores de risco, administradores, reguladores e investidores.

Uma das causas para a ampla utilização do VAR e de outras ferramentas de cálculo do risco entre as instituições financeiras é a crescente preocupação internacional com a regulação bancária mundial que culminou no Acordo de Basileia I, em 1988, e o Acordo de Basileia II, em 2004, que, entre outras coisas, define diretrizes para limitar o grau de alavancagem e exposição ao risco.

De forma geral, os métodos estatísticos para a estimação do VAR podem ser não paramétricos, quando não se apoiam em nenhuma distribuição de probabilidade em particular, e paramétricos, quando assumem uma determinada distribuição sobre os dados. Este trabalho analisa três métodos de estimação do VAR: o método não paramétrico de Simulação Histórica (MSH), e os métodos paramétricos de médias móveis (EQMA) e de suavização exponencial (EWMA), descritos a seguir.

2. Métodos de estimação do Value-at-Risk

Método de Simulação Histórica (MSH)

O MSH é, dentre as diversas técnicas, a abordagem mais direta e intuitiva para obtenção do VAR, pois ela faz uso direto da distribuição empírica dos retornos passados, por meio do quantil correspondente ao nível de significância $\alpha\%$ previamente estipulado (Alarcon, 2005). Assim, o MSH consiste na extração de percentis de amostras sobre uma janela móvel (Goorbergh e Vlaar, 1999), dos retornos logarítmicos da série de preços das ações dados por $r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$. Com isso, dada uma amostra de retornos $R_T = \{r_1, \dots, r_T\}$, ordena-se os dados tal que $r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_T$. Logo, calcula-se o estimador:

$$\hat{r}_{\alpha\%} = \frac{r_{[\alpha\%T]} + r_{[\alpha\%T+1]}}{2}$$

caso o tamanho T da amostra, seja par e $\hat{r}_{\alpha\%} = r_{[\alpha\%T+1]}$, se T for ímpar, sendo que $r_{[\alpha\%T]}$ corresponde ao retorno que ocupa a posição correspondente a α . Desta forma, a partir da estimativa do quantil empírico dos retornos, é possível estimar o VAR ($\alpha\%$) referente ao período $t+1$ (Ribeiro, 2006):

$$VAR(\alpha\%)_{t+1} = \text{Valor do ativo no período } t * \hat{r}_{\alpha\%}$$

Os cálculos acima são utilizados para a estimação do VAR para um ativo específico. No caso de uma carteira de ações, deve-se considerar o peso de cada ação dentro desta carteira. Assim, sendo \vec{w}_0 o vetor de pesos de um portfólio com N ações, tal que $\vec{w}_0 = (w_{0,1} \ w_{0,2} \ \dots \ w_{0,N})^T$, pondera-se a amostra de modo que:

$$\vec{w}_t = \begin{bmatrix} w_{t,1} \\ w_{t,2} \\ \vdots \\ w_{t,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{t,1} * e^{r_{1,t}} \\ w_{t,2} * e^{r_{2,t}} \\ \vdots \\ w_{t,N} * e^{r_{N,t}} \end{bmatrix}$$

sendo que a ordenação dos retornos será dada por (Filho, 2006):

$$R_t = \log \left(\sum_{k=1}^N w_{t,k} \right)$$

Assim, o MSH é baseado na hipótese de que o passado representa o futuro imediato. Porém, se a janela amostral omitir eventos importantes, a cauda não será bem representada, além de que períodos com alta volatilidade podem prejudicar a estimação. Além disso, este método pressupõe que o retorno do período imediatamente anterior tem a mesma importância no cálculo do VAR do dia atual do que o retorno no começo da amostra. Por outro lado, o MSH é relativamente simples de aplicar e consegue incorporar o efeito das caudas pesadas, mostrando-se um método robusto e amplamente utilizado (Jorion, 2010).

Método de Médias Móveis

O método de médias móveis (EQMA – *Equally Weighted Moving Average*) é uma das ferramentas mais difundidas para medir variação do risco ao longo do tempo (Bo, 2001). Trata-se de um método paramétrico que utiliza uma quantidade fixa de observações para calcular a variância e, por consequência, o desvio padrão de um dado portfólio (Hendricks, 1996).

Utilizando os retornos logarítmicos da série, escolhe-se, para efeito de aplicação do método, a média de M dias, sendo que M é o primeiro dia possível para computar a média, dado o tamanho da janela escolhido. Assim, a variância amostral pode ser obtida por:

$$\sigma_M^2 = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M r_t^2$$

A variância para o dia $M+1$ pode ser obtida por meio da adição do dado mais recente r_{M+1} e excluindo o dado mais antigo r_1 (Bo, 2001). Sob a hipótese de distribuição normal, o VAR é calculado por:

$$VAR(\alpha\%) = -\sigma_M * Valor t(\alpha\%)$$

O valor t da equação acima corresponde ao valor tabelado de uma distribuição t de Student para um nível de confiança de $\alpha\%$. Utiliza-se a distribuição t de Student, pois a variância é uma estimação amostral, que para o caso de amostras maiores, pode ser aproximado pelo valor crítico ou valor Z da distribuição normal (Gujarati, 2011). A escolha de M é arbitrária, e utiliza-se $M=30$ dias ou $M=60$ dias, sendo que a utilização do primeiro caso ignora pequenas oscilações e se aproxima do desvio padrão real (Bo, 2001).

Método de Suavização Exponencial

O método de suavização exponencial (EWMA – *Exponentially Weighted Moving Average*), também conhecido como “*RiskMetrics approach*” por ter sido o método desenvolvido pelo J.P. Morgan em 1994 (Bo, 2001), tem como objetivo superar o problema da não-continuidade do desvio-padrão, valorizando as ocorrências mais recentes da série (Ribeiro, 2006).

Formalmente, este método busca estimar a variância para o período t , por meio das médias ponderadas das variâncias passadas, e o retorno quadrático passado, utilizando-se de um fator de decaimento $\lambda \in (0,1)$ tal que:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

O termo autorregressivo da equação expressa a dependência temporal da variância dos retornos, enquanto que o segundo termo é a contribuição do dado mais recente para o cálculo variância no período t (Ribeiro, 2006). Como os pesos decaem exponencialmente as observações mais recentes terão um peso maior do que as observações mais antigas (Hendricks, 1996).

O fator λ é fundamental na estimação da variância. O J.P. Morgan, por meio de seu software *RiskMetrics*, possui um método para determinar o λ ótimo. Dado que os métodos de estimação de λ não são do escopo deste trabalho, utilizaremos $\lambda = 0,94; 0,97$ e $0,99$, pois estes são os valores mais utilizados por profissionais do mercado (Ribeiro, 2006).

Assim como o EQMA, o EWMA pressupõe que os retornos possuem uma distribuição normal. Desta forma, podemos calcular o VAR, por meio da equação:

$$VAR(\alpha\%) = -\sigma_t * Valor t(\alpha\%)$$

Contudo, utiliza-se a estatística *t-Student*, pois a variância é estimada na amostra e a distribuição *t* possui caudas mais pesadas, mais adequadas às séries de retornos.

3. Backtesting

Segundo Todorova (2009), o *backtesting* é uma técnica estatística de validação que consiste na comparação entre a perda potencial indicada pelo VAR e as perdas efetivamente verificadas. A sua importância revela-se no fato de ser recomendado pelo Comitê de Basileia na avaliação dos modelos da determinação do capital regulamentar.

De acordo com Jorion (2010), o método mais simples de verificar a precisão de um modelo é por meio da taxa de erro, que mostra a proporção de vezes que o VAR estimado é excedido em determinada amostra. Ribeiro (2006) utiliza o indicador de *frequência relativa de violações do limite do VAR*. Porém, deve-se antes, saber se o modelo de cálculo do VAR sujeito a comparação é adequado. Para isso, serão utilizados o modelo binomial de Kupiec (1995) e o modelo de previsão por intervalos proposto por Christofferson (1998), descritos a seguir.

Frequência Relativa de Violações

A “frequência relativa de violações” indica quanto o VAR estimado excedeu o retorno observado *ex-post*. Assim, se o valor do portfólio no período $k-1$ ($Port_{k-1}$) multiplicado pelo retorno do período k for menor ou igual ao VAR estimado para k , computa-se a violação, ou seja:

$$v_k = 1, \text{ se } Port_{k-1} * r_k \leq VAR_k$$

Com isso, a frequência relativa é dada por:

$$Cr = \sum_k^n v_k ; F_{Cr} = \frac{Cr}{t-k}$$

onde t corresponde ao tamanho da amostra, k é a janela necessária para o cálculo do VAR (neste trabalho, como aconselhado pelo Acordo de Basileia, utiliza-se $k=10$), Cr corresponde à quantidade de falhas observadas e F_{Cr} a frequência relativa das falhas.

Teste de Kupiec

O método binomial (Teste de Kupiec ou de cobertura incondicional) se baseia na comparação de perda ou ganho em um determinado dia com estimativa do VAR a certo nível de significância p que determina o resultado de um evento binomial (ganho ou perda). Assim, a probabilidade E de haver N erros em uma amostra T é dado por uma distribuição binomial com parâmetros N, p , sendo p a probabilidade de erro tal que:

$$E = (1 - p)^{T-N} . p^N$$

sob a hipótese nula H_0 da verdadeira taxa de exceções p ser consistente com a proporção p^* de falhas prevista pelo modelo do VAR, contra a hipótese alternativa H_1 de p ser diferente de p^* :

$$\begin{cases} H_0: p = p^* \\ H_1: p \neq p^* \end{cases}$$

A estatística do teste é dada por:

$$l = -2 \ln[(1 - p^*)^{T-N} p^{*N}] + 2 \ln \left[\left(1 - \left(\frac{N}{T} \right) \right)^{T-N} \left(\frac{N}{T} \right)^N \right]$$

onde N corresponde ao número de vezes que a perda excede o VAR e T a quantidade de dias consecutivos de divulgação do VAR diário. Kupiec sugere a Tabela 1 para a identificação das regiões de não rejeição de H_0 , de acordo com T e o nível de probabilidade do VAR. Assim, dado o tamanho da amostra, o número de violações N e a probabilidade do VAR, pode-se verificar se o modelo, a 5% de significância tem precisão suficiente para ser considerado adequado (Kupiec, 1995).

Tabela 1 - Regiões de não rejeição do Teste de Kupiec, a 5% de significância.

Nível de probabilidade p	T = 255 dias	T = 510 dias	T=1000 dias
0.01	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
0.025	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
0.05	$6 < N < 21$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
0.075	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
0.1	$16 < N < 36$	$38 < N < 65$	$81 < N < 120$
Fonte: Jorion (1997)			

Teste de Christofferson

Christofferson (1998) propõe um teste para avaliar a independência das exceções observadas. Quando o VAR é apropriado, a probabilidade da máxima perda estimada ser ultrapassada no período t , deve ser independente da (não)ocorrência de uma falha na previsão do VAR do período $t-1$. Assim, A hipótese nula do teste de haver independência serial contra a hipótese alternativa de dependência de primeira ordem é avaliada por meio da estatística:

$$LR_{ind} = 2 * \log \left(\frac{(1 - \pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1 - \pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}}}{(1 - \pi)^{T_{00} + T_{10}} \pi^{T_{01} + T_{11}}} \right) \sim \chi^2 (g.l. = 1)$$

onde T_{ij} corresponde ao número de observações no estado j após uma observação no estado i , sendo que 1 corresponde à ocorrência de falha; 0 à não ocorrência e T é o número total de observações. Os π 's correspondem às diversas proporções entre os T_{ij} , tal que:

$$\pi_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}}; \quad \pi_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}}; \quad \pi = \frac{T_{01} + T_{11}}{T}$$

Sabendo que a estatística do teste tem distribuição assintótica *qui*-quadrada com um grau de liberdade, a probabilidade de erro tipo I será conhecida.

4. Estudo de caso e análise dos resultados

As ações selecionadas para compor a carteira fictícia estão listadas no Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA) e são consideradas as de maior liquidez no momento da coleta: VALE5 (papel preferencial da empresa do setor siderúrgico, VALE S.A.), PETR4 (papel preferencial da empresa do setor petrolífero, PETROBRAS S.A.), ITUB4 (papel preferencial da empresa do setor financeiro, ITAÚ UNIBANCO HOLDING S.A.) e GGBR4 (papel preferencial da empresa do setor siderúrgico, GERDAU S.A.). As séries de preços de fechamentos das ações das respectivas empresas nos pregões diários da BM&FBOVESPA referentes ao período de janeiro de 2002 até março de 2012 foram coletadas por meio do software ECONOMATICA.

O *Q-Q plot* associado aos retornos logarítmicos de cada série se ilustram na Figura 1. Nota-se que as caudas resultantes da amostra são mais longas do que a de uma distribuição normal.

A estimação do VAR para o portfólio construído com ativos ponderados igualmente e sem perda de generalidade foi realizada considerando níveis de confiança de 95% e 99% para todos os casos. O EWMA considerou $\lambda = 0,94$; 0,97 e 0,99. O período escolhido para a comparação dos resultados é o último ciclo anual da série, ou seja, de 04/04/2011 à 02/04/2012, período que reflete as indicações do Acordo de Basileia, evitando quantidade elevada de *outliers*.

As Figuras 2 e 3 ilustram os resultados obtidos a 95% e 99%, respectivamente. A Tabela 2 resume os resultados dos diversos métodos nos testes de Kupiec, de Christofferson e no índice de frequência relativa de violações.

A estimação do VAR pelo MSH utilizou janelas temporais de 10 dias, valor recomendado pelo Acordo de Basileia para as estimações diárias. Neste caso, foi possível notar que nos momentos de maior variabilidade - momentos de incertezas e crises no mercado, a estimativa do VAR a 99% se distancia dos resultados do VAR a 95%, demonstrando a maior incerteza no mercado.

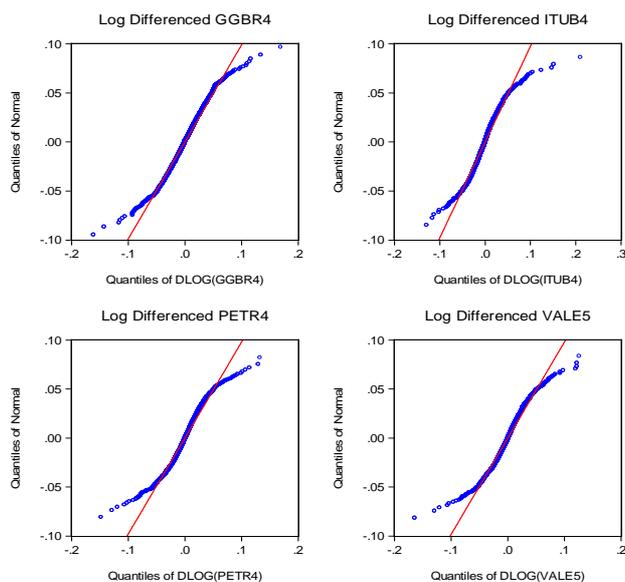


Figura 1: Q-Q plot dos retornos observados

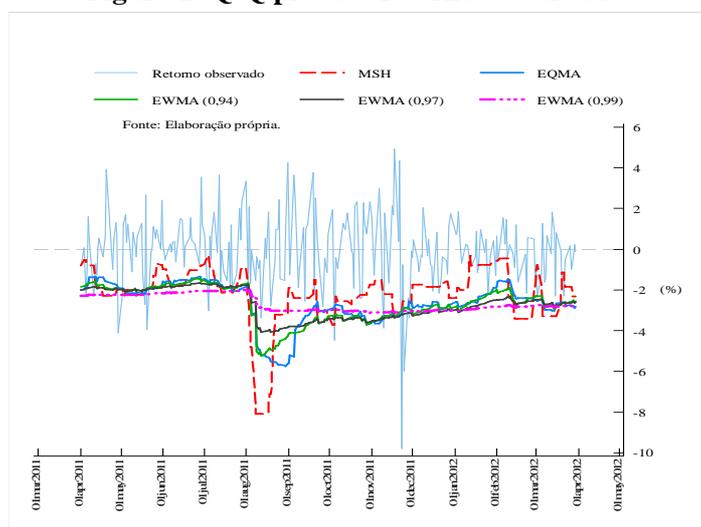


Figura 2: Estimação do VAR de 04/04/2011 à 02/04/2012, a 95% de confiança.

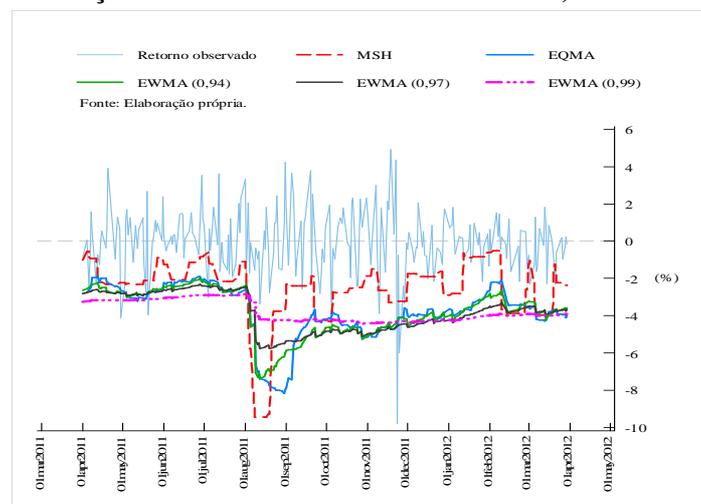


Figura 3: Estimação do VAR de 04/04/2011 à 02/04/2012, a 99% de confiança.

Tabela 2: Backtesting dos modelos de estimação do VAR diário

Modelo VAR		Teste de Kupiec ¹	Teste de Christofferson ²	Frequência Relativa de Falhas	
MSH	$\alpha = 95\%$	Não	Sim	0,097	
	$\alpha = 99\%$	Não	Sim	0,124	
EWMA	$\alpha = 95\%$	$\lambda = 0,94$	Sim	Sim	0,053
		$\lambda = 0,97$	Sim	Sim	0,052
		$\lambda = 0,99$	Sim	Sim	0,055
	$\alpha = 99\%$	$\lambda = 0,94$	Não	Sim	0,014
		$\lambda = 0,97$	Não	Sim	0,015
		$\lambda = 0,99$	Não	Sim	0,018
EQMA	$\alpha = 95\%$	Sim	Sim	0,068	
	$\alpha = 99\%$	Sim	Sim	0,032	

Fonte: Elaboração Própria

¹O resultado do teste de Kupiec é "sim" para quando o modelo é considerado adequado e "não" para quando o modelo é considerado inadequado.

²O resultado do teste de Christofferson é "sim" para quando há independência serial e "não" quando não há independência serial.

Para o MSH a 95% e 99% de confiança, os testes de Kupiec mostraram que, se rejeitarmos a hipótese nula a probabilidade de erro é próxima de zero. Assim, há evidências estatísticas para afirmar que ambos os modelos são inadequados. Por outro lado, o teste de Christofferson mostrou que, se rejeitarmos a hipótese nula, a probabilidade de erro é grande. Assim, o teste sugeriu que há evidências que apontam a existência de independência serial entre as exceções do dia corrente com as do dia anterior para ambos os níveis de confiança considerados.

As estimações dos VARs diários por meio da técnica de suavização exponencial possuem algo peculiar, pois, a decisão do fator de decaimento (λ) é *ad hoc* e sua escolha influencia diretamente os resultados do cálculo. Um fator de decaimento mais elevado corresponde a um VAR mais constante ao longo do tempo, pois o alto fator está ligado a uma maior relação da variabilidade do período atual com a do período anterior, não proporcionando mudanças abruptas entre a variabilidade de um período e outro. Além disso, quanto menor for λ , maior a absorção do retorno anterior na variabilidade hoje, deixando a variância muito mais sensível, como pode ser notado na Figura 2 e na Figura 3, para $\lambda=0,94$.

Para o EWMA a 95% de confiança e independente do valor de λ , o teste de Kupiec não mostrou evidências para considerar o modelo como inadequado, pois a probabilidade de erro se feita esta afirmação é muito elevada (em torno de 20,9%). Pelo teste de Christofferson, é possível afirmar que, para o EWMA com tais parâmetros, há evidências a favor da independência serial.

Por outro lado, para todo EWMA a 99%, o teste de Kupiec teve resultado negativo. Contudo, o teste de Christofferson mostrou-se favorável à independência serial. Em suma, o EWMA a 95% de nível de confiança teve resultados superiores ao EWMA a 99%. No que se refere ao EQMA, o que se observou é que, na maioria de momentos de fortes variações excepcionais, o retorno observado rompeu os limites de perda sugeridos pelo VAR estimado. Porém, em boa parte da séria analisada, os valores estimados para o VAR via EQMA se mostraram satisfatórios como indicadores de probabilidade de perda financeira.

Comparação geral dos modelos executados

Os modelos de estimação do VAR diário que apresentaram resultados positivos integral nos testes de *backtesting* aplicados neste trabalho foram o EQMA com nível de confiança de 95% e 99% e o EWMA com nível de confiança de 95%, para todo λ . É interessante notar que o MSH teve frequência relativa muito elevada em relação ao grau de confiança utilizado.

Dando maior atenção aos modelos que obtiveram maior sucesso nos testes aplicados, o EQMA (95% e 99%) e EWMA (95%), podemos perceber que o que diferencia estes modelos é a frequência relativa de falhas. No modelo EWMA (95%) se espera, por definição, que a frequência relativa de falhas seja próxima a 5%, e os resultados para aplicação deste modelo apontam resultados muito próximo a este valor, destacando positivamente o modelo. Por outro

lado, no modelo EQMA 99% e EQMA 95%, nos quais se esperam uma frequência relativa de, respectivamente, 1% e 5%, os valores observados foram superiores aos esperados, com destaque ao EQMA 1%, o qual teve uma frequência relativa de erros de mais de três vezes a frequência esperada.

5. Conclusão e trabalhos futuros

Este trabalho apresenta os resultados da iniciação científica referente ao período de agosto de 2012 e janeiro de 2013, que estudou os modelos de estimação do VAR mais utilizados: o Modelo de Simulação Histórica (MSH), o Modelo de Suavização Exponencial (EWMA) e o Modelo de Médias Móveis (EQMA). Para isso, uma carteira de ativos fictícia foi construída considerando ações de maior liquidez na BM&F Bovespa e que constituem o IBOVESPA. A análise de desempenho dos modelos, a níveis de confiança de 95% e 99% realizou-se por meio do *backtesting*, considerando o teste de Kupiec, o teste de Christofferson e a frequência relativa de falhas. Dentre os modelos analisados, o modelo EWMA mostrou superioridade na estimação do VAR diário para carteiras de ações se comparado ao MSH e ao EQMA. No entanto, os modelos analisados possuem algumas limitações, dentre as quais se destaca a hipótese de normalidade dos retornos diários, hipótese sobre a qual a estimação da variância dos retornos é realizada, inserindo assim um viés que atribui a mesma probabilidade de ocorrência a valores extremos e desconsiderando, portanto, a assimetria que caracteriza as séries de retornos de ativos financeiros.

Assim, como trabalhos futuros se propõe a utilização de modelos mais robustos como os modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e extensões que considerem esses outros aspectos na estimação do VAR.

Referências

- Alarcon, C.** Avaliação de modelos de Value at Risk para ações. Instituto de Economia, Unicamp, Dissertação de mestrado, 2005.
- Basel Committee on Banking Supervision.** *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*. Junho, 2004.
- Bo, D.** “Value-at-Risk”. *Department of Mathematics. National University of Singapore*. Relatório técnico, 2001.
- Christoffersen, P.F.** (1998), *Evaluating Interval Forecasts*. *International Economic Review*, vol. 39 (4), *Symposium on Forecasting and Empirical Methods in Macroeconomics and Finance*, pp. 841-862
- Filho, V.A.D.** “Portfolio Management Using Value at Risk: A Comparison Between Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization” *Erasmus Universiteit Rotterdam*. Julho, 2006.
- Goorbergh, R. Van Den e Vlaar, P.** “Value-at-Risk Analysis of Stock Returns: Historical Simulation, Variance Techniques or Tail Index Estimation?”. *De Nederlandsche Bank*, 1999.
- Gujarati, D.** e Porter D. *Econometria Básica*. 5ed. AMGH Editora, 2011.
- Hendricks, D.** *Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data*. *Federal Reserve Bank of New York, Economic Policy Review*, 2001.
- Hull, J.C.** (2002). “Fundamentals of Futures and Options Markets”. Prentice Hall, 4th Ed.
- Jorion, P.** *Value at Risk*. McGraw-Hill, New York, 1997.
- Jorion, P.** *Value at Risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro*, BM&F Bovespa, 2010.
- Keynes, J.M.** *The General Theory of Employment, Interest and Money*. 1936.
- Kupiec, P.** (1995). *Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models*. *The Journal of Derivatives*, vol. 3 (2), pp. 73-84.
- Ribeiro, P.d.T.** Avaliação empírica de modelos de VAR (Value at Risk). Departamento de Engenharia de Produção, USP. Trabalho de conclusão de curso, 2006.
- Sanyuan, A., Perera, L, C. J. e Kimura, H.** *Value-at-Risk, como entender e calcular o risco pelo VAR: uma contribuição para a gestão no Brasil*. Inside Books, 2008.
- Todorova, D.** Avaliação da *performance* de modelos de value-at-risk em mercados emergentes: uma aplicação aos mercados da Bulgária e da Roménia. Lisboa: ISCTE. Tese de mestrado, 2009.