



MODELO CAPACITADO PARA ALOCAÇÃO DE ALUNOS EM REDES PÚBLICAS DE ENSINO

Hidelbrando Ferreira Rodrigues

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
Universidade Federal de Santa Catarina - Centro Tecnológico - Florianópolis - Santa Catarina
hidelrodrigues@gmail.com

Sérgio Fernando Mayerle

Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Universidade Federal de Santa Catarina - Centro Tecnológico - Florianópolis - Santa Catarina
sergio.mayerle@ufsc.br

RESUMO

Este artigo apresenta um modelo que resolve o problema de alocação de alunos distribuídos em um determinada região e que precisam ser alocados em escolas participantes de uma rede pública de ensino. Estas escolas, por sua vez, possuem salas com capacidades diferentes. As turmas formadas para atenderem aos alunos da rede, devem obedecer à quantidade máxima permitida para cada série. O objetivo do modelo é minimizar os custos totais com o transporte de alunos às escolas, bem como, o de minimizar o custo total com a abertura de turmas que serão formadas para atenderem à demanda por vagas. O modelo foi validado utilizando três bairros cidade de Manaus, dividido em cento e quinze setores censitários. A demanda, os custos de transporte, os custos de abertura de turma e a configuração da escola foram simuladas, sendo estes compatíveis a valores3 reais. O modelo foi implementado em GAMS, e resolvido com pacote de programação linear inteira mista (GUROBI), disponível no site NEOS Server. A solução foi obtida com um *gap* de 6,7% em relação à solução ótima.

PALAVRAS CHAVE. Modelo de Alocação. Redes Públicas de Ensino. Otimização.

Área Principal: PO na Administração Pública. PO na Educação. PO em Serviços.

ABSTRACT

This paper presents a model that solves the problem of allocating students distributed in a particular region and need to be allocated to participating schools in a network of public school. These schools, in turn, have rooms with different capacities. The groups formed to meet the students the network must obey the maximum amount allowed for each series. The objective of the model is to minimize the total cost of transporting students to schools, as well as 9to minimize the total cost with the opening of classes that will be formed to meet the demand for vacancies. The model was validated using three neighborhoods of Manaus and one hundred and fifteen census tracts. The demand, transportation costs, costs of opening and setting school class were simulated, which are compatible to real data. The model was implemented in GAMS and solved with package mixed integer linear programming (GUROBI), available on the NEOS Server site. The solution was obtained with a *gap* of 6.7% compared to the optimal solution.

KEYWORDS.

Allocation model. Network of Public School. Optimization.

Main Area: OR in Public Administration. OR in Education. OR in Services.

1. Introdução

Este artigo apresenta um modelo de alocação que será empregado no contexto de uma rede pública de ensino. Trata-se de otimizar um sistema formado por escolas com capacidade para atender toda a demanda de uma determinada região. Para isto, serão considerados os custos de deslocamentos dos alunos a todas as escolas candidatas a recebê-los, bem como, os custos de aberturas de turmas.

O problema de formação de turmas em uma rede pública de ensino, considera um conjunto de alunos que precisam ser matriculados em suas respectivas séries. Estes alunos encontram-se distribuídos espacialmente numa dada região de interesse, na qual estão localizadas diversas escolas, cada qual com um conjunto de salas com capacidade conhecida. Cada turma de uma dada série deve conter, por razões de natureza física ou pedagógica, um número máximo de alunos.

Neste processo de alocação, deve-se buscar minimizar os custos envolvidos, tanto por parte dos alunos, que precisam se deslocar até a escola, como da própria escola que deve contratar professores para assumirem as turmas formadas.

Ao problema descrito existe um dilema a ser resolvido: se de um lado a concentração das turmas reduz o custo de contratação de professores, por outro, causa o aumento dos custos de transporte dos estudantes. Encontrar o equilíbrio entre estes custos, garantindo que as capacidades das escolas sejam respeitadas, inclusive no que diz respeito a quantidade máxima de alunos em cada turma, é uma tarefa de difícil resolução sem o uso de técnicas matemáticas e computacionais.

Na próxima seção é apresentada uma breve revisão dos modelos de alocação e locação usualmente aplicados em problemas desta natureza. Na seção 3 é apresentada a formulação matemática proposta, que é seguida de uma aplicação numérica na seção 4. Na seção 5 são apresentados os resultados obtidos, seguido das conclusões que são apresentadas na seção 6.

2. Revisão Bibliográfica

O estudo da teoria da localização começou formalmente em 1909, quando Alfred Weber considerou como posicionar um único depósito, de tal modo que esta localização minimizasse a distância total entre este depósito e os seus clientes. Com a publicação de Hakimi (1964), os estudos sobre localização tiveram seu interesse renovado. Neste estudo, Hakimi generalizou os conceitos de *centro* e *vértice mediano*, para *centro absoluto* e *mediano absoluto* de um grafo ponderado. Estes resultados foram utilizados para encontrar a localização ótima de um centro de comutação em uma rede de comunicação, e o melhor local para construir uma delegacia de polícia em um sistema de rodovias. Hakimi mostra que a localização ótima do centro de comutação é sempre um vértice da rede, enquanto a melhor localização para a delegacia, não é, necessariamente, numa intersecção. (WEBER, 1929; OWEN; DASKIN, 1998).

O problema de P -mediana é indicado como segue: Encontre a localização das P -instalações de modo a minimizar a distância total ponderada entre os locais de demandas e as instalações. Sejam $N = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de pontos de demanda; $i \in N$ um determinado cliente ou vértice; $j \in N$ uma instalação em potencial ou mediana; p o número de instalações de serviço ou medianas a serem localizadas; h_i o peso ou importância do cliente i ; $[d_{ij}]_{n \times n}$ a matriz simétrica de distância de cada cliente i à instalação j , com $d_{ii} = 0, \forall i$. $[Y_{ij}]_{n \times n}$ a matriz de alocação de cada cliente i ; onde:

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{indica que } j \text{ é uma mediana} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } i \text{ é alocado à instalação } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Usando estas definições, o problema de P -mediana pode ser escrito como um problema de programação linear inteira:

$$\text{Minimize } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} h_i d_{ij} Y_{ij} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{j \in N} X_j = P \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} Y_{i \in N j} = 1; \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$Y_{ij} - X_{j \in N} \leq 0; \quad \forall i, j \in N \quad (4)$$

$$X_j \in \{0, 1\}; \quad \forall j \in N \quad (5)$$

$$Y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (6)$$

A função (1), como mencionado anteriormente, tem como objetivo minimizar a distância total entre os clientes e as instalações, sendo estas distâncias ponderada pela demanda. A restrição (2) assegura que serão alocadas exatamente P instalações. A restrição (3) garante que a demanda será atribuída a uma única instalação disponíveis, enquanto que a restrição (4) permite apenas a atribuição em instalações alocadas. As restrições (5) e (6) são requisitos binários para as variáveis do problema. Uma vez que as demandas serão atribuídas ao serviço mais próximo no problema não-capacitado, a restrição (6) pode ser relaxada a uma restrição de não-negatividade. (OWEN; DASKIN, 1998; PIZZOLATO; RAUPP; ALZAMORA, 2012)

Nesta formulação, o processo de localizar instalações ocorre em um conjunto finito de pontos previamente definidos, sendo estes, representantes dos nós de uma rede. Embora seja possível a localização de uma instalação em qualquer ponto ao longo das extremidade da rede, Hakimi mostrou que, para um número de P unidades, existe pelo menos uma solução ótima para o problema de P -mediana, que se localiza nos nós da rede. Assim, a formulação simplificada inclui apenas nós como potenciais locais de instalação, sem penalizar o valor da função objetivo.

A seguir, algumas variantes mais conhecidas da modelo de P -mediana descritos por Pizzolato, Raupp e Alzamora (2012):

- O modelo de P -mediana com custos fixos difere do problema original, ao adicionar na função objetivo, o custo fixo f_j de cada instalação j ;
- O problema de P -mediana capacitado, considera que cada instalação j possui uma capacidade Q_j máxima de atendimento da demanda;
- O problema de localização de uma planta simples, conhecido em inglês como *simple plant location problem (SPLP)*, tende a ser usado em ambiente industrial, onde se deseja localizar uma ou mais fábricas dentre um conjunto e, partir destes, atender à demanda existente nos diversos centros de consumo. Neste modelo, a escolha é feita a partir de uma seleção prévia lo localidades potenciais que podem acolher as p instalações.

- O problema de localização com cobertura completa, conhecido na literatura internacional como *the set covering location model (SCLM)*, tem como objetivo localizar o número mínimo de instalações necessárias para atender todos os pontos de demanda. Neste caso, S será o afastamento máximo entre o ponto de demanda e um ponto de oferta do serviço, além de considerar o conjunto das localizações potenciais que atende o ponto de demanda, limitados ao afastamento considerado.
- O problema de localização com cobertura máxima, em inglês, *the maximal covering location problem (MCLP)*, considera um número p de instalações e deve-se localiza-los de modo a maximizar a demanda atendida. Como no caso anterior, atender a demanda significa não ultrapassar as distâncias estabelecidas entre os pontos de demanda e oferta.
- A localização de Hubs representa um ponto de concentração que consolida a demanda e favorece o transporte subsequente. Neste caso, transfere-se as cargas dos vértices de menor demanda (*spokes*) para *hubs* concentradores dessa demanda e, em seguida, transportados a custos reduzidos ao seu destino final, que também são vértices do tipo *spokes*.
- Na localização hierárquica existem níveis diferentes de serviço a serem atendidos, como por exemplo ambulatórios, maternidades e clínicas neonatais, e podem ter como objetivo minimizar a distância total ponderada percorrida até as instalações, ou maximizar a população coberta a menos de uma distância de serviço crítica. As restrições impostas por esse modelo garantem, dentre outras coisas, que os níveis de serviço sejam obtidos nos pontos onde as instalações foram localizadas, respeitando o limite orçamentário.
- No problema de p -centro, o objetivo é minimizar a distância máxima entre clientes e um número fixo de instalações de serviços a serem determinadas. Neste problema os vértices não tem pesos.
- Diagrama de Voronoi trata-se de um tipo especial de partição do espaço métrico determinado pelas distâncias euclidianas de um conjunto de pontos específicos no espaço. Essa partição do plano com $n > 2$ pontos geradores resulta em polígonos convexos, tais que cada polígono contém exatamente um desses pontos geradores, e ainda pontos geradores que estão mais próximos destes de qualquer outro ponto gerador.

A formulação matemática dos modelos acima, bem como uma revisão completa e aprofundada sobre os problemas de localização podem ser encontrados nas referências citadas nesta seção e, também, nos trabalhos de Sridharan (1995), ReVelle e Eiselt (2005), Pizzolato, Raupp e Alzamora (2012), Arabani e Farahani (2012), dentre outros.

3. Formulação Matemática

Considere J , I , K e S como sendo, respectivamente, os conjuntos de setores censitários, de escolas, de séries e de tipos (tamanhos) de salas. Considere que em cada setor censitário $j \in J$, existam D_j^k alunos a serem matriculados em turmas da série $k \in K$. Considere que em cada uma das turmas da série $k \in K$, deva conter no máximo q_k alunos matriculados, e, ainda, que cada escola $i \in I$ contém N_i salas do tamanho $s \in S$. Finalmente, considere que o custo de deslocar um aluno do setor censitário $j \in J$ para a escola $i \in I$ é dado por CD_{ij} , e que o custo de abertura de uma turma da série $k \in K$ é dado por CT_k .

Então, resolver o problema de alocação de turmas em escolas consiste em determinar o número de turmas de cada série $k \in K$ a ser aberta em cada escola $i \in I$, denotados pelas variáveis y_{ik} , bem como o número de alunos x_{ij} do setor censitário $j \in J$ que deverão ser matriculados na série $k \in K$ da escola $i \in I$, de modo a minimizar o custo total do sistema. Este problema pode ser resolvido com o seguinte modelo:

$$\text{Min } Z(x, y) = \sum_{i,j,k} CD_{ij}x_{ij}^k + \sum_{i,k} CT_k y_{ik} \quad (7)$$

Sujeito a:

$$\sum_i x_{ij}^k = D_j^k \quad \forall j, k \quad (8)$$

$$\sum_j x_{ij}^k \leq q_k y_{ik} \quad \forall i, k \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K_s} y_{ik} + F_{is} = N_i + F_{i(s+1)} \quad \forall i, s \quad (10)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (11)$$

$$y_{ik} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i, k \quad (12)$$

$$F_{is} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i, s \quad (13)$$

No modelo acima, a função objetivo (7) determina a minimização do custo total do sistema (composto pelos custo de transporte dos alunos e pelo custo de contratação de professores); a expressão (8) garante que toda a demanda, de cada setor censitário e série, será alocada; a restrição (9) garante que o número de turmas abertas de uma dada série, numa dada escola, é compatível com o número de estudantes matriculados; a restrição (10) garante que o número de turmas de cada série, abertas numa dada escola é compatível com o número e a capacidades das salas existentes na escola. Finalmente, as restrições (11) - (13) definem a natureza das variáveis envolvidas.

Note-se que nas restrições (9) foram incluídas as variáveis auxiliares F_{is} , que denotam a sobra de salas de tamanho $s \in S$, da escola $i \in I$, que poderão ser utilizadas no atendimento de turmas de menor tamanho. Também ressalta-se o papel desempenhado pelo sub-conjunto $K_s \subseteq K$, que contém os índices das séries a serem alocadas em salas do tipo $s \in S$. O conjunto K_s satisfaz a seguinte condição:

$$\bigcup_s K_s = K \quad (14)$$

$$K_s \cap K_{s'} = \emptyset \quad \forall s, s' \in S \text{ com } s \neq s' \quad (15)$$

ou seja, a família de conjuntos K_s , consiste em uma partição do conjunto K .

4. Aplicação Numérica do Modelo

Na aplicação piloto realizada com o modelo, foram considerados três bairros da cidade de Manaus, os quais contém oito escolas e cento e quinze setores censitários, por onde se encontram distribuídos os alunos a serem alocados. As distâncias entre os centróides de cada setor censitário e as escolas foram obtidas utilizando o software ArcGis 10.1. A configuração desta área de estudo pode ser vista na figura 1.

A tabela 1 indica o número máximo de alunos que cada tipo de turma deve receber. Nesta aplicação, são consideradas nove séries ($k = 1, \dots, 9$). As séries iniciais ($k = 1, 2, 3$) podem conter no máximo 25 alunos; as séries intermediárias ($k = 4, 5$) devem ser formadas com no máximo 30 alunos; as séries finais ($k = 6, 7, 8, 9$) poderão receber até 40 alunos. As salas foram classificadas em três categorias, identificadas por s_1 , s_2 e s_3 , as quais possuem, respectivamente, capacidades para 25, 30 e 40 alunos. No cenário analisado, foram considerados, sem perda de generalidade, que cada escola possui dezesseis salas, sendo três do tipo s_1 , três do tipo s_2 e dez do tipo s_3 .

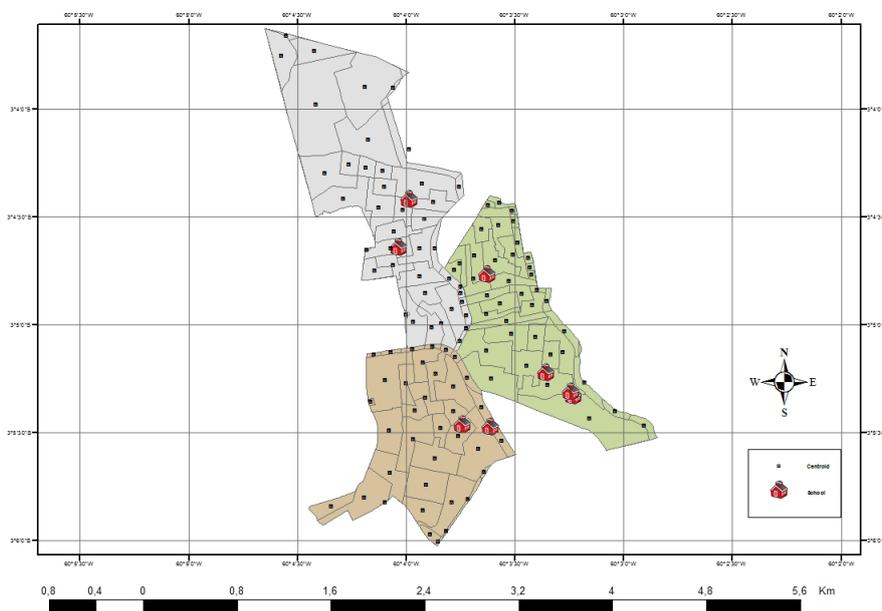


Figura 1: Exemplo de uma estrutura para aplicação do modelo de localização.

Como observado na formulação do modelo, neste cenário considera-se que as salas do tipo s_3 possuem capacidade para receber quaisquer turmas das séries $k = 1, \dots, 9$. As salas do tipo s_2 poderão receber turmas das séries $k = 1, \dots, 5$. E, por sua vez, as salas tipo s_1 poderão receber apenas turmas $k = 1, \dots, 3$.

Tipos de Sala	Séries	Tamanho das turmas	Salas Disponíveis por Escola	Capacidade total
s_1	$k_1 - k_3$	25	3	600
s_2	$k_1 - k_5$	30	3	720
s_3	$k_1 - k_9$	40	10	3200
Total			16	4520

Tabela 1: Características do sistema escolar simulado

Considerando a dificuldade de se utilizar dados reais de demanda associados a cada setor censitário, estratificado por idade/série, foram utilizados, para fins de avaliação do desempenho do

modelo, valores simulados compatíveis com os dados brutos de demanda informados pelo IBGE (2010).

Finalmente, os custos de transporte e abertura de turmas foram tomados com base em valores de mercado, considerando as distâncias percorridas e os salários dos professores.

5. Resultados Obtidos

O modelo foi implementado em GAMS, e resolvido com pacote de programação linear inteira mista (GUROBI), disponível no site NEOS Server. A solução foi obtida com um *gap* de 6,7% em relação à solução ótima. A tabela 2 apresenta o número de turmas criadas para atender a demanda das séries $k_6 - k_9$. Dado o tamanho destas turmas, as mesmas devem ser atendidas pelas salas do tipo s_3 . Ao todo foram utilizadas 38 destas salas, sendo que as sobras em relação às 80 existentes, serão disponibilizadas para atendimento das turmas das demais séries. A ocupação média destas salas, considerando o número de alunos alocados por escola, é de 37 alunos por sala, o que representa uma taxa média de ocupação de 93,6%.

Escolas	No. de salas do tipo s_3	Turmas criadas				Salas s_3 utilizadas	Sobras s_3
		k_6	k_7	k_8	k_9		
13028774	10	0	1	1	1	3	7
13029576	10	3	1	1	1	6	4
13029622	10	3	1	2	2	8	2
13075896	10	0	1	0	1	2	8
13081454	10	0	2	1	1	4	6
13081497	10	1	3	3	2	9	1
13092332	10	0	0	2	1	3	7
13158210	10	2	0	0	1	3	7
Total de salas	80	9	9	10	10	38	42
Total de vagas criadas		360	360	400	400	1520	
Total dalunos alocados		332	360	366	362	1420	
Média de alunos por turma		39,6	40	36,6	36,2	37,4	
Taxa de ocupação		92,2%	100%	91,5%	90,5%	93,6%	

Tabela 2: Utilização das salas a partir da alocação dos alunos das séries $k_6 - k_9$

A tabela 3 apresenta o número de turmas criadas para atender a demanda das séries k_4 e k_5 . Foram criadas vinte e seis turmas para atenderem aos 728 alunos demandantes, sendo treze para as séries k_4 e treze para a turma k_5 , o que representa uma média de 28 alunos por turma e uma taxa média de ocupação de 93,3%. Nesta etapa, o modelo formou turmas com as salas do tipo s_3 remanescente da etapa anterior. Caso fosse necessário, seriam utilizadas salas do tipo s_2 e s_1 , até que toda a demanda fosse atendida.

Escolas	Salas do tipo s_2	+ Salas do tipo s_3	Total de salas	Turmas criadas		Salas $s_2 + s_3$ utilizadas	Sobras de salas $s_2 + s_3$
				k_4	k_5		
13028774	3	7	10	5	5	10	0
13029576	3	4	7	1	0	1	6
13029622	3	2	5	1	1	2	3
13075896	3	8	11	3	1	4	7
13081454	3	6	9	1	5	6	3
13081497	3	1	4	0	0	0	4
13092332	3	7	10	0	0	0	10
13158210	3	7	10	2	1	3	7
Total de salas	24	42	66	13	13	26	40
Total de vagas criadas				390	390	780	
Total dalunos alocados				365	363	728	
Média de alunos por turma				28,1	27,9	28,0	
Taxa de ocupação				93,6%	93,1%	93,3%	

Tabela 3: Utilização das salas a partir da alocação dos alunos das séries $k_4 - k_5$

Situação análoga a anterior pode ser observada na tabela 4. Para atender a demanda das séries k_1 a k_4 , o modelo utiliza todas as salas que *sobraram* nas iterações anteriores e as utiliza para alocar os alunos restantes. Até esta etapa foram *consumidas* 64 salas do tipo s_3 para atenderem 38 turmas das séries k_6 a k_9 e 26 turmas das séries k_4 e k_5 , restando, portanto, 16 salas do tipo s_3 , 48 salas do tipo s_2 e s_1 , sendo 24 salas de cada tipo, não utilizadas nas alocações anteriores. Após a alocação, o número médio obtido foi de 23 alunos por sala, o que representa uma taxa média de ocupação de 91,3%.

Escolas	Salas do tipo s_1	+ Salas do tipo $s_2 + s_3$	Total de salas	Turmas criadas			Salas $s_1 + s_2 + s_3$ utilizadas	Sobras de
				k_1	k_2	k_3		
13028774	3	0	3	1	0	2	3	0
13029576	3	6	9	5	1	3	9	0
13029622	3	3	6	1	4	1	6	0
13075896	3	7	10	4	0	4	8	2
13081454	3	3	6	1	5	0	6	0
13081497	3	4	7	1	4	2	7	0
13092332	3	10	13	0	0	1	1	12
13158210	3	7	10	1	0	3	4	6
Total de salas	24	40	64	14	14	16	44	20
Total de vagas criadas				350	400	400	85	40
Total de alunos alocados				328	347	376	350	
Média de alunos por turma				23,4	21,7	23,4	23	
Taxa de ocupação				93,7%	86,8%	94,0%	91,5%	

Tabela 4: Utilização das salas a partir da alocação dos alunos das séries $k_4 - k_5$

As figuras 2 e 3 apresentam o resultado da alocação das turmas às escolas disponíveis. É possível perceber que os alunos foram alocados em escolas próximas aos setores censitários de onde os alunos são provenientes. Caso a alocação considerasse apenas os custos de transporte, o nível de agregação possivelmente seria maior. Entretanto, como a alocação leva em considerações os custos de transporte e os de formação de turmas, a área de influência das escolas alocadas não é completamente homogênea.

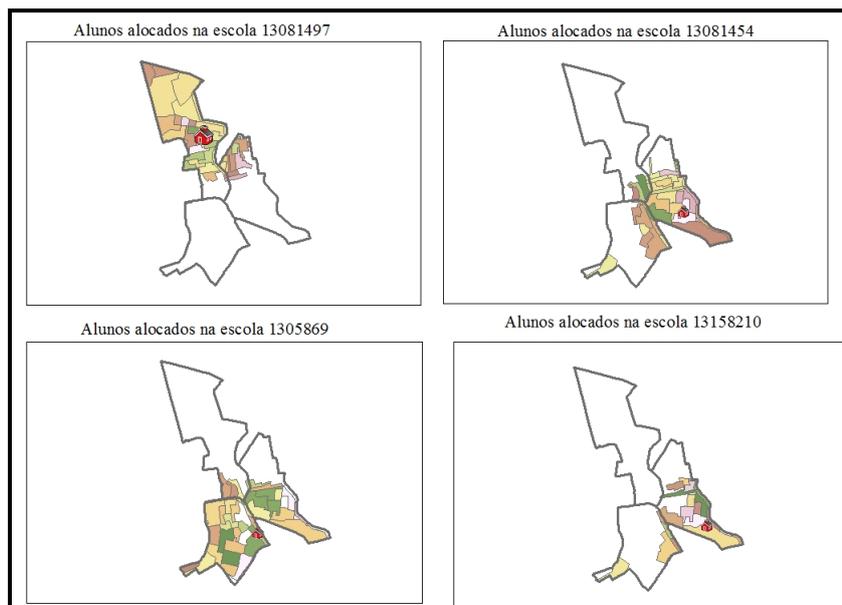


Figura 2: Distribuição espacial dos alunos alocados, por escola

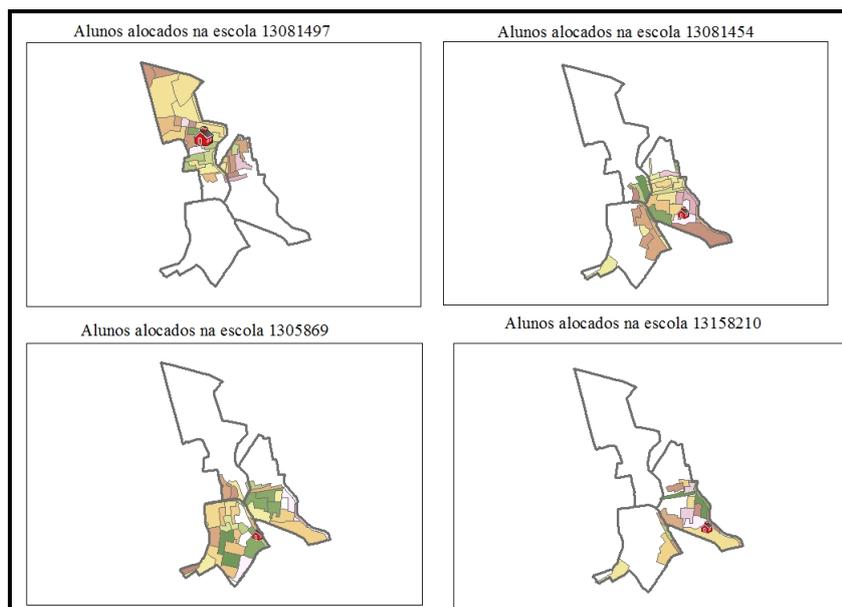


Figura 3: Distribuição espacial dos alunos alocados, por escola

É importante ressaltar que a análise dos padrões espaciais obtidos é puramente visual, carecendo, portanto, de medidas que corroborem a percepção dos autores.

6. Conclusões

O objetivo do modelo de alocação apresentado neste artigo, é o de minimizar os custos totais com o transporte de alunos e da formação de turmas criadas a partir desta alocação. O modelo foi implementado em GAMS, resolvido com pacote de programação linear inteira mista (GUROBI), disponível no site NEOS Server, e uma solução aproximada foi obtida com um *gap* de 6,7%.

O modelo apresentou bons resultados em um problema de médio porte com oito escolas e cento e quinze setores censitários. Nas figuras 2 e 3 é possível observar a formação de *clusters* em torno das escolas disponíveis para alocação dos alunos. Estes *clusters* indicam que os alunos foram alocados próximos de suas casas, o que era um dos objetivos de modelo.

Apesar do modelo ter apresentado bons resultados em termos computacionais, o mesmo não deve acontecer em problemas de dimensões reais que considerem os dados de uma rede de ensino completa, com todas as escolas do sistema e todos os setores censitários em um região ou cidade. Este problema pode ser contornado, particionando-se a rede escolar em sub-redes, otimizando-as em seguida.

Foram feitas algumas simulações com diversas configurações no processo de otimização. Nelas, foram mantidas constante a demanda, sendo alterado o número de salas disponíveis. Neste cenário, só foram obtidas soluções viáveis quando a capacidade das salas excedia a demanda de alunos em pelo menos 16%, o que indica uma dificuldade do modelo em encontrar uma solução quando a capacidade disponível é próximo à demanda. Nestes casos, outras técnicas de resolução podem ser utilizadas. Neste sentido, sugere-se como continuidade deste trabalho, o desenvolvimento de estratégias que utilizem heurísticas juntamente com relaxação lagrangeana, para atender a problemas de grande porte, e em relação à análise espacial, utilizar uma medidas para quantificar o nível de agregação em relação ao resultado obtido.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) pelo apoio à realização deste trabalho através da concessão de bolsa de estudo.

Referências

- Arabani, A. B.** (2012). Facility location dynamics: An overview of classification and applications, *Computers & Industrial Engineering*, 62(1): 408 - 420.
- Hakimi, S.L.** (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, *Operations Research*, 12(3):450 - 459.
- IBGE** (2010). Censo Populacional 2010. Resultado do Universo. Agregado por Setores Censitários.
- Owen, S. H., Daskin, M. S.** (1998). Strategic facility location: A review. *European Journal of Operational Research*, 4(1):13 - 42.
- Pizzolato, N. D., Raupp, F. M., Alzamora, G. S.** (2012). Revisão de desafios aplicados em localização com base em modelos da p-mediana e suas variantes. *European Journal of Operational Research*, 111(3):423 - 447.
- ReVelle, C., Eiselt, H.** (2005). Location analysis: A synthesis and survey. *European Journal of Operational Research*, 165(1):1 - 19.
- Sridharan, R.** (1995). The capacitated plant location problem. *European Journal of Operational Research*, 87(2):203 - 213.
- Weber, A.** (1929). *Über den Standort der Industrien*. (Alfred Weber's theory of the location of industries). *University of Chicago*, Translated to English by Friedrich, Carl Joachim.