MODELOS PARA O PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO NA INDÚSTRIA DE EMBALAGENS DE POLPA MOLDADA

Karim Pérez Martínez
UFSCar
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310. São Carlos-SP
karim.1504@gmail.com

Reinaldo Morabito
UFSCar
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310. São Carlos-SP
morabito@ufscar.br

Eli Vitor Toso
UFSCar - Sorocaba
Rodovia João Leme dos Santos, km 110 - - SP264. Sorocaba-SP
eli@ufscar.br

RESUMO

Este trabalho trata o problema de planejamento e programação da produção na indústria de embalagens de polpa moldada. Neste processo de produção, a manufatura dos diferentes produtos depende da utilização de diversos processo, chamados padrões de moldagem, que permitem a produção de um único produto, ou vários, de forma simultânea. Assim, as decisões envolvidas no planejamento e programação da produção correspondem à definição de quais padrões de moldagem utilizar, durante quanto tempo estes devem ser utilizados (dimensionamento de lotes de processo), e em qual ordem devem ser programados (sequenciamento de lotes de processo). Para representar o problema foram propostas duas formulações baseadas nos modelos clássicos para o problema de dimensionamento de lotes capacitado (CLSP) e o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes geral (GLSP). Ambas formulações demonstraram ser representações adequadas do problema, capacez de resolver exemplares reais em tempos computacionais aceitáveis, sendo que a abordagem GLSP mostra-se mais vantajosa considerando algumas particularidades do problema.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento e sequenciamento de lotes, indústria de polpa moldada, planejamento e programação da produção

ABSTRACT

This research addresses the planning and scheduling problem in the packaging molde pulp industry. In this production process, manufacturing different products depends on the use of different processes called molding patterns that allow the production of a single product, or several simultaneously. Thus, the decisions involved in planning and scheduling are the definition of the molding patterns that should be used, how long they should be used (lotsizing processes), and in what order they should be sequenced (lot processes scheduling). To represent this problem, two formulations based on the classic models to the capacitated lot sizing problem (CLSP) and the general lotsizing and scheduling problem (GLSP) were proposed. Both formulations showed to be appropiated representations of the problem, able to solve real-world examples in aceptable computational times, at the same time that GLSP approach proves more advantageous under some special features of the problem.

KEYWORDS. Lotsizing and scheduling problem, packaging molded pulp industry, production planning and scheduling problem.

1. Introdução

As decisões relacionadas ao planejamento e controle da produção definem uma programação detalhada da produção, estabelecendo o sequenciamento dos pedidos nos centros de trabalho, as designações de tarefas especiais e prioridades nas ordens de fabricação, o gerenciamento de estoques, a adquisição de matérias primas, a programação da distribuição dos produtos, entre outros (LUSTOSA; MESQUITA; OLIVEIRA, 2008; ARENALES et al., 2007).

Na literatura, e em geral na maioria das empresas, as decisões relacionadas ao planejamento operacional e controle da produção são abordadas a partir do dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção. Segundo Defalque (2010) e Araujo e Arenales (2000), o problema de dimensionamento de lotes consiste em planejar a quantidade de itens a ser produzida em uma ou várias máquinas, em cada período ao longo de um horizonte de tempo, de modo a atender certa demanda, sujeita a restrições de limite de capacidade, e de acordo com um critério de otimização específico. Por outro lado, o sequenciamento consiste em encontrar a ordem em que os itens devem ser produzidos, em um conjunto de máquinas definido, tal que um ou mais objetivos sejam otimizados. Desta forma, o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção responde às questões do que, quanto e quando produzir de cada produto, de forma a otimizar custos ou recursos (KARIMI; GHOMI; WILSON, 2003).

Diversos são os trabalhos encontrados na literatura relacionados aos problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção, que tratam estes problemas em situações reais de diferentes setores industriais no mundo, especialmente no Brasil. Várias aplicações tem sido objeto de estudo dos problemas de dimensionamento de lotes, como por exemplo: a indústria de papel (SANTOS; ALMADA-LOBO, 2012; BOUCHRIHA; OUHIMMOU; D Amours, 2007) ; indústria têxtil(CAMARGO, 2012); indústria de fundições (SANTOS-MEZA; SANTOS; ARENALES, 2002; ARAUJO; ARENALES; CLARK, 2007; LUCHE; MORABITO; PUREZA, 2009); indústria de bebidas (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009, 2010; FERREIRA et al., 2012); indústria de nutrição animal (TOSO; MORABITO; CLARK, 2009; CLARK; MORABITO; TOSO, 2010), entre outros tipos de indústrias. Estas aplicações contribuem significativamente para a formulação e resolução destes problemas, de modo que os modelos sejam cada vez mais representativos para situações reais e a sua resolução seja eficiente do ponto de vista prático.

Este trabalho foca as decisões de planejamento e programação da produção na indústria de embalagens em polpa moldada, estudando particularmente o sistema de produção de uma fábrica produtora de embalagens para acondicionamento de ovos e frutas. O planejamento neste sistema de produção inclui o dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção, além da determinação e controle dos níveis de estoque e recursos envolvidos na produção dos produtos. Neste contexto, o objetivo é representar as principais características e decisões desta industria através de formulações matemáticas de programação inteira mista, e verificar a capacidade destas para resolver problemas reais. O presente trabalho é organizado como segue: na seguinte seção é apresentada uma descrição do problema, caracterizando o processo de produção da indústria estudada e as decisões envolvidas no planejamento e programação da produção. Na seção 3 são apresentadas as formulações matemáticas propostas para representar o problema em estudo. Em seguida, na seção 4 são apresentados os resultados computacionais realizados, e finalmente na seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2. Descrição do problema

A fim de identificar as principais decisões envolvidas no planejamento e programação da produção na indústria de polpa moldada, uma descrição do processo de produção é apresentada como segue. A Figura 1 apresenta as principais etapas do processo de produção.

1. *Recepção de matéria prima*: o processo da produção começa com a recepção de matérias primas, conformadas em grande parte por aparas de diferentes tipos de papel (jornal, rascunho,

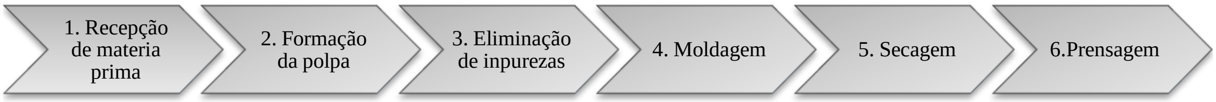

Figura 1: Etapas do processo de produção de embalagens de polpa moldada

sulfite, entre outros) e pasta mecânica. Estes materiais são classificados de acordo à sua cor e qualidade, os quais são aspetos determinantes na produção dos produtos finais.

2. *Formação da polpa*: nesta etapa as matérias primas são misturadas junto com água e outros agentes químicos, no equipamento apropriado conhecido como *Hidra Pulper*. Os materiais são misturados até obter uma massa homogênea, com características de cor, umidade e consistência definida.

3. *Eliminação de impurezas*: nesta etapa, a popa formada na etapa anterior passa por um sistema de peneiras vibratórias que eliminam as impurezas mais grosseiras da polpa. Em seguida, a massa passa para um tanque de armazenagem que supre a próxima etapa.

4. *Moldagem*: esta é a etapa mais importante do processo completo, pois é onde se dá o formato desejado à polpa. A massa passa através de uma máquina que trabalha com dois rotores sincronizados, que dão a forma da embalagem, através de operações de pressão e sucção do excesso de água. Nestes rotores são acoplados ferramentais que contém os diferentes moldes necessários para a produção de todos os tipos de produtos. Estas ferramentais recebem o nome de "padrões de moldagem", em que cada um destes padrões pode conter moldes para a fabricação de um único, dois ou até três tipos de produtos diferentes.

   A produção dos diferentes produtos está relacionada com a utilização dos padrões de moldagem. Cada um destes possui diferente composição (moldes para produtos diferentes) e taxas de produção. Por exemplo, um mesmo padrão de moldagem pode conter moldes para a produção do produto A e B, implicando a produção simultânea de 150.000 unidades de A por hora, e 200.000 unidades de B por hora de produção. Da mesma forma, outro padrão de moldagem diferente pode conter a mesma composição (moldes para os produtos A e B), no entanto, pode produzi-os com uma taxa de produção diferente, por exemplo, 200.000 unidades de A e 100.000 unidades de B por hora de produção.

5. *Secagem*: nesta etapa, o material proveniente da etapa anterior passa através de uma esteira por uma estufa industrial, durante um tempo aproximado entre 10 e 15 minutos, onde o material é submetido a temperaturas que variam entre 180.C e 340.C. Ao término desta etapa, o material encontra-se mais resistente e sem umidade.

6. *Prensagem*: nesta etapa se da um melhor acabamento e uma maior resistência ao material, deixando-o apto para a distribuição e expedição aos clientes finais.

Apesar do processo de produção envolver diversas etapas, este pode ser considerado como um processo mono-estágio em vista da continuidade do material desde a primeira até a última etapa do processo, sem estoques intermediários. Note que a produção de diversos produtos depende da utilização dos diferentes padrões de moldagem de modo que não existe um único lote de produto, mas sim um único lote de processo, em que cada processo é representado pelos diferentes padrões de moldagem existentes.

Neste sentido, as decisões envolvidas no planejamento e programação da produção na indústria de embalagens em polpa moldada relacionam-se com a escolha dos padrões de moldagem a serem utilizados, o tempo de produção de cada linha sob a configuração de cada um desses padrões (dimensionamento de lotes de processo), e a sequência em que os padrões devem ser programados (sequenciamento de lotes de processo).

Outras das características importantes do sistema de produção estudado está relacionada com os tempos e custos de preparação, os quais são dependentes da sequência e obedecem à desigualdade triangular. Os tempos de preparação são consideravelmente altos, variando entre 20 minutos e 48 horas, como no caso da produção de embalagens em polpa moldada para acondicionamento de ovos e frutas. Já os custos de preparação envolvem o custo de oportunidade envolvido na parada das máquinas para efetuar as operações de *setup,*além do custo de mão de obra especializada. Além disso, a produção simultânea de diferentes produtos com diferentes comportamentos de demanda, propicia o acumulo de estoque de itens de alta demanda, portanto, os níveis de estoque precisam ser controlados.

3. Modelos matemáticos

Nesta seção são apresentadas duas abordagens para representar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de processo na indústria de embalagens em polpa moldada. a primeira abordagem consiste numa formulação baseada no problema de dimensionamento de lotes capacitado (CLSP) proposto por Almada-Lobo et al. (2007), e a segunda consiste numa formualção baseada no problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes geral (GLSP) (MEYR, 2002; FERREIRA et al., 2012).

Para a representação matemática do problema são considerados os seguintes elementos e pressupostos: assume-se um sistema de linhas de produção paralelas, para as quais estão disponíveis todos os padrões de moldagem em qualquer instante de tempo; a demanda deve ser atendida totalmente, sem atrasos; e finalmente, existem penalidades associadas ao desvio dos níveis de estoque em relação às metas definidas.

3.1. Modelo CLSP

Esta abordagem consiste em um modelo matemático baseado na formulação proposta por Almada-Lobo et al. (2007) para o problema de dimensionamento de lotes capacitado, considerando múltiplas linhas de produção, decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes de processo ao invés de lotes de produto, e incorporando elementos na modelagem para o controle dos níveis de estoque. O modelo baseado no CLSP pode ser apresentado como segue:

Índices

k	Tipos de produto
$i,\ j$	Padroes de moldagem
l	Linhas de produção
t	Períodos de tempo

Parâmetros

N	Número de padrões de moldagem disponíveis
K	Número de itens (tipos de produto)
L	Linhas de produção disponívies
T	Períodos de tempo no horizonte de planejamento
I_{k0}	Nível de estoque do item$k$ no início do horizonte de planejamento
$I_{k(min)}$	Nível de estoque mínimo para o item k
$I_{k(max)}$	Nível de estoque máximo para o item k

h_k	Custo de estocar uma unidade do item k por período
α_k	Penalidade por unidade de estoque do item k acima do nível máximo
β_k	Penalidade por unidade de estoque do item k abaixo do nível mínimo
d_{kt}	Demanda do item k no periodo t
Q_{lt}	Capacidade da linha l no período t $(horas)$
P_{ki}	Unidades do item k obtidas a partir do padrão i $(unidades/hora)$
st_{ij}	Tempo de preparação requerido para configurar a linha do padrão i para o padrão j
c_{ij}	Custo de preparação envolvido na troca do padrão i para o padrão j
M_{lit}	Limitante superior para as horas de produção de cada padrão, em cada linha, e para cada periodo de tempo

Variáveis de decisão

x_{lit}	Horas de produção da linha l sob a configuração do padrão $i,$ no período t
I_{kt}	Unidades do item k estocadas ao final do periodo t
y_{lit}	Indica se a linha l está configurada para o padrão i no início do periodo t $(y_{lit} = 1),$ ou não $(y_{lit} = 1)$
z_{lijt}	Indica se na linha l há troca do padrão i para o padrão j no início do período t $(z_{lijt} = 1),$ ou não $(z_{lijt} = 0)$

Variáveis auxiliares

E^+_{kt}	Unidades do item k acima do nível de estoque máximo
E^-_{kt}	Unidades do item k abaixo do nível de estoque mínimo
f_{lit}	Variável auxiliar para a eliminação de ciclos dentro da sequência de programação dos padrões, em cada linha l e em cada periodo de tempo t
w_{lt}	Variável auxiliar que assume o valor de 0, se no mínimo uma preparação é realizada na linha $l,$ no periodo $t,$ e $w_{lt} = 1$ se não há preparação nenhuma nesse periodo.

$$\text{Minimizar} \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K} h_k I_{kt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{L}\sum_{i,j=1}^{N} c_{ij} z_{lijt} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k E^+_{kt} + \beta_k E^-_{kt}) \tag{1}$$

Sujeito a:

$$I_{kt} = I_{k(t-1)} + \sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{N} p_{ki} x_{lit} - d_{kt} \qquad \forall\, t = 1,\dots,T;\ k = 1,\dots,K \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{lit} + \sum_{i,j=1}^{N} st_{ij} z_{lijt} \le Q_{lt} \qquad \forall\, t = 1,\dots,T;\ l = 1,\dots,L \tag{3}$$

$$x_{lit} \le M_{lit}\left(y_{lit} + \sum_{j=1:\, j\neq i}^{N} z_{ljit}\right) \qquad \forall\, t = 1,\dots,T;\ l = 1,\dots,L;\ i = 1,\dots,N \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_{lit} = 1 \qquad \forall\, t = 1,\dots,T;\ l = 1,\dots,L \tag{5}$$

$$y_{lit} + \sum_{j=1:\, j\neq i}^{N} z_{ljit} = y_{li(t+1)} + \sum_{j=1:\, j\neq i}^{N} z_{lijt} \qquad \forall\, t = 1,\dots,T;\ l = 1,\dots,L;\ i = 1,\dots,N \tag{6}$$

$$f_{lit}+Nz_{lijt}-(N-1)-Ny_{lit} \leq f_{ljt} \qquad \forall t=1,\dots,T;\ l=1,\dots,L;\ i,j=1,\dots,N/i\neq j \quad (7)$$

$$y_{lit} \leq \sum_{j=1:\,j\neq i}^{N} z_{lijt} + w_{lt} \qquad \forall\, i=1,\dots,N;\ t=1,\dots,T;\ l=1,\dots,L \quad (8)$$

$$y_{lit} \leq \sum_{j=1:\,j\neq i}^{N} z_{lji(t-1)} + w_{l(t-1)} \qquad \forall\, i=1,\dots,N;\ t=2,\dots,T;\ l=1,\dots,L \quad (9)$$

$$1-w_{lt} \leq \sum_{i,j=1:\,j\neq i}^{N} \qquad \forall\, t=1,\dots,T;\ l=1,\dots,L \quad (10)$$

$$w_{lt} \leq 1-\frac{\sum_{i,j=1:j\neq i}^{N} z_{lijt}}{N} \qquad \forall\, t=1,\dots,T;\ l=1,\dots,L \quad (11)$$

$$I_{kt}+E_{kt}^{-}-E_{kt}^{+} \geq I_{k(min)} \qquad \forall\, k=1,\dots,K;\ t=1,\dots,T \quad (12)$$

$$I_{kt}+E_{kt}^{-}-E_{kt}^{+} \leq I_{k(max)} \qquad \forall\, k=1,\dots,K;\ t=1,\dots,T \quad (13)$$

$$I_{kt},\, x_{lit},\, f_{lit},\, E_{kt}^{+},\, E_{kt}^{-} \geq 0;\ y_{lit},\, z_{lijt} \in \{0,1\} \quad (14)$$

A função objetivo (1) visa à minimização dos custos representativos do sistema de produção envolvidos, que consistem nos custos de estocagem na primeira parcela, custos de preparação dependentes da sequência na segunda parcela, além das penalidades associadas às unidades acima e abaixo das metas de estoque.

As equações (2) correspondem às restrições de balanceamento, que relacionam às unidades produzidas de cada produto, sua demanda e níveis de estoque. A quantidade (lote) de produto é obtido através da relação entre as horas de utilização de cada padrão em cada linha e a taxa de produção desses padrões em relação ao produto considerado. Desta forma, não existe um único lote de produto, porém existe um único lote de processo, representado pelas horas de utilização de cada padrão de moldagem em particular.

O conjunto de desigualdades (3) refere-se ao consumo de capacidade em cada linha e em cada período do horizonte de planejamento. Note que a capacidade de cada linha é reduzida pelas horas de produção de cada padrão de moldagem utilizado e pelos tempos de preparação que são dependentes da sequência entre os padrões.

As restrições (4) estabelecem a relação entre a produção de cada padrão de moldagem em cada linha (em termos de horas) e o estado de preparação de cada uma delas, associado a um limitante superior. Desta forma, para cada período de tempo t e cada linha de produção l, o padrão i só pode ser utilizado se a linha estava preparada para ele no início do período ($y_{lit} = 1$), ou houve uma preparação a partir de qualquer outro padrão j para o padrão i nesse período $\left(\sum_{j=1:j\neq i}^{N} z_{ljit} = 1\right)$. Levando em conta que não são permitidos *backloggings*, caso o padrão i seja utilizado, o número de horas máximo que este pode ser utilizado em cada linha e em cada período pode ser obtido pela expressão (15).

$$M_{lit} = \min\left\{Q_{lt},\ \max_{k:p_{ki}\neq 0} \frac{\sum_{h=t}^{T} d_{kh}}{p_{ki}}\right\} \qquad \forall\, l=1,\dots,L;\ i=1,\dots,N;\ t=1,\dots,T \quad (15)$$

As equações (15) indicam que o limite de utilização de cada padrão de moldagem i, em cada na linha l e período t é o valor mínimo entre a capacidade da linha nesse período, e o máximo tempo que requer o atendimento da demanda remanescente para todos os itens que podem ser obtidos através do padrão i.

As restrições (5) garantem que cada linha de produção seja preparada para um único padrão de moldagem, ao início de cada período de tempo. As desigualdades (6) definem o sequenciamento dos lotes de produção. Observe que elas estabelecem a relação entre os estados iniciais de preparação da linha, e as trocas ao longo de cada período, como proposto em Almada-Lobo et al. (2007).

As equações (7) correspondem às restrições de eliminação de ciclos desconexos, que podem se formar no sequenciamento dos padrões de moldagem em cada período de tempo. As restrições (8) relacionam o estado de preparação inicial, as trocas ao longo de cada período e a variável w_{lt},fazendo esta última igual a 1, no caso em que a linha l esteja preparada para o padrão i no período t e $\sum_{j=1}^{N} z_{lijt} = 0$. Para o período imediatamente anterior, as desigualdades (9) estabelecem que se $y_{lit} = 1$, necessariamente houve uma troca de qualquer outro padrão j, para o padrão i em $t-1$ $\left(\sum_{j=1}^{N} z_{lji(t-1)} = 1\right)$, ou o estado de preparação foi preservado desde o período $t-1$ $\left(y_{li(t-1)} = 1\right)$, fazendo $w_{l(t-1)} = 0$. As restrições (10) e (11) são impostas de modo que a variável w_{lt} assuma obrigatoriamente o valor 0 nos casos em que $\sum_{j=1}^{N} z_{lijt} = 1$ ou $\sum_{j=1}^{N} z_{lji(t-1)} = 1$.

As desigualdades (12) e (13) contabilizam para cada item, e em cada per[iodo de tempo, as unidades abaixo do nível mínimo definido, e as unidades acima do nível máximo estabelecido, correspondentemente. Observe que a quantidade total de cada produto mantida em estoque é contabilizada apenas pela variável I_{kt}, entretanto a variável E^{+}_{kt} indicam quantas unidades do estoque estão acima do nível máximo estabelecido, e E^{-}_{kt} indica o desvio do volume estocado (em unidades), em relação ao nível mínimo definido. Estas restrições permitem o controle dos níveis de estoque, dado que as variáveis E^{+}_{kt} e E^{-}_{kt} estão na função objetivo, que é de minimização.

Finalmente as expressões (14) definem o domínio das variáveis. O número de horas de produção de cada padrão de moldagem é considerado como uma variável positiva, embora isto não garanta que o volume produzido de cada item seja uma quantidade inteira. Esta é uma aproximação aceitável no sistema de produção estudado devido aos grandes volumes de produção manipulados, e à definição de níveis mínimos de estoque para cada produto.

3.2. Modelo GLSP

Esta abordagem é baseada nas formulações propostas por Meyr (2002) e Ferreira et al. (2012) para o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Geral. Considerando os parâmetros e variáveis definidos anteriormente, além dos apresentados a seguir, o modelo pode ser apresentado como segue.

Índices

s Micro-períodos

Parâmetros

S Número total de micro-periodos

S_t Conjnto de micro-periodos pertencentes ao período t

Variáveis de decisão

x_{lis} Horas de produção da máquina $l,$ sob a configuração do padrão $i,$ no micro-período s

y_{lis} Indica se a linha l está configurada para o padrão i no início do micro-periodo s $(y_{lis} = 1),$ ou não $(y_{lis} = 0)$.

z_{lijs} Indica se a linha l há troca do padrão i para o padrão j no início do micro-eriodo s $(z_{lijs} = 1),$ ou não $(z_{lijs} = 0)$.

$$\text{Minimizar} \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K} h_k I_{kt} + \sum_{l=1}^{L}\sum_{i,j=1}^{N}\sum_{s=1}^{S} c_{ij} z_{lijs} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k E^{+}_{kt} + \beta_k E^{-}_{kt}\right) \tag{16}$$

Sujeito a:(12), (13)

$$I_k = I_{k(t-1)} + \sum_{l=1}^{L} \sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S_t} p_{ki} x_{lis} - d_{kt} \qquad \forall\, t = 1, \ldots, T;\; k = 1, \ldots K \tag{17}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{s \in S_t} x_{lis} + \sum_{i,j=1}^{N} \sum_{s \in S_t} st_{ij} z_{lijs} \leq Q_{lt} \qquad \forall\, t = 1, \ldots, T;\; l = 1, \ldots, L \tag{18}$$

$$x_{lis} \leq M_{li} y_{lis} \qquad \forall\, l = 1, \ldots, L;\; i = 1, \ldots, N;\; s = 1, \ldots, S \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_{lis} = 1 \qquad \forall\, l = 1, \ldots, L;\; s = 1, \ldots, S \tag{20}$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_{lijs} \leq y_{ljs} \qquad \forall\, l = 1, \ldots, L;\; j = 1, \ldots, N;\; s = 1, \ldots, S \tag{21}$$

$$y_{li(s-1)} = \sum_{j=1}^{N} z_{lijs} \qquad \forall\, l = 1, \ldots, L;\; i = 1, \ldots, N;\; s = 1, \ldots, S \tag{22}$$

$$\sum_{j=1}^{N} z_{lijs} = y_{lis} \qquad \forall\, l = 1, \ldots, L;\; i = 1, \ldots, N;\; s = 1, \ldots, S \tag{23}$$

$$I_{kt},\, x_{lis},\, E^{+}_{kt},\, E^{-}_{kt},\, \geq 0;\; y_{lis}, z_{lijs} \in \{0, 1\} \tag{24}$$

Da mesma forma que na abordagem CLSP, esta formulação define lotes de processo, e não de lotes de produto como no GLSP clássico, além de incorporar decisões sobre o controle nos níveis de estoque de cada produto. A função objetivo (16) visa à minimização dos custos de estocagem, custos de preparação, e as penalidades do desvio do volume em estoque, em relação às metas de estoque definidas.

O conjunto de restrições (17) representa o balanceamento de estoques de cada item em cada período, relacionando as horas de produção de cada padrão de moldagem em cada micro-período, as demandas por produto e os níveis de estoque de cada um destes. As restrições (18) impõem para cada linha e período de tempo, que as horas de produção dos diferentes padrões, mais o tempo consumido nas operações de preparação, não excedam a capacidade disponível da linha nesse período.

As restrições (19) garantem que um padrão de moldagem possa ser utilizado, se e somente se, a linha estiver configurada para esse padrão nesse micro-período. O número máximo de horas que qualquer padrão pode ser utilizado em cada micro-período pode ser aproximado também pela expressão (15). As restrições (20) garantem que cada linha esteja configurada para um único padrão de moldagem em cada micro-período de tempo.

As restrições (21) relacionam os estados de preparação de cada micro-periodo, com as variáveis de troca. As restrições (22) e (23) garantem o fluxo de configurações das linhas de produção e preservação entre os micro-periodos e macro-periodos de tempo. Finalmente, as restrições (12) e (13) contabilizam as unidades em estoque em estoque fora das metas estabelecidas, e as restrições (24) definem o domínio das variáveis.

De forma geral, os modelos das abordagens CLSP e GLSP diferenciam-se principalmente nas suas estruturas para as decisões de sequenciamento na programação dos padrões de moldagem em cada linha. Na abordagem CLSP são permitidas várias trocas em um mesmo período de tempo, utilizando uma variável binária que relaciona o estado inicial da linha, e as trocas realizadas ao longo do período, respeitando as relações de precedência entre os padrões de moldagem. Adicionalmente, são consideradas restrições de eliminação de ciclos, de modo que para cada linha em cada período não se apresentem ciclos não conexos. Já na abordagem baseada no GLSP, o sequenciamento e o número de trocas em cada período de tempo depende do número de micro-períodos de cada período de tempo, e da relação de cada padrão de moldagem utilizada em cada um desses micro-períodos.

4. Experimentos computacionais

A fim de avaliar o desempenho computacional das abordagens propostas, os modelos foram testados sobre dois conjuntos de exemplares reais de pequeno e médio porte. O primeiro conjunto corresponde a 12 exemplares que envolvem informações reais de previsões de demanda e níveis de estoque, para um conjunto de 11 produtos e 12 padrões de moldagem. Considerou-se um sistema de produção de três linhas paralelas, e um horizonte de planejamento de 4 períodos (semanas de produção). De modo a efetuar comparações entre os modelos propostos, no caso do modelo GLSP, o número de micro-períodos por período de tempo foi igualado ao número máximo de trocas possíveis, isto é o número de padrões de moldagem disponíveis, o que totaliza 48 micro-períodos no horizonte de planejamento. A Tabela 1 apresenta os resultados dos modelos neste primeiro conjunto de exemplares, indicado a solução final obtida, o melhor limitante, o gap de otimalidade, e o tempo de execução.

Todos os experimentos computacionais realizados foram executados na linguagem algebrica GAMS (*Generic Algebraic Modeling System*) versão 22.6, com o solver CPLEX versão 11.0, em um processador Intel Corei5-2430M, 2.40GHz e 6 GB de memória RAM. O tempo de execução foi limitado a 3 horas para a resolução de cada exemplar.

De modo geral observe que o modelo CLSP consegue resolver de forma ótima todos os exemplares do primeiro grupo, com um tempo médio de aproximadamente 166,40 segundos. Note que, em poucos segundos o modelo CLSP é capaz de encontrar a solução ótima, como no caso do exemplar 6, que foi resolvido em aproximadamente 8,54 segundos. Já o exemplar 1 mostrou-se como o mais difícil de resolver, demorando aproximadamente 24 minutos para encontrar a solução ótima.

	Modelo CLSP				**Modelo GLSP**			
Ex.	Solução	Melhor limitante	*Gap*	Tempo de execução (s)	Solução	Melhor limitante	*Gap*	Tempo de execução (s)
1	39.819,5	39.819,5	0	1.423,4	40.222,5	26.622,6	33,81%	10.800
2	15.959,9	15.959,9	0	32,61	15.959,9	15.959,9	0	250,81
3	16.231,9	16.231,9	0	22,76	16.231,9	16.231,9	0	318,98
4	33.709,7	33.709,7	0	12,01	33.709,7	33.709,7	0	3.108,11
5	26.191,8	26.191,8	0	98,12	26.191,8	24.853,8	5,10%	10.800
6	28.337,9	28.337,9	0	8,54	28.337,9	28.337,9	0	139,98
7	23.338,2	23.338,2	0	25,34	23.338,2	23.338,2	0	883,23
8	18.184,4	18.184,4	0	45,90	18.184,4	18.184,4	0	304,13
9	19.337,1	19.337,1	0	47,13	19.337,1	19.337,1	0	1.118,13
10	17.100,2	17.100,2	0	16,13	17.100,2	17.100,2	0	324,39
11	19.341,7	19.341,7	0	21,15	19.341,7	19.341,7	0	5.851,88
12	31.617,1	31.617,1	0	243,76	31.617,1	25.351,14	24,71%	10.800
	Tempo médio			166,40	**Tempo médio**			3.724,97

Tabela 1: Resultados dos experimentos computacionais para os exemplares do grupo 1

Observe nos resultados referente ao modelo GLSP que a solução ótima somente foi encontrada para 9 dos 12 exemplares testados, além que o tempo computacional envolvido é significativamente maior que o resultante do modelo CLSP para o mesmo conjunto de instâncias. Note que, após três horas de execução, não foi possível encontrar a solução ótima para os exemplares 1, 5 e 12, sendo que a solução final apresenta um *gap* de aproximadamente 33,81% , 3,10% e 24,71% respectivamente. Perceba que o esforço computacional do modelo GLSP para resolver os exemplares de pequeno porte é maior que o esforço do modelo CLSP, sendo que o tempo de execução médio de este é aproximadamente 22 vezes o tempo médio do modelo CLSP.

Estes resultados sugerem que o modelo GLSP apresenta maior dificuldade na resolução dos exemplares, em vista do número de micro-períodos definidos neste conjunto de testes. Por exemplo, o número de micro-períodos por período de tempo, e portanto o número máximo de trocas possíveis por período foi aproximado ao número de padrões de moldagem disponíveis (12 para este conjunto de exemplares). No entanto, as soluções ótimas dos exemplares apresentam entre 1 e 2 trocas por período. Desta forma, a superestimação do número de micro-períodos influencia significativamente no desempenho do modelo GLSP. A fim de complementar a análise, e verificar se ambos os modelos representam adequadamente as decisões envolvidas no planejamento e programação da produção da indústria estudada, um segundo conjunto de exemplares reais foi testado. Estes exemplares compreendem informações reais uma fábrica do setor, os quais incluem previsões de demanda e níveis de estoque de 14 itens diferentes, que podem ser produzidos a partir de 19 padrões de moldagem. De modo a analisar as possíveis variações no desempenho computacional do modelo GLSP, o número de micro-períodos por período de tempo foi definido com base na experiência e conhecimento dos responsáveis pelo planejamento e programação da produção, definindo-se assim 4 micro-períodos em cada período de tempo. Da mesma forma que no primeiro grupo de exemplares testados, o tempo de execução foi limitado para 3 horas. Os resultados são apresentados a seguir na Tabela 2.

Observe que, diferente dos resultados obtidos para o conjunto de exemplares do grupo 1 em que a maioria deles foram resolvidos de forma ótima, neste conjunto de instâncias o modelo CLSP consegue a solução ótima somente para 3 dos exemplares testados, entretanto o modelo GLSP consegue resolver de forma ótima 50% das instâncias deste grupo, o que evidencia o impacto significativo que teve as variações do tamanho dos exemplares. Note também que o GLSP fornece melhores resultados que o modelo CLSP no conjunto de exemplares testados, gerando melhores soluções em todos eles, com exceção do Exemplar 1 e Exemplar 12.

	Modelo CLSP				**Modelo GLSP**			
Ex.	Solução	Melhor limitante	*Gap*	Tempo de execução (s)	Solução	Melhor limitante	*Gap*	Tempo de execução (s)
1	63.379,6	23.908,5	62,28%	10.800	71.568,4	26.872,5	62,45%	10.800
2	22.562,5	22.562,5	0	4.316,6	22.562,5	22.562,5	0	118,7
3	19.325,6	18.924,8	2,07%	10.800	19.325,6	19.325,6	0	5.856,9
4	38.031,7	38.031,7	0	1.411,1	38.031,7	38.031,7	0	433,5
5	23.882,8	23.535,6	1,45%	10.800	23.882,9	23.882,9	0	2.277,3
6	36.508,8	27.747,6	24%	10.800	36.290,4	35.485,9	2,27%	10.800
7	39.743,9	25.438,7	36%	10.800	35.718,5	35.445,1	0,77%	10.800
8	20.432,1	20.432,1	0	1.276,8	20.432,1	20.432,1	0	1.591
9	31.554,2	18.628,4	40,97%	10.800	31.554,2	29.783,9	5,61%	10.800
10	33.548,8	15.359,7	54,22%	10.800	25.568,2	19.379,25	24,20%	10.800
11	20.891,4	17.181,6	17,76%	10.800	20.476,8	20.476,8	0	6.362
12	26.549,1	25.287,3	4,75%	10.800	26.727,7	25.037,1	6,32%	10.800
	Tempo médio			8.683,7	**Tempo médio**			6.786,6

Tabela 2: Resultados dos experimentos computacionais para os exemplares do grupo 2

Em relação aos melhores limitantes, note que o GLSP fornece melhores limitantes nos exemplares 1-11, sendo que estes resultam maiores ou iguais aos melhores limitantes resultantes do CLSP. A superioridade do modelo GLSP nas soluções encontradas e nos melhores limitantes ao término da resolução dos exemplares é também refletido no *gap* gerado pelo CPLEX. Perceba que o GLSP apresenta um *gap* menor que o CLSP em todos os exemplares, com exceção do Exemplar 1 e Exemplar 12. Note também que, neste conjunto de exemplares o tempo médio de resolução do modelo GLSP é aproximadamente 21,8% menor que o tempo de execução médio dos exemplares através do modelo CLSP. Estes resultados satisfatórios do modelo GLSP podem ser atribuídos à determinação do número de micro-períodos com base na experiência do pessoal envolvido no processo. No entanto, quando o número de micro-períodos é aproximado ao número total de padrões de moldagem disponíveis, como no grupo de exemplares 1, o modelo GLSP apresenta um esforço computacional maior. É importante ressaltar que ambos os modelos representam adequadamente as decisões envolvidas no planejamento e programação da produção neste tipo de indústria, e são capazes de gerar planos de produção plausíveis de serem implementados na prática. Outros testes realizados indicam que o plano de produção decorrente de uma solução factível ao termo de 3 horas de execução de qualquer um dos modelos, sugerem o atendimento total da demanda, assim como também reduções de até 9% da capacidade consumida e até 25% dos tempos de *setup* (PéREZ, 2013).

5. Conclusões

Neste trabalho, estudou-se o problema de planejamento e programação da produção na indústria de embalagens de polpa moldada, cujas decisões relacionam-se com o dimensionamento e sequenciamento de lotes de processos, envolvendo a escolha de padrões de moldagem, o tempo de produção destes, e a forma em que devem ser sequenciados. Para representar estas decisões foram propostos dois modelos baseados nas formulações clássicas do CLSP e GLSP. Os modelos propostos demonstraram sua capacidade de resolver exemplares de pequeno porte de forma ótima, e a sua capacidade de fornecer soluções factíveis e adequadas, ao termo de três horas de execução para um conjunto de exemplares reais representativas de uma fábrica do setor. O modelo GLSP apresentou vantagem nas instâncias de maior tamanho, conseguindo resolver 50% dos exemplares de forma ótima e providenciando soluções factíveis com *gap* inferior ao 10% em aproximadamente 33% desse grupo de instâncias. Já o modelo CLSP somente conseguiu resolver de forma ótima 3 dos 12 exemplares testados no segundo grupo. No entanto, o desempenho computacional satisfatório do modelo GLSP é influenciado diretamente pela escolha do número de micro-períodos por período de tempo, o qual foi definido com base na experiência empírica do pessoal diretamente envolvido com o planejamento da produção na fábrica estudada.

Referências

ALMADA-LOBO, B. et al. Single Machine Multi-product Capacitated Lotsizing with Sequence-dependent Setups. *International Journal of Production Research*, v. 45, n. 20, p. 4873–4894, 2007.

ARAUJO, S.; ARENALES, M. Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: modelagem, método de resolução e resultados computacionais. *Pesquisa Operacional*, v. 20, n. 2, p. 287–306, 2000. Disponível em: ⟨http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-74382000000200010\&script=sci_arttext⟩.

ARAUJO, S. a.; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, v. 13, n. 4, p. 337–358, abr. 2007. ISSN 1381-1231. Disponível em: ⟨http://link.springer.com/10.1007/s10732-007-9011-9⟩.

ARENALES, M. N. et al. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, 2007. 544 p.

BOUCHRIHA, H.; OUHIMMOU, M.; D Amours, S. Lot sizing problem on a paper machine under a cyclic production approach. *International Journal of Production Economics*, v. 105, n. 2, p. 318–328, fev. 2007. ISSN 09255273. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925527305002318⟩.

CAMARGO, V. C. B. *Optimization of processes in textile industry: models and solution methods*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2012.

CLARK, A. R.; MORABITO, R.; TOSO, E. A. V. Production setup-sequencing and lot-sizing at an animal nutrition plant through ATSP subtour elimination and patching.

Journal of Scheduling, v. 13, n. 2, p. 111–121, out. 2010. ISSN 1094-6136. Disponível em: ⟨http://link.springer.com/10.1007/s10951-009-0135-7⟩.

DEFALQUE, C. M. *Estratégias para incorporação das decisões de sequenciamento em um problema integrado de produção de bebidas.* 106 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", 2010.

FERREIRA, D. et al. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, Elsevier, v. 136, n. 2, p. 255–265, abr. 2012. ISSN 09255273. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925527311004919⟩.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier B.V., v. 196, n. 2, p. 697–706, jul. 2009. ISSN 03772217. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221708003391⟩.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 4, p. 684–691, abr. 2010. ISSN 03050548. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305054809001695⟩.

KARIMI, B.; GHOMI, S. F.; WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, v. 31, n. 5, p. 365–378, out. 2003. ISSN 03050483. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0305048303000598⟩.

LUCHE, J. R.; MORABITO, R.; PUREZA, V. Combining process selection and lot sizing models for production scheduling of electrofused grains. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, v. 26, n. 3, p. 421–443, 2009.

LUSTOSA, L. J.; MESQUITA, M. A.; OLIVEIRA, R. J. *PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO*. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2008. 355 p.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, v. 139, n. 2, p. 277–292, jun. 2002. ISSN 03772217. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221701003733⟩.

PéREZ, K. Y. P. *Planejamento da produção na indústria de embalagens de polpa moldada*. 2013. 128 p.

SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B. Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier Ltd, v. 63, n. 1, p. 1–12, ago. 2012. ISSN 03608352. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835212000204⟩.

SANTOS-MEZA, E.; SANTOS, M. O.; ARENALES, M. N. A lot-sizing problem in an automated foundry. *European Journal of Operational Research*, v. 139, n. 3, p. 490–500, jun. 2002. ISSN 03772217. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221701001965⟩.

TOSO, E.; MORABITO, R.; CLARK, A. Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier Ltd, v. 57, n. 3, p. 813–821, out. 2009. ISSN 03608352. Disponível em: ⟨http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S036083520900076X⟩.