

Um Método de Penalidade Via Reescalonamento Não Linear Aplicado ao Fluxo de Potência Ótimo

Iara da Cunha Rineiro da Silva

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – UNICAMP
13083-859 – Campinas – SP
iaracrs@ime.unicamp.br

Anésio dos Santos Júnior

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – UNICAMP
13083-852 – Campinas – SP
anesio@densis.fee.unicamp.br

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – UNICAMP
13083-859 – Campinas – SP
aurelio@ime.unicamp.br

RESUMO

Este artigo apresenta um método de penalidade via Reescalonamento Não Linear. Dado um problema de otimização não linear, este princípio relaxa e reescala suas restrições de desigualdade resultando-o em um problema equivalente. As restrições de desigualdade são reescaladas através da Função Barreira Logarítmica Modificada. As qualidades desse método em relação aos métodos de Barreira Clássica são mencionados neste trabalho. O método proposto é aplicado ao fluxo de potência ótimo que é um problema não linear e não convexo. A eficiência deste método quanto sua acurácia foram comprovados através de testes para sistemas elétricos do IEEE.

PALAVRAS CHAVE. Programação Não Linear, Reescalonamento Não Linear, Fluxo de Potência Reativa Ótimo, PO na Área de Energia.

ABSTRACT

This paper presents a method by nonlinear rescaling principle. Given a problem nonlinear optimization, this principle relaxes and reschedule their inequality constraints it resulting in an equivalent problem. The inequality constraints are rescheduled by Modified Logarithmic Barrier Function. The qualities of this method over Classical Barrier methods are mentioned in this work. The proposed method is applied to optimal power flow is a nonlinear and non-convex problem. The efficiency of this method and its accuracy were verified by testing for electrical systems of the IEEE.

KEYWORDS. Nonlinear Programming, Nonlinear Rescaling, Optimal Power Flow, OR in Energy.

1. Introdução

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO), introduzido em 1962 por Carpentier (1983), consiste na otimização de um determinado objetivo sem violar o balanço desse fluxo de energia ou limites de operação e equipamentos do sistema elétrico. O balanço do fluxo de energia é formado pelas equações que compõem o Fluxo de Carga (Monticelli, 1983). O FPO determina a tensão, a corrente e a potência injetada em um sistema elétrico, isto é, o estado do sistema de operação. O FPO é um problema de otimização estático, não-linear e não-convexo. Existem várias formulações para o FPO, uma delas é a minimização das perdas totais da potência ativa enquanto mantém o perfil de tensão em um intervalo aceitável.

Devido a precisão do modelo não linear para o FPO vários métodos determinísticos foram estudados e aplicados em sistemas de potência. Diante da complexidade e não convexidade do problema de FPO muitas técnicas e metodologia estão sendo propostas a fim de resolvê-lo com mais rapidez, robustez e precisão. Alguns métodos desenvolvidos para o problema de FPO foram: método de gradiente reduzido (Dommel and Tinney, 1968), método baseado em Newton (Sasson et al., 1973), métodos da Lagrangeana Aumentada (Santos Jr. et al., 1988) e técnicas de Pontos Interiores (PI) (Granville, 1994).

A teoria do Método de Barreira Modificado (MBM) foi desenvolvido por Polyak (1992) tendo como base o Princípio do Reescalonamento Não Linear. Esse método já foi aplicado em problemas reais como pode ser conferido nos seguinte trabalhos: (Khot et al., 1995), (Vassiliadis and Brooks, 1998) e (Chen and Vassiliadis, 2003).

Dos trabalhos que aplicaram o Método de Barreira Modificado no FPO, desde o primeiro (De Sousa, 2006) até os até os recentes De Sousa et al. (2009) e Lage et al. (2009) utilizam técnicas de Pontos Interiores. O MBM aplicado ao FPO proposto neste artigo, baseia-se no método de Polyak (1992) que combina as melhores qualidades das funções Lagrangeanas e barreiras clássicas, eliminado com as deficiências nelas existentes.

Na seção 2 deste artigo tem-se a formulação matemática do FPO. Na seção 3 é apresentado o MBM para resolver o FPO. Os testes e resultados encontram-se na seção 4. Na seção 5, o artigo é finalizado com a conclusão.

2. Formulação do FPO

O problema de FPO é modelado matematicamente através do seguinte Problema Não Linear (PNL):

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \end{array} \quad (1a)$$

$$\underline{g} \leq g(x) \leq \bar{g} \quad (1b)$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ e $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$.

A restrição canalizada do problema (1b) é reescrita de uma forma equivalente utilizando variáveis auxiliares para facilitar na implementação computacional.

O primeiro passo para reescrever a restrição canalizada é normalizando-a:

$$\mathbf{0}_{q \times 1} \leq \mathbb{G}^{-1} (g(x) - \underline{g}) \leq \mathbf{e}_{q \times 1}$$

onde $\mathbb{G} = \text{diag}(\bar{g}_i - g_i)_{i=1}^q$ e $\mathbf{e}_{q \times 1} = [1, \dots, 1]^t \in \mathbb{R}^q$ é o vetor unitário. Desse modo, a restrição (1b) pode ser substituída pelas restrições:

$$\mathbf{0}_{q \times 1} \leq s \leq \mathbf{e}_{q \times 1}$$

$$\underline{g} + g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - g) = \mathbf{0}_{q \times 1}$$

onde $s = \mathbb{G}^{-1} (g(x) - \underline{g})$.

O problema (1) pode ser reescrito como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \end{array} \quad (2a)$$

$$\underline{g} - g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - g) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (2b)$$

$$s \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (2c)$$

$$\mathbf{e}_{q \times 1} - s \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (2d)$$

A este problema com a variável auxiliar s (2) refere-se como o Problema Original (PO).

A função Lagrangeana referente a esse problema é:

$$\mathcal{L}_o(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = f(x) + \lambda^t h(x) + \pi^t (\underline{g} - g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - g)) - \underline{\mu}^t s - \bar{\mu}^t (\mathbf{e} - s) \quad (3)$$

onde $\lambda \in \mathbb{R}^p$ e $\pi \in \mathbb{R}^q$ são as variáveis duais associadas às restrições de igualdade (2a) e (2b), respectivamente, e $\underline{\mu}$ e $\bar{\mu} \in \mathbb{R}^q$ são as variáveis duais associadas às restrições de desigualdade (2c) e (2d), respectivamente.

As condições de estacionariedade referente ao problema (2) são:

$$\nabla_x \mathcal{L}_o(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \nabla f(x) + J_{h(x)}^t \lambda + J_{g(x)}^t \pi = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (4a)$$

$$\nabla_s \mathcal{L}_o(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \mathbb{G} \pi - \underline{\mu} + \bar{\mu} = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4b)$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L}_o(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \quad (4c)$$

$$\nabla_\pi \mathcal{L}_o(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \underline{g} - g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - g) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4d)$$

$$\mathbb{S} \underline{\mu} = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4e)$$

$$(\mathbb{I}_{q \times q} - \mathbb{S}) \bar{\mu} = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4f)$$

$$s \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4g)$$

$$\mathbf{e}_{q \times 1} - s \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4h)$$

$$\underline{\mu} \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4i)$$

$$\bar{\mu} \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (4j)$$

para quaisquer $\lambda \in \mathbb{R}^p$ e $\pi \in \mathbb{R}^q$, onde $J_{h(x)} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $J_{g(x)} \in \mathbb{R}^{q \times n}$ são matrizes Jacobianas, respectivamente, de h e g em x e $\mathbb{I}_{q \times q} = \text{diag}(1)_{i=1}^q$ é a matriz identidade.

As condições de estacionariedade do problema (2) determinam a convergência global do PNL (2).

O Problema Reescalado é resultante de algumas transformações nas restrições de desigualdades (2c) e (2d), de modo, a não alterar as propriedades do problema original (2).

Para reescalonar as restrições (2c) e (2d) multiplicam-se essas inequações por um parâmetro $c \in \mathbb{R}_+^*$ e adicionam-se vetores unitários em ambos os lados dessas restrições, resultando no seguinte problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \end{array} \quad (5a)$$

$$\underline{g} - g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g}) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (5b)$$

$$cs + \mathbf{e}_{q \times 1} \geq \mathbf{e}_{q \times 1} \quad (5c)$$

$$c(\mathbf{e}_{q \times 1} - s) + \mathbf{e}_{q \times 1} \geq \mathbf{e}_{q \times 1} \quad (5d)$$

Nas restrições (5c) e (5d) aplicam-se o funcional \ln em ambos os lados e multiplicam-se por $(c - 1)$. Devido a essa função ser monotonicamente crescente a desigualdade é preservada. Desse modo, obtém-se o seguinte problema reescalonado:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \end{array} \quad (6a)$$

$$\underline{g} - g(x) + \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g}) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (6b)$$

$$c^{-1} \ln(cs + \mathbf{e}_{q \times 1}) \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (6c)$$

$$c^{-1} \ln(c(\mathbf{e}_{q \times 1} - s) + \mathbf{e}_{q \times 1}) \geq \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (6d)$$

onde $\ln(cs + \mathbf{e}) = (\ln(cs_1 + 1), \ln(cs_2 + 1), \dots, \ln(cs_q + 1))^t$ e $\ln(c(\mathbf{e}_{q \times 1} - s) + \mathbf{e}_{q \times 1}) = (\ln(c(1 - s_1) + 1), \ln(c(1 - s_2) + 1), \dots, \ln(c(1 - s_q) + 1))^t$.

As transformações realizadas nesta seção não altera o conjunto solução do PNL (2).

O Problema de Barreira Modificado (PBM) é determinado pela Função Barreira Logarítmica Modificada, formulada por (Polyak, 1992),

$$\mathcal{B}(\underline{\mu}, \bar{\mu}) = -\underline{\mu}^t (c^{-1} \ln(cs + \mathbf{e}_{q \times 1})) - \bar{\mu}^t (c^{-1} \ln(c(\mathbf{e}_{q \times 1} - s) + \mathbf{e}_{q \times 1})) \quad (7)$$

aplicada às restrições de desigualdade e adicionada a função objetivo. O PBM pode ser escrito como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f_{bm}(x, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = f(x) + \mathcal{B}(\underline{\mu}, \bar{\mu}) \\ \text{sujeito a} & h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \end{array} \quad (8a)$$

$$g(x) - \underline{g} + \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g}) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (8b)$$

A função Lagrangeana associada ao problema (8) é:

$$\mathcal{L}_{bm}(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = f(x) + \mathcal{B}(\underline{\mu}, \bar{\mu}) + \lambda^t h(x) + \pi^t (g(x) - \underline{g} + \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g})) \quad (9)$$

As condições de estacionariedade referentes ao problema (8) são:

$$\nabla_x \mathcal{L}_{bm}(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \nabla f(x) + J_{h(x)}^t \lambda + J_{g(x)}^t \pi = \mathbf{0}_{n \times 1} \quad (10a)$$

$$\nabla_s \mathcal{L}_{bm}(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \mathbb{G} \pi - \mathbb{E}^{-1} \underline{\mu} + \bar{\mathbb{E}}^{-1} \bar{\mu} = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (10b)$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L}_{bm}(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = h(x) = \mathbf{0}_{p \times 1} \quad (10c)$$

$$\nabla_\pi \mathcal{L}_{bm}(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = g(x) - \underline{g} + \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g}) = \mathbf{0}_{q \times 1} \quad (10d)$$

onde $\underline{\mathbb{E}} = \text{diag}(cs_i + 1)_{i=1}^q$, $\overline{\mathbb{E}} = \text{diag}(c(1 - s_i) + 1)_{i=1}^q$.

O problema (2) e (8) são PNL distintos apesar de possuírem conjunto solução equivalente. A ideia dos métodos de Reescalamento Não Linear é resolver uma sequência de problemas (8) com determinados $\underline{\mu}$, $\overline{\mu}$ e atualizar de forma a aproximar-se dos $\underline{\mu}^*$ e $\overline{\mu}^*$ que solucionam o problema dual (2). Consequentemente, quando as atualizações de $\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$ tendem para a solução dual do problema (2) ao se resolver o problema (8), a solução primal obtida também está próxima da solução primal do PNL (2).

3. Método da Barreira Modificada

O Método da Barreira Modificada (MBM) supri algumas dificuldades encontradas nos métodos de Barreira Clássica, o qual os de Pontos Interiores fazem parte. Por exemplo, na solução a função barreira clássica não é definida e próximo dela sua Hessiana torna-se mal condicionada. Os mesmos, não ocorrem nos métodos que utilizam a função barreira modificada. Outras vantagens do MBM são: representação explícita dos multiplicadores de Lagrange e permite pontos ineficazes tanto na inicialização quanto no processo iterativo do método.

O MBM implementado neste artigo pertence a uma classe de métodos baseados no Princípio do Reescalamento Não Linear. Esses métodos são caracterizados por resolver sucessivas minimizações irrestritas da Lagrangeana associada a um problema equivalente seguido de atualizações das variáveis duais do problema original via uma regra. O problema equivalente é o problema original com sua restrição de desigualdade relaxada e reescalada por uma função. No caso do MBM a função de reescalamento é a da barreira logarítmica modificada definida por: $\psi(y) = \ln(y + 1)$.

O MBM é fundamentado por intermédio da composição das condições de estacionariedade da Lagrangeana do problema (de barreira modificada) (10a)-(10d) combinadas com uma regra de atualização de aproximações das variáveis duais relativas às restrições de desigualdade do problema original com variáveis auxiliares (4c)-(4d). Essas aproximações são obtidas dos parâmetros de barreira logarítmica introduzidas no problema de barreira modificada. A regra de atualização das aproximações das variáveis duais são obtidas a partir das condições de estacionariedade relacionadas ao problema original reescalado (6a)-(6d).

Observe que para cada $(\underline{\mu}, \overline{\mu})$ existe um problema (8) relacionado. A metodologia de resolução do problema consiste em: dados $\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$ resolve-se o problema (8), que equivale a minimizar sua função Lagrangeana associada, em relação as variáveis x , s , λ e π e atualiza-se os valores de $\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$ para resolver novamente o problema (8) e assim sucessivamente até alcançar a solução aproximada do problema original (1) ou (2). A minimização irrestrita da função Lagrangeana associada ao PNL (8) para valores de $\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$ fixos serve para atualizar as variáveis x , s , λ e π , essa parte constitui o ciclo interno do método e as atualizações de $\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$ compreende o ciclo externo. Esses dois ciclos serão apresentados detalhadamente nas seções 3.1 e 3.2. São utilizadas as letras r e m para designar, respectivamente, o ciclo interno e externo.

3.1. Ciclo Externo do MBM

O ciclo externo é responsável pela atualização das variáveis duais ($\underline{\mu}$ e $\overline{\mu}$) e do parâmetro de penalidade (c).

Os $\underline{\mu}$ e $\bar{\mu}$ representam as variáveis duais do problema (2) e são vistas como um parâmetro para o PNL (8). A regra de atualização utilizada pelo MBM faz com que os $\underline{\mu}$ e $\bar{\mu}$ do problema (8) convirjam para os mesmos valores solução das variáveis duais do problema (2). As condições de estacionariedade a serem analisadas para a construção da regra de atualização das variáveis duais são (4b) e (10b). A condição (4b) refere-se ao problema (2) e as condições (10b) ao (8). Observe que para essas condições serem iguais:

$$\begin{aligned}\mathbb{G}\pi - \underline{\mu} + \bar{\mu} &= \mathbf{0}_{q \times 1} \\ \mathbb{G}\pi - \underline{\mathbb{E}}^{-1}\underline{\mu} + \bar{\mathbb{E}}^{-1}\bar{\mu} &= \mathbf{0}_{q \times 1}\end{aligned}$$

as igualdades $\underline{\mu} = \underline{\mathbb{E}}^{-1}\underline{\mu}$ e $\bar{\mu} = \bar{\mathbb{E}}^{-1}\bar{\mu}$ devem ser respeitadas. Dessas relações, obtêm-se as regras de atualizações das variáveis duais:

$$\underline{\mu}^{(m+1)} = (\text{diag}(c^{(m)} s_i^{(r+1)} + 1)_{i=1}^q)^{-1} \underline{\mu}^{(m)} \quad (11)$$

$$\bar{\mu}^{(m+1)} = (\text{diag}(c^{(m)} (1 - s_i^{(r+1)}) + 1)_{i=1}^q)^{-1} \bar{\mu}^{(m)} \quad (12)$$

onde o vetor $s^{(r+1)}$ é obtido no ciclo interno.

Após as atualizações de $\underline{\mu}$ e $\bar{\mu}$ a região relaxada é diminuída por um fator $\beta > 1$, tal que, $-\frac{1}{c^{(m)}} > -\frac{1}{c^{(m+1)}}$.

A atualização do parâmetro de penalidade pode ser realizada de várias formas tal que $\lim_{m \rightarrow +\infty} c^m = \infty$, uma forma de atualização é dada em (13):

$$c^{(m+1)} = \beta c^{(m)}. \quad (13)$$

O ciclo externo encerra-se quando a convergência global for atingida. São analisadas duas situações para identificar se o MBM converge. A primeira análise verifica as condições de primeira ordem do PNL (2) que são:

- estacionariedade primal: determinada pelas condições (4a) e (4b),
- factibilidade: determinada pelas condições (4c) e (4d),
- folgas complementares: determinadas pelas condições (4e) e (4f).

Definindo o funcional $\zeta(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu})$ composto pelas condições (4a), (4b), (4b), (4d), (4e) e (4f):

$$\zeta(x, s, \lambda, \pi, \underline{\mu}, \bar{\mu}) = \begin{bmatrix} \nabla f(x) + J_{h(x)}^t \lambda + J_{g(x)}^t \pi \\ \mathbb{G}\pi - \underline{\mu} + \bar{\mu} \\ g(x) - \underline{g} - \mathbb{S}(\bar{g} - \underline{g}) \\ \mathbb{S}\underline{\mu} \\ \bar{\mathbb{M}}(\mathbf{e} - s) \\ (\mathbb{I}_{q \times q} - \mathbb{S})\bar{\mu} \end{bmatrix}$$

o ciclo externo é encerrado quando $\| \zeta(x^{(r)}, s^{(r)}, \lambda^{(r)}, \pi^{(r)}, \underline{\mu}^{(m)}, \bar{\mu}^{(m)}) \| \leq \varepsilon$ para um valor de ε próximo de zero.

A segunda forma para verificar se o MBM converge é analisar os valores das funções objetivo dos problemas (2) e (8). Quando essas funções estiverem muito próximas o ciclo externo também é encerrado.

3.2. Ciclo Interno do MBM

O ciclo interno é caracterizado em minimizar a função Lagrangeana associada ao PNL (8). Para isso basta encontrar um ponto (x, s, λ, π) que satisfaça as condições de primeira ordem (10a)-(10d) do problema (8). Para encontrar esse ponto estacionário resolve-se o sistema de equações não lineares formada pelas condições (10a)-(10d) em relação as variáveis x, s, λ e π :

$$\nabla F(z) = \begin{bmatrix} \nabla f(x) + \nabla h(x)^t \lambda + \nabla g(x)^t \pi \\ \mathbb{G}\pi - \underline{\mathbb{E}}^{-1} \underline{\mu} + \overline{\mathbb{E}}^{-1} \overline{\mu} \\ h(x) \\ g(x) - \underline{g} - \mathbb{S}(\overline{g} - \underline{g}) \end{bmatrix} = \mathbf{0}_l \quad (14)$$

onde $z = (x, s, \lambda, \pi) \in \mathbb{R}^l$ e $l = n + p + 2q$.

Para resolver o sistema (14) utiliza-se o método de Newton (Nocedal and Wright, 1999). Este método visa resolver através de aproximações lineares sistemas não lineares de forma iterativa até que todas as equações do sistema não linear se aproxime de zero. A aproximação linear do sistema mencionado anteriormente para cada iteração do processo de Newton é:

$$J_F \Delta z^{(r)} = -\nabla F(z^{(r)}) \quad (15)$$

onde $J_F \in \mathbb{R}^{l \times l}$ é a matriz jacobiana do funcional F em z e $\Delta z^{(r)} = z^{(r+1)} - z^{(r)}$.

O ciclo interno funciona da seguinte forma: dados $\underline{\mu}^k$ e $\overline{\mu}^k$ e um ponto inicial $(x^{(0)}, s^{(0)}, \lambda^{(0)}, \pi^{(0)})$, resolve o sistema linear (15) obtendo o vetor $\Delta z^{(r)} = (\Delta x^{(r)}, \Delta s^{(r)}, \Delta \lambda^{(r)}, \Delta \pi^{(r)})$ e atualizam-se as variáveis $x^{(r+1)} = x^{(r)} + \Delta x^{(r)}$, $s^{(r+1)} = s^{(r)} + \alpha \Delta s^{(r)}$, $\lambda^{(r+1)} = \lambda^{(r)} + \alpha \Delta \lambda^{(r)}$ e $\pi^{(r+1)} = \pi^{(r)} + \alpha \Delta \pi^{(r)}$, com $\alpha = 1$. Com o novo ponto $(x^{(r+1)}, s^{(r+1)}, \lambda^{(r+1)}, \pi^{(r+1)})$ verifica-se a sua factibilidade em relação à região factível relaxada, também tratada apenas como região relaxada, $\Omega_R^{(m)} = [-1/c^{(m)}, 1 + 1/c^{(m)}]$. Se $s^{(r+1)}$ não pertence ao conjunto $\Omega_R^{(m)}$ é então realizado o controle de passo para que $s^{(r+1)}$ retorne à região factível relaxada. Esse controle visa encontrar um valor positivo de α , denominado de tamanho do passo da direção $\Delta z^{(r)}$, tal que $s^{(r+1)} = s^{(r)} + \alpha \Delta s^{(r)} \in \Omega_R^{(m)}$. Existem várias formas de encontrar o passo α , por exemplo, no artigo de Polyak (Polyak, 1992) o tamanho do passo inicial sempre é igual a um, $\alpha = 1$, quando o ponto gerado pelo passo de Newton (15) não pertence a região factível relaxada α é reduzido pela metade até que o ponto passe a pertencer a região relaxada. Com α encontrado, o ponto $(x^{(r)}, s^{(r)}, \lambda^{(r)}, \pi^{(r)})$ é atualizado e então é verificado se o sistema não linear (14) alcançou uma solução, calculando a norma $\nabla F(z^{(r+1)})$. Caso esse valor seja próximo a uma tolerância, pode-se considerar que o ponto encontrado atingiu a estacionariedade do PNL (8). Para problemas não lineares esta condição é suficiente para o critério de parada.

4. Testes e resultados

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes para os dois sistemas elétricos:

- IEEE 30 barras,
- IEEE 118 barras.

Os dados destas redes elétricas estão no sítio da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade de Washington (University of Washington Electrical Engineering, 2013).

A solução ideal para o FPRO são os valores de magnitude de tensão bem próximas ao valor nominal (1 p.u), mas há muitos fatores que fazem que estas tensões sejam diferentes do nominal.

Os dois sistemas foram modelados conforme o FPRO representado pelo PNL (2). As tolerâncias estipuladas no critério de convergência são: 10^{-6} para o ciclo interno e 10^{-5} para o ciclo externo.

Os valores de inicialização das variáveis primais e variáveis duais estão na tabela 1.

Tabela 1. Valores iniciais das variáveis.

Barra	θ	V	sv	sq	λ^P	λ^Q	μ_{sv}^-	μ_{sv}^+	μ_{sq}^-	μ_{sq}^+
SL	-	1	0,5	0,5	-	100	10	10	1	1
PV	0	1	0,5	0,5	100	100	10	10	1	1
PQ	0	1	0,5	-	100	100	10	10	-	-

Para todos os sistemas testados os valores dos *taps* dos transformadores são considerados iguais a 1.

Todos os valores apresentados estão por unidade (p.u.).

O MBM foi implementado em MATLAB[®] seguindo o método apresentado na seção .

Os testes realizados para os sistemas IEEE 30 e IEEE 118 foram:

Tabela 2. Características dos testes efetuados.

IEEE 30			IEEE 118		
Testes	V^{min}	V^{max}	Testes	V^{min}	V^{max}
A1	0,95	1,05	B1	0,95	1,05
A2	0,98	1,05	B2	1	1,05

Nos os dois sistemas elétricos (IEEE 30 e IEEE118) foram escolhidos dois casos: um que converge e outro que não converge.

Os gráficos 1 e 3 mostram o perfil de tensão das barras para os casos que convergiram para os sistemas IEEE 30 e IEEE 118, respectivamente. Observe que para os casos que não convergiram, os gráficos 2 e 4, os perfis das tensões parecem estar dentro dos limites estipulados, mas existem barras onde a tensão não está dentro dos limites estipulados. Devido as variáveis duais geradas pelo MBM, pode-se ter o custo desta violação.

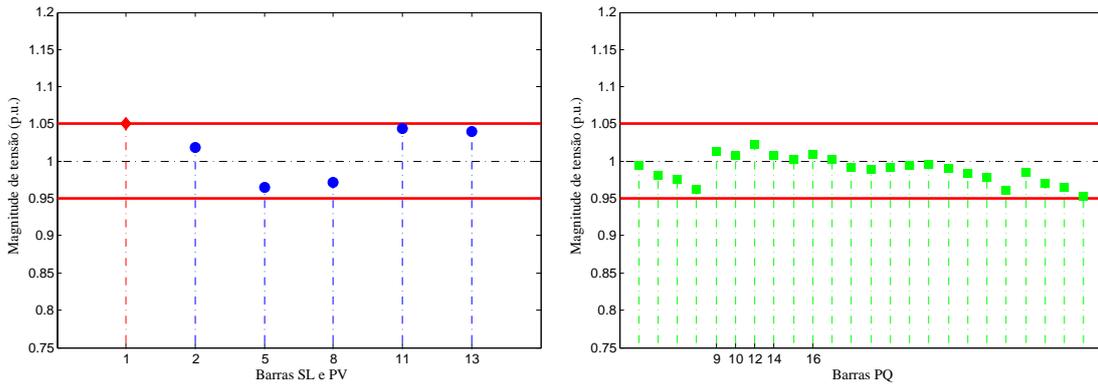


Figura 1. Perfil de tensão obtida pelo MBM para IEEE 30 - caso A1.

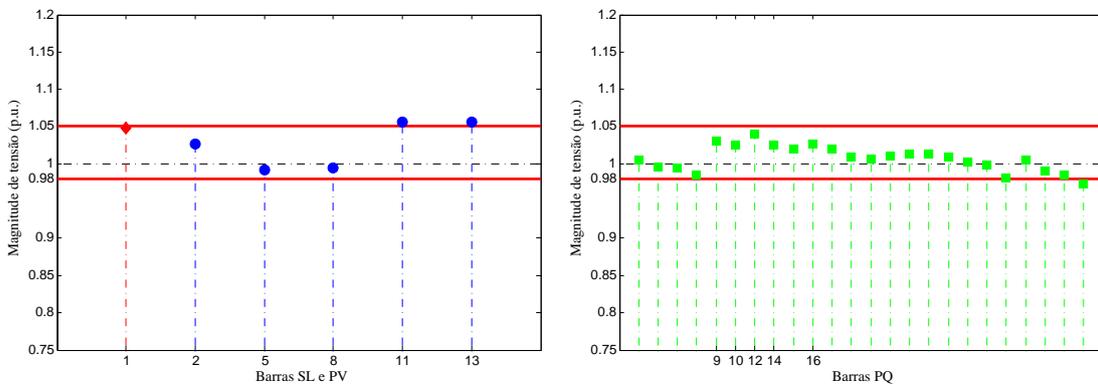


Figura 2. Perfil de tensão obtida pelo MBM para IEEE 30 - caso A2.

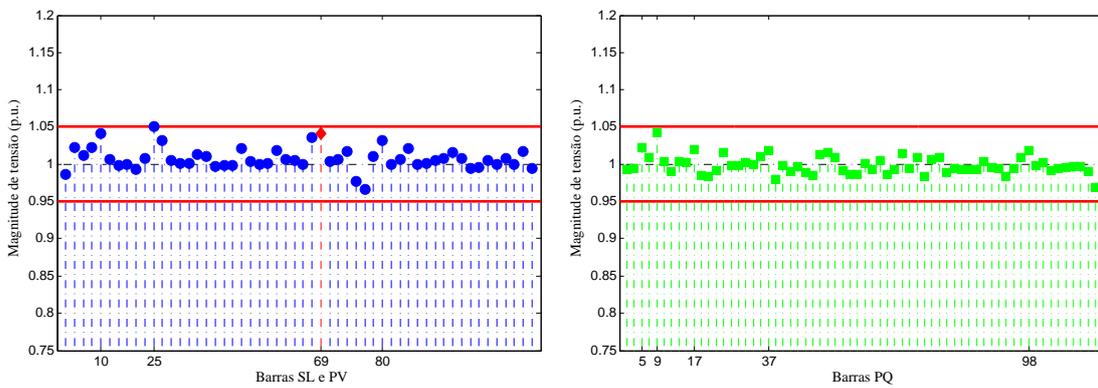


Figura 3. Perfil de tensão obtida pelo MBM para IEEE 118 - caso B1.

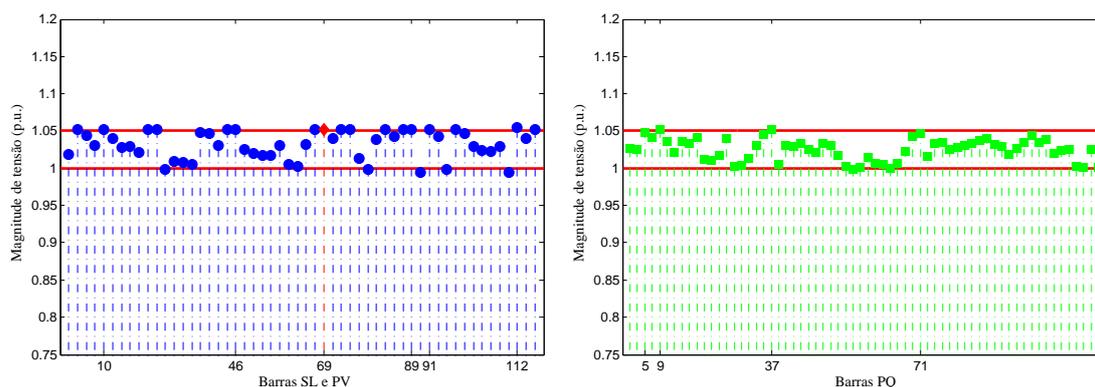


Figura 4. Perfil de tensão obtida pelo MBM para IEEE 118 - caso B2.

5. Conclusão

Neste trabalho foi apresentado o MBM seguindo o Princípio de Reescalonamento Não Linear, que visa transformar as restrições e a função objetivo do PNL original em um outro PNL equivalente. Os passos principais dos métodos baseados neste princípio consistem em sucessivas minimizações da função Lagrangeana do PNL equivalente seguida pelas atualizações das variáveis duais. As transformações do PNL original não alteram o seu conjunto solução mas possibilita reescalonar as restrições de uma tal maneira que a região factível fique relaxada admitindo pontos infactíveis. O MBM reescalona as restrições de desigualdades através da função barreira logarítmica modificada que combina as melhores propriedades das funções Lagrangeana e barreira clássicas, eliminando as deficiências das mesmas. Devido as transformações da região factível, os pontos gerados pelo MBM podem ser infactíveis em relação ao PNL original. .

Uma outra vantagem do MBM é permitir que problemas que possuem soluções nas margens da região factível não se desestabilizem, enquanto que os métodos com funções de barreira clássica tendem ao infinito caso isso ocorra.

Os trabalhos que utilizam as funções barreira modificada, todos são desenvolvidos a partir do enfoque de pontos interiores e não do princípio de RNL. O MBM apresentado neste trabalho permite que os pontos gerados possam ser infactíveis, diferentemente dos métodos sob o enfoque de pontos interiores.

O problema de FPRO foi reescrito com variáveis auxiliares que contribuíram na análise dos resultados e determinação dos pontos iniciais. As únicas variáveis que precisam estar na região factível relaxada quando aplica-se o MBM são as auxiliares.

Foi observado nos resultados dos testes realizados que a primeira iteração do ciclo externo sempre há um número maior de iterações internas levando ao atendimento de carga. Com a factibilidade garantida o número de iteração interna decresce nas iterações externas seguintes.

As soluções geradas pelo MBM foram boas e mesmo para os casos que não convergiram os resultados podem ser aproveitados, pois o perfil de magnitude de tensão é semelhante aos casos que convergiram. Operacionalmente todos os resultados foram satisfatórios. Um outro ponto interessante é que na primeira iteração do ciclo externo o atendimento de carga (que é uma restrição importante do FPRO) já é atendida.

Referências

- Carpentier, J. L.** (1983). Optimal Power Flows: uses, methods and development. In *Proc. of IFAC symposium on Planning and operation of electrical energy system*, pages 11–21.
- Chen, T. W. C. and Vassiliadis, V. S.** (2003). Solution of general nonlinear optimization problems using the penalty/modified barrier method with the use of exact Hessians. *Computers and Chemical Engineering*, 27(4):501 – 525.
- De Sousa, V. A.** (2006). *Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo via Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada*. PhD thesis, Escola de Engenharia de São Carlos -Universidade de São Paulo.
- De Sousa, V. A., Baptista, E., and Da Costa, G.** (2009). Loss minimization by the predictor-corrector modified barrier approach. *Electric Power Systems Research*, 79(5):803 – 808.
- Dommel, H. W. and Tinney, W. F.** (1968). Optimal Power Flow Solutions. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-87(10):1866 –1876.
- Granville, S.** (1994). Optimal reactive dispatch through interior point methods. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 9(1):136 –146.
- Khot, N. S., Polyak, R. A., Schneur, R., and Berke, L.** (1995). Structural optimization using the Newton modified barrier method. *Structural optimization*, 10(3-4):209–216.
- Lage, G. G., De Sousa, V. A., and Da Costa, G. R. M.** (2009). Optimal power flow solution using the penalty/modified barrier method. In *PowerTech, 2009 IEEE Bucharest*, pages 1–6.
- Monticelli, A. J.** (1983). *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. Edgard Blucher, Sao Paulo, SP.
- Nocedal, J. and Wright, J. S.** (1999). *Numerical Optimization*. Springer-Verlag.
- Polyak, R.** (1992). Modified barrier functions (theory and methods). *Mathematical Programming*, 54:177–222.
- Santos Jr., A., Deckmann, S., and Soares, S.** (1988). A dual augmented Lagrangian approach for optimal power flow. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 3(3):1020 –1025.
- Sasson, A. M., Vilorio, F., and Aboytes, F.** (1973). Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matrix. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-92(1):31–41.
- University of Washington Electrical Engineering** (2013). Power System Test Case Archive. <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>. [Online; accessed 23-March-2013].
- Vassiliadis, V. S. and Brooks, S. A.** (1998). Application of the modified barrier method in large-scale quadratic programming problems. *Computers and Chemical Engineering*, 22(9):1197 – 1205.