



## Métodos para o problema de posicionamento de unidades policiais

**Nilson Felipe Matos Mendes**

Universidade Federal de Viçosa – UFV  
Avenida P.H. Rolfs s/n – 36570-000 – Viçosa, MG  
e-mail: nilson.mendes@ufv.br

**André Gustavo dos Santos**

Universidade Federal de Viçosa – UFV  
Avenida P.H. Rolfs s/n – 36570-000 – Viçosa, MG  
e-mail: andre@dpi.ufv.br

**Luciana Brugiolo Gonçalves**

Universidade Federal de Viçosa – UFV  
Avenida P.H. Rolfs s/n – 36570-000 – Viçosa, MG  
e-mail: lbrugiolo@ufv.br

### RESUMO

A segurança pública é uma das áreas que mais exige atenção na administração pública, tendo consequências diretas no bem estar da sociedade. Criar estratégias de contenção de delitos, assim como rápido atendimento a situações emergenciais quando elas surgem é um desafio. Neste trabalho, busca-se utilizar de técnicas de pesquisa operacional para resolver o problema de posicionamento de unidades policiais, de forma a maximizar a cobertura policial em uma cidade. É proposto um modelo matemático para descrever o problema e dois métodos heurísticos, baseados em Busca Tabu e Simulated Annealing para resolvê-lo. Os resultados mostram que a Busca Tabu teve um desempenho superior ao do Simulated Annealing e que, para as instâncias testadas, na maioria dos casos o modelo pode ser resolvido em tempos inferiores a trinta minutos.

**PALAVRAS CHAVE.** Policiamento, otimização combinatória, cobertura gradual máxima, metaheurísticas

**Área principal** (MH – Metaheurísticas, SE – PO em Serviços, AdP – PO na Administração Pública)

### ABSTRACT

Public safety is one of most exigent areas in public administration, having direct consequences on people welfare. Creating contention strategies for crimes or a fast answer to emergencies situations when they arise is a challenge. In this paper, we use operations research techniques for solving the problem of police units positioning, in order to maximize the police coverage in a city. We propose a model for describing the problem and heuristic methods based on tabu search and simulated annealing for solving it. The results show that tabu search had presented a better performance than simulated annealing and, for the tested instances, on most of cases, the model could be solved in less than thirty minutes.

**KEYWORDS.** Patrolling, combinatorial optimization, gradual maximal coverage, metaheuristics.

**Main area** (MH – Metaheuristics, SE – OR in services, AdP – OR in Public Administration)

## 1. Introdução

A questão da segurança pública é um dos pontos chaves de qualquer política de bem estar social. É pouco razoável pensar-se em satisfação de uma qualidade mínima de vida para a população sem que essa tenha segurança. Em áreas urbanas, os níveis de criminalidade costumam causar maiores preocupações do que em ambientes rurais, devido à alta concentração populacional, que faz o número de potenciais lesados ser maior.

O provimento de segurança para a população passa, dentre outras coisas, por criar um policiamento preventivo e emergencial eficiente. Este procura evitar que crimes sejam executados, ao mesmo tempo que, sendo eles executados, o atendimento as vítimas e o início da busca dos criminosos sejam feitos da maneira mais rápida possível.

Tradicionalmente, as táticas de policiamento são criadas com base na experiência dos agentes policiais e por um conhecimento sobre quais as áreas com maior índice de criminalidade. Entretanto, esta prática pode se mostrar ineficiente, por diversos fatores, como: áreas de grande tamanho, distribuições pouco óbvias de ocorrências policiais ou mesmo inabilidade dos policiais.

No Brasil, em especial, o problema da segurança pública é motivo de preocupação há muito tempo e vem se tornando cada vez pior. Em (Waiselfisz, 2013) mostra-se que a taxa de homicídios por 100 mil habitantes foi de 11,7 em 1980 para um pico de 28,9 em 2003 e chegou em 2011 em 27,1. Portanto, no período compreendido entre 1980 a 2003, observou-se um crescimento anual médio de 4% no número de homicídios por 100 mil habitantes.

Com estes números, o Brasil se destaca como um dos países mais violentos do mundo (Cerqueira, 2005). A situação se encontra em um nível de alarde tal que, embora o país seja isento de disputas territoriais, movimentos emancipatórios, guerras civis ou outros conflitos relevantes, entre 2008 e 2011, ocorreram nele pouco mais de 200 mil homicídios. Este valor é superior, de maneira absoluta e relativa aos 12 maiores conflitos armados do mundo entre 2004 e 2007 e quase igual ao total das mortes diretas causadas pelos 62 maiores conflitos armados do mesmo período (Waiselfisz, 2013).

Tais números, mesmo que desconhecidos em termos precisos, geram um medo frequente em todos, em especial nos moradores das áreas mais violentas. Além disso, o fracasso das políticas de combate à violência vem criando um sentimento de instabilidade e insegurança na população (Abreu, et al., 2010), que se demonstra na falta de crença na capacidade do Estado garantir segurança tanto por parte das vítimas quanto dos delinquentes. A experiência coletiva de insegurança pessoal vem fazendo com que a população se atente mais aos problemas de manutenção da ordem pública nas cidades brasileiras (Silva, 2004).

Para atender o anseio da população por mais segurança, uma das estratégias adotadas é servir a polícia de ferramentas computacionais para melhorar sua prestação de serviço e modelos integrados de gestão da segurança pública. Essa tendência, entretanto, vem sendo já observada desde os anos 70 (Cerqueira, 2005).

Do ponto de vista computacional, Cançado (2005) cita alguns projetos nacionais e internacionais de uso de bancos de dados e sistemas de informações geográficas para apoiar o registro de eventos e sua análise. Entre eles, temos o sistema ReCap (Brown, 1998), que une técnicas de data mining e fusão de dados para análises criminológicas; o ExpertCop (Furtado, et al., 2004), que serve de treinamento para policiamento preventivo; o COPLINK (Chen, 2003), que permite, por exemplo, a ligação entre informações para auxílio em investigações; e o projeto TerraCrime (LESTE, 2013), desenvolvido na UFMG pelo Laboratório de Estatística .

Neste trabalho, a temática de criação de dispositivos computacionais para melhoria dos serviços policiais será atacada do ponto de vista da Pesquisa Operacional. Mais especificamente pelo uso de metaheurísticas, tentar-se-á resolver o problema de posicionamento de unidades policiais em um meio urbano.

O problema supracitado parte da premissa de que, sendo necessário três fatores para a ocorrência de um crime (um ofensor motivado, um alvo disponível e ausência de um agente repressor (Cohen, et al., 1979)) e de que uma vez que haja policiais próximos de uma certa localidade, estes fazem sua presença ser sentida por um eventual delinquente, para se diminuir a

quantidade de crimes que acontecem em um certo local, basta fazer com que haja uma cobertura desta por policiais a uma distância razoável de qualquer ponto.

Sendo assim, dada uma quantidade pré-definida de policiais, cada um com um raio de ação limitado e dependente basicamente da forma que usam para se locomover (viaturas, bicicletas, a pé, etc...), devemos dizer qual a melhor maneira de posicionar estes policiais de tal forma que unidas as suas áreas de ação, tenhamos uma cobertura máxima. Trabalhamos ainda com a restrição de que toda área deve ser coberta por pelo menos uma unidade policial que esteja a uma distância deste ponto de no máximo o dobro de seu raio de ação.

Nas próximas seções, será apresentado um resumo sobre trabalhos na área de pesquisa operacional que lidam com o problema de cobertura policial e as abordagens que eles utilizaram. Também é mostrado um pequeno comparativo entre o problema desse artigo e outros relacionados a resposta a emergências. A seguir, será descrito um modelo matemático utilizado para definir formalmente o problema, como também heurísticas destinadas a resolvê-lo. Por fim, serão exibidos os resultados obtidos por estas heurísticas e a comparação destes com os resultados obtidos via modelo matemático.

## 2. Referencial teórico

Ferramentas computacionais para auxiliar a polícia na tarefa de garantir a segurança pública vêm sendo usadas desde o final dos anos 60 e início dos anos 70 (Cerqueira, 2005). Em especial, técnicas de Pesquisa Operacional são utilizadas também desde esta época (Lin, et al., 2013). E embora primordialmente essas tecnologias fossem vistas com maus olhos por alguns (Colton, 1979), que tinham dúvidas sobre a serventia de recursos computacionais para fins policiais, os estudos dessa questão cresceram e ainda são fortes mesmo depois de quase 50 anos.

Problemas relacionados à manutenção da segurança pública e de maneira mais restrita, ao patrulhamento policial estão inseridos em um conjunto maior de problemas, que é o resposta a emergências. Nele, incluem-se além de problemas que envolvem serviços policiais, serviços de ambulâncias e de bombeiros.

De fato, pode-se notar que quando uma pessoa sofre um infarto ou quando um banco é assaltado, o tempo entre a chamada de socorro e o atendimento deste socorro é fator primordial para a satisfação do requerente. Como é dito em (Saladin, 1983), ambos tem a missão de prover um serviço em um determinado local em um determinado prazo.

Entretanto, o serviço policial tem algumas diferenças em relação a outros serviços de emergência. Primeiramente, a polícia tem além da função responsiva, também a preventiva, ou seja, além de encontrar criminosos após eles efetuarem um delito, ela também deve evitar que esse delito ocorra. Segundo, os recursos policiais tem uma maior mobilidade do que, por exemplo, de corpo de bombeiros. E por fim, a presença de um recurso policial em um determinado ponto tem o poder de inibir a taxa de chamadas emergenciais naquele ponto, algo que dificilmente acontecerá, por exemplo, em relação a um corpo de bombeiros.

Desta forma podemos ver que, embora se possa tomar emprestado algumas soluções de estudos relacionados a outros serviços de emergência, o patrulhamento policial tem características únicas que o tornam interessante.

Atualmente, os principais trabalhos relacionados a essa área se concentram principalmente em construções de modelos probabilísticos (Lin, et al., 2013) (Li, et al., 2011) (Budge, et al., 2009), de simulação via multiagentes (Vasconcelos, 2008) (Zhang, et al., 2013) de rotas de veículos e alocação espacial destes. O presente trabalho, entretanto, foca a construção e resolução de um modelo de programação inteira e determinística.

## 3. Materiais e métodos

Nesta seção será apresentado o modelo matemático utilizado para descrever o problema formalmente, assim como as heurísticas propostas para resolvê-lo.

### 3.1. Modelo matemático

O modelo matemático utilizado para descrever este problema é uma variante do modelo de cobertura máxima gradual (Farahani, et al., 2012). Os dois se diferem pelo fato de que neste, a graduação da cobertura vem posto como um modificador do valor de coeficientes na função objetivo. Naquele, ele é usado para modelar uma restrição.

Neste modelo, assume-se que cada rua (trecho de via urbana compreendido entre dois cruzamentos) possui um comprimento, um sentido de movimentação, restrições de passagens de certos tipos de veículos e uma importância (ou lucro) associado a necessidade de ser coberta por uma unidade policial. O tempo para percorrer as ruas leva em consideração a velocidade média que pode ser obtida em uma via, o sentido que a unidade está trafegando (mão, contramão), o tipo de unidade (unidades sensíveis a contramão, como carros e motos, ou insensíveis, como unidades a pé) e o comprimento da rua.

A cidade foi modelada como sendo um grafo ponderado e direcionado, tal que dois nós (cruzamentos)  $v$  e  $w$  que são adjacentes sempre são unidas por duas arestas (ruas), uma indo de  $v$  para  $w$  e outro fazendo o sentido contrário, sendo que o sentido da contramão tem uma distância aumentada em 50%, para simular a dificuldade das unidades sensíveis a contramãos em andar nesse sentido.

O dito modelo é mostrado abaixo:

#### Variáveis de decisão

$$x_{il} \quad \begin{cases} 1 & \text{se é alocada uma unidade } i \text{ em um vértice } l \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_r \quad \begin{cases} 1 & \text{se a aresta } r \text{ é coberta por alguma unidade policial em tempo } T_{MAX} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a'_r \quad \begin{cases} 1 & \text{se a aresta } r \text{ é coberta por alguma unidade policial em tempo } 2 * T_{MAX} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

#### Parâmetros

$l_r$  Lucro de se cobrir uma aresta  $r$

$d_{jk}$  Distância entre os vértices  $j$  e  $k$

$$q_{im} \quad \begin{cases} 1 & \text{se a unidade de } i \text{ é do tipo } m \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$T_{MAX}$  Tempo máximo para a chegada de uma unidade em uma área que ela cobre

$E$  Conjunto de ruas  $|E|$  Número de ruas na cidade

$V$  Conjunto de cruzamentos  $|V|$  Número de cruzamentos na cidade

$|U|$  Total de unidades policiais  $|Q|$  Número de tipos de unidades

$p_{rlm}$  Se uma unidade do tipo  $m$  pode cobrir uma aresta  $r$  se esta unidade for posta no vértice  $l$  em um tempo  $T_{MAX}$ .

$p'_{rlm}$  Se uma unidade do tipo  $m$  pode cobrir uma aresta  $r$  se esta unidade for posta no vértice  $l$  em um tempo  $2 * T_{MAX}$ .

*Função objetivo*

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{r=1}^{|E|} l_r a_r$$

*Restrito a:*

$$\sum_{l=1}^{|V|} x_{il} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, |U| \quad (1)$$

$$a_r \leq \sum_{i=1}^{|U|} \sum_{l=1}^{|V|} \sum_{m=1}^{|Q|} (p_{rlm} * x_{il} * q_{im}) \quad r = 1, 2, \dots, |E| \quad (2)$$

$$a'_r \leq \sum_{i=1}^{|U|} \sum_{l=1}^{|V|} \sum_{m=1}^{|Q|} (p'_{rlm} * x_{il} * q_{im}) \quad r = 1, 2, \dots, |E| \quad (3)$$

$$\sum_{r=1}^{|E|} a'_r = |E| \quad (4)$$

$$x_{il}, a_r, a'_r \in \{0, 1\}$$

Na função objetivo, é contabilizado o lucro de todas arestas que são cobertas (alcançadas em tempo  $T_{MAX}$ ) por ao menos uma unidade policial.

Na primeira restrição, é dito que nenhuma unidade pode ser alocada em dois locais distintos, o que seria uma impossibilidade física. Na segunda, o valor da variável que define se uma aresta é coberta é definida através da verificação se existe alguma unidade alocada em um ponto suficientemente próximo desta aresta. Na terceira restrição é feita basicamente a mesma coisa, mas a distância considerada é dobrada. Por fim, na quarta restrição, temos a questão da gradação da cobertura sendo tratada. Ai é dito que toda aresta deve ser alcançada por ao menos uma unidade policial num tempo máximo  $2 * T_{MAX}$ .

### 3.2. Heurística construtiva

A heurística construtiva proposta para esse modelo basicamente busca um dos nós que mais vai aumentar o valor da função objetivo naquela iteração, isto é, o nó cuja soma dos lucros associados as arestas que ele cobre e que ainda não foram cobertas for máximo.

Existem  $|Q|$  listas distintas de nós associados aos lucros que ele pode gerar. Estas listas são ordenadas do nó mais lucrativo para o nó menos lucrativo.

Em cada iteração do algoritmo, é selecionado aleatoriamente um tipo de unidade que ainda possui alguma unidade disponível. Em havendo apenas um único tipo com unidades disponível, ele será escolhido sem sorteio.

Uma vez que tenha sido selecionado o tipo de unidade, é feito um sorteio entre os 5% de nós com maior perspectiva de lucro. Esse sorteio é feito para garantir uma maior diversidade da resposta, que será utilizada para a inicialização de outras heurísticas.

A heurística termina de executar em uma das três situações: quando se esgotarem as unidades, quando todas as arestas já tiverem sido cobertas ou quando em uma iteração nenhuma nova unidade for inserida (em uma improvável situação de todos os vértices já tiverem sido ocupados por uma unidade).

### 3.3. Busca tabu

A busca tabu é uma meta-heurística baseada em busca local em que algumas alterações na resposta corrente são proibidas de serem realizadas por um certo número de iterações. Estas alterações proibidas ficam armazenadas em uma estrutura chamada lista tabu, de onde vem o nome do algoritmo.

Na nossa abordagem, inicializamos o algoritmo com a heurística construtiva descrita na seção anterior. Após isso se começa a busca local.

A busca local que foi utilizada sorteia uma das unidades para trocar de lugar, indo para um dos nós adjacentes ao nó que ela está no momento. São testados todos os nós adjacentes. O que obtiver a melhor resposta é escolhido para ser o destino da unidade (vide Figura 1).

```

s* = heuristicaConstrutiva()
s = s*
itSemMelhoras = 0
objMelhor = f(s*)

enquanto itSemMelhoras < 2*|U|
    rem = sorteiaUnidade(s)
    s' = s - {rem}
    itSemMelhoras++
    paraTodos viz in vizinhos(rem)
        obj = testaFuncObjetivoVizinho(s',viz)
        se (obj > objMelhor AND satisfazCondicaoTabu(s',s*,viz)) OR melhorGeral(s',viz)
            melhorVizinho = viz
            melhorObj = obj
    fim ParaTodos
    se satisfazCondicoesTabu(s',s*,melhorVizinho)
        s' = s' + melhorVizinho
        s = s'
    se melhorGeral(s',melhorVizinho)
        s* = s' + melhorVizinho
        itSemMelhoras = 0
fim enquanto
    
```

Figura 1 - Pseudocódigo da busca tabu. A busca local realizada no loop *paraTodos* é utilizada também no algoritmo simulated annealing

Como foi dito anteriormente, a busca tabu se inicia com o algoritmo construtivo, e a resposta por ele obtida é tida como a melhor até então. Durante a execução da busca tabu, em cada iteração se vê se a melhor resposta foi superada. A busca encerra depois de  $2*|U|$  iterações sem melhora, onde  $|U|$  é o número total de unidades, somando todos os tipos. A lista tabu foi ajustada também de acordo ao número de unidades, tendo tamanho  $|U|$ .

Um detalhe importante é que para a avaliação das respostas na busca tabu, a função objetivo é alterada de modo a penalizar soluções inválidas. Todas as arestas que não são cobertas conforme a terceira restrição do modelo matemático exposto acima tem seu lucro descontado da função objetivo. Sendo assim, em casos extremos, a função objetivo pode ter valor zero ou até mesmo negativo.

### 3.4. Simulated Annealing

O Simulated Annealing é uma meta-heurística que simula o processo de resfriamento de uma liga metálica durante sua fabricação. Neste processo, a temperatura tem que diminuir lentamente para uma melhor cristalização da estrutura.

Sendo assim, o simulated annealing é um algoritmo que efetua uma busca local e aceita a atualização das respostas correntes, mesmo que com soluções piores, de acordo com uma função de probabilidade, regulada por uma temperatura, que cai lentamente, diminuindo o valor calculado pela função de probabilidade.

A busca local que utilizamos na nossa abordagem é igual a descrita na busca tabu. Uma vez que uma unidade é sorteada, ela irá mudar do seu nó atual para o nó adjacente com melhor função objetivo.

Aqui também é adotada a penalização de respostas inviáveis descritas na seção anterior.

Em relação aos parâmetros do simulated annealing, foi adotado um critério de parada baseado na temperatura mínima e no número de iterações sem melhoras. Uma vez que a temperatura atingisse um mínimo de 0.01 ou o número de iterações sem melhora atingisse um máximo de  $2*|U|$ , o algoritmo se encerra. A temperatura inicial foi definida como 1 e o critério de atualização desta foi de multiplicar o valor corrente por  $\log_2 1,99$ . Tais valores foram obtidos após testes de calibração.

### 4. Descrição do experimento

Para a realização deste experimento foram utilizados os traçados de quatro cidades distintas, duas fictícias e duas reais. Entre as fictícias temos uma que é um grafo de 674 arestas e 255 vértices (que será chamada de Fic1) e outra um grafo de 481 vértices e 1428 arestas (que será chamada de Fic2). Já as cidades reais são Salinas-MG (que gerou um grafo de 980 vértices e 1475 arestas) e Viçosa-MG (que gerou um grafo de 1436 vértices e 1800 arestas) que tem cerca de 40 mil e 70 mil habitantes, respectivamente (IBGE, 2010).

As cidades foram selecionadas por serem localidades de população e efetivo policial razoavelmente diferentes, além de serem conhecidas pelos autores.

Foram testados, para cada uma dessas cidades, diferentes números de unidades policiais, assim como também de tipos de unidades policiais. Nas cidades artificiais, foram criadas algumas variações aleatórias quanto ao número de contramãos e suas localizações, como também o número de ruas restritas para algum tipo de unidade (que nesse caso causaram a remoção da rua no momento de se calcular a cobertura da unidade). As configurações utilizadas possuíam policiais a pé (com raio de alcance de 500 metros) ou de viatura (com raio de alcance de 1000 metros) e foi considerado para fim de dimensionamento do efetivo, que cada unidade possuía sempre um par de policiais.

No total foram geradas 18 instâncias. Para cada uma delas, o modelo matemático foi resolvido uma vez utilizando o software de otimização inteira-mista SYMPHONY, com tempo máximo de duas horas. No caso das heurísticas, cada instância foi resolvida 40 vezes, sendo recolhidos a partir disso os valores médios, variâncias, máximos e mínimos dos tempos de execução e valor de função objetivo obtidos. Note que executá-las várias vezes corresponde a um método GRASP híbrido, já que uma solução inicial segue uma estratégia *greedy randomized* e as heurísticas tomam lugar de uma simples busca local.

Todos os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i5-3330 de 3.0 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7.

### 5. Resultados e Discussão

O primeiro resultado analisado nos testes das instâncias descritas anteriormente foi sobre a factibilidade destas. Foi observado que embora as cidades artificiais permitissem um número de unidades pequeno (pelo menos duas unidades a pé e duas em viaturas), as reais eram mais exigentes em relação ao tamanho do efetivo.

Outro ponto, ainda relacionado aos resultados exatos é de que o tamanho da cidade, por si só, tem pouca influência na “intratabilidade” do problema. O SYMPHONY não conseguiu, por

exemplo, encontrar a resposta para nenhuma das instâncias de Fic2 no tempo de duas horas, mas encontrou para todas as instâncias factíveis Viçosa em menos de uma hora e meia, mesmo esta última cidade tendo gerado um grafo com quase o triplo de vértices.

Em relação a qualidade das respostas encontradas pelo modelo, pode-se observar que no caso de Fic1 (a menor de todas as cidades) a cobertura ótima correspondia também a cobertura total de arestas do grafo. Entretanto, essa situação só se verificou para instâncias desta cidade.

Na Figura 2, podemos ver como as unidades foram distribuídas nas melhores soluções do modelo (nem sempre ótimas) das cidades de Viçosa e Salinas.

Nota-se através da Figura 2 que, mesmo sendo alterado o número de unidades disponíveis, o aspecto visual da solução não muda significativamente. Algumas regiões sempre tem pontos escolhidos para abrigar uma unidade policial, como é o caso das variaturas mais a sudoeste, sudeste e nordeste na cidade de Viçosa, ou as unidades a pé mais a leste, norte e sudeste no caso da cidade de Salinas.

Em relação a função objetivo, como exposto na Tabela 1, incrementos de uma unidade de cada tipo na cidade de Viçosa geraram melhoras por volta de 5% apenas. Isso pode ser visto também através da comparação entre as figuras 2(b) e 2(c), que demonstram uma acumulação de unidades nas regiões norte e nordeste da cidade, o que provavelmente não seria necessário numa situação real.

A situação descrita no parágrafo anterior acontece também nas instâncias da cidade de Salinas, mas em uma menor escala, pois nesta os incrementos obtidos são maiores e a acumulação aparente de unidades em determinadas regiões é menos sensível.

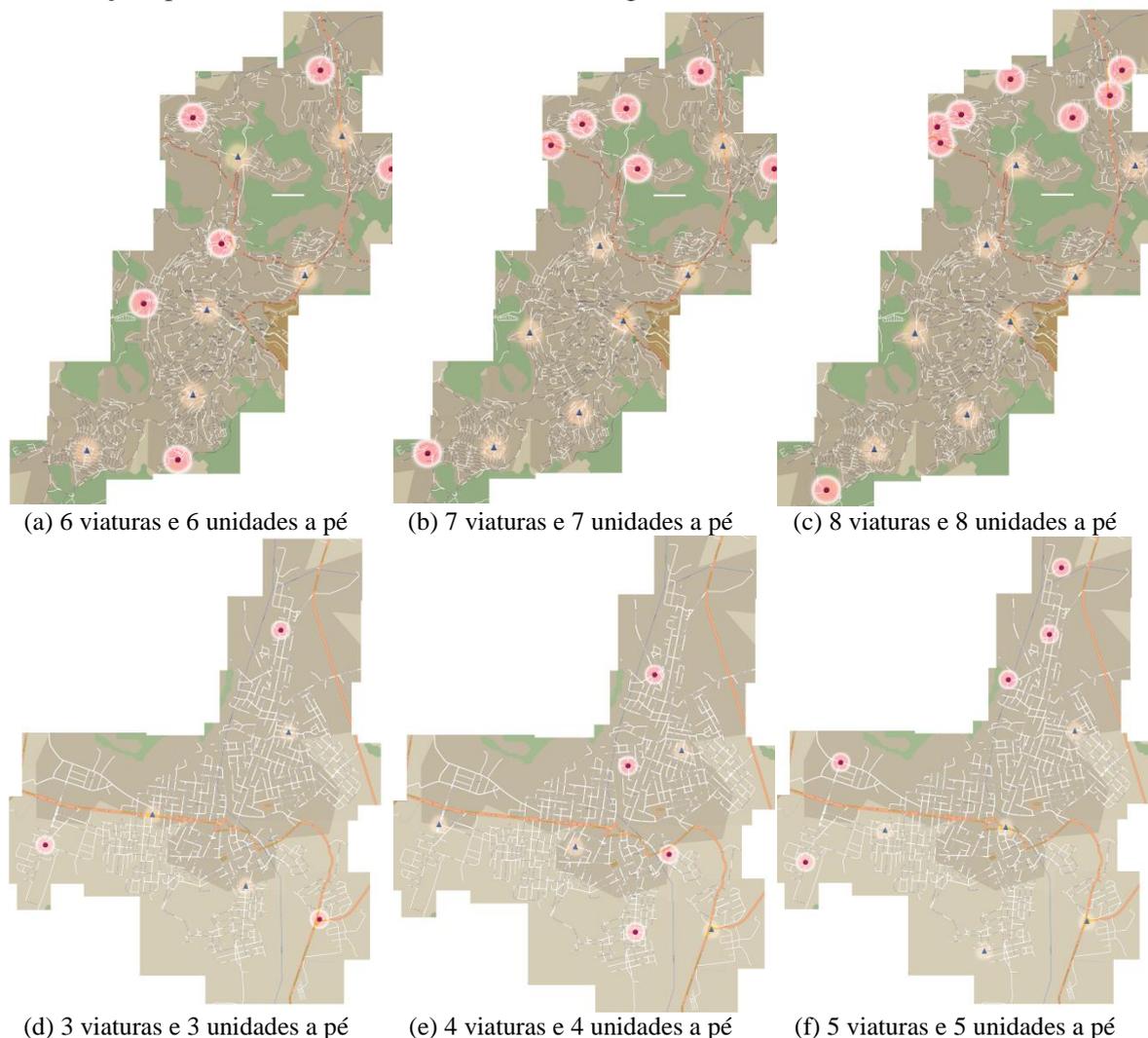


Figura 2 – Os triângulos representam as viaturas e os pontos unidades de policiais a pé. As figuras 2(a), 2(b) e 2(c) ilustram as soluções na cidade de Viçosa-MG e 2(d), 2(e) e 2(f) na cidade de Salinas-MG.

Iniciando a análise dos resultados obtidos pelas heurísticas, a primeira coisa a se falar é sobre a eficiência das respostas fornecidas pela heurística construtiva. Como esta serve de inicialização para os outros algoritmos, considera-se importante que ela seja rápida e traga já respostas razoáveis.

Observou-se que todas as médias de tempo de execução da heurística construtiva chegaram a no máximo a 3 segundos (vide Tabela 1), o que atende os requisitos de um algoritmo que será usado para inicializar outros. Embora o tempo seja baixo, para as instâncias da cidade Fic1, os valores médios das respostas chegou a 60% do valor da solução ótima.

Partindo para o simulated annealing, observou-se que o tempo que ele executa é entre 20% a 100% maior que o tempo gasto pelo algoritmo construtivo para a mesma instância, o que indica que primeiramente o algoritmo construtivo já entrega uma resposta próxima ao melhor valor que o simulated annealing pode alcançar e que o primeiro limita razoavelmente o segundo em relação ao tempo de execução.

Em um comparativo com a solução ótima, o simulated annealing entrega respostas médias entre 19% a 93% ao valor da solução ótima, chegando a alcançá-la no melhor caso de várias instâncias.

Tabela 1 – Comparativo entre os resultados da solução do modelo matemático e do algoritmo construtivo. Os valores em destaque indicam valores não ótimos, obtidos ao fim de duas horas. Na descrição das instâncias está explícito o número de viaturas (Viat.) e unidades a pé (Ped.) em cada

Instância	ID	EXATO		CONSTRUTIVO			
		Solução	Tempo	Solução média	Desvio padrão	Tempo médio	Desvio padrão
Salinas_1(3 Viat. 3 Ped.)	1	<b>10631</b>	424	-4069.97	2350.79	0.38	0.49
Salinas_2(4 Viat. 4 Ped.)	2	<b>11302</b>	4880	-4076.00	1655.52	0.60	0.50
Salinas_3(5 Viat. 5 Ped.)	3	<b>11596</b>	541	-3392.72	1583.20	0.90	0.30
Viçosa_1(6 Viat. 6 Ped.)	4	<b>12546</b>	1666	-3408.90	526.22	1.80	0.41
Viçosa_2(7 Viat. 7 Ped.)	5	<b>13381</b>	1114	-3292.32	534.19	2.30	0.46
Viçosa_3 (8 Viat. 8 Ped.)	6	<b>13877</b>	4071	-3079.60	652.14	3.05	0.22
Fic1_c1 (2 Viat. 2 Ped.)	7	<b>1820</b>	18	1050.00	43.08	0.03	0.16
Fic1_c2 (2 Viat. 2 Ped.)	8	<b>1820</b>	10	1050.55	80.30	0.03	0.16
Fic1_c3 (2 Viat. 2 Ped.)	9	<b>1820</b>	18	1119.43	81.04	0.03	0.16
Fic1_c1 (4 Viat. 4 Ped.)	10	<b>1820</b>	21	1130.47	70.26	0.18	0.38
Fic1_c2 (4 Viat. 4 Ped.)	11	<b>1820</b>	21	1159.65	27.65	0.18	0.38
Fic1_c3 (4 Viat. 4 Ped.)	12	<b>1820</b>	21	1164.03	34.42	0.13	0.33
Fic2_c1 (3 Viat. 3 Ped.)	13	-	<b>7243</b>	54.55	383.13	0.20	0.41
Fic2_c2 (3 Viat. 3 Ped.)	14	-	<b>7281</b>	91.55	456.47	0.25	0.44
Fic2_c3 (3 Viat. 3 Ped.)	15	-	<b>7255</b>	-78.70	271.91	0.13	0.33
Fic2_c1 (5 Viat. 5 Ped.)	16	-	<b>7279</b>	265.08	303.21	0.43	0.50
Fic2_c2 (5 Viat. 5 Ped.)	17	-	<b>7317</b>	115.33	272.91	0.43	0.50
Fic2_c3 (5 Viat. 5 Ped.)	18	-	<b>7266</b>	289.03	331.37	0.43	0.50

Na Figura 3, podemos ver um pequeno comparativo entre as soluções obtidas via algoritmo construtivo, simulated annealing e modelo matemático. As instâncias estão enumeradas de acordo a Tabela 1. Assim, fica clara a melhoria na qualidade das resposta propiciado pelo simulated annealing e a proximidade destas respostas da solução ótima, em especial nas cidades fictícias.

Por fim, como podemos ver na Tabela 2, em dezessete das dezoito instâncias a resposta obtida pela busca tabu foi melhor do que a obtida pelo simulated annealing.

Em comparação com a resolução exata, observou-se também que as respostas obtidas pela busca tabu chegam em média a no mínimo 65% do valor ótimo da função objetivo na metade dos casos onde a solução ótima foi encontrada, contra apenas 48% do simulated annealing. A busca tabu alcança esses valores em média na metade do tempo da resolução exata nas instâncias de Fic 2 e em um terço do tempo da resolução exata nas instâncias de Viçosa. Além disso, em uma determinada instância da cidade de Salinas chegou a encontrar uma resposta com 28% do valor ótimo executando mais de 60 vezes mais rápido.

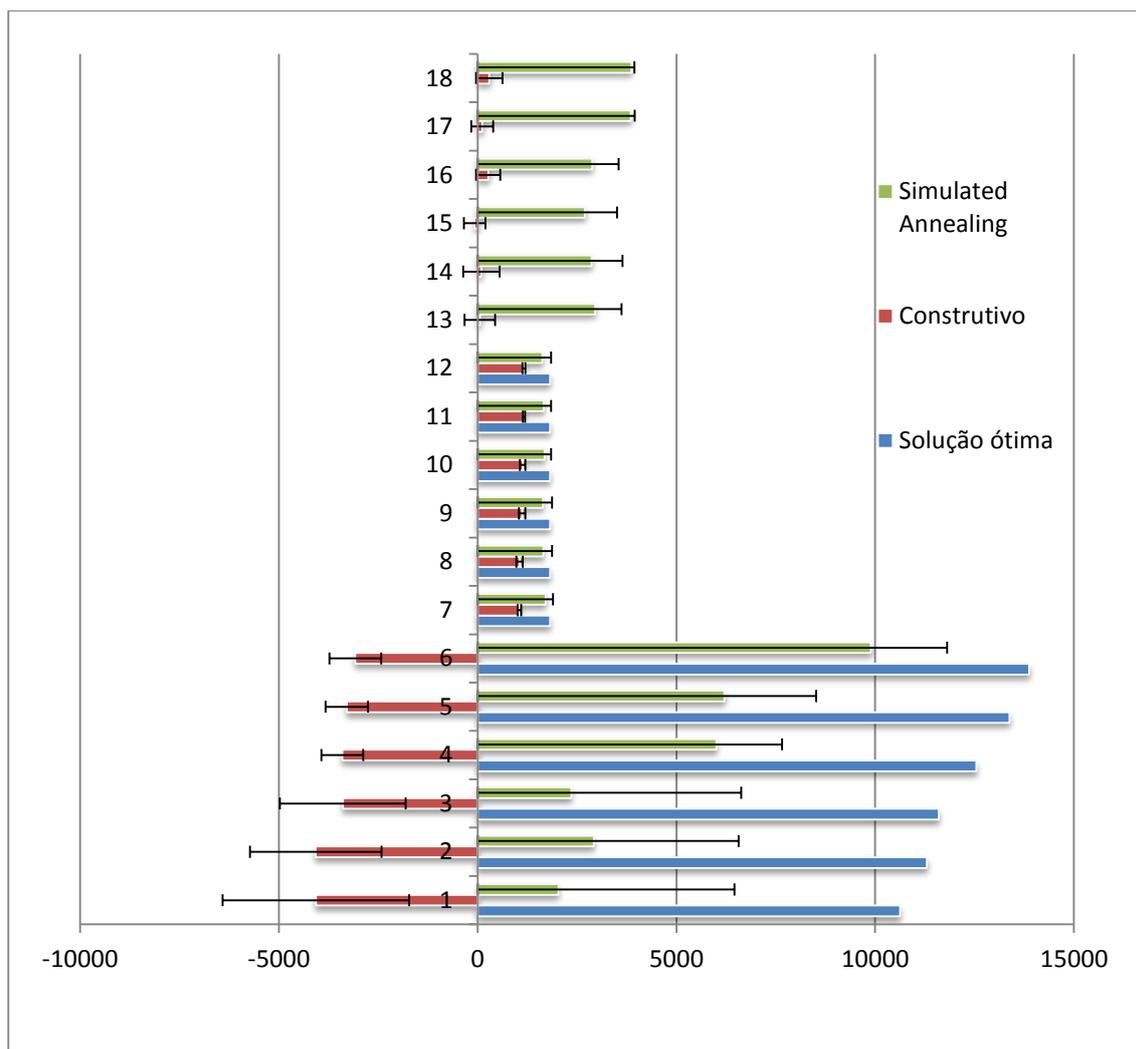


Figura 3 – Comparativo entre os algoritmos simulated annealing, construtivo e solução exata, com desvios padrão assinalados pelos traços em preto em cada barra do gráfico. As instâncias 5, 6, 16, 17 e 18 não alcançaram nenhuma resposta em duas horas.

Um último aspecto não abordado em torno do desempenho das heurísticas é o efeito da penalização a respostas infactíveis. As penalizações em alguns casos foram grandes o suficiente para deixar a função objetivo negativa. Foi o que aconteceu com o método construtivo, onde para muitas instâncias, a média das respostas ficou negativa e o pior caso teve quase 80% das arestas penalizadas e não contribuindo para a função objetivo. No simulated annealing e na busca tabu as médias já foram todas positivas, mas ainda houve piores casos com valores de função objetivo negativo. Em uma visão geral, os testes acabaram mostrando que a obtenção de uma resposta viável com os métodos heurísticos utilizando esta forma de penalização não acontece sempre.

## 6. Conclusão

Neste trabalho foi avaliada a eficiência de uma heurística construtiva e duas baseadas em metaheurísticas na resolução do problema de posicionamento de unidades policiais. Pelo que foi mostrado na seção anterior, viu-se que o desempenho da busca tabu se mostrou superior ao simulated annealing. Entretanto, o alto valor dos desvios padrão das respostas indica que ainda se pode melhorar a qualidade dos resultados.

Outro ponto interessante é que existe coincidência na alocação de uma unidade para certos pontos ou região em várias instâncias da mesma cidade, na solução ótima.

Viu-se ainda que para as instâncias testadas, o tamanho das cidades não é diretamente proporcional ao tempo gasto para se encontrar a solução ótima para esta cidade. Em cidades de mais de 100 mil habitantes talvez essa situação mude, mas isso ainda não foi verificado experimentalmente.

Como sugestão de trabalhos futuros, pode-se criar um modelo estocástico para modelar o efeito da localização das unidades policiais na ação dos criminosos e dessa forma tentar encontrar um modelo que minimize a ação destes. Outra estratégia é tentar aproveitar a solução da relaxação linear do modelo matemático para auxiliar a construção de uma solução inicial para as heurísticas. Pode-se também criar uma investigação sobre o efeito do número de tipos de unidades na resposta e modelagens alternativas onde a restrição de cobertura em dobro do tempo desaparecesse dando lugar a uma penalização, assim como é feito nas heurísticas.

Tabela 2 – Comparativo entre o desempenho das heurísticas simulated annealing e busca tabu. Em negrito, a melhor resposta média e com o fundo destacado, a melhor resposta individual. Lista de siglas: **Rs** – Resposta média do simulated annealing; **Rt** – Resposta média da busca tabu; **UbR** – Melhor resposta;  $\sigma(\mathbf{R})$  – Desvio padrão da resposta; **T** – Tempo médio;  $\sigma(\mathbf{T})$  – Desvio padrão do tempo;

ID	Simulated Annealing					Busca Tabu					Rt/ Rs	Tt/ Ts
	Rs	UbR	$\sigma(\mathbf{R})$	T	$\sigma(\mathbf{T})$	Rt	UbR	$\sigma(\mathbf{R})$	T	$\sigma(\mathbf{T})$		
1	2030.3	8223	4429.8	44.3	30.1	<b>4735.7</b>	9169	3996.1	70.1	35.0	2.3	1.6
2	2920.3	9169	3642.6	70.3	48.3	<b>3192.7</b>	9195	4082.5	78.4	55.6	1.1	1.1
3	2354.9	9169	4274.4	91.7	69.6	<b>2603.7</b>	9146	3722.7	93.3	73.4	1.1	1.0
4	6010.3	8369	1645.1	189.7	42.1	<b>8319.0</b>	11685	1874.6	189.7	42.1	1.4	1.0
5	6211.5	8274	2304.6	237.5	58.8	<b>8922.4</b>	12160	2078.1	319.4	88.5	1.4	1.3
6	9890.8	12550	1920.6	330.1	45.2	<b>9514.0</b>	12274	2065.5	410.5	137.9	1.1	1.2
7	1706.9	1820	185.3	3.4	0.9	<b>1773.8</b>	1820	112.7	4.3	1.1	1.0	1.3
8	1654.4	1820	214.0	3.2	1.2	<b>1793.5</b>	1820	101.1	3.9	0.9	1.1	1.2
9	1644.8	1820	222.5	3.1	1.1	<b>1770.5</b>	1820	130.4	4.0	1.3	1.1	1.3
10	1684.0	1820	166.4	7.6	2.6	<b>1779.1</b>	1820	101.1	10.0	2.6	1.1	1.3
11	1657.2	1820	186.0	7.5	2.9	<b>1763.9</b>	1820	126.7	9.6	2.5	1.1	1.3
12	1625.2	1820	218.5	6.6	2.6	<b>1807.9</b>	1820	48.5	10.3	2.0	1.1	1.5
13	2954.6	3917	666.3	17.5	7.3	<b>3288.0</b>	3925	925.4	25.3	10.3	1.1	1.4
14	2862.2	3893	778.5	16.5	7.5	<b>3555.0</b>	3928	538.5	22.9	6.4	1.2	1.4
15	2697.7	3850	807.9	15.5	7.6	<b>3289.1</b>	3928	927.6	23.0	9.9	1.2	1.5
16	2885.3	3925	658.3	32.0	14.9	<b>3640.2</b>	3939	423.2	46.3	12.9	1.3	1.4
17	3855.0	3939	95.6	72.3	9.3	<b>3895.1</b>	3939	53.4	77.4	9.5	1.0	1.1
18	<b>3872.5</b>	3939	73.2	74.0	11.1	3631.3	3939	491.5	49.5	14.2	0.9	0.7

## 7. Agradecimento

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a Fundação Arthur Bernardes (FUNARBE) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG – Pronem 04611/10) pelo apoio financeiro a este trabalho.

## 8. Referências bibliográficas

- Abreu, J. M e Lourenço, L. C.** (2010), Mídia, violência e segurança pública: Novos aspectos da violência e da criminalidade no Brasil. *Revista Âmbito Jurídico*. março de 2010, Vol. XIII, 74.
- Brown, D.E.** (1998), The Regional Crime Analysis Program (RECAP) : A Framework for Mining Data to Catch Criminals. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. 2848-2853
- Budge, S., Ingolfsson, A. e Erkut, E.** (2009), Approximating Vehicle Dispatch Probabilities for Emergency Service Systems with Location-Specific Service Times and Multiple Units per Location. *Operations Research*, Vol. 57, 1, 251-255.
- Cançado, T.E.M. L.** *Alocação e Despacho de Recursos para Combate à Criminalidade*. 2005. Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte : s.n., 2005. p. 111
- Cerqueira, D.** *O jogo dos sete mitos e a miséria da segurança pública no Brasil*. IPEA, Rio De Janeiro, 2005.
- Chen, H, Zeng, D., Atabakhsh, H., Wyzga, W. e Schroeder, J.** (2003), COPLINK : Managing Law Enforcement Data and Knowledge. *Communications of the ACM*, 28-34
- Cohen, L. e Felson, M.** (1979), Social Change and Crime Rates Trends : A Routine Activity. *American Sociological Review*, Vol. 44(4), 588-608
- Colton, K. W.** (1979), The Impact and Use of Computer Technology by the Police. *Communications of the ACM*. 1, Vol. 22.
- Farahani, R. Z., Asgari, N., Heidari, N., Hosseininia, M. e Goh, M.** (2012). Covering problems in facility location. *Computers & Industrial Logistic*. 62, 368-407
- IBGE** Séries Históricas e Estatísticas. *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística*. 2010. (<http://seriesestatisticas.ibge.gov.br/series.aspx?vcodigo=CD98&t=cidades-no-censo-demografico-por-tamanho-da-populacao> , 2013)
- LESTE**, Terra Crime. *LESTE - Laboratório de Estatística Espacial*. (<http://www.est.ufmg.br/leste/terracrime.htm> , 2014)
- Li, L., Jiang, Z., Duan, N., Dong, W., Hu, K. e Sun, W.** (2011), Police Patrol Service Optimization Based on the spatial pattern of hotspot. *Service Operations, Logistics, and Informatics*, pp. 45-50.
- Lin, K. Y., Atkinson, M. P., Chung, T. H. e Glazebrook, K. D.** (2013), A Graph Patrol Problem with Random Attack Times. *Operations Research*, Vol. 64, 3, pp. 694-710
- Saladin, B. A.** (1983), Simulation of a Police Patrol Activity. *OMEGA - The International Journal of Management Science*, Vol. 11, pp. 377-384
- Silva, L. A. M.** (2004), Sociabilidade violenta: por uma interpretação da criminalidade contemporânea no Brasil urbano. *Sociedade e Estado*, Vol. 19
- Vasconcelos, D. R. de.** (2008), *GAPatrol - Uma abordagem evolutiva para otimização de rotas de patrulha policial via calibração de simulação multiagentes*. Fortaleza : Fundação Edson Queiroz,.
- Waiselfisz, J. J.**, *Mapa da Violência 2013. Homicídio e Juventude no Brasil*. Centro Brasileiro de Estudos Latino Americanos. 2013.
- Zhang, Y. e Brown, D. E.** (2013). Police patrol districting method and simulation evaluation using agent-based model & GIS. *Security Informatic*.