

UMA ANÁLISE DOS MÉTODOS BRANCH-AND-BOUND E PENALIDADE NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MÁXIMO CARREGAMENTO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE DISCRETAS

Edilaine M. Soler, Edmea C. Baptista

Faculdade de Ciências, UNESP-Univ Estadual Paulista, Departamento de Matemática
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP, Brasil
edilaine@fc.unesp.br, baptista@fc.unesp.br

Vanusa A. Sousa

Centro de Ciências Exatas e da Tecnologia (CCET), Universidade Federal de São Carlos
Via Washington Luiz, Km 235, 13565-905, São Carlos, SP, Brasil
vanusa@ufscar.br

Geraldo R. M. da Costa

Dep. de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador Sãocarlense, 400, Centro, 13566-590 São Carlos, SP, Brasil
geraldo@sc.usp.br

RESUMO

O problema de determinar o máximo carregamento de um sistema de potência pode ser formulado como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas. O objetivo do problema de Máximo Carregamento é determinar o máximo aumento de carga em um sistema elétrico de potência satisfazendo todas as restrições operacionais do sistema e de equipamentos. Neste trabalho são analisados o desempenho dos métodos *Branch and Bound* e Penalidade na resolução do problema de Máximo Carregamento com controles discretos para os sistemas teste IEEE 14 e 30 Barras.

PALAVRAS CHAVE. Programação Não Linear. Variáveis Discretas. Problema de Máximo Carregamento.

Área principal: PO na Área de Energia

ABSTRACT

The problem of determining the maximum loading of a power system can be formulated as a mixed discrete nonlinear programming problem. The objective of the Maximum Loadability problem is to determine the maximum load increase in a power system while satisfying the system operating and equipment constraints. In this work the performance of the methods Branch and Bound and Penalty are analyzed in the resolution of the Maximum Loadability problem with discrete controls for the IEEE 14 and 30-Bus test systems.

KEYWORDS. Nonlinear Programming. Discrete Variables. Maximum Loadability Problem.

Main area: OR in Energy

1. Introdução

Na atualidade, problemas referentes à estabilidade de tensão apresentam-se como um assunto de grande preocupação nas empresas de energia elétrica do mundo inteiro. A perda de estabilidade de tensão ocorre quando existe um declínio progressivo e descontrolado da tensão do sistema após este ter sido submetido a um distúrbio, aumento da carga ou mudanças nas suas condições, como, por exemplo, a saída de um gerador. Colapsos de tensão ocorrem, tipicamente, em sistemas de potência extremamente carregados, com escassez de potência reativa e/ou após contingências. Um colapso de tensão envolve todo o sistema de potência, apesar de áreas particulares deste terem maior envolvimento. Desta forma, existe a necessidade de ferramentas analíticas capazes de prever o colapso de tensão e de fornecer dados para a realização de ações corretivas no sistema.

Uma das maneiras de se estimar a estabilidade de tensão do sistema é determinar a margem do ponto de operação corrente para o ponto de máximo carregamento do sistema (EL-Dib *et al.* (2006)).

Diversos pesquisadores dedicaram-se a desenvolver metodologias para o cálculo do máximo carregamento, dentre as quais citamos: os métodos diretos (Seydel (1994) e Cañizares e Alvarado (1993)), os métodos de continuação ((Seydel (1994), Iba *et al.* (1991) e Ajjarapu e Christy (1992)) e os métodos de otimização (Cutsem (1991), Irisarri *et al.* (1997), Barboza *et al.* (1998), EL-Dib *et al.* (2006), e Gnanambal e Babulal (2012)).

O problema de determinar o máximo carregamento em um sistema de potência pode ser formulado como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas. Seu objetivo é determinar o máximo aumento de carga em um sistema elétrico de potência satisfazendo todas as restrições operacionais do sistema e de equipamentos. A maioria dos trabalhos da literatura baseados na determinação do máximo carregamento por técnicas de otimização, ignoram a natureza discreta dos controles e o problema é modelado somente com variáveis contínuas, o que resulta em formulações pouco realistas, pois alguns controles somente podem ser ajustados por passos discretos.

Desta forma, investigam-se neste trabalho, o desempenho de dois métodos de otimização que levam em conta a natureza discreta dos controles, quando aplicados à resolução do problema de Máximo Carregamento: o Método *Branch Bound* (Bonami *et al.* (2008)) e o Método de Penalidade (Soler *et al.* (2012) e Soler *et al.* (2013)).

O trabalho está organizado como segue: na Seção 2 descreve-se a formulação matemática do Problema de Máximo Carregamento com variáveis discretas e contínuas; na Seção 3 a descrição dos métodos de *Branch Bound* e o de Penalidade é realizada; na Seção 4 os testes numéricos realizados com os métodos aplicados na resolução do Problema de Máximo Carregamento para os sistemas IEEE 14 e 30 Barras são apresentados. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2. O Problema de Máximo Carregamento

O objetivo do problema de Máximo Carregamento é determinar o máximo aumento de carga em um sistema elétrico de potência satisfazendo todas as restrições operacionais do sistema e de equipamentos, e pode ser modelado matematicamente como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas, dado por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \alpha \\
 & \text{s.a.: } \begin{cases} \Delta P_i(V, \theta, t, \alpha) = 0, i = 1, 2, \dots, NBCCR \\ \Delta Q_j(V, \theta, t, b^{sh}, \alpha) = 0, j = 1, 2, \dots, NBC \\ \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k, k = 1, 2, \dots, NBCR \\ \underline{V}_p \leq V_p \leq \overline{V}_p, p = 1, 2, \dots, NB \\ t_l \in D_{t_l}, l = 1, 2, \dots, NT \\ b_q^{sh} \in D_{b_q^{sh}}, q \in \{q_1, q_2, \dots, q_{NBSS}\} \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

em que:

NB é o número de barras do sistema elétrico;

NBC é o número de barras de carga;

NBCR é o número de barras de controle de reativo;

NBCCR é o número de barras de carga e de controle de reativos;

NT é o número de transformadores com *tap* variável;

NBSS é o número de barras conectadas com susceptância *shunt*;

$\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_{NBSS}\}$ é o conjunto de barras conectadas com susceptância *shunt*;

$\underline{Q}_k, \overline{Q}_k$ são os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa;

$\underline{V}_p, \overline{V}_p$ são os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões;

D_{t_l} é o conjunto de valores discretos que o *tap* do transformador *l* pode assumir;

$D_{b_q^{sh}}$ é o conjunto de valores discretos que a susceptância *shunt* *q* pode assumir;.

Variáveis:

α é a variável que representa o fator de carregamento;

$V = (V_1, V_2, \dots, V_{NB})^t$ é o vetor das magnitudes de tensão nas barras 1, 2, ..., NB;

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{NB})^t$ é o vetor dos ângulos de tensão nas barras 1, 2, ..., NB;

$t = (t_1, t_2, \dots, t_{NT})^t$ é o vetor dos *taps* dos transformadores 1, 2, ..., NT, respectivamente;

$b^{sh} = (b_{q_1}^{sh}, b_{q_2}^{sh}, \dots, b_{q_{NBSS}}^{sh})^t$ é o vetor das susceptância *shunt* $q_1, q_2, q_3, \dots, q_{NBSS}$, respectivamente;

A seguintes equações descrevem em detalhes as funções que aparecem no Problema (P1).

Considere:

Ω o conjunto de todas as linhas de transmissão;

Ω_k o conjunto de todas as barras vizinhas à barra *k*;

$g_{km}, b_{km}, b_{km}^{sh}$ a condutância e as susceptâncias da linha *km*, respectivamente;

P_k^G, P_k^C as potências ativas geradas e consumidas, respectivamente;

Q_k^G, Q_k^C as potências reativas geradas e consumidas, respectivamente.

Com isso tem-se:

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$$

As equações de balanço do sistema elétrico são dadas por:

- Balanço de potência ativa pra as barras de carga e de controle reativo:

$$\Delta P_i(V, \theta, t, \alpha) = (P_i^G - P_i^C)(1 + \alpha) - \sum_{m \in \Omega_i} P_{im}(V, \theta, t)$$

$$P_{im} = (t_{im} V_i)^2 g_{im} - (t_{im} V_i) V_m (g_{im} \cos \theta_{im} + b_{im} \sin \theta_{im})$$

- Balanço de potência reativa para as barras de carga:

$$\Delta Q_j(V, \theta, t, b^{sh}, \alpha) = (Q_j^G - Q_j^C)(1 + \alpha) + b_j^{sh} V_j^2 - \sum_{m \in \Omega_j} Q_{jm}(V, \theta, t) = 0;$$

$$Q_{jm} = -(t_{jm} V_j)^2 (b_{jm} + b_{jm}^{sh}) + (t_{jm} V_j) V_m (b_{jm} \cos \theta_{jm} - g_{jm} \sin \theta_{jm}).$$

- Geração de potência reativa injetada nas barras de controle de reativo:

$$Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = Q_k^C - b_k^{sh} V_k^2 + \sum_{m \in \Omega_k} [-(t_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (t_{km} V_k) V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km})].$$

Os Métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade, que podem ser utilizados para resolução de problemas da forma de (1), são descritos na próxima seção.

3. Descrição dos Métodos

O problema de Máximo Carregamento apresentado em (1) pode ser representado por:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x, y) \\ & \text{s.a. } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ y_i \in D_{y_i}, i = 1, 2, \dots, n_y \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

em que $x = (x_1, x_2, \dots, x_{n_x})$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_{n_y})$ são variáveis de decisão; D_{y_i} representa o conjunto de valores discretos para a variável y_i , para $i = 1, 2, \dots, n_y$; $f(x, y)$, $h(x, y) = (h_1(x, y), h_2(x, y), \dots, h_m(x, y))$ e $g(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y), \dots, g_p(x, y))$ são funções não lineares. Os vetores $\underline{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ e $\bar{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ representam, respectivamente, os limites inferior e superior da variável x .

A seguir, são descritos os métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade para problemas da forma de (2).

3.1 Método *Branch-and-Bound*

O Método *Branch-and-Bound* foi originalmente proposto para Problemas de Programação Inteira. Gupta e Ravindran (1985) adaptaram o método para problemas cujas funções são não lineares.

O Método *Branch-and-Bound* inicia resolvendo a relaxação contínua do Problema (2) dada por (3).

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a. } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

em que $\underline{y} = (\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y})$ e $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{n_y})$, com $\underline{y}_i = \min D_{y_i}$ e $\bar{y}_i = \max D_{y_i}$ para $i = 1, 2, \dots, n_y$.

Seja $(x^*, y^*) = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_{n_x}^*, y_1^*, y_2^*, \dots, y_{n_y}^*)$ uma solução ótima do Problema (3). Se $y_i \in D_{y_i}$ para $i = 1, 2, \dots, n_y$ então (x^*, y^*) é uma solução ótima para o problema (2). Caso contrário, a região factível do Problema (2) é dividida em duas sub-regiões (*branch*), fornecendo dois subproblemas. Escolhe-se $y_j^* \notin D_{y_j}$, e obtém-se os subproblemas:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \\ y_j \leq s_j^{\text{inf}} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \\ y_j \geq s_j^{\text{sup}} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

onde s_j^{inf} é o valor discreto mais próximo inferiormente de y_j^* e s_j^{sup} é o valor discreto mais próximo superiormente de y_j^* .

Cada subproblema é dito ser um nó da árvore *Branch-and-Bound*. A solução de cada subproblema fornece um limitante (*bound*) para a sub-região. Se a solução do subproblema é uma solução discreta, então esta sub-região não é mais explorada. Uma sub-região, em que a melhor solução discreta encontrada até o momento é melhor que o seu limitante, é descartada, caso contrário esta é explorada recursivamente. Prosseguindo desta maneira uma árvore de subproblemas é criada. O método para quando não há mais sub-regiões a serem exploradas.

Nos testes realizados neste trabalho utilizou-se um Método de Pontos Interiores para resolução dos subproblemas.

3.2 Método de Penalidade

Uma abordagem adotada para tratar as variáveis discretas em problemas de programação não linear é tratá-las como contínuas e penalizar a função objetivo quando estas variáveis assumem valores não discretos. Nesta linha, Soler *et. al* (2012) propuseram a Função Penalidade (6) para resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo com variáveis de controle discretas. Em Soler *et. al* (2013) esta Função Penalidade foi utilizada na resolução do Problema de Máximo Carregamento com variáveis de controle discretas.

$$p(y) = \sum_{j=1}^{n_y} \left[\sin \left(\frac{y_j}{s_j^u - s_j^l} \pi + \lambda_j \right) \right]^2 \quad (6)$$

Em que:

- s_j^l representa o valor discreto mais próximo inferiormente de y_j ;
- s_j^u representa o valor discreto mais próximo superiormente de y_j ;
- λ_j representa uma constante tal que $0 \leq \lambda_j < \pi$ determinada pela seguinte equação:

$$\lambda_j = \left(\left\lceil \frac{s_j^l}{s_j^u - s_j^l} \right\rceil - \frac{s_j^l}{s_j^u - s_j^l} \right) \pi$$

A função dada pela equação (6) é contínua e diferenciável e possui a seguinte característica:

$$p(y) = \begin{cases} 0, & \text{se } y \text{ assume valores discretos} \\ \delta > 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

isto é, $p(y)$ é positiva se, e somente se, y não assume valores discretos.

Utilizando a função dada em (6) para penalizar a função objetivo do Problema (2) caso as variáveis originalmente discretas não assumam valores discretos obtemos o Problema Modificado (7).

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x, y) + \gamma p(y) \\ & \text{s.t. } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

em que $\underline{y} = (\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_{n_y})$, com $\underline{y}_i = \min D_{y_i}$, para $i = 1, 2, \dots, n_y$, e $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{n_y})$, com $\bar{y}_i = \max D_{y_i}$, para $i = 1, 2, \dots, n_y$.

O método de solução proposto em Soler *et al.* (2012) consiste em resolver uma sequência de problemas de programação não linear com variáveis contínuas somente como dado em (7). Tomando γ inicial suficientemente pequeno, a medida que γ cresce gradualmente as soluções do problema (7) convergem para uma solução do problema original (2).

Na próxima seção são apresentados os testes numéricos realizados com estes métodos aplicados na resolução do problema de Máximo Carregamento com variáveis de controle discretas.

4. Testes Numéricos

A fim de avaliar o desempenho dos métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade, descritos na Seção 3, na resolução do problema de Máximo Carregamento com variáveis discretas e contínuas, foram realizados testes numéricos com estes métodos aplicados na resolução deste problema para os sistemas elétricos teste IEEE 14 e 30 Barras. Os dados destes sistemas elétricos foram obtidos em <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>. Todos os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i5, 1.80GHz e 6.0 GBytes de memória RAM. Os pacotes BONMIN e IPOPT foram utilizados em interface com o *software* GAMS-*General Algebraic Modeling System* (<http://www.gams.com/>).

Nos testes realizados com o Método *Branch-and-Bound*, descrito na Seção 3.1, utilizou-se o pacote BONMIN (<http://www.coin-or.org/Bonmin/>). O BONMIN (*Basic Open-source Non-linear Mixed INteger programming*) é um pacote para resolver problemas de programação não linear com variáveis inteiras e contínuas, o qual é distribuído gratuitamente pelo projeto COIN-OR (*COmputational INfrastructure for Operational Research*) (<http://www.coin-or.org/>). Esse

pacote possui cinco algoritmos disponíveis, apresentados em Bonami *et al.* (2008), dos quais utilizamos o algoritmo B-BB. O algoritmo B-BB consiste do método *Branch-and-Bound*, descrito na Seção 3.1 e utiliza o Método de Pontos Interiores com Filtro (Wächter e Biegler (2006)) para resolver os Problemas de Programação Não Linear da árvore de busca.

Já, nos testes com o Método de Penalidade, descrito na Seção 3.2, utilizou-se o Algoritmo de Pontos Interiores com Filtro proposto por Wächter & Biegler (2006) implementado no pacote IPOPT para resolver a sequência de Problemas Modificado. O IPOPT (*Interior Point OPTimizer*) é um pacote para resolver problemas de programação não linear de grande porte e é também distribuído gratuitamente pelo projeto COIN-OR

A seguir descrevem-se as principais características dos sistemas elétricos utilizados nos testes e o resultados obtidos.

4.1 Sistema Elétrico IEEE 14 Barras

O sistema elétrico IEEE 14 Barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 4 barras de controle de reativos;
- 9 barras de carga;
- 20 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável;
- 1 susceptância *shunt* variável na barra 9.

Nos testes com este sistema elétrico foi considerado que a susceptância *shunt* variável (b_9^{sh}) deve pertencer ao conjunto discreto $D_{b_9^{sh}} = \{0,14; 0,16; 0,18; 0,2; 0,22\}$ p.u. e os *taps* ($t_{4,7}, t_{4,9}$ e $t_{5,6}$) devem pertencer aos conjuntos $D_{t_{4,7}} = D_{t_{4,9}} = D_{t_{5,6}} = \{0,96; 0,98; 1; 1,02; 1,04\}$.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 1, na qual verifica-se que os dois métodos de solução utilizados foram eficientes na resolução do problema de Máximo Carregamento com controles discretos. O tempo de processamento do Método *Branch-and-Bound* foi inferior ao tempo de processamento do Método de Penalidade. A Figura 1 mostra os perfis de tensões das barras do sistema nas soluções obtidas por cada um dos métodos. Neste gráfico notamos que os valores das tensões na solução obtida pelo Método *Branch-and-Bound* e os valores das tensões na solução obtida pelo Método de Penalidade são próximos. A Tabela 2 apresenta os valores obtidos para os controles discretos para cada um dos métodos.

Tabela 1: Comparativo entre os Métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade – Sistema IEEE 14 Barras

	<i>Branch-and-Bound</i>	Penalidade
Fator de Carregamento (α)	1,057	0,988
Tempo de processamento do método	2,064 segundos	3,197 segundos
Barra Crítica	14	14
Tensão na Barra Crítica	0,696 p.u.	0,657 p.u.

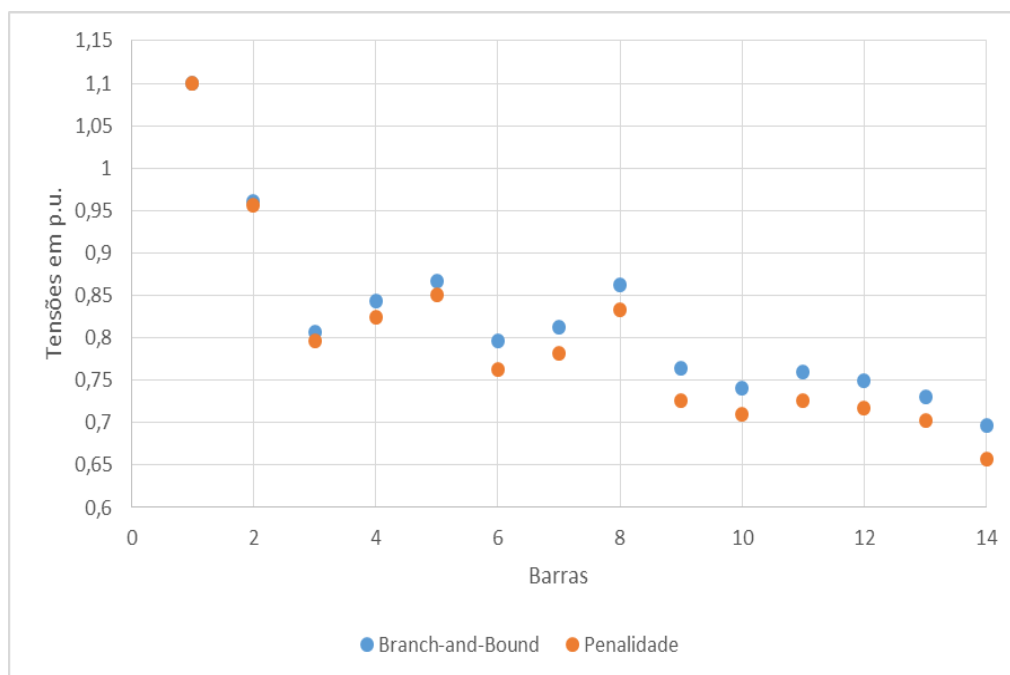


Figura 1: Perfis das Tensões - Sistema IEEE 14 Barras

Tabela 2: Controles Discretos – Sistema IEEE 14 Barras

Controles Discretos		
	<i>Branch-and-Bound</i>	Penalidade
<i>Tap</i>		
$t_{4,9}$	0,96	0,96
$t_{4,7}$	0,96	1,00
$t_{5,6}$	0,96	0,98
<i>Shunt</i>		
b_9^{sh}	0,2	0,18

4.2 Sistema Elétrico IEEE 30 Barras

O sistema elétrico IEEE 30 Barras tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 5 barras de controle de reativos;
- 24 barras de carga;
- 41 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 2 susceptâncias *shunt* variável (barras 10 e 24).

Nos testes com este sistema elétrico foi considerado que as susceptâncias *shunt* devem pertencer aos conjuntos discretos $b_{10}^{sh} \in D_{b_{10}^{sh}} = \{0,14; 0,16; 0,18; 0,2; 0,22\}$ p.u. e

$b_{24}^{sh} \in D_{b_{24}^{sh}} = \{0; 0,05; 0,1; 0,15\}$ p.u. e os *taps* ($t_{6,9}, t_{6,10}, t_{4,12}, t_{28,27}$) devem pertencer aos conjuntos $D_{t_{6,9}} = D_{t_{6,10}} = D_{t_{4,12}} = D_{t_{28,27}} = \{0,96; 0,98; 1; 1,02; 1,04\}$.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3. O pacote BONMIN não encontrou uma solução discreta para o problema de máximo carregamento para este sistema elétrico. O pacote BONMIN foi executado com suas configurações padrão. O Método de Penalidade resolveu o problema com tempo de processamento de 3,134 segundos. A Figura 2 mostra os perfis de tensões das barras do sistema na solução obtida pelo Método de Penalidade. A Tabela 4 apresenta os valores obtidos para os controles discretos para cada um dos métodos.

Tabela 3: Comparativo entre os Métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade – Sistema IEEE 30 Barras

	<i>Branch-and-Bound</i>	Penalidade
Fator de Carregamento (α)	-	0,725
Tempo de processamento do método	-	3,134 segundos
Barra Crítica	-	30
Tensão na Barra Crítica	-	0,601

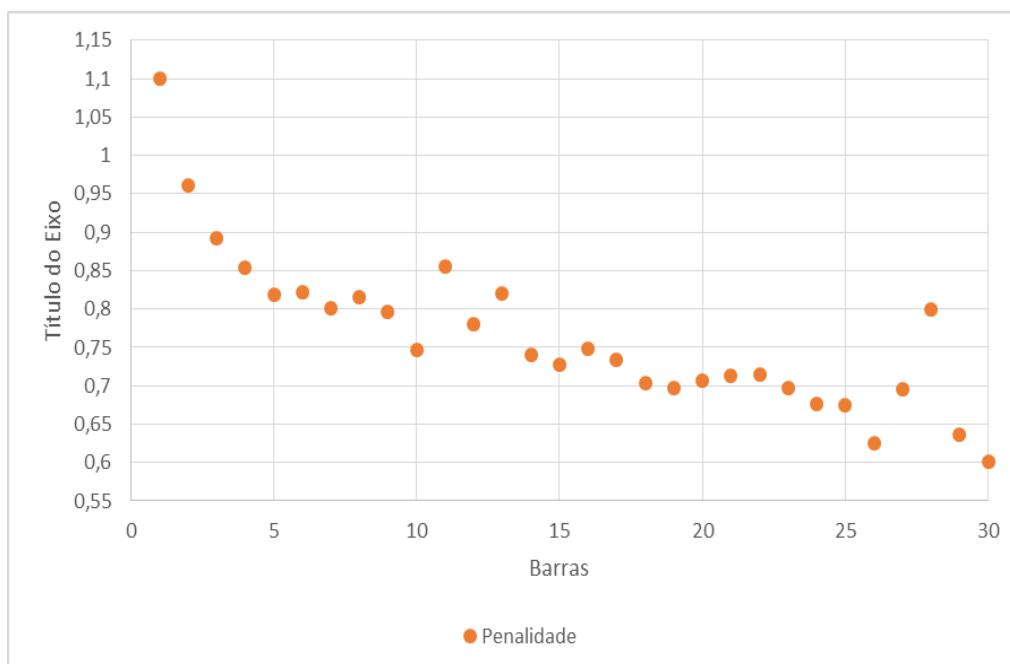


Figura 2: Perfis das Tensões - Sistema IEEE 30 Barras

Tabela 4: Controles Discretos – Sistema IEEE 30 Barras

Controles Discretos		
	<i>Branch-and-Bound</i>	Penalidade
<i>Tap</i>		
$t_{6,9}$	-	0,96
$t_{6,10}$	-	1,02
$t_{4,12}$	-	0,96
$t_{28,27}$	-	1,02
<i>Shunt</i>		
b_{10}^{sh}	-	0,18
b_{24}^{sh}	-	0,05

5. Conclusões

Neste trabalho foram analisados o desempenho dos Métodos *Branch-and-Bound* e Penalidade na resolução do problema de máximo carregamento com variáveis de controle discretas. Testes numéricos foram realizados com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 Barras. Através dos testes pode-se observar que o Método *Branch-and-Bound* foi eficiente na resolução do problema de menor dimensão não conseguindo obter uma solução factível para o problema de máximo carregamento associado ao sistema teste IEEE 30 Barras. O Método de Penalidade mostrou-se eficiente na resolução do problema de máximo carregamento para os dois sistemas elétricos teste utilizados. Futuramente, serão realizados testes numéricos com o problema de Máximo Carregamento para sistemas elétricos maiores.

6. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Processo FAPESP nº 2013/03388-0) e do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Bolsista do CNPq - Brasil)

Referências

- Ajjarapu, V. e Christy C.** (1992), The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis, *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1), 416-423.
- Barboza, L. V., Salgado, R. e Almeida, K. C.** (1998), Estudo do máximo carregamento de sistemas de potência via algoritmos de pontos interiores, In: Congresso Brasileiro De Automática, Uberlândia, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática*. Uberlândia, 2005-2010.
- Bonami, P., Biegler, L. T., Conn, A. R., Cornuejols, G., Grossmann, I.E., Laird, C.D., Lee, J., Lodi, A., Margot, F., Sawaya N., e Wächter, A.** (2008), An Algorithmic Framework for Convex Mixed Integer Nonlinear Programs, *Discrete Optimization*, 5(2), 186-204.
- Cañizares, C. A. e Alvarado, F. L.** (1993), Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1), 1-8.
- Cutsem, T. V.** (1991), A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse, *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1), 145-156.
- EL-Dib, A. A., Youssef, H. K. M., EL-Metwally, M. M. e Osman, Z.** (2006), Maximum loadability of power systems using hybrid particle swarm optimization, *Electric Power Systems Research*, 76, 485-492.
- Gnanambal, K. e Babulal, C. K.** (2012), Maximum loadability limit of power system using hybrid differential evolution with particle swarm optimization, *Electrical Power and Energy Systems*, 43, 150-155.
- Gupta, O. K. e Ravindran, A.** (1985), Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. *Management Science*, 31, 1533-1546.
- Iba, K., Suzuki, H., Egawa, M. e Watanabe, T.** (1991), Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method, *IEEE Transactions on Power Systems*, 6 (2), 584-593.
- Irisarri, G. D., Wang, X., Tong, J. e Moktari, S.** (1997), Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method, *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1), 162-172.
- Seydel, R.**, *Practical bifurcation and stability analysis - From Equilibrium to Chaos*, 2ª ed, Springer-Verlag, New York, 1994.
- Soler, E. M., Sousa, V. A. e Costa, G. R. M.** (2012), A modified Primal-Dual Logarithmic-Barrier method for solving the Optimal Power Flow problem with discrete and continuous control variables, *European Journal of Operational*, 222, 616-622.
- Soler, E. M., Baptista, E. C., Sousa, V. A., Costa, G. R. M.** (2013), Resolução do Problema de Máximo Carregamento com variáveis de controle discretas In: XLV SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2013, Natal - RN. *Anais do XLV SBPO - Simpósio Brasileiro de*

Pesquisa Operacional, 1205 – 1213.

Wächter, A. e Biegler, L. T. (2006), On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming, *Mathematical Programming*, 1, 25-57.