

## Sobre a Ocorrência de *Rank Reversal* no TODIM

Renato A. Krohling  
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES  
Departamento de Engenharia de Produção &  
Programa de Pós-graduação em Informática, PPGI  
Av. Fernando Ferrari, 514, Prédio CT X  
CEP 29060-270, Vitória, ES  
e-mail: krohling.renato@gmail.com

Marcos Paulo Machado Matheus  
Universidade Federal do Espírito Santo - UFES  
Departamento de Informática  
Av. Fernando Ferrari, 514  
CEP 29060-270, Vitória, ES  
marcosmachado235@gmail.com

### RESUMO

Neste trabalho, o objetivo será analisar a ocorrência do fenômeno de *rank reversal* usando a técnica TODIM (Tomada de Decisão Iterativa e Multicritério) em problemas de tomada de decisão dinâmica onde alternativas podem ser adicionadas ou removidas da matriz de decisão. A técnica TODIM será aplicada para um estudo de caso com dois tipos diferentes de normalização dos dados. Os resultados são comparados com a técnica TOPSIS (Técnica para Avaliar a Ordem das Alternativas através da Similaridade com a Solução Ideal).

**PALAVRAS CHAVE:** Tomada de decisão multicritério, *rank reversal*, TODIM; TOPSIS.

**MCDM - Multicriteria decision making**

### ABSTRACT

In this work, the objective is to analyze the occurrence of rank reversal using the TODIM technique (Iterative Decision Making and Multiple Criteria) for dynamic decision making problems where alternatives may be added or removed from the decision matrix. The TODIM technique is applied to a case study with two different kinds of data normalization. The results are compared with those provided by TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution).

**KEYWORDS:** Multi-criteria decision making; *rank reversal*; TODIM; TOPSIS.

**ADM - Apoio a Decisão Multicritério**

## 1. Introdução

Problemas de tomada de decisão multicritério (inglês: *Multi-Criteria Decision Making* abreviado por MCDM) são geralmente caracterizados por um número finito de alternativas e por múltiplos critérios (atributos) muitas vezes conflitantes e por um vetor de pesos indicando a importância de cada critério. Muitos esforços e avanços significativos foram feitos para o desenvolvimento de várias metodologias para solucionar diversos problemas de tomada de decisão multicritério.

Problemas MCDM dinâmicos são caracterizados pela adição e/ou remoção de alternativas na matriz de tomada de decisão. Um aspecto importante nessas mudanças é como o novo ranking das alternativas se comporta depois da mudança em relação ao anterior. Esse fenômeno é conhecido como inversão da ordem das alternativas (inglês: *rank reversal*). Em alguns casos pode haver a ocorrência total do *rank reversal*, que significa que a ordem das alternativas é invertida completamente, ou seja, a alternativa considerada a melhor antes da adição ou remoção de alternativas passa a se tornar a pior. Devido a esse fato esse fenômeno vem sendo investigado há várias décadas e continua um tópico de pesquisa ativo (Saaty & Vargas, 1984; Schenkerman, 1994; Millet & Saaty, 2000; Wang & Elhag, 2009; Wang & Luo, 2009; García-Cascales & Lamata, 2012). Wang & Luo (2009) citam que o fenômeno de *rank reversal* não ocorre somente em AHP (inglês: *Analytical Hierarchy Process*) mas também em vários outros métodos de tomada de decisão. García-Cascales & Lamata, 2012) investigaram a ocorrência de *rank reversal* no TOPSIS (inglês: *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) que é uma técnica de tomada de decisão bastante usada (Hwang & Yoon, 1981). De acordo com essa técnica, a melhor alternativa seria aquela que é a mais próxima da solução ideal positiva e a mais distante da solução ideal negativa. A solução ideal positiva é uma solução que maximiza os critérios de *benefício* e minimiza os critérios de *custo*; já a solução ideal negativa maximiza os critérios de custo e minimiza os critérios de benefício. Resumindo, a solução ideal positiva é composta de todos os melhores valores atingíveis dos critérios de benefício; já a solução ideal negativa consiste em todos os piores valores atingíveis dos critérios de custo. Embora a técnica TOPSIS é amplamente utilizada para solucionar problemas de tomada de decisão (Krohling & Campanharo, 2009), um dos problemas do TOPSIS é a ocorrência de *rank reversal* (Wang & Luo, 2009; García-Cascales & Lamata, 2012).

Uma outra técnica de tomada de decisão bastante promissora baseada na teoria da propensão ao risco (inglês: *Prospect Theory*) desenvolvida por Kahneman & Tversky (1979), é a técnica TODIM (Tomada de Decisão Iterativa e Multicritério), desenvolvido no início dos anos noventa por Gomes & Lima (1992). Enquanto a maioria das técnicas de tomada de decisão multicritério partem da premissa de que o tomador de decisão procura sempre a solução correspondente ao máximo de alguma medida global de valor, por exemplo, o maior valor possível de uma função de utilidade multiatributo, a técnica TODIM faz uso de uma medida global de valor que pode ser calculado pela aplicação da teoria da propensão ao risco. Embora nem todas as técnicas de tomada de decisão multicritério possam lidar com risco, a forma da função de valor da técnica TODIM é o mesmo que a função ganho/perda da teoria da propensão ao risco. O uso de TODIM baseia-se numa função de valor multiatributo global. Nesse artigo, o objetivo será analisar se haverá ocorrência de *rank reversal* usando TODIM e comparar com uma técnica de tomada de decisão estabelecida na literatura como TOPSIS.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 será descrito a técnica TODIM e TOPSIS. Resultados para um estudo de caso com dois tipos de normalização dos dados da matriz de decisão serão apresentados na seção 3. Conclusões e direções para trabalhos futuros finalizam o artigo na seção 4.

## 2. Tomada de Decisão Multicritério

A matriz de decisão  $A$  composta por *alternativas* e *critérios* é descrita por

$$A = \begin{matrix} & C_1 & \dots & C_n \\ A_1 & \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

onde  $A_1, A_2, \dots, A_m$  são alternativas viáveis,  $C_1, C_2, \dots, C_n$  são critérios,  $x_{ij}$  indica o desempenho da alternativa  $A_i$  segundo o critério  $C_j$ . O vetor de peso  $W = (w_1, w_1, \dots, w_n)$  composto pelos pesos individuais  $w_j (j=1, \dots, n)$  para cada critério  $C_j$  satisfaz  $\sum_{i=1}^n w_j = 1$ . Os dados da matriz  $A$  têm origens diferentes, por isso ela deve ser normalizada a fim de transformá-la numa matriz adimensional para que seja possível comparação entre os vários critérios. Neste trabalho, a matriz  $A$  é normalizada para cada critério  $C_j$  de acordo com:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}}, \text{ com } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max x_j}, \text{ com } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

Desta maneira, uma matriz de decisão normalizada  $A_n$  representa o desempenho relativo das alternativas e pode ser descrita por  $A_n = (p_{ij})_{m \times n}$ , com  $i = 1, \dots, m$ , e  $j = 1, \dots, n$ .

A seguir serão descritas as técnicas de tomada de decisão multicritério TODIM e TOPSIS.

### 2.1 TODIM (Tomada de Decisão Iterativa e Multicritério)

A técnica TODIM começa com o cálculo parcial das matrizes de decisão. Para tal cálculo é necessário definir um critério de referência que pode ser por exemplo, o critério com maior importância relativa, i.e., o critério com maior peso. Desta forma  $w_{rc}$  indica o peso do critério  $c$  dividido pelo critério de referência  $r$ . Basicamente, TODIM pode ser descrito resumidamente de acordo com os seguintes passos (Gomes & Rangel, 2009).

**Passo 1:** Cálculo da medida de dominância de cada alternativa  $A_i$  sobre cada alternativa  $A_j$  usando a seguinte expressão:

$$\delta(A_i, A_j) = \sum_{c=1}^m \phi_c(A_i, A_j) \quad \forall (i, j) \quad (3)$$

onde

$$\phi_c(A_i, A_j) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w_{rc}(p_{ic} - p_{jc})}{\sum_{c=1}^m w_{rc}}} & \text{se } (p_{ic} - p_{jc}) > 0 \\ 0, & \text{se } (p_{ic} - p_{jc}) = 0 \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{(\sum_{c=1}^m w_{rc})(p_{jc} - p_{ic})}{w_{rc}}} & \text{se } (p_{ic} - p_{jc}) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

O termo  $\phi_c(A_i, A_j)$  representa a contribuição do critério  $c$  à função  $\delta(A_i, A_j)$  quando se compara a alternativa  $i$  com a alternativa  $j$ .  $p_{ic} - p_{jc}$  indicam respectivamente o desempenho da

alternativa  $A_i$  e  $A_j$  em relação ao critério  $c=1, \dots, m$ . O parâmetro  $\theta$  representa o fator de atenuação de perdas que pode ser ajustado de acordo com o problema em questão. Na expressão 4) pode ocorrer três casos: i) se o valor  $p_{ic} - p_{jc}$  é positivo, representa um ganho, ii) se o valor  $p_{ic} - p_{jc}$  é zero e iii) se o valor  $p_{ic} - p_{jc}$  é negativo, representa uma perda. Após o cálculo das matrizes de dominância parciais para cada critério, é obtido a matriz de dominância final através da soma das matrizes parciais.

**Passo 2:** Para o cálculo do valor global de cada alternativa  $i$ , a matriz de dominância global é normalizada de acordo com a seguinte expressão:

$$\xi_i^{\text{TODIM}} = \frac{\sum \delta(i, j) - \min \sum \delta(i, j)}{\max \sum \delta(i, j) - \min \sum \delta(i, j)} \quad (5)$$

A ordenação (classificação) dos respectivos valores  $\xi_i$  fornece o rank de cada alternativa. Para informações adicionais sobre TODIM veja por exemplo Gomes & Rangel (2009). Para efeito de comparação dos resultados, nós apresentamos também a técnica de apoio a decisão TOPSIS.

**2.2 TOPSIS** (técnica para avaliar o desempenho das alternativas através da similaridade com a solução ideal)

Em geral, os critérios de avaliação podem ser classificados em dois tipos: *benefício* e *custo*. O critério *benefício* significa que um valor maior é melhor enquanto que para o critério *custo* vale o inverso. O algoritmo para calcular a melhor alternativa segundo a técnica TOPSIS (Huang, 2008) é descrito de acordo com os seguintes passos:

**Passo 1:** Cálculo das soluções ideais positivas  $A^+$  (benefícios) e das soluções ideais negativas  $A^-$  (custos) da seguinte forma:

$$A^+ = (p_1^+, p_2^+, \dots, p_m^+) \text{ com } p_j^+ = (\max_i p_{ij}, j \in J_1; \min_i p_{ij}, j \in J_2) \quad (6)$$

$$A^- = (p_1^-, p_2^-, \dots, p_m^-) \text{ com } p_j^- = (\min_i p_{ij}, j \in J_1; \max_i p_{ij}, j \in J_2) \quad (7)$$

onde  $J_1$  e  $J_2$  representam respectivamente o critério de *benefício* e *custo*.

**Passo 2:** Cálculo das distâncias Euclidianas entre  $A_i$  e  $A^+$  (benefícios) e entre  $A_i$  e  $A^-$  (custos) da seguinte forma:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j (p_j^+ - p_{ij})^2} \text{ com } i = 1, \dots, m. \quad (8)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j (p_j^- - p_{ij})^2} \text{ com } i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

**Passo 3:** Cálculo da proximidade relativa  $\xi_i$  para cada alternativa  $A_i$  em relação à solução ideal positiva  $A^+$  conforme:

$$\xi_i^{\text{TOPSIS}} = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}. \quad (10)$$

**Passo 4:** Classificação de acordo com a proximidade relativa (ranking). As melhores alternativas são aquelas que tem o maior valor de  $\xi_i$  e devem ser escolhidas pois estão mais próximas da solução ideal positiva.

A seguir será descrito um estudo de caso com dois tipos de normalização da matriz de decisão.

### 3. Resultados experimentais

Para investigar a influência da normalização da matriz de decisão na ocorrência de *rank reversal* dois tipos de normalização serão usadas de acordo com as equações (1) e (2).

#### 3.1 Matriz de decisão normalizada pela soma dos desempenhos por critério

Serão aplicados os métodos TODIM e TOPSIS à matriz de decisão especificada na Tabela 1 (García-Cascales & Lamata, 2011). Essa matriz de decisão possui originalmente três alternativas e dois critérios. Ambos os critérios representam benefícios. A normalização da matriz de decisão é feita com base na divisão de cada termo pela soma dos termos da coluna correspondente segundo a abordagem TOPSIS. O vetor de pesos dos critérios da matriz de decisão é  $W = (w_1, w_2) = (0.5, 0.5)$  como sugerido em García-Cascales & Lamata (2011). O fator de atenuação de perdas usado inicialmente foi de  $\theta = 1.0$  (Gomes & Rangel, 2009). A Tabela 2 apresenta o resultado do ranking da alternativas fornecida pelos métodos TODIM e TOPSIS.

Tabela 1. Matriz de decisão consistindo de 3 alternativas e 2 critérios

Alternativas	C1	C2
A1	1	5
A2	4	2
A3	3	3

Tabela 2. Ranking das alternativas para TODIM e TOPSIS

	$\xi_i$ TOPSIS	Classificação	$\xi_i$ TODIM	Classificação
A1	0.4444	3	0.0000	3
A2	0.5556	1	1.0000	1
A3	0.5331	2	0.9501	2

Observa-se que a classificação das alternativas para ambas as técnicas é  $A2 \succ A3 \succ A1$ . A seguir é introduzida uma nova alternativa A4, com avaliação 5 e 1 para os critérios C1 e C2 respectivamente. Neste caso, a matriz de decisão passa a ter quatro alternativas, sendo que todos os dados anteriores permanecem inalterados. A Tabela 3 mostra esta nova matriz de decisão a qual será aplicada as técnicas TODIM e TOPSIS. A Tabela 4 apresenta a nova classificação das alternativas.

Tabela 3. Matriz de decisão consistindo de 4 alternativas e 2 critérios

Alternativas	C1	C2
A1	1	5
A2	4	2
A3	3	3
A4	5	1

Tabela 4. Ranking das alternativas para TODIM e TOPSIS

	$\xi_i$ TOPSIS	Classificação	$\xi_i$ TODIM	Classificação
A1	0.5417	1	0.3680	3
A2	0.4668	3	0.8056	2
A3	0.5000	2	1.0000	1
A4	0.4583	4	0.0000	4

Observa-se que a nova classificação das alternativas é para o TOPSIS  $A1 \succ A3 \succ A2 \succ A4$  e para o TODIM  $A3 \succ A2 \succ A1 \succ A4$ . Nesse caso, a adição de uma alternativa leva a resultados finais de classificação diferentes. No caso do TOPSIS, nota-se que a alternativa 1 deixa de ser a pior avaliada para se tornar a melhor sem sequer ser alterada, claramente havendo a troca da ordem em relação à avaliação anterior. No uso do TODIM, a alternativa A2 passou a ocupar a posição de A3, e vice-versa. Em resumo, a técnica TODIM mostrou também ser susceptível ao *rank reversal* como já fora anteriormente investigado para o TOPSIS (García-Cascales & Lamata, 2011). Como o TODIM é uma técnica que tem um parâmetro, o fator de atenuação de perdas  $\theta$ , será investigado a seguir a influência desse parâmetro.

#### *Efeitos da variação do fator de atenuação de perdas no método TODIM*

Será aplicado o TODIM à matriz contida na Tabela 1 com um fator de atenuação de perdas  $\theta = 2.5$  e será comparado com o resultado anterior para  $\theta = 1.0$ . Os resultados do novo ranking esta mostrado na tabela 5.

Tabela 5. Ranking das alternativas para TODIM

	$\xi_i$ TODIM, $\theta=1.0$	Classificação	$\xi_i$ TODIM, $\theta=2.5$	Classificação
A1	0.0000	3	0.0000	3
A2	1.0000	1	1.0000	1
A3	0.9501	2	0.4158	2

A classificação das alternativas obtida foi a mesma para  $\theta = 1.0$  e  $\theta = 2.5$ , i.e.,  $A2 \succ A3 \succ A1$ .

A seguir aplica-se o TODIM para a matriz de decisão mostrada na Tabela 3 com a inserção da alternativa A4 para  $\theta = 2.5$  e compara-se com o resultado obtido com  $\theta = 1.0$ . O resultado esta mostrado na Tabela 6.

Tabela 6. Ranking das alternativas para TODIM

	$\xi_i$ TODIM, $\theta=1.0$	Classificação	$\xi_i$ TODIM, $\theta=2.5$	Classificação
A1	0.3680	3	1.0000	1
A2	0.8056	2	0.0753	3
A3	1.0000	1	0.3349	2
A4	0.0000	4	0.0000	4

A classificação obtida para  $\theta = 1.0$  é  $A3 \succ A2 \succ A1 \succ A4$  e para  $\theta = 2.5$  é  $A1 \succ A3 \succ A2 \succ A4$ . A ordem das alternativas se manteve igual nos dois casos quando a matriz possuía três alternativas, mas quando a nova alternativa é inserida, as duas classificações divergiram na ordem das alternativas e apresentam *rank reversal*.

Conforme descrito em García-Cascales & Lamata (2011), a forma utilizada para normalizar a matriz de decisão interfere na existência de *rank reversal* em TOPSIS, especialmente nos casos onde alternativas não ideais alteram o valor normalizado. No caso, tais alternativas alteram o valor da soma utilizada na normalização, portanto o método utilizado originalmente não é recomendado pois tende a gerar *rank reversal*. Com isso foi utilizado outra forma de normalizar a matriz de decisão.

### **3.2 Matriz de decisão normalizada pelo maior termo por critério**

Ao invés de gerar a matriz normalizada  $A_n$  através da Eq. (1) foi feita pela Eq. (2). A aplicação dos métodos TODIM e TOPSIS à matriz de decisão listada na Tabela 1 usando a nova normalização está mostrada na Tabela 7. Os pesos dos critérios foram mantidos os mesmos. No TODIM, o valor do parâmetro  $\theta = 1.0$  foi utilizado.

Tabela 7. Ranking das alternativas para TODIM e TOPSIS

	$\xi_i$ TOPSIS	Classificação	$\xi_i$ TODIM	Classificação
A1	0.4444	3	0.0000	3
A2	0.5556	1	1.0000	1
A3	0.5331	2	0.9501	2

A classificação das alternativas para as duas técnicas é igual  $A2 \succ A3 \succ A1$ , i.e., de acordo com o resultado usando a normalização anterior dado pela Eq. (1). Com a alteração na normalização, pode-se observar que a avaliação feita da matriz original com 3 alternativas permaneceu idêntica tanto para a técnica TOPSIS quanto para TODIM.

A seguir, foi aplicado o TODIM e o TOPSIS à matriz de decisão após a inserção da quarta alternativa como mostrado na Tabela 3 de acordo com a nova normalização. Os resultados estão listados na Tabela 8.

Tabela 8. Ranking das alternativas para TODIM e TOPSIS

	$\xi_i$ TOPSIS	Classificação	$\xi_i$ TODIM	Classificação
A1	0.5000	1	0.0000	4
A2	0.5000	1	1.0000	1
A3	0.5000	1	0.9319	2
A4	0.5000	1	0.5176	3

A classificação das alternativas para o TODIM é  $A2 \succ A3 \succ A4 \succ A1$  e para o TOPSIS é  $A1 = A2 = A3 = A4$ , i.e., todas as alternativas apresentam o mesmo ranking.

Observa-se que ocorre somente uma alteração na classificação quando a matriz passa a ter a nova alternativa. No entanto, a classificação feita pelo TODIM apenas insere a alternativa A4 na terceira posição, mantendo as demais na mesma ordem, ou seja, A2 e A3 permanecem na primeira e segunda posições respectivamente, e A1 se manteve na última colocação, deixando de ocorrer *rank reversal* nesse caso. Para o TOPSIS, todas as opções possuem o mesmo ranking, portanto sendo todas idênticas do ponto de vista da tomada de decisão. Tal como investigado anteriormente, será analisado o resultado do ranking usando o TODIM quando o parâmetro  $\theta$  varia.

#### *Efeitos da variação do fator de atenuação de perdas no método TODIM*

Será aplicado o TODIM à matriz contida na Tabela 1 com um fator de atenuação de perdas  $\theta = 2.5$  e comparado com o resultado anterior para  $\theta = 1.0$ . Os resultados do novo ranking esta mostrado na Tabela 9.

Tabela 9. Ranking das alternativas para TODIM

	$\xi_i$ TODIM, $\theta=1.0$	Classificação	$\xi_i$ TODIM, $\theta=2.5$	Classificação
A1	0.0000	3	0.0000	3
A2	1.0000	1	1.0000	1
A3	0.9501	2	0.4158	2

A classificação das alternativas obtida foi a mesma para  $\theta = 1.0$  e  $\theta = 2.5$ , i.e.,  $A2 \succ A3 \succ A1$ .

A seguir, o mesmo procedimento foi feito para a matriz da Tabela 3, ou seja, após a inclusão da quarta alternativa. Os resultados da nova classificação estão mostrados na Tabela 10.



Tabela 10. Ranking das alternativas para TODIM

	$\xi_i$ TODIM, $\theta=1.0$	Classificação	$\xi_i$ TODIM, $\theta=2.5$	Classificação
A1	0.0000	4	1.0000	1
A2	1.0000	1	0.0000	4
A3	0.9319	2	0.0681	3
A4	0.5176	3	0.4824	2

Nota-se que classificação das alternativas pela técnica TODIM quando o fator de atenuação de perdas é igual a 2.5 sofre de *rank reversal*, o que não ocorreu no caso de  $\theta=1.0$ . Isso nos permite concluir que não somente o tipo de normalização mas também o fator de atenuação de perdas influe diretamente na ocorrência de *rank reversal* no TODIM.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho foi investigado a ocorrência do fenômeno conhecido como inversão da ordem das alternativas (inglês: *rank reversal*) usando a técnica de apoio à tomada de decisão TODIM (Tomada de Decisão Iterativa e Multicritério) e comparada com TOPSIS (*técnica para avaliar o desempenho de alternativas através de similaridade com a solução ideal* na sigla em inglês). Este fenômeno ocorre quando numa matriz de decisão uma alternativa é inserida e/ou removida causando uma alteração na ordem das demais alternativas entre si. O TODIM e o TOPSIS foram aplicados numa mesma matriz de decisão inicial e os resultados do ranking foram comparados. A seguir com a adição de uma nova alternativa compondo a matriz de decisão os novos resultados foram confrontados com os anteriores. Devido a ocorrência do *rank reversal* constatado em ambas as técnicas foi investigada uma normalização diferente da matriz de decisão com o objetivo de verificar a ocorrência do *rank reversal*. Após novos experimentos com a mesma matriz de decisão usada anteriormente, observa-se novamente o fenômeno usando a técnica TOPSIS, enquanto o mesmo deixa de ocorrer com o TODIM. Ainda em relação ao TODIM, destaca-se o fato de que a escolha do fator de atenuação de perdas pode, sem nenhuma outra alteração na matriz de decisão, causar o fenômeno. O *rank reversal* tem causas mais profundas do que a normalização da matriz de decisão, pois mesmo após a alteração no procedimento de normalização, o mesmo pode continuar ocorrendo, como no caso do TOPSIS. Enquanto na técnica TODIM com fator  $\theta=1.0$  o *rank reversal* não ocorre nesse estudo de caso, nenhuma conclusão geral pode ser feita já que estudos adicionais mais abrangentes são necessários para problemas de tomada de decisão dinâmicos. Esforços de pesquisa no futuro serão direcionados para investigar novos procedimentos de normalização da matriz de decisão.

**Agradecimentos:** Renato A. Krohling agradece o apoio do CNPq para esse trabalho na forma de bolsa de produtividade em pesquisa nr. 303577/2012-6. Marcos P. Machado Matheus agradece o apoio do CNPq pela bolsa de iniciação científica.

#### Referências Bibliográficas

- Saaty, T.L. & Vargas, L. G., The legitimacy of rank reversal, *Omega*, vol. 12, no. 5, pp. 513-516, 1984.
- Millet, I. & Saaty, T. L., On the relativity of relative measures – accommodating both rank preservation and rank reversals in the AHP. *European Journal of Operational Research*, vol. 121, no. 1, pp. 205-212, 2000.
- Schenkerman, S., Avoiding rank reversal in AHP decision-support models. *European Journal of Operational Research*, vol. 74, no. 3, pp. 407-419, 1994.
- Wang, Y.-M. & Elhag, T.M.S., An approach to avoiding rank reversal in AHP. *Decision Support Systems*, vol. 42, no. 3, pp. 1474-1480, 2006.
- Wang, Y.-M. & Luo, Y., On rank reversal in decision analysis. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 49, no.5-6, pp. 1221-1229, 2009.



**García-Cascales, M.S. & Lamata, M.T.**, On rank reversal and TOPSIS method. *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 56, no. 5-6, pp. 123-132, 2012.

**Hwang, C.L. & Yoon, K.P.**, Multiple attributes decision making methods and applications. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

**Huang, J.**, Combining entropy weight and TOPSIS method for information system selection. *Proceedings of the IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, CIS 2008*, pp. 1281-1284, 2008.

**Krohling, R.A. & Campanharo, V.C.**, Fuzzy TOPSIS para tomada de decisão multicritério: Uma aplicação para o caso de acidentes com derramamento de óleo no mar. *Proceedings do XLI SBPO Simpósio Brasileiro em Pesquisa Operacional, SOBRAPO*, Porto Seguro, BA, de 1-4 de setembro, 2009.

**Kahneman, D. & Tversky, A.**, Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, vol. 47, pp. 263-292, 1979.

**Gomes, L.F.A.M. & Lima, M.M.P.P.**, TODIM: Basics and application to multicriteria ranking of projects with environmental impacts. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, vol. 16, no. 4, pp. 113-127, 1992.

**Gomes, L.F.A.M. & Rangel, L.A.D.**, An application of the TODIM method to the multicriteria rental evaluation of residential properties. *European Journal of Operational Research*, vol. 193, pp. 204-211, 2009.