

Uma Análise Sobre Reversão de Ranking no Método TOPSIS

Renan Felinto de Farias Aires

Programa de Pós-Graduação em Administração - PPGA, UFRN
Avenida Senador Salgado Filho, 3000, Lagoa Nova, Natal-RN
renanffa@hotmail.com

Luciano Ferreira

Escola de Ciências e Tecnologia, UFRN
Programa de Pós-Graduação em Administração - PPGA, UFRN
Avenida Senador Salgado Filho, 3000, Lagoa Nova, Natal-RN
ferreira@ufrnet.br

RESUMO

O TOPSIS é um dos métodos multicritério mais utilizados na academia, mas, apesar da sua grande difusão, este é um método que tem sido criticado por parte de vários pesquisadores devido à ocorrência do fenômeno da reversão de *ranking*. Logo, o objetivo deste estudo foi avaliar e quantificar a ocorrência da reversão de *ranking* no método TOPSIS, a partir da realização de experimentos com 48.000 problemas de decisão, gerados aleatoriamente com base em três critérios de reversão propostos na literatura. Os experimentos apontaram que o TOPSIS apresenta elevados índices de reversão de *ranking*, e que este problema é mais evidente e grave quando a propriedade transitividade é avaliada e quando o número de alternativas aumenta, seguindo a tendência de outros métodos de múltiplos critérios previamente analisados na literatura.

PALAVRAS CHAVE. Reversão de Ranking. Multicritério. Método TOPSIS.

Apoio à Decisão Multicritério.

ABSTRACT

TOPSIS is one of the most multicriteria methods used in decision making field and has been applied in different areas, however, it has received criticism from several researchers due to the occurrence of the rank reversal phenomenon. Therefore, the aim of this paper is to evaluate and quantify the occurrence of rank reversal in TOPSIS method, by conducting experiments on 48,000 decision problems randomly generated based on three classical criteria proposed in the literature. The experiments showed that TOPSIS presents high indexes of ranking reversal, and that this problem is more evident and serious when the transitivity property is evaluated and when the number of alternatives increase, by following the trend of other multicriteria methods previously analyzed in the literature.

KEYWORDS. Raking Reversal. Multicriteria. TOPSIS Method.

Multicriteria Decision Support.

1 Introdução

Desde que o mundo existe, as pessoas se veem envolvidas em tomadas de decisão no que diz respeito à sua vida diária e este fator tem interessado os pesquisadores por muitos anos (GARCÍA-CASCALES; LAMATA, 2012). Apesar de muitas dessas decisões serem tomadas levando em consideração apenas um parâmetro, pode-se perceber que os problemas reais raramente se enquadram nesta situação. Neste sentido, a problemática da tomada de decisão nos dias atuais é caracterizada por um número crescente de alternativas e critérios conflitantes (ARAÚJO; ALMEIDA, 2009), tornando-a bastante complexa (CHAVES *et al.*, 2010). Esse tipo de decisão, caracterizado pela consideração simultânea de múltiplos parâmetros ou critérios para a escolha de um curso de ação, é denominado como um problema de decisão multicritério.

A tomada de decisão multicritério (MCDM), que é uma das metodologias de decisão mais utilizadas nas ciências, nos negócios, no governo e na engenharia, com o propósito de ajudar a melhorar a qualidade das decisões (WANG; TRIANTAPHYLLOU, 2008), consiste em uma situação onde existem pelo menos duas alternativas de ação a serem escolhidas, de forma que o processo de escolha ocorre de acordo com o atendimento dos objetivos, que muitas vezes têm relacionamentos conflitantes (ALMEIDA, 2011). Logo, as ferramentas de MCDM atuam de forma a possibilitar a resolução de um problema com segurança e redução da possibilidade de erro (BELTON; STERWART, 2002).

Dentre estas ferramentas, tem-se o método TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), que baseia-se na ideia de que a alternativa escolhida deverá ter a distância mais curta entre a solução ideal positiva e a maior distância da solução ideal negativa (HWANG; YOON, 1981). Este método é caracterizado por sua fácil utilização e robustez de resultados, o que resultou em sua vasta utilização, seja de forma individual ou conjunta com outros métodos, como aponta o estudo de Behzadian *et al.* (2012), que realizou uma revisão da literatura de trabalhos que utilizaram este método. Em seu estudo, os autores consideraram os artigos acadêmicos publicados entre os anos de 2000 e 2010, em que foram encontrados mais de 266 trabalhos publicados em 103 revistas diferentes, que permeavam os mais diversos assuntos, desde a gestão da cadeia de suprimentos e logística até a gestão de recursos humanos, demonstrando também a ampla aplicabilidade do método.

Apesar da grande difusão desse método, assim como de outras diversas ferramentas de MCDM, estas têm sido criticadas devido à ocorrência de um fenômeno chamado de *rank reversal*, ou seja, reversão de ordenação. O *rank reversal* se refere à mudança na ordenação de algumas alternativas após uma alternativa ter sido adicionada ou excluída deste grupo anteriormente ordenado. Este fenômeno, observado inicialmente no método AHP, a partir dos estudos de Belton e Gear (1983, 1985) e de Saaty e Vargas (1984), tem sido debatido (em alguns casos são propostas formas de evitar este problema) ao longo de mais de 30 anos e para diversos métodos diferentes, tais como o PROMETHEE (VERLY; SMET, 2013), o SAW (WANG; LUO, 2009), o DEA (SOLTANIFAR; SHAHGHOBI, 2014), o Electre (WANG; TRIANTAPHYLLOU, 2008) e o próprio TOPSIS (WANG; LUO, 2009).

No entanto, o que se tem percebido é que ainda há uma escassez na literatura de estudos que se dediquem a avaliar em profundidade o impacto deste fenômeno para estes métodos, ilustrando, por exemplo, sob quais condições o fenômeno ocorre. Apesar disso, podem-se citar alguns exemplos de estudos com esta finalidade, como o estudo de Wanga e Triantaphyllou (2008) sobre o Electre que, a partir de três critérios, chegaram à conclusão que a taxa de reversão do Electre II e III aumentam conforme crescimento do número de alternativas.

Desse modo, levando em consideração a criticidade do problema do *rank reversal*, este estudo tem como objetivo testar, através dos três critérios propostos por Wanga e Triantaphyllou (2008), a ocorrência do *rank reversal* no método TOPSIS. Para tanto, o artigo está estruturado da seguinte forma: em primeiro lugar apresenta a estrutura do TOPSIS, discutindo suas nuances; depois apresenta o método utilizado para o teste do modelo quanto à ocorrência do *rank reversal*; em seguida, são apresentados os resultados obtidos com o teste; e, finalmente, tece a conclusão do estudo.

2 O Método TOPSIS

O TOPSIS é um método que se baseia na ideia de que a alternativa escolhida deverá ter a distância mais curta entre a solução ideal positiva e a maior distância da solução ideal negativa. Por conta disto, Hwang e Yoon (1981) estruturaram este método a partir dos seguintes procedimentos:

1) Calcula-se a matriz de decisão normalizada n_{ij}

$$n_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^m x_{ij}^2, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

2) Calcula-se a matriz de decisão ponderada r_{ij}

$$r_{ij} = w_j n_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

Onde w_j é o peso do atributo ou critério, e:

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

3) Determina-se a solução ideal positiva A^+ e negativa A^-

$$A^+ = \{r_1^+, \dots, r_n^+\} = \{(\max r_{ij} | i \in I), (\min r_{ij} | i \in J)\}$$

$$A^- = \{r_1^-, \dots, r_n^-\} = \{(\min r_{ij} | i \in I), (\max r_{ij} | i \in J)\}$$

Onde I está associado aos critérios de benefício e J está associado aos critérios de custo.

4) Calculam-se as distâncias de cada uma das alternativas em relação às soluções ideais

$$d_j^+ = \left[\sum_{j=1}^n (r_{ij} - r_j^+)^2 \right]^{1/2}, \quad i = 1, \dots, m$$

$$d_j^- = \left[\sum_{j=1}^n (r_{ij} - r_j^-)^2 \right]^{1/2}, \quad i = 1, \dots, m$$

5) Calcula-se a proximidade relativa de cada alternativa

$$R_j = \frac{(d_j^-)}{(d_j^+) + (d_j^-)}, \quad i = 1, \dots, m$$

6) Ordenam-se as alternativas em ordem decrescente de acordo com o R_j .

3 Procedimentos Metodológicos

Conforme já citado, o TOPSIS é um método que apresenta o problema de *rank reversal*. A ocorrência deste fenômeno no TOPSIS foi apresentado primeiramente no estudo de Wang e Luo (2009), que também comprovou a ocorrência desse fenômeno para outros quatro métodos,

quais sejam: AHP (*Analytic hierarchy process*); SAW (*Simple Additive Weighting*); DEA (*Data Envelopment Analysis*); e BK (*Borda-Kendall*).

Wanga e Triantaphyllou (2008) e Triantaphyllou (2001) propuseram três critérios para testar casos de *ranking reversal* nos métodos da família Electre e no método AHP, respectivamente, conforme descrito a seguir:

- 1) Um método eficaz MCDM não deve alterar a indicação da melhor alternativa quando uma alternativa “não ótima” é substituída por uma outra alternativa pior (dado que a importância relativa de cada decisão critério permanece inalterada);
- 2) Os *rankings* de alternativas por um método eficaz MCDM devem seguir a propriedade de transitividade;
- 3) Para o mesmo problema de decisão e usando o mesmo método MCDM, depois de combinar os *rankings* dos problemas menores (problema decomposto), o novo *ranking* geral das alternativas deve ser idêntico ao *ranking* global original do problema não decomposto.

Para facilitar a avaliação de cada um dos critérios citados anteriormente, tanto o método TOPSIS como todos os critérios propostos por Wanga e Triantaphyllou (2008) foram implementados em Linguagem Java. A seguir, foram realizados experimentos aleatórios com os seguintes parâmetros:

- Número de critérios: 5, 10, 15 e 20;
- Número de alternativas: 5, 7, 9, 11;
- Desempenho das alternativas: gerados aleatoriamente através de uma distribuição uniforme no intervalo [0-10];
- Peso dos critérios: três tipos de pesos foram definidos para os experimentos. No primeiro caso, utilizou-se pesos iguais para todos os critérios; no segundo caso, utilizou-se pesos gerados aleatoriamente no intervalo [0-1] para todos os critérios através de uma distribuição uniforme; e, finalmente, no terceiro caso, utilizou-se uma distribuição beta em forma de U para atribuir os pesos de cada critério;
- Número de replicações: 1.000 casos para cada combinação, gerando 48.000 problemas de decisão diferentes.

A seguir, o método TOPSIS foi avaliado para cada um dos 48.000 problemas de decisão gerados aleatoriamente através dos três critérios de reversão de *ranking* propostos por Wanga e Triantaphyllou (2008). Para avaliar o método TOPSIS em relação ao critério 1, considerou-se duas matrizes de decisão como entrada, onde a primeira foi a matriz de decisão original, gerada aleatoriamente, enquanto que a segunda foi construída através da substituição de uma alternativa não-ótima da matriz de decisão inicial por outra com desempenho 10% inferior em cada critério. O método TOPSIS foi então aplicado a cada uma das matrizes de decisão, quando o resultado da escolha da melhor alternativa for diferente, considerou-se que o método não passou no critério 1, caso contrário, quando o resultado foi idêntico, considerou-se que o método não produziu reversão de *ranking* para este critério de avaliação.

A avaliação do critério 2 considerou também como entrada duas matrizes de decisão, onde a primeira também foi a matriz de decisão gerada aleatoriamente, enquanto que a segunda foi uma matriz de decisão gerada a partir da primeira com a exclusão de uma alternativa qualquer, sorteada aleatoriamente. Considerou-se que o método passou neste teste quando ele manteve a transitividade entre os *rankings* produzidos para as duas matrizes de decisão de entrada. Por fim, a avaliação do critério 3 considerou três matrizes de decisão como entrada. Assim como nos critérios anteriores, a primeira também foi a matriz de decisão gerada aleatoriamente, com n alternativas, enquanto que a segunda foi uma matriz com as $n/2$ alternativas da primeira matriz e a terceira foi uma matriz com as demais $n-n/2$ alternativas restantes. Este critério também avalia a propriedade da transitividade, assim como o segundo, no

entanto, a regra da transitividade deve-se manter para as duas matrizes derivadas da matriz inicial.

4 Resultados

Para a análise dos resultados, são apresentados, para cada um dos critérios testados, tabelas - com os dados numéricos obtidos com as simulações – e gráficos, que melhor ilustram a tendência de ocorrência da reversão de *ranking*. Vale ressaltar que, em cada gráfico, há uma linha com os resultados obtidos para cada número de alternativas utilizadas nos experimentos, que o eixo *x* corresponde ao número de critérios e o eixo *y* corresponde ao número de irregularidades de *ranking* nos problemas simulados.

Inicialmente, a Tabela 1 e a Figura 1 apresentam os resultados obtidos em relação ao critério 1. Neste critério verifica-se se há alguma alteração na melhor alternativa quando uma alternativa “não ótima” é substituída por uma outra alternativa.

Critérios	Alternativas	Casos	Número de Irregularidades	Número de Irregularidades (%)
5	5	3000	53	1,8
10	5	3000	65	2,2
15	5	3000	72	2,4
20	5	3000	83	2,8
5	7	3000	59	2,0
10	7	3000	78	2,6
15	7	3000	88	2,9
20	7	3000	108	3,6
5	9	3000	50	1,7
10	9	3000	80	2,7
15	9	3000	79	2,6
20	9	3000	90	3,0
5	11	3000	46	1,5
10	11	3000	82	2,7
15	11	3000	81	2,7
20	11	3000	81	2,7
Soma		48000	1195	2,49

Tabela 1: Dados das Irregularidades de *ranking* – Critério 1.

Logo, os resultados indicam que quanto maior o número de critérios, maior é a ocorrência de irregularidades no *ranking*. Em geral, percebe-se que 2,49% dos casos apresentaram problemas de reversão, um valor considerado baixo. No entanto, um método de decisão multicritério para ser consistente, precisa ser consistente com os três critérios de *ranking reversal* apresentados.

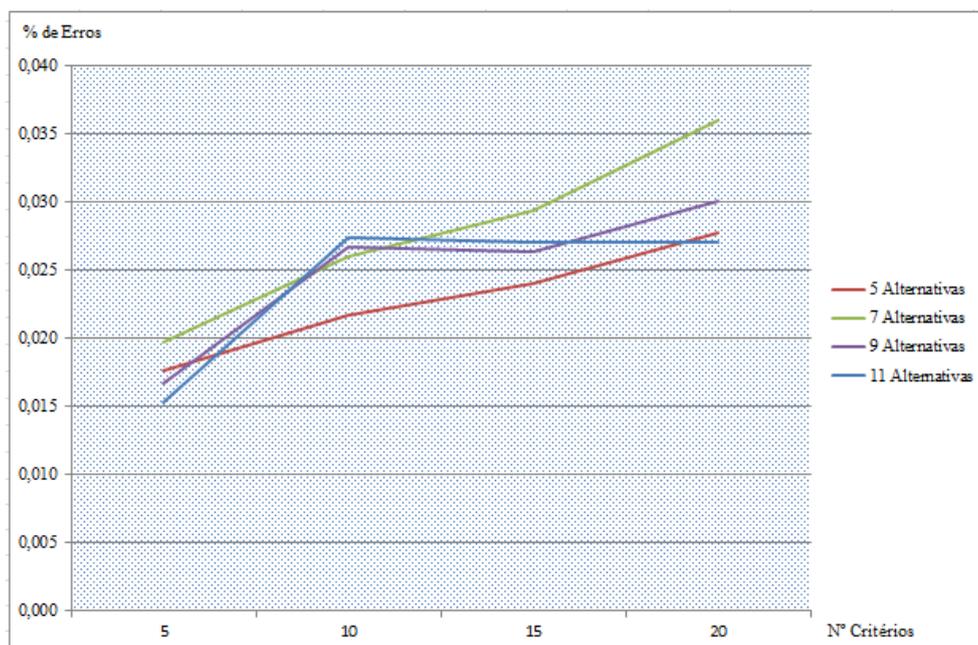


Figura 1: Irregularidades de *ranking* – Critério 1.

A seguir, quando o método TOPSIS é avaliado para o segundo critério de teste de reversal de *ranking*, o índice baixo encontrado no teste do primeiro critério não se repete, de forma que no teste para o segundo critério, que mede a propriedade da transitividade, o índice de reversão de ranking aumenta para um valor médio de 45,5%, considerado muito alto e preocupante para a consistência do método TOPSIS, conforme apresentado na Tabela 2 e na Figura 2.

Critérios	Alternativas	Casos	Número de Irregularidades	Número de Irregularidades (%)
5	5	3000	582	19,4
10	5	3000	801	26,7
15	5	3000	763	25,4
20	5	3000	808	26,9
5	7	3000	951	31,7
10	7	3000	1265	42,2
15	7	3000	1334	44,5
20	7	3000	1381	46,0
5	9	3000	1327	44,2
10	9	3000	1666	55,5
15	9	3000	1706	56,9
20	9	3000	1706	56,9
5	11	3000	1543	51,4
10	11	3000	1950	65,0
15	11	3000	2012	67,1
20	11	3000	2059	68,6
Soma		48000	21854	45,5

Tabela 2: Dados das Irregularidades de *ranking* – Critério 2.

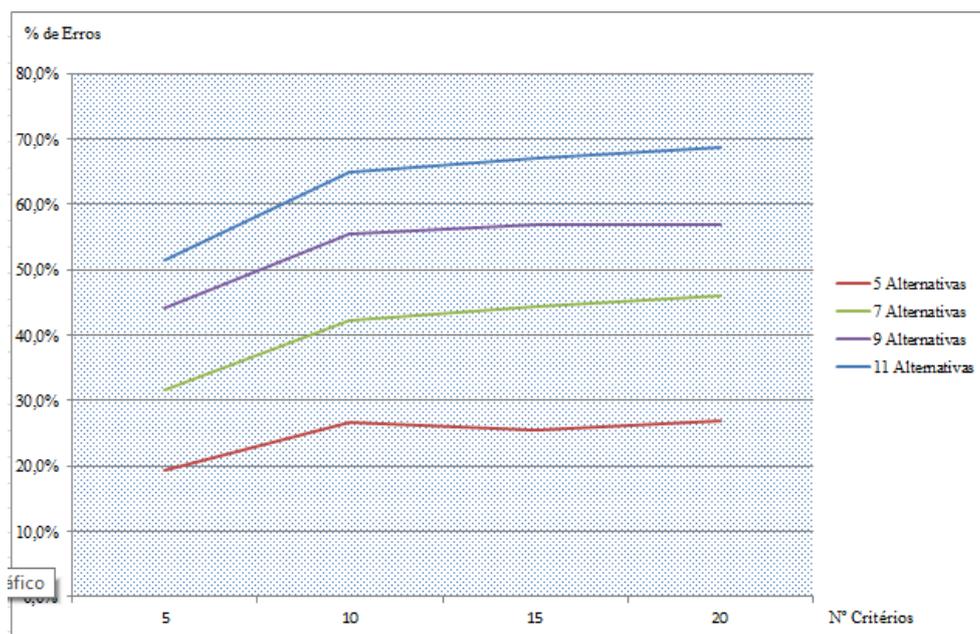


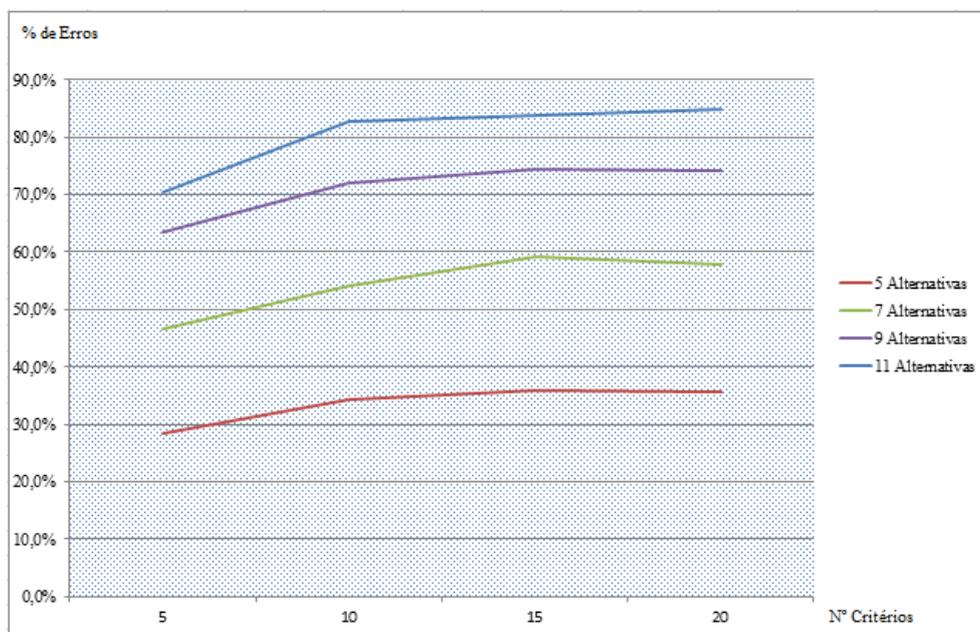
Figura 2: Irregularidades de *ranking* – Critério 2.

Além disso, percebe-se no teste do segundo critério que as taxas de irregularidades do *ranking* aumentam principalmente conforme o aumento do número de alternativas, diferentemente do encontrado no primeiro critério que teve maior variação em função do número de critérios. Neste sentido, pode-se destacar, por exemplo, a taxa de erro ocorrida quando foram tratados problemas de decisão que envolviam 20 critérios e 11 alternativas, que chegou na casa dos 68,6% dos casos.

Finalmente, no teste do critério 3 (Tabela 3 e Figura 3), que avaliar se o *ranking* global (não decomposto) e o novo *ranking* com problemas decompostos seguem a propriedade da transitividade, percebe-se um cenário ainda pior quanto a ocorrência de irregularidades, visto que a taxa global dessas irregularidades chega a 59,9%, sendo que aqueles problemas de decisão que envolviam 20 critérios e 11 alternativas, por exemplo, atingiram uma taxa de irregularidade de 85%.

Critérios	Alternativas	Casos	Número de Irregularidades	Número de Irregularidades (%)
5	5	3000	854	28,5
10	5	3000	1026	34,2
15	5	3000	1078	35,9
20	5	3000	1073	35,8
5	7	3000	1398	46,6
10	7	3000	1621	54,0
15	7	3000	1779	59,3
20	7	3000	1738	57,9
5	9	3000	1904	63,5
10	9	3000	2157	71,9
15	9	3000	2236	74,5
20	9	3000	2227	74,2
5	11	3000	2110	70,3
10	11	3000	2484	82,8
15	11	3000	2515	83,8
20	11	3000	2549	85,0
Soma		48000	28749	59,9

Tabela 3: Dados das Irregularidades de *ranking* – Critério 3.

Figura 3: Irregularidades de *ranking* – Critério 3.

Além disso, cabe ressaltar que, similarmente ao teste do critério 2, o aumento da taxa de irregularidades está atrelado ao número de alternativas. Neste caso, isto pode ser explicado pelo fato de que quanto maior for o número de alternativas, maior é o número de problemas decompostos e, conseqüentemente, mais provável é que ocorra uma contradição entre os problemas de decisão.

Como comentário geral em relação aos resultados obtidos, pode-se dizer que o problema de *ranking reversal* no método TOPSIS é tão grande grave quanto os resultados apresentados em Wanga e Triantaphyllou (2008) para a família Electre, onde os autores encontraram os seguintes percentuais médios: critério 1: cerca de 12% para o Electre II e 14% para o Electre III; critério 2: 75% para o Electre II e 80% para o Electre III; e critério 3: cerca de 70% para o Electre II e 90% para o Electre III. No entanto, deve-se considerar que o *ranking* final das alternativas no método TOPSIS é dado por uma escala continua de valores no intervalo [0-1], onde a indiferença entre duas alternativas raramente ocorre. Portanto, pequenas variações nos dados de entrada, podem afetar os resultados de saída, produzindo situações de reversão de *ranking* onde o coeficiente de proximidade de duas alternativas for muito próximo.

5 Conclusão

O método TOPSIS é um dos métodos de auxílio à tomada de decisão multicritério mais utilizados na academia e novos trabalhos que buscam avaliar a robustez do método são importantes para avaliar a credibilidade dos resultados obtidos com o método, bem como delimitar as limitações das pesquisas conduzidas.

O presente trabalho abordou do problema de reversão de *ranking*, publicado pela primeira vez na literatura por Wang e Luo (2008) e mais recentemente por García-Cascalesa e Lamata (2012) em trabalhos sobre o método TOPSIS. A motivação básica para o desenvolvimento foi verificar em que medida o método TOPSIS é afetado pelos critérios de reversão de *ranking* descritos em Wanga e Triantaphyllou (2008), dado que o mesmo é amplamente utilizado em trabalhos acadêmicos.

Após a implementação do método TOPSIS e dos critérios de reversão de *ranking* em linguagem Java, 48.000 problemas foram gerados aleatoriamente para avaliação. Ao final do experimentos constatou-se que o método TOPSIS apresenta um quadro grave quanto à ocorrência do *rank reversal*, em consonância com os resultados apresentados em Wanga e Triantaphyllou

(2008) sobre o Electre. Como trabalhos futuros, pretende-se fazer uma análise mais aprofundada sobre as causas das situações de reversão de *ranking* levando em consideração cada etapa do modelo, bem como de todas as variáveis envolvidas.

Referências

Almeida, A. T. *O Conhecimento e o Uso de Métodos Multicritério de Apoio a Decisão*, Editora Universitária da UFPE, Recife, 2011.

Araujo, A. G. e Almeida, A. T. (2009), Apoio à decisão na seleção de investimentos em petróleo e gás: uma aplicação utilizando o método PROMETHEE. *Gestão & Produção*, 16(4), 534-543.

Behzadian, M., Otaghsara, S. K., Yazdani, M. e Ignatius, J. (2012), A state-of-the-art survey of TOPSIS applications. *Expert Systems with Applications*, 39(17), 13051-13069.

Belton, V. e Stewart, T. J. *Multiple criteria decision analysis*, Kluwer Academic Publishers, 2002.

Belton, V. e Gear, T. (1983), On a short-coming of Saaty's method of analytic hierarchies. *Omega*, 11(3), 228-230.

Belton, V. e Gear, T. (1985), The legitimacy of rank reversal – a comment. *Omega*, 13(3), 143-144.

Chaves, M. C. C., Gomes Júnior, S. F., Pereira, E. R. e Soares de Mello, J. C. C. B. (2010), Utilização do método ELECTRE II para avaliação de pilotos no campeonato de Fórmula 1. *Produção*, 20(1), 102-113.

García-Cascales, M. S. e Lamata, M. T. (2012), On rank reversal and TOPSIS method. *Mathematical and Computer Modelling*, 56(5–6), 123-132.

Hwang, C. L. e Yoon, K. *Multiple attributes decision-making methods and applications*, Springer, Heideberg, 1981.

Saaty, T. L. e Vargas, L. G. (1984), The legitimacy of rank reversal. *Omega*, 12(5), 513-516.

Soltanifar, M. e Shahghobadi, S. (2014), Survey on rank preservation and rank reversal in data envelopment analysis. *Knowledge-Based Systems*, 60(s.n.), 10-19.

Triantaphyllou, E. (2001), Two new cases of rank reversals when the AHP and some of its additive variants are used that do not occur with the multiplicative AHP. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 10(1), 11-25.

Verly, C. e De Smet, Y. (2013), Some results about rank reversal instances in the PROMETHEE methods. *International Journal of Multicriteria Decision Making*, 3(4), 325-345.

Wang, Y-M. e Luo, Y. (2009), On rank reversal in decision analysis. *Mathematical and Computer Modelling*, 49(5–6), 1221-1229.

Wang, X. e Triantaphyllou, E. (2008), Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some ELECTRE methods. *Omega*, 36(1), 45-63.