

MODELO MULTICRITÉRIO DE COMPARAÇÃO PAR A PAR BASEADO NO AHP: PROPOSTA DE LINEARIZAÇÃO DO PROCESSO DE COMPARAÇÃO

Giancarlo Ribeiro Vasconcelos

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, 50670-901- Recife – PE
professorgnove@gmail.com

Caroline Maria de Miranda Mota

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, 50670-901- Recife – PE
carol3m@gmail.com

RESUMO

O método AHP é um dos mais utilizados e estudados por especialistas e pesquisadores desde sua criação. Proporcional a quantidade de artigos que apresentam exemplos de aplicação é a quantidade de artigos que discutem problemas do método. Alguns autores já apresentaram propostas de variantes do método AHP que buscam solucionar estes problemas. Este artigo apresenta brevemente os problemas relacionados ao uso do método enfatizando problemas com em que o decisor se depara com muitos critérios e alternativas. A proposta de solução do problema chamada "linearização do processo de comparação" é baseada no uso de um procedimento que garante a consistência da matriz de comparação e reduz significativamente o tempo que o decisor dedica ao do processo de comparação par a par. Ao final do artigo são realizadas simulações para identificar a influência da consistência e inconsistência da avaliação do decisor no processo decisório.

PALAVRAS CHAVE: Decisão Multicritério, Razão de Consistência, Comparação Par a Par.

ABSTRACT

The AHP method is one of the most used and studied by experts and researchers since its conception. Proportional to the amount of articles showing examples of its application is the number of articles discussing weaknesses of the method. Some authors have already presented proposals for variants of the AHP method that seek to address these problems. This article briefly presents the related problems to the use of the AHP method, emphasizing problems in which the decision maker is faced with several criteria and alternatives. The proposed solution to the problem called "linearization of the comparison process" is based on the use of a procedure that ensures the consistency of comparison matrix and significantly reduces the time that the decision maker devotes to the pairwise comparison process. At the end of the article simulations are conducted to identify the influence of consistency and inconsistency of the decision maker's assessment in decision making.

KEYWORDS: Multicriteria Decision, Consistency Ratio, Pairwise Comparison.

1. Introdução

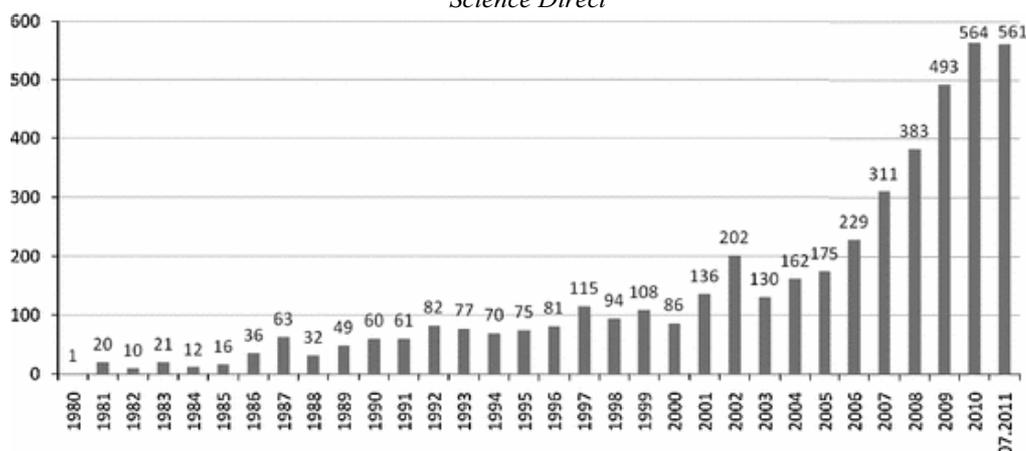
O método AHP - *Analytic Hierarchy Process* proposto por Saaty (1977; 1982) e Saaty R. W. (1987), é uma técnica para converter avaliações subjetivas de importância relativa em um vetor de prioridades. Trata-se de um método aditivo com comparação par a par (Almeida, 2011 e 2013).

O AHP (Saaty, 1982, 1988 e 1995) é, provavelmente, a abordagem MCDA mais conhecida e amplamente utilizada (Ho, 2008). O Método AHP, desde a sua introdução, atrai cada vez mais atenção dos pesquisadores (Gaul e Gastes, 2012), como apresentado na Figura 1. Ele é baseado em três princípios: a construção de uma hierarquia, a definição de pesos e a consistência lógica.

O método AHP tem a vantagem de decompor um problema de decisão em suas partes constituintes e criar hierarquias de critérios. Ao fazer isso, o problema de decisão é desagregado em seus mínimos elementos. Aqui, a importância de cada elemento (critério) torna-se clara (Macharis et al, 2004; Almeida, 2011).

Julgamentos comparativos são feitos nos critérios decompostos e nas alternativas do problema utilizando a Escala Fundamental de Saaty (Saaty, 1980) apresentada na Tabela 1.

Figura 1 - Número de artigos por ano relacionados ao método AHP, consulta no banco de dados *Science Direct*



Fonte: Gaul e Gastes (2012).

No Processo de Análise Hierárquica (AHP) cada critério é comparado com todos os outros critérios para determinar o "peso" de cada um e, dentro de cada critério, cada alternativa é comparada com todas as outras. Como resultado, o número de comparações que o decisor faz rapidamente se torna grande e quase impraticável (Lim e Swenseth, 1993).

Tabela 1 - Escala Fundamental de Saaty

1	Igual importância	As duas atividades contribuem igualmente para o objetivo.
3	Importância pequena de uma sobre outra	A experiência e o julgamento favorecem levemente uma atividade em relação à outra
5	Importância grande ou essencial	A experiência e o julgamento favorecem fortemente uma atividade em relação à outra.
7	Importância muito grande ou demonstrada	Uma atividade é muito fortemente favorecida em relação à outra, sua dominação de importância é demonstrada na prática.
9	Importância absoluta	A evidência favorece uma atividade em relação à outra com o mais alto grau de certeza.
2, 4, 6 e 8	Valores intermediários	Quando se procura uma condição de compromisso entre duas definições.

Fonte: Saaty (1980).

Os "pesos" ou medidas de importância relativa são obtidos através de matrizes de comparação par a par, as quais são finalmente recombinadas, agregando-se os valores de cada alternativa juntamente aos "pesos" de cada critério e/ou subcritério, obtendo assim uma classificação das alternativas.

A análise de consistência é realizada para verificar se o juízo de valor do decisor não se contradiz quando o mesmo realiza as comparações par a par.

1.1 Críticas ao AHP

O método AHP esta distante de ser uma unanimidade, os artigos relacionados ao AHP apresentam tanto aplicações quanto problemas relacionados ao método, bem como sugerem soluções.

Quase ao mesmo tempo em que surgiu, o AHP começou a receber críticas devido às reversões de *ranking* ocorridas quando inclui-se ou exclui-se alternativas (Watson e Freeling, 1982; Belton e Gear, 1983; Dyer e Wendell, 1985; Schoner e Wedley, 1989; Dyer, 1990). Dyer (1990) afirma que o método AHP é falho como um procedimento e as classificações das alternativas feita por este procedimento são arbitrárias.

Dentre os principais problemas discutidos na literatura, relacionam-se (Belton e Stewart, 2002; Smith e von Winterfeldt, 2004; Almeida, 2011 e 2013; Bana e Costa, e Vansnick, 2008).

- Reversão de Ordem.
- A interpretação para os pesos dos critérios, representando a importância relativa.
- Uso de escala de razão para todos os julgamentos, que implica na existência do zero absoluto.
- Interpretação numérica da escala verbal utilizada na (comparação) elicitación.

Dentre os problemas apresentados o mais discutido é a Reversão de Ordem, ou seja, a posição relativa das alternativas pode ser alterada, dependendo da introdução ou remoção de alternativas antes não consideradas na análise (Gomes et al., 2004).

Com o intuito de evitar a inversão de ordens alguns autores sugerem a utilização de uma escala absoluta e o abandono da escala relativa. Versões do Método AHP que utilizam estas escalas foram apresentadas: Método AHP Multiplicativo (Loostma, 1990), o Método AHP Referenciado (Watson e Freeling, 1982) e o Método AHP B-G (Belton e Gear, 1985).

Em resposta aos problemas apresentados, um modelo ideal de medição relativa foi formulado por Saaty (1993). No modelo ideal, as alternativas são normalizados de modo que a melhor (em cada nível) recebe valor 1 e os valores das outras alternativas são obtidos tomando como referência a melhor alternativa. Esse artifício faz com que enquanto a melhor alternativa não é excluída e nem uma alternativa melhor acrescentada, a ordem de classificação das alternativas não muda. Embora este modelo ideal mantenha a posição no ranque os seus pesos de critérios não necessariamente produzem escores corretos (Shoner et al., 1993).

Shoner e Wedley, 1989, argumentam que a inversão de ordem não é resultado simples da introdução ou remoção de alternativas antes não consideradas, mas sim da não reanálise dos valores atribuídos anteriormente.

Outro problema apresentado pelo AHP, de ordem de aplicabilidade, se encontra no uso do método em situações em que o número de critérios e alternativas é muito grande (Millet e Harker, 1990). Em situações como essas a quantidade de comparações par a par feita pelo decisor cresce assustadoramente.

O tempo em que analistas de decisão passam com os decisores é cada vez mais escasso e convencer um alto executivo a dispendir horas, quem sabe dias, fazendo comparações par a par, de alternativas e critérios, pode ser inviável.

Tomemos como base uma situação hipotética, mas que perfeitamente pode se repetir na realidade. Consideremos um problema multicritério em que o decisor deve fazer a comparação par a par de cinco critérios e dez alternativas. Em uma situação como essa o decisor vai ter que dispor de tempo para realizar 235 avaliações. A Tabela 2 apresenta o número de comparações par a par em função do número de critérios e alternativas. O número de alternativas é, com certeza a maior fonte de comparações já que todas alternativas devem ser comparadas considerando cada um dos critérios.

Tabela 2 – Número de comparações par a par em função do número de critérios e alternativas.

		Número de Alternativas								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de Critérios	2	3	7	13	21	31	43	57	73	91
	3	6	12	21	33	48	66	87	111	138
	4	10	18	30	46	66	90	118	150	186
	5	15	25	40	60	85	115	150	190	235
	6	21	33	51	75	105	141	183	231	285
	7	28	42	63	91	126	168	217	273	336
	8	36	52	76	108	148	196	252	316	388
	9	45	63	90	126	171	225	288	360	441
	10	55	75	105	145	195	255	325	405	495

Alguns autores já apresentaram propostas de solução para este problema. Weiss e Rao (1987) propõem reduzir o número necessário de perguntas feitas a cada decisor através da utilização de blocos incompletos administrados a diferentes decisores.

Harker, 1987, desenvolveu uma técnica de comparação par a par incompleta (IPC), desenvolvido que busca reduzir esse esforço por ordenar as perguntas em ordem decrescente de valor informativo e parando o processo quando o valor adicionado de perguntas diminui abaixo de certo nível.

Este artigo apresentará uma proposta de avaliação par a par que busca reduzir do número de comparações feitas pelo decisor em problemas com muitos critérios e alternativas, diminuindo o processo de avaliação comparativo, sem perda de informação no processo, a proposta pode ser aplicada para avaliação intra-critério das alternativas, criando uma escala de valor para os critérios, que podem ser avaliados, posteriormente, por um procedimento de agregação aditivo. Um exemplo simples apresentado no item 3 demonstra economias impressionantes no número de comparações que o decisor é obrigado a fazer ao usar o AHP para problemas complexos.

2. O procedimento de "linearização do processo de comparação"

Su, 2008, afirma que o ser humano, ao longo da vida, toma mais decisões boas que ruins e que a irracionalidade dos decisores é uma das causas das decisões erradas. O mesmo autor propõe um modelo para capturar os desvios no processo de tomada de decisão (irracionalidade) para melhorar o processo de tomada de decisão e reduzir os vieses causados por julgamentos inconsistentes.

O AHP usa a capacidade humana de utilizar seu conhecimento e sua experiência para comparar alternativas e critérios par a par e montar as matrizes de comparação (Toma e Asharif, 2003). A inconsistência surge quando algumas opiniões da matriz de comparação se contradizem com outras. É importante verificar a consistência das opiniões efetuando uma série de cálculos para se chegar ao valor da Razão de Consistência (RC), que indica a consistência ou não da matriz de comparação. Do ponto de vista do AHP, é desejável que a RC de qualquer matriz de comparação seja menor ou igual a 0,10.

Uma matriz de comparação com RC igual a zero é o diagnostico de um decisor totalmente consistente, essa matriz é chamada de matriz recíproca ou matriz consistente (Golany et al, 1993).

Oliveira e Belderrain, 2008, apresentam a seguinte demonstração: Uma matriz quadrada diz-se recíproca e positiva quando $a_{ij} = 1/a_{ji}$, para todo $a_{ij} > 0$. Seja uma matriz A recíproca e positiva onde $a_{21} = 1/a_{12}$, $a_{31} = 1/a_{13}$, $a_{32} = 1/a_{23}$ e $a_{ij} = 1$.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{23} \\ 1/a_{13} & 1/a_{23} & 1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Uma matriz será consistente quando $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj}$. Seja uma matriz A consistente onde $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_{ki}}$.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{13}/a_{12} \\ 1/a_{13} & a_{12}/a_{13} & 1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

A concepção da abordagem proposta segue uma linha de raciocínio que deve começar com a resposta de algumas questões que seguem: O quanto a permissão de um RC menor que 0,10 pode influenciar a recomendação final? Se utilizássemos um procedimento para garantir que a matriz de comparação seja consistente estaríamos ultrapassando um limite e influenciando o julgamento do decisor? A resposta mais comum é que desejamos um julgamento consistente desde que se baseie nas preferências do decisor?

A linearização do processo de comparação exige do decisor apenas que realize as comparações de uma das linhas da matriz de comparação, os demais valores são preenchidos normalmente obedecendo aos pressupostos matemáticos de uma matriz recíproca. A matriz de comparação resultante será consistente e baseada na comparação que o decisor fez de todos os critérios ou alternativas em relação a um critério ou alternativa previamente escolhida. A Tabela 3 apresenta a matriz preenchida pelo procedimento de linearização do processo de comparação quando o decisor, neste exemplo específico, realiza apenas as comparações da primeira linha da matriz.

Seja $C_{ci/cj}$ o índice de comparação do critério i em relação ao critério j.

Tabela 3 - Matriz preenchida pelo procedimento de linearização do processo de comparação

	C1	C2	C3	C4	...	Cn
C1	$C_{C1/C1}$	$C_{C1/C2}$	$C_{C1/C3}$	$C_{C1/C4}$...	$C_{C1/Cn}$
C2	$\frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/C2}}$	$C_{C2/C2}$	$\frac{C_{C1/C3}}{C_{C1/C2}}$	$\frac{C_{C1/C4}}{C_{C1/C2}}$...	$\frac{C_{C1/Cn}}{C_{C1/C2}}$
C3	$\frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/C3}}$	$\frac{C_{C1/C2}}{C_{C1/C3}}$	$C_{C3/C3}$	$\frac{C_{C1/C4}}{C_{C1/C3}}$...	$\frac{C_{C1/Cn}}{C_{C1/C3}}$
C4	$\frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/C4}}$	$\frac{C_{C1/C2}}{C_{C1/C4}}$	$\frac{C_{C1/C3}}{C_{C1/C4}}$	$C_{C4/C4}$...	$\frac{C_{C1/Cn}}{C_{C1/C4}}$
...
Cn	$\frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/Cn}}$	$\frac{C_{C1/C2}}{C_{C1/Cn}}$	$\frac{C_{C1/C3}}{C_{C1/Cn}}$	$\frac{C_{C1/C4}}{C_{C1/Cn}}$...	$C_{Cn/Cn}$

Para provar que a matriz de comparações satisfaz o critério de consistência e reciprocidade, $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_{ki}}$, realiza-se o seguinte teste.

$$a_{21} = \frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/C2}} \text{ e } a_{13} = C_{C1/C3} \text{ .Logo } a_{23} = a_{21} \times a_{13} = \frac{C_{C1/C1}}{C_{C1/C2}} \times C_{C1/C3}$$

$$\text{Como } \frac{C_{C1}}{C_1} = 1 \rightarrow a_{23} = \frac{C_{C1/C3}}{C_{C1/C2}} \text{ . } cqd.$$

A utilização deste artifício reduz sensivelmente o número de comparações realizadas pelo decisor conforme apresentado na Tabela 4. Consideremos um problema com sete critérios e oito alternativas. Utilizando o método AHP tradicional o decisor realizará 217 comparações, enquanto utilizando a processo de linearização da matriz de comparação o número de comparações reduz para 55 (Tabela 4).

É grande a redução do esforço do decisor quando se utiliza a linearização da matriz de comparação, o que pode refletir numa avaliação mais cuidadosa das comparações par a par. Por outro lado, um erro (ou grande imprecisão) na avaliação de comparação par a par inicial pode inserir distorções no processo de decisão. Diante dessa situação realizou-se um procedimento de simulação com dados fictícios com o objetivo de observar a associação entre a aplicação das duas abordagens. A análise que faremos se limita a verificar se as inconsistências permitidas pelo método AHP tradicional podem gerar decisões diferentes, ou seja, se o resultado encontrado quando temos uma matriz de comparação consistente desvia do resultado encontrado quando permitimos que o RC varie entre 0 e 0,10?

Tabela 4 - Número de comparações par a par em função do número de critérios e alternativas para o processo de linearização da matriz de comparação

		Número de Alternativas								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de Critérios	2	3	5	7	9	11	13	15	17	19
	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29
	4	7	11	15	19	23	27	31	35	39
	5	9	14	19	24	29	34	39	44	49
	6	11	17	23	29	35	41	47	53	59
	7	13	20	27	34	41	48	55	62	69
	8	15	23	31	39	47	55	63	71	79
	9	17	26	35	44	53	62	71	80	89
	10	19	29	39	49	59	69	79	89	99

3. Simulação

Para realizar a simulação criou-se um problema de decisão hipotético com seis critérios, seis alternativas e um decisor, previamente selecionado para o estudo. Lembremos que nossa proposta se justifica pelo alto número de comparações par a par que o decisor deve fazer em problemas com muitos critérios e muitas alternativas, no nosso caso esse número pode ser considerado grande e é igual a 105. Para apresentar o procedimento de simulação consideremos que um vetor de pesos dos critérios, apresentados na Tabela 5. Esse vetor pode ser gerado, após avaliação das alternativas, por meio de um procedimento de agregação aditivo.

Tabela 5 - Pesos dos critérios.

CRITÉRIOS	C1	C2	C3	C4	C5	C6
W_j	0,36	0,18	0,09	0,12	0,18	0,07

Para o melhor entendimento dos dados e resultados apresentados a seguir consideraremos a seguinte notação:

A_i: i-ésima alternativa com $i = 1, \dots, 6$;

C_j: j-ésimo critério, com $j = 1, \dots, 6$;

AA_{mj}: m-ésima avaliação das alternativas a luz do j-ésimo critério;

K_i: resultado da avaliação da i-ésima alternativa;

W_j: Resultado da avaliação do j-ésimo critério.

Uma avaliação das alternativas foi realizada utilizando o processo de linearização da matriz de comparação, o decisor fez a comparação par a par da primeira linha da matriz (Tabelas de 6 a 11).

Tabela 6 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 1(AA₁₁).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	3	1	0,5	3	1	0,176
A2	0,33	1	0,33	0,17	1	0,33	0,059
A3	1	3	1	0,5	3	1	0,176
A4	2	6	2	1	6	2	0,353
A5	0,33	1	0,33	0,17	1	0,33	0,059
A6	1	3	1	0,5	3	1	0,176
Soma	5,67	17	5,67	2,83	17	5,67	1,000
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

Tabela 8 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 3(AA₁₃).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	4	0,5	0,50	0,25	2	0,103
A2	0,25	1	0,13	0,13	0,06	0,5	0,026
A3	2	8	1	1	0,5	4	0,205
A4	2	8	1	1	0,5	4	0,205
A5	4	16	2	2	1	8	0,410
A6	0,5	2	0,25	0,25	0,13	1	0,051
Soma	9,75	39	4,88	4,88	2,44	19,5	1
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

Tabela 7 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 2(AA₁₂).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	0,5	1	5	0,5	1	0,139
A2	2	1	2	10	1	2	0,278
A3	1	0,5	1	5	0,5	1	0,139
A4	0,2	0,1	0,2	1	0,1	0,2	0,028
A5	2	1	2	10	1	2	0,278
A6	1	0,5	1	5	0,5	1	0,139
Soma	7,2	3,6	7,2	36	3,6	7,2	
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

Tabela 9 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 4(AA₁₄).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	2	2	0,50	1	6	0,194
A2	0,5	1	1	0,25	0,5	3	0,097
A3	0,5	1	1	0,25	0,5	3	0,097
A4	2	4	4	1	2	12	0,387
A5	1	2	2	0,5	1	6	0,194
A6	0,17	0,33	0,33	0,08	0,17	1	0,032
Soma	5,17	10,33	10,33	2,58	5,17	31	1
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

Tabela 10 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 5(AA₁₅).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	0,25	0,25	1	0,5	2	0,080
A2	4	1	1	4	2	8	0,320
A3	4	1	1	4	2	8	0,320
A4	1	0,25	0,25	1	0,5	2	0,080
A5	2	0,5	0,5	2	1	4	0,160
A6	0,5	0,13	0,13	0,5	0,25	1	0,040
Soma	12,5	3,13	3,13	12,5	6,25	25	1
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

Tabela 11 - Avaliação das alternativas utilizando o processo de linearização da matriz de comparação a luz do Critério 6(AA₁₆).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	K _i
A1	1	0,5	0,25	2	2	1	0,111
A2	2	1	0,5	4	4	2	0,222
A3	4	2	1	8	8	4	0,444
A4	0,5	0,25	0,125	1	1	0,5	0,056
A5	0,5	0,25	0,125	1	1	0,5	0,056
A6	1	0,5	0,25	2	2	1	0,111
Soma	9	4,5	2,25	18	18	9	1
$\lambda_{MÁX}$	4	IC	0	RC	0		

As avaliações apresentadas nas Tabelas de 6 a 11 quando agregadas produzem a avaliação global das alternativas considerando a linearização das matrizes de comparação. Para podermos comparar esses resultados com avaliações tradicionais, mais cinco avaliações de alternativas foram realizadas (Tabelas de 12 a 16). Para cada situação garantiu-se que o RC seria menor que 0,10 como recomenda o método AHP tradicional. Em todas essas avaliações as comparações par a par da primeira linha das matrizes de comparação foram mantidas exatamente como nas Tabelas de 6 a 11, tal procedimento é necessário para que possamos, posteriormente, comparar os vetores de prioridade (Tabela 17), que são os resultados de todas as avaliações.

Tabela 12 - Resultado da segunda avaliação das alternativas (método tradicional).

	AA ₂₁	AA ₂₂	AA ₂₃	AA ₂₄	AA ₂₅	AA ₂₆
RC	0,035	0,040	0,033	0,025	0,023	0,090
K ₁	0,178	0,145	0,114	0,211	0,082	0,122
K ₂	0,065	0,299	0,036	0,133	0,366	0,233
K ₃	0,167	0,143	0,287	0,106	0,247	0,391
K ₄	0,349	0,042	0,217	0,313	0,105	0,089
K ₅	0,058	0,261	0,287	0,197	0,163	0,074
K ₆	0,183	0,109	0,060	0,040	0,037	0,091

Tabela 14 - Resultado da quarta avaliação das alternativas (método tradicional).

	AA ₄₁	AA ₄₂	AA ₄₃	AA ₄₄	AA ₄₅	AA ₄₆
RC	0,058	0,083	0,054	0,041	0,038	0,080
K ₁	0,192	0,139	0,113	0,208	0,081	0,122
K ₂	0,118	0,315	0,034	0,165	0,369	0,218
K ₃	0,211	0,095	0,259	0,093	0,261	0,402
K ₄	0,295	0,045	0,206	0,339	0,089	0,073
K ₅	0,067	0,301	0,326	0,154	0,161	0,083
K ₆	0,116	0,104	0,063	0,041	0,040	0,102

Tabela 13 - Resultado da terceira avaliação das alternativas (método tradicional).

	AA ₃₁	AA ₃₂	AA ₃₃	AA ₃₄	AA ₃₅	AA ₃₆
RC	0,085	0,069	0,074	0,023	0,056	0,047
K ₁	0,193	0,150	0,114	0,216	0,080	0,118
K ₂	0,101	0,275	0,036	0,121	0,413	0,264
K ₃	0,181	0,173	0,257	0,136	0,243	0,388
K ₄	0,309	0,046	0,194	0,305	0,090	0,083
K ₅	0,075	0,245	0,332	0,180	0,125	0,064
K ₆	0,141	0,112	0,066	0,043	0,047	0,083

Tabela 15 - Resultado da quinta avaliação das alternativas (método tradicional).

	AA ₅₁	AA ₅₂	AA ₅₃	AA ₅₄	AA ₅₅	AA ₅₆
RC	0,073	0,095	0,092	0,092	0,064	0,086
K ₁	0,195	0,140	0,113	0,211	0,081	0,122
K ₂	0,121	0,344	0,034	0,188	0,378	0,244
K ₃	0,215	0,095	0,277	0,105	0,245	0,383
K ₄	0,271	0,045	0,202	0,306	0,100	0,081
K ₅	0,071	0,269	0,311	0,153	0,157	0,083
K ₆	0,127	0,108	0,063	0,037	0,038	0,086

Tabela 16 - Resultado da sexta avaliação das alternativas (método tradicional).

	AA ₆₁	AA ₆₂	AA ₆₃	AA ₆₄	AA ₆₅	AA ₆₆
RC	0,073	0,074	0,064	0,064	0,025	0,080
K ₁	0,196	0,137	0,116	0,210	0,080	0,122
K ₂	0,127	0,310	0,039	0,175	0,384	0,233
K ₃	0,216	0,100	0,278	0,105	0,259	0,390
K ₄	0,277	0,041	0,231	0,333	0,103	0,085
K ₅	0,084	0,317	0,278	0,139	0,136	0,069
K ₆	0,101	0,096	0,059	0,040	0,038	0,102

Como já comentado anteriormente a análise que faremos se limita a verificar se as inconsistências permitidas pelo método AHP tradicional podem gerar decisões diferentes, para tanto temos que verificar se existe ou não correlação entre os vetores prioridade apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Vetores de Prioridade para todas as interações.

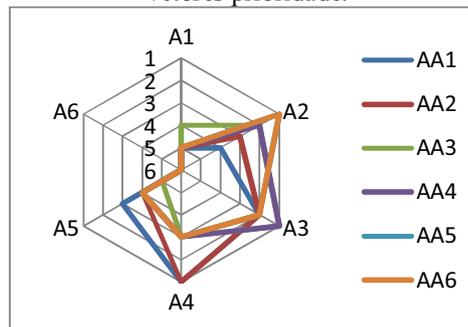
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
AA ₁	0,143	0,158	0,208	0,215	0,164	0,112
AA ₂	0,149	0,179	0,196	0,215	0,152	0,109
AA ₃	0,155	0,197	0,207	0,195	0,149	0,096
AA ₄	0,152	0,204	0,203	0,194	0,161	0,085
AA ₅	0,154	0,216	0,203	0,184	0,154	0,088
AA ₆	0,154	0,211	0,207	0,192	0,158	0,078

Iniciaremos nossa análise verificando simplesmente a posição de cada alternativa considerando as seis análises (Tabela 18). Nota-se que houve uma variação muito grande no *ranking* das alternativas. Apenas as alternativas A1 e A2 tiveram pouca ou nenhuma variação na sua posição.

Tabela 18 - Posição das alternativas considerando as seis análises.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
AA ₁	5°	4°	2°	1°	3°	6°
AA ₂	5°	3°	2°	1°	4°	6°
AA ₃	4°	2°	1°	3°	5°	6°
AA ₄	5°	2°	1°	3°	4°	6°
AA ₅	5°	1°	2°	3°	4°	6°
AA ₆	5°	1°	2°	3°	4°	6°

Figura 2 – Representação gráfica dos seis vetores prioridade.



Embora haja um claro deslocamento em direção das alternativas A2, A3 e A4 no gráfico radar da Figura 2, fica claro a diferença entre as seis avaliações.

Prosseguindo nossa análise vamos identificar qual é a associação entre a avaliação AA1 e as demais avaliações, ou seja, mediremos se existe associação entre a avaliação que utiliza o processo de linearização da matriz de comparação e as que utilizam o método tradicional. É importante deixar claro que utilizamos métodos estatísticos não paramétricos que medem a associação entre duas variáveis, já que não é possível garantir as hipóteses necessárias para o

cálculo do coeficiente de correlação de Pearson, pois as variáveis envolvidas não podem ser consideradas aleatórias, considerando que são calculadas por um procedimento estruturado, onde pelo menos a comparação par a par da primeira linha são idênticas.

Tabela 19 - Coeficiente de Correlação de Spearman

Associação	R	p-valor
AA1 X AA2	0,942	0,005
AA1 X AA3	0,600	0,208
AA1 X AA4	0,600	0,208
AA1 X AA5	0,551	0,257
AA1 X AA6	0,600	0,257

Tabela 20 - Coeficiente de Correlação por Postos de Kendall

Associação	τ	p-valor
AA1 X AA2	0,867	0,015
AA1 X AA3	0,467	0,188
AA1 X AA4	0,467	0,188
AA1 X AA5	0,414	0,243
AA1 X AA6	0,467	0,188

A Tabela 19 apresenta o Coeficiente de Correlação de Spearman (R) para as cinco interações enquanto a Tabela 20 apresenta o Coeficiente de Correlação por Postos de Kendall (τ). Ambos os coeficientes são medidas de correlação utilizadas para dados ordinais, as variáveis devem ser medidas no mínimo em nível ordinal, de forma que seja possível atribuir postos a cada uma das variáveis. A associação entre duas avaliações é considerada significativa quando o p-valor é menor ou igual a 0,05. Em ambos os casos só foi considerada significativa a associação entre as avaliações AA1 e AA2. Caso testássemos todas as avaliações duas a duas mais associações significativas seriam encontradas, porém nosso principal objetivo é verificar se existem desvios entre a avaliação que utiliza o processo de linearização da matriz de comparação e o processo tradicional.

4. Conclusão

O processo de linearização da matriz de comparação aplicado ao método AHP reduz o esforço do decisor na comparação par a par das alternativas, embora possa ser utilizado também na comparação par a par dos critérios, como apoio a outros métodos.

A significativa redução do esforço do decisor baseia-se na construção de uma matriz de comparação recíproca, o que significa tornar a avaliação totalmente consistente. Tradicionalmente o AHP permite um nível de inconsistência quando permite um RC menor ou igual 0,10.

A questão mais importante diz respeito à mensuração dos desvios que podem acontecer quando é permitido inconsistências. A simulação realizada neste trabalho apresenta indícios claros que quando permitimos inconsistências podemos estar nos desviando de resultados que seriam obtidos quando temos avaliações do decisor consistentes. Tal resultado não invalida o uso do processo de linearização da matriz de comparação, muito menos condena o uso tradicional do AHP.

O ponto chave nessa discussão é a verificação da consistência do resultado da avaliação, ou seja, inferir o decisor se o vetor de prioridades espelha seu juízo de valor. Caso a resposta seja negativa uma reavaliação deve ser feita. Na verdade esse processo já é previsto em praticamente todos os métodos MCDA, porém para o caso do método AHP com muitas alternativas isso tornaria o esforço do decisor ainda maior.

Não é possível garantir que o decisor seja consistente, com seu juízo de valor, quando faz a comparação par a par das alternativas de uma linha da matriz de comparação, como sugere o processo de linearização da matriz de comparação. Uma análise de consistência de cada matriz de comparação pode ser realizada para evitar desvios que essa inconsistência causaria à avaliação final. Uma maneira de realizar essa análise de consistência junto ao decisor que não seja puramente matemática, como no cálculo do RC, sem tornar o procedimento oneroso, será tema de futuros trabalhos.

Esse trabalho ainda está distante de garantir a eficácia do processo de linearização da matriz de comparação, trata-se de um ponto de partida para uma série de outros trabalhos que terão, em

conjunto, esse objetivo. Dentre esses trabalhos podemos citar a avaliação de consistência junto ao decisor, a formalização mais estruturada do modelo e a aplicação em problemas reais.

Referências Bibliográficas

- Almeida, A. T. de**, (2011), O Conhecimento e o Uso de Métodos Multicritério de Apoio a Decisão, 2ª. Edição, Editora Universitária, Recife.
- Almeida, A.T. de**, (2013), Processo de Decisão nas Organizações: Construindo Modelos de Decisão Multicritério, 1a Edição, Editora Atlas, São Paulo.
- Bana e Costa, C. A. e Vansnick, J. C.**, (2008), A critical analysis of the eigenvalue method used to derive priorities in AHP, *European Journal of Operational Research*, 187, 1422-1428.
- Belton, V. e Gear, A.E.**, (1983), On a shortcoming of Saaty's method of analytic hierarchies, *Omega*, 11, 228–230.
- Belton, V. e Gear, A.E.**, (1985), The legitimacy of rank reversal - a comment. *Omega*, 13, 228–230.
- Belton, V. e Steward, T.**, (2002), On a short-coming of Saaty's method of analytic hierarchies, *Omega*, 11(3), 228-230.
- Dyer, J.S. e Wendell, R.E.**, (1985), A critique of the Analytic Hierarchy Process, Working Paper, Department of Management, The University of Texas, Austin, 84/85-4-24.
- Dyer, J.S.**, (1990), Remarks on the Analytic Hierarchy Process. *Management Science*, 36 (3), 249–258.
- Gaul, W. e Gastes, D.**, (2012), A note on consistency improvements of AHP paired comparison data. *Advances in Data Analysis and Classification*, 6(4), 289-302.
- Golany B. e Kress M.**, (1993), A Multicriteria Evaluation of Methods for Obtaining from Ratio-Scale Matrices, *European Journal Operation Reserch*, 69, 210-220,.
- Gomes, L. F. A. M. et al.**, (2004), Tomada de decisões em cenários complexos: Introdução aos métodos discretos do apoio multicritério à decisão, Ed. Pioneira Thomson Learning, Sã Paulo.
- Harker, P.T.**, (1987), Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling*, 9, 837–848.
- Ho, W.**, (2008), Integrated analytic hierarchy process and its applications – A literature review. *European Journal of Operational Research*, 186(1), 211-228.
- Lim, K. H. e Swenseth, S. R.**, (1993), An iterative procedure for reducing problem size in large scale AHP problems, *European Journal of Operational Research*, 67(1), 64-74.
- Lootsma, F. A.**, (1990), A multiplicative variant of the analytic hierarchy process. Report of the faculty of technical mathematics and informatics, Delft University of Technology, 90-45.
- Macharis, C. et al.**, (2004), PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis.: Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP, *European Journal of Operational Research*, 153(2), 307-317.
- Millet, I. e Harker, P. T.**, (1990), Globally effective questioning in the Analytic Hierarchy Process, *European Journal of Operational Research*, 48(1), pg.88-97.
- Oliveira, C. A. e Belderrain, M. C. N.**, (2008), Considerações sobre a obtenção de vetores de prioridade no AHP, I ERABIO, XXI ENDIO, XIX EPIO.

- Saaty, R.W.**, (1987), The analytic hierarchy process—what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9(3), 161-176.
- Saaty, T. L.**, (1977), A scaling method for priorities in hierarchical structures, *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3), 234-281.
- Saaty, T. L.**, (1982), *Decision Making for Leaders*, Lifetime Learning Publications. Wadsworth, Belmont.
- Saaty, T. L.**, (1995), *Decision Making for Leaders, The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World*, RWS Publications, Pittsburgh.
- Saaty, T. L.**, (1980), *The analytic hierarchy process*, New York, McGraw-Hill.
- Saaty, T. L.**, (1993), What is relative measurement? The ratio scale phantom, *Mathematical and Computer Modelling*, 17(4), 1-12.
- Saaty, T. L.**, (1988), *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Schoner B., Wedley W.C. e Choo E.U.**, (1993), A unified approach to AHP with linking pins, *European Journal of Operational Research*, 64, 345–354.
- Schoner, B. e Wedley, W.C.**, (1989), Ambiguous criteria weights in AHP: Consequences and solutions, *Decision Sciences*, 20 (3), 462–475.
- Smith, J. R. e Von Winterfeldt, D.**, (2004), Decision analysis in Management Science, *Management Science*, 50(5), 561-574.
- Su, X.**, (2008), Bounded Rationality in Newsvendor Models, *Manufacturing and Service Operations Management*, 10(4): 566-589.
- Toma, T. e Asharif, M. R.**, (2003), AHP coefficients optimization technique based on GA, Department of Information Engineering of University of Ryukyus, Japão.
- Watson, S.R. e Freeling A.N.S.**, (1982), Assessing attribute weights, *Omega*, 10 (6) (1982), 582–583.
- Weiss, E.N. e Rao, V.R.**, (1987), AHP design issues for large-scale systems. *Decision Sciences*, 18, 43–61.