



## Planejamento da Colheita de Cana de Açúcar Utilizando um Modelo de Programação por Metas Fuzzy

Aneirson Francisco da Silva - [aneirson@gmail.com](mailto:aneirson@gmail.com)  
Fernando Augusto Silva Marins - [fmarins@feg.unesp.br](mailto:fmarins@feg.unesp.br)  
Guilherme de Paula - [guilhermepaula@gmail.com](mailto:guilhermepaula@gmail.com)  
José Roberto Dale Luche - [dluche@gmail.com](mailto:dluche@gmail.com)  
Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá - UNESP  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá - SP

### RESUMO

Propõe-se um modelo de Programação por Metas *Fuzzy* (*Fuzzy Goal Programming*) para tratar a incerteza no planejamento da colheita de cana de açúcar de uma usina sucroenergética. O modelo aborda a etapa agrícola, possibilitando que as decisões sejam tomadas em um horizonte de planejamento semanal, e contempla o processo de gerenciamento das escolhas da condição e do tempo de colheita do talhão de cana, dimensionamento da frente de corte e da logística de transporte agrícola. O objetivo foi obter informações para realizar o corte da cana no período mais próximo do máximo teor de sacarose e minimizar os custos agroindustriais. A aplicação do modelo proposto em uma usina sucroenergética gerou resultados que foram validados por especialistas da área, e que podem auxiliar na determinação de políticas ótimas de planejamento da colheita num cenário sob incerteza.

**PALAVRAS CHAVE:** Programação por Metas *Fuzzy*, Planejamento, Colheita de Cana de Açúcar, Custos Agrícolas, Incertezas, Usina de Açúcar e Álcool.

### ABSTRACT

We proposed a Fuzzy Goal Programming model to treat the uncertainty in planning the harvest of a sugar cane milling company. The focus of the model is the agricultural stage, with decisions being made on a weekly planning horizon, and contemplates the process of managing the condition and choices of cane pruning time, the sizing of the front cutting agricultural and the logistics. The goal is to obtain information to cut cane in the period closest to maximum sucrose content and minimize agribusiness costs. The application of the proposed model in a Brazilian sugar cane milling company produced results that were validated by experts of the company. This model can assist in determining optimal policies for harvest planning under uncertainty.

**KEYWORDS:** Fuzzy Goal Programming, Planning, Harvest of Sugarcane, Agribusiness Costs, Uncertainties, Sugar and Ethanol Plant.

### 1. Introdução

Nos modelos determinísticos, pressupõe-se que a coleta dos dados foi feita de forma aderente à realidade do problema, e as informações disponíveis são confiáveis ou representativas ao problema analisado. Desta forma, pode-se desenvolver um planejamento consistente por meio da determinação do nível de utilização dos recursos (SILVA, 2013).

Tal contexto é válido para o caso de modelos monobjetivos e multiobjetivos clássicos, entretanto, quando se utilizam modelos de Programação por Metas (*Goal Programming- GP*) o interesse do tomador de decisão é estabelecer níveis para as metas que estão associadas a cada objetivo, de forma que o maior número delas seja satisfeito. Desta maneira, toda a informação necessária para a análise deve ser conhecida no momento de realização do planejamento (SEN e HINGLE, 1999).

Portanto, além das incertezas inerentes às informações do presente, o futuro não pode ser perfeitamente previsto, sendo assim, considerado aleatório ou incerto (WANG e LIANG, 2004). Neste contexto, os modelos de otimização sob incerteza são utilizados para que o impacto dos parâmetros que são influenciadas pelas incertezas, seja considerado de forma direta na modelagem (SAHINIDIS, 2004).

Paiva (2009) descreve as principais fontes de incerteza vinculada ao setor sucroenergético:

- A sazonalidade da demanda;
- O alto custo relativo da matéria-prima, representando 60% do custo dos produtos finais;
- A falta de um modelo de planejamento da colheita adequado, que contemple os custos de cada talhão em cada fazenda, o dimensionamento da frente de corte e da frota agrícola, a curva de maturação e a perecibilidade da matéria-prima após a colheita.

No período 1939-2000, o mercado sucroenergético brasileiro foi afetado por diversas variáveis, tanto externas quanto internas. Szmrecsányi e Moreira (1991); Veiga Filho e Ramos (2006) abordam algumas dessas variáveis. Uma delas foi a segunda Guerra Mundial e os seus efeitos (1939-1949), as tentativas de reinserção no mercado mundial (1950-1968), a concentração e modernização do setor (1969-1974), ênfase na produção do açúcar para o álcool e vice-versa (1975-1989), a concentração da indústria e retração da produção de álcool hidratado sob a desregulamentação parcial, período em que houve uma crise no setor devido a greve de fornecedores (1990-1999) e a retomada do Proálcool (pós 2000).

O mercado sucroenergético brasileiro é um dos pioneiros no que diz respeito ao aproveitamento em larga escala da agroenergia (PAIVA, 2009). Este pioneirismo tem proporcionado uma crescente visibilidade para os produtos brasileiros no mercado internacional, principalmente com uma maior preocupação com o aquecimento global, e o aumento da demanda por energias renováveis (SILVA, 2013). Neste cenário, a agroindústria brasileira da cana tem enfrentado uma grande mudança organizacional, devido à importância de seus produtos, especialmente o etanol e eletricidade (PAIVA e MORABITO, 2009; PAIVA e MORABITO, 2011).

Ainda segundo Paiva (2009), é importante que a definição do momento de colheita de cada talhão seja especificada de forma otimizada, dada a necessidade de se obter uma matéria prima com maior teor de Açúcares Redutores Totais (ART) e com uma pureza alta. Os açúcares totais recuperáveis (ATR) são parâmetros do sistema de pagamento de cana, e são os resultados das diferenças entre o ART da cana e as perdas na lavagem da cana, no bagaço final, na torta dos filtros ou nas prensas, considerando uma eficiência média padrão nestes processos (SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2012; SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2013, SILVA, 2013).

Desta maneira, o objetivo geral desta pesquisa foi utilizar um modelo de Programação Por Metas *Fuzzy* (*Fuzzy Goal Programming- FGP*) para auxiliar no planejamento da colheita de cana de açúcar de uma usina sucroenergética em um ambiente sob incerteza.

A Figura 1 ilustra uma Curva de Maturação. Essa curva é comumente encontrada em função da Polaridade (POL) e do tempo até o corte, podendo ser dividida em duas fases.

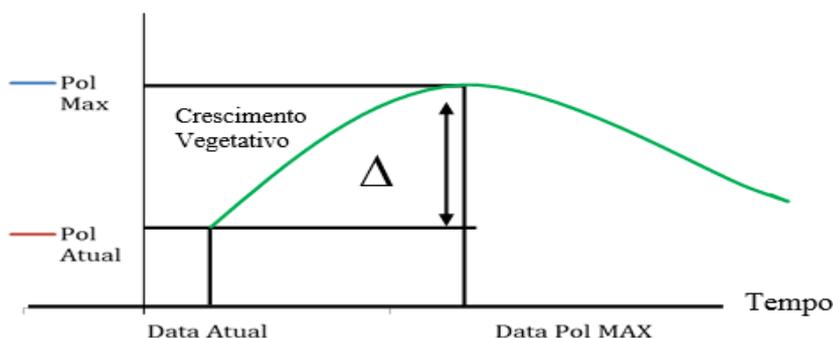


Figura 1. Ilustração de uma Curva de Maturação. (Fonte: Silva, 2013).

Uma primeira fase de crescimento vegetativo, em que a planta acumula energia na forma de sacarose, aumentando, portanto o valor da POL. Na fase seguinte a planta utiliza a energia acumulada no período anterior para a reprodução da espécie. Neste período, ocorre o decréscimo o valor da POL. Apesar da melhor época para colheita ser a data de POL máximo, torna-se inviável realizar a colheita em função de curva de ATR, pois isto gerará um *zigue zague* ineficiente entre os talhões, implicando em aumento dos custos de colheita. Assim, a colheita ocorre num período próximo ao momento de POL máximo, mas não exatamente nele (SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2012; SILVA, 2013).

Este artigo está organizado em seções. Na seção 2 é feita a descrição do problema e apresenta-se o método de pesquisa adotado. A seção 3 refere-se aos modelos de Programação por Metas *fuzzy*. Na seção 4 está o modelo desenvolvido para o problema da colheita, finalmente, a seção 5 apresenta os comentários gerais e o direcionamento para novas pesquisas, sendo seguida pelas referências bibliográficas.

## 2. Descrição do Problema e Método de Pesquisa

Neste trabalho propõe-se um Modelo FGP para tratar a incerteza no planejamento da colheita de cana de açúcar (FGP-PCCA), sendo o diferencial, a adequação deste modelo para contemplar a incerteza vinculada ao problema do planejamento da colheita de cana de açúcar numa aplicação real e de grande porte.

O modelo trata da etapa agrícola, possibilitando que as decisões sejam tomadas em um horizonte de planejamento semanal, e contempla o processo de gerenciamento das escolhas da condição e do tempo de poda da cana, dimensionamento da frente de corte e da logística de transporte agrícola.

As principais decisões que fazem parte do planejamento do problema da colheita de cana de açúcar estão na Figura 2.

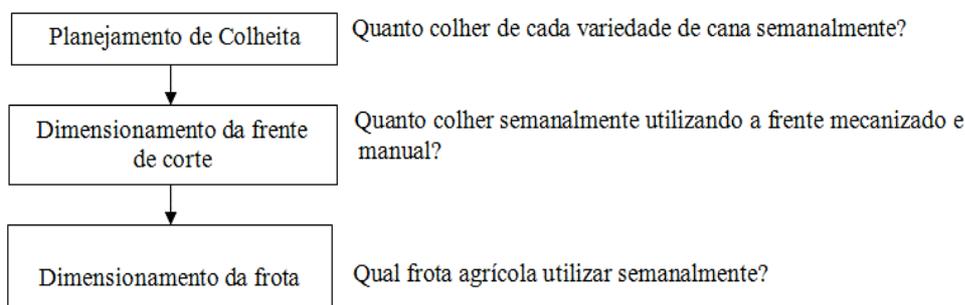


Figura 2- Questões da pesquisa. Fonte: (Silva, Marins e Montevechi, 2012).

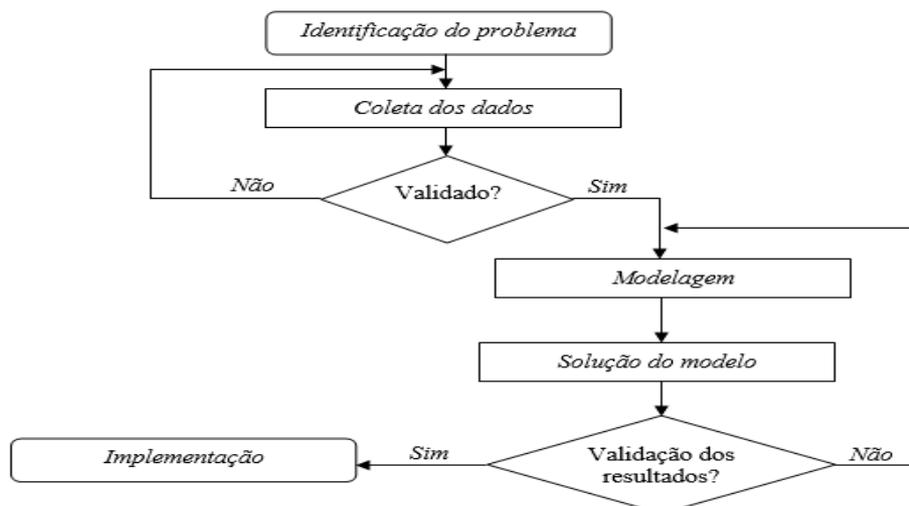


Figura 3- Etapas da pesquisa. Fonte: (Silva, 2013).

A Figura 3 mostra as etapas da pesquisa, que estão descritas a seguir:

1. **Identificação do problema** – Foram realizadas visitas a uma usina sucroenergética localizada no estado de Minas Gerais, para identificar os parâmetros que deveriam compor o modelo. As decisões importantes para o planejamento da colheita da usina, e que são tratadas pelo FGP-PCCA, estão na Figura 2.
2. **Coleta de dados** – Utilizou-se os relatórios internos de informações agrícolas da usina escolhida e foram feitas entrevistas com os profissionais de planejamento e operação para detalhamento e complementação das informações necessárias para a modelagem do problema;
3. **Modelagem** – A modelagem contemplou as decisões de safra (32 semanas) e incluiu o desenvolvimento de um modelo multiobjetivo de grande porte, no qual se considera a incerteza no planejamento da colheita de cana de açúcar;
4. **Experimento** – O modelo desenvolvido foi implementado na linguagem de modelagem *General Algebraic Modeling System* na versão GAMS 23.6.5 e resolvido pelo *Solver CPLEX* na versão 12.2.1.1. Os resultados estão na seção 5;
5. **Validação dos resultados** – Foi feita com o apoio dos gestores da usina. Detalhes na seção 4.

Segundo os critérios propostos por Bertrand e Fransoo (2002) para a classificação de pesquisas científicas, este trabalho é uma pesquisa aplicada, pois visa gerar melhorias para a literatura atual, com objetivos empírico-descritivos, pois o modelo desenvolvido descreve as relações causais que podem existir na realidade, favorecendo a compreensão de processos reais. A forma de abordar o problema é a quantitativa, sendo o método de pesquisa a modelagem.

### 3. Modelos de Programação por Metas Sob Incerteza

Conforme Zadeh (1965), a teoria dos conjuntos *fuzzy* é baseada na extensão da definição clássica de um conjunto. Nesta teoria, cada elemento de um universo ou pertence a um conjunto A, ou não, enquanto que, na teoria dos conjuntos *fuzzy*, um elemento pertence a um conjunto A com certo grau de adesão ou pertinência. Chang (2007) comenta que, em problemas reais (industriais e empresariais), podem existir níveis imprecisos para as metas que estão associadas a cada objetivo.

Conforme Chang (2007), a aplicação da teoria *fuzzy* nos modelos de GP propiciou vários avanços teóricos. Segundo Jamalnia e Soukhakian (2009) e Yaghoobi e Tamiz (2007), há três tipos mais comuns de funções de pertinência quando se trabalha com números triangulares *fuzzy*, conforme mostram as Figuras 4 a 6, sendo que foi adotada a notação  $[\sim]$  para a representação de

uma meta *fuzzy* (imprecisa) e  $g_k$  é o valor estabelecido (desejado) para a meta *fuzzy*  $g_k$ , que estão descritas pelas expressões (1) a (3).

$$G_k(x) \lesseqgtr g_k, \quad k = 1, \dots, m, \tag{1}$$

$$G_k(x) \gtrseq g_k, \quad k = m + 1, \dots, n, \tag{2}$$

$$G_k(x) \equiv g_k, \quad k = n + 1, \dots, l. \tag{3}$$

s.a:

$$AX \leq b \tag{4}$$

$$X \geq 0 \tag{5}$$

A inequação (1) contempla uma meta *fuzzy* do tipo quanto menor melhor. Já a inequação (2) contempla uma meta *fuzzy* do tipo quanto mais melhor. E por fim, a inequação (3) contempla uma inequação, a qual o desejo é obter exatamente o valor estabelecido inicialmente para essa meta. A inequação (4) contempla uma restrição que não é influenciada pela incerteza, ou seja, uma restrição nítida. O objetivo é encontrar um valor ótimo para  $X$  de forma que todas as metas *fuzzy* sejam plenamente atendidas.

Nas Figuras 4 a 6,  $L_k$  e  $U_k$  são os valores mínimos e máximos, escolhidos pelo decisor, para serem atribuídos a meta *fuzzy*  $G_k$ . Zimmermann (1978) usou o número *fuzzy* triangular para caracterizar valores linguísticos. Liang e Wang (1993) justificam o uso de funções triangulares *fuzzy*, pois elas caracterizam adequadamente os julgamentos humanos. Desta forma, segundo estes autores, a vantagem de se utilizar números triangulares *fuzzy* é que não só pode-se representar uma *expertise* no julgamento a respeito de um determinado problema, mas também refletir a ocorrência de incerteza nos dados e parâmetros envolvidos.

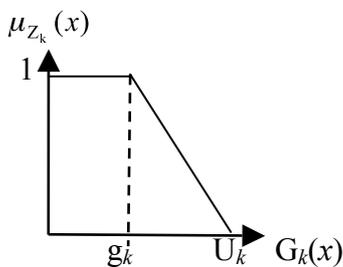


Figura 4-  $G_k(x) \lesseqgtr g_k$

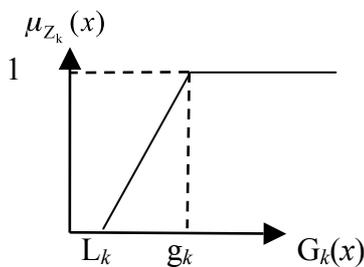


Figura 5-  $G_k(x) \gtrseq g_k$

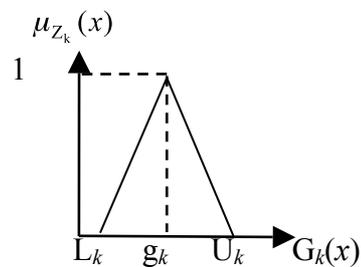


Figura 6-  $G_k(x) \equiv g_k$

No modelo proposto por Yaghoobi e Tamiz (2007) é expresso conforme (1) – (3), pode ser formulado pelas expressões (6) – (14).

$$\text{Max } Z = \lambda \tag{6}$$

s. a:

$$f_i(X) - d_i^+ \leq g_i, \quad i = 1, 2, \dots, i_0 \tag{7}$$

$$f_i(X) + d_i^- \geq g_i, \quad i = i_0 + 1, 2, \dots, j_0 \tag{8}$$

$$f_i(X) + d_i^- - d_i^+ = g_i, \quad i = j_0 + 1, 2, \dots, K \tag{9}$$

$$\lambda + \frac{1}{\Delta_i R} d_i^+ \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, i_0 \tag{10}$$

$$\lambda + \frac{1}{\Delta_{iL}} d_i^- \leq 1, \quad i = i_0 + 1, 2, \dots, j_0 \quad (11)$$

$$\lambda + \frac{1}{\Delta_{iL}} d_i^- + \frac{1}{\Delta_{iR}} d_i^+ \leq 1, \quad i = j_0 + 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

$$\lambda, d_i^+, d_i^- \geq 0, d_i^+ d_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

$$X \in F \text{ Sendo } F \text{ o conjunto de soluções viáveis.} \quad (14)$$

A função objetivo (6) visa maximizar o grau de realização *fuzzy* e quando  $\lambda=1$  significa que a meta *fuzzy* foi plenamente satisfeita ou atendida. A restrição (7) contempla uma meta a qual se deseja penalizar o desvio acima do valor estabelecido para ela. A restrição (8) contempla uma meta a qual se deseja penalizar o desvio abaixo do valor estabelecido para ela. A restrição (9) contempla uma meta a qual se deseja penalizar tanto o desvio acima quanto o desvio abaixo do valor estabelecido para ela. As restrições (10) a (12) abordam o grau de realização em cada um dos cenários representados pelas restrições (1) a (3). As restrições (13) e (14) indicam os domínios das variáveis, sendo  $F$  é um conjunto de soluções viáveis, e  $\Delta$  é a diferença entre o valor máximo com o valor desejado para a meta  $g_i$ . Para mais detalhes sobre os modelos de GP sob incerteza recomenda-se a leitura da obra de Silva e Marins (2014) e Silva (2013).

#### 4. Modelagem do Problema

Aqui estão os conjuntos, índices, parâmetros, variáveis, inequações e equações utilizadas no modelo FGP-PCCA. O modelo possui 2.507.311 restrições, 2.507.149 variáveis e 14.892.785 variáveis não negativas, considerando dezesseis fazendas, quatro fornecedores, duas transportadores agrícolas, duas frentes de corte, trinta e duas semanas, dois estados e três condições de cana, e 12 variedades de cana. Para otimização do modelo foi utilizado um computador com processador Intel (Core i7) 1,2 GHZ até 2,266 GHZ, com *max turbo frequency*, 4MB cache e 8GB de RAM DDR3 80MHZ e sistema operacional Windows 7 profissional 64 bits. O tempo computacional foi de aproximadamente 15 minutos.

##### Índices

$t$	Períodos, $t \in T, T = \{1, 2, \dots, 32\}$ ;
$i$	Talhões, $i \in I, I = \{1, 2, \dots, 34\}$ ;
$f$	Transporte agrícola, $f \in F, F = \{\text{Frota própria, Frota Terceirizada}\}$ ;
$k$	Cana de fornecedores, $k \in K, K = \{A, B, C, D\}$ ;
$j$	Frente de corte, $j \in J, J = \{\text{Mecanizado, Manual}\}$ ;
$q$	Estado da cana, $q \in Q, Q = \{\text{Queimada, Crua}\}$ ;
$c$	Condição da cana, $c \in C, C = \{\text{Média, Tardia, Precoce}\}$ ;
$v$	Variedades de cana, $v \in V, V = \{1, 2, \dots, 12\}$ ;
$\pi$	Fazendas, $\pi \in \Pi, \Pi = \{1, 2, \dots, 16\}$ ;
$\phi$	Objetivos, $\phi \in \Phi, \Phi = \{1, 2, \dots, 6\}$ .

##### Parâmetros

$M_t^{\min}$	Moagem mínima semanal [ton/semana];
$M_t^{\max}$	Moagem máxima semanal [ton/semana];
$CT_j$	Capacidade semanal da frente $j$ [ton/semana];
$R_{j,\pi}$	Custo da frente de corte $j$ na fazenda $\pi$ ,
$Rk_{j,k}$	Custo da frente de corte $j$ no fornecedor $k$ ;
$CP_t$	Capacidade do transporte próprio no período $t$ [ton/semana];
$\phi_t$	Tempo efetivo de funcionamento da indústria durante um período $t$ [%];
$Disp_{i q c v \pi 0}$	Previsão inicial de safra para o talhão $i$ , no estado $q$ , na condição $c$ , da variedade $v$ , na fazenda $\pi$ , antes do início do período de planejamento [ton];

$Disp_{k0}$	Previsão inicial de safra por tipo de fornecedor $k$ , antes do início do período de planejamento [ton];
$ATR_{iqcv\pi t}$	ATR (ótimo) do talhão $i$ , na condição $c$ , da variedade $v$ , na fazenda $\pi$ , no período $t$ [ton/semana];
$U_{iqcv\pi t}$	ATR do talhão $i$ (no momento do corte) na condição $c$ da variedade $v$ na fazenda $\pi$ no período $t$ [ton/semana];
$ATRK_{kt}$	ATR (ótimo) da cana fornecida $k$ no período $t$ [ton/semana];
$UK_{kt}$	ATR da cana fornecida $k$ no momento do corte em relação ao ATR atual por fonte de matéria prima no período $t$ [ton/mês];
$L_{f\pi}$	Custo variável da opção de transporte $f$ para a fazenda $\pi$ [\$/ton];
$Lk_{fk}$	Custo variável da opção de transporte $f$ para o fornecedor $k$ [\$/ton];
$CK_{fk}$	Custo do transporte $f$ da matéria prima vinda do fornecedor $k$ [\$/ton];
$\mu_t$	Tempo efetivo de moagem no período $t$ [%];
$\lambda_k$	Custo da matéria prima do fornecedor $k$ [\$/ton].
$C_\pi$	Custo da matéria prima na fazenda $\pi$ [\$/ton].

**Variáveis de decisão**

$m'_{iqcv\pi t}$	Quantidade de cana cortada no talhão $i$ , no estado $q$ , na condição $c$ , da variedade $v$ , na fazenda $\pi$ , no período $t$ [ton];
$m''_{ft}$	Quantidade de cana transportada por opção de transporte $f$ no período $t$ [ton];
$disp_{iqcv\pi t}$	Disponibilidade de matéria prima do talhão $i$ , no estado $q$ , na condição $c$ , da variedade $v$ , na fazenda $\pi$ , no período $t$ [ton];
$dispK_{kt}$	Disponibilidade de matéria prima no fornecedor $k$ no período $t$ [ton];
$h_{jt}$	Variável associada ao dimensionamento da frente de corte $j$ no período $t$ ;
$n_{kt}$	Variável associada à escolha da quantidade de cana fornecida por opção de fornecedor $k$ no período $t$
$\alpha_\varphi$	Grau de realização <i>fuzzy</i> para o objetivo $\varphi$ ;
$d\varphi^+$	Variável de desvio para mais na realização da meta <i>fuzzy</i> vinculada ao objetivo $\varphi$ ;
$d\varphi^-$	Variável de desvio para menos na realização da meta de custo total.

**Função objetivo:**

- Considerando-se que todas as metas possuam igual importância o objetivo está expresso em (15):

$$Max \quad Z = \sum_{\varphi \in \Phi} \alpha_\varphi \quad (15)$$

**Sujeito a:**

- Restrição (16) está associada à disponibilidade de cana no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  e no período  $t$ :

$$disp_{iqcv\pi t} = disp_{iqcv\pi t-1} - m'_{iqcv\pi t-1}, \quad \forall i \in I, \forall q \in Q, \forall c \in C, \forall \pi \in \Pi, \forall t \in T \quad (16)$$

- Restrição (17) está associada à disponibilidade de cana no fornecedor  $k$  no período  $t$ :

$$dispK_{kt} = dispK_{kt-1} - n_{kt-1}, \quad \forall k \in K, t \in T \quad (17)$$

-Restrição (18) está associada à quantidade de cana cortada do talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  e no período  $t$ :

$$m'_{iqcv\pi t} \leq disp_{iqcv\pi t}, \quad \forall i \in I, \forall q \in Q, \forall c \in C, \forall \pi \in \Pi, \forall t \in T \quad (18)$$

-Restrição (19) está associada à quantidade de cana cortada pelo fornecedor  $k$  no período  $t$ :

$$n_{kt} \leq dispK_{kt} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (19)$$

-Restrição (20) está associada à quantidade de cana cortada no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  e no período  $t$ , e a quantidade cortada de cana por fonte de fornecimento  $k$ , no período  $t$ , que serão transportadas pelo transporte  $f$  no período  $t$ :

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} m'_{iqcv\pi t} + \sum_{k \in K} n_{kt} = \sum_{f \in F} m''_{ft}, \quad \forall t \in T \quad (20)$$

-Restrição (21) estabelece que a quantidade transportada na semana  $t$  deve ser igual à quantidade cortada pela frente  $j$  no período  $t$ :

$$\sum_{f \in F} m''_{ft} = \sum_{j \in J} h_{jt}, \quad \forall t \in T \quad (21)$$

-Restrição (22) estabelece que não deve haver estoque de cana para a safra seguinte no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$  e na fazenda  $\pi$ :

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} disp_{iqcv\pi t} = \sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} m'_{iqcv\pi t}, \quad \forall t \in T \quad (22)$$

- Restrição (23) estabelece que não deve haver estoque de cana do fornecedor  $k$  para a safra seguinte:

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} = \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} dispK_{kt} \quad (23)$$

- Restrições (24) a (25) estabelecem os níveis (mínimo e máximo) de moagem no período  $t$ :

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} + \sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} m'_{iqcv\pi t} \geq M_t^{\min} \frac{\mu_t}{100} \frac{\phi_t}{100} \quad \forall t \in T \quad (24)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} + \sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} m'_{iqcv\pi t} \leq M_t^{\max} \frac{\mu_t}{100} \frac{\phi_t}{100} \quad \forall t \in T \quad (25)$$

- Restrição (26) está associada à capacidade do transporte próprio no período  $t$ :

$$m''_{ft} \leq \frac{\delta_{ft}}{100} \cdot \frac{\phi_t}{100} \cdot CP_t \quad \forall f \in F, \forall t \in T \quad (26)$$

-Restrição (27) está associada à capacidade da frente  $j$  no período  $t$ :

$$h_{jt} \leq CT_{jt}, \quad \forall j \in J, \forall t \in T \quad (27)$$

#### **Restrições fuzzy ou Fuzzy Goal Constraints:**

- As Restrições (28) a (31) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total de transporte da cana própria. As restrições (32) e (33) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total de transporte da cana fornecida. As restrições (34) e (35) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total da frente de corte das matérias primas próprias. As restrições (36) e (37) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total da frente de corte da matéria prima fornecida. As restrições (38) e (39) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total da matéria prima própria. As restrições (40)

e (41) modelam a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total da matéria prima fornecida. A restrição (42) fixa que a diferença entre o ATR ótimo com o ATR no momento do corte, sendo que, tal diferença deve ser minimizada, ou seja, estar o mais próxima possível de zero. A restrição (43) contempla o domínio das variáveis.

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} M'_{i q c v \pi t} L_{f\pi} \leq 2.940.000 \quad (28)$$

$$\mu_{Z_1} = \begin{cases} 1 & \text{se } Z_1 \leq 2.940.000 \\ \frac{2.940.000 - Z_1}{2.990.000 - 2.940.000} & \text{se } 2.940.000 \leq Z_1 \leq 2.990.000 \\ 0 & \text{se } Z_1 \geq 2.990.000 \end{cases} \quad (29)$$

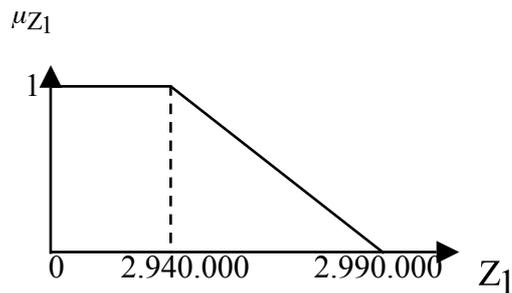


Figura 7- Função de pertinência  $Z_1$

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} M'_{i q c v \pi t} L_{f\pi} - d_1^+ \leq 2.940.000 \quad (30)$$

$$\frac{1}{(2.990.000 - 2.940.000)} d_1^+ + \alpha_1 \leq 1 \quad (31)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} CK_{fk} - d_2^+ \leq 8.880.000 \quad (32)$$

$$\frac{1}{(8.980.000 - 8.880.000)} d_2^+ + \alpha_2 \leq 1 \quad (33)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} \sum_{f \in F} m'_{i q c v \pi t} R_{j\pi} - d_3^+ \leq 2.622.000 \quad (34)$$

$$\frac{1}{(2.622.000 - 2.722.000)} d_3^+ + \alpha_3 \leq 1 \quad (35)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} n_{kt} Rk_{jk} - d_4^+ \leq 35.450.000 \quad (36)$$

$$\frac{1}{(37.450.000 - 35.450.000)} d_4^+ + \alpha_4 \leq 1 \quad (37)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} m'_{i q c v \pi t} C_{\pi} - d_5^+ \leq 1.089.000 \quad (38)$$

$$\frac{1}{(1.189.000 - 1.089.000)} d_5^+ + \alpha 5 \leq 1 \quad (39)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} \lambda_k - d_6^+ \leq 7.830.000 \quad (40)$$

$$\frac{1}{(7.930.000 - 7.830.000)} d_6^+ + \alpha 6 \leq 1 \quad (41)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} (m'_{qcv\pi t} \cdot ATR_{iqcv\pi t} - m'_{qcv\pi t} U_{iqcv\pi t}) + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} \cdot ATR_{kt} - \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} n_{kt} \cdot UK_{kt} \geq 0 \quad (42)$$

- Restrições (43) expressam as condições de não negatividade:

$$m'_{qcv\pi t} \geq 0; M''_{ft} \geq 0; disp_{iqcv\pi t} \geq 0; disp_{Kkt} \geq 0; n_{kt} \geq 0; h_{jt} \geq 0; d_{\varphi}^+ \geq 0; d_{\varphi}^- \geq 0; d_{\varphi}^+ \cdot d_{\varphi}^- = 0; \alpha_{\varphi} \geq 0, \forall i \in I, \forall q \in Q, \forall c \in C, \forall v \in V, \forall \pi \in \Pi, \forall t \in T, \forall f \in F, \forall k \in K, \forall J \in J, \forall \varphi \in \Phi. \quad (43)$$

## 5. Resultados, Comentários gerais e direcionamento para novas pesquisas

As Tabelas 1 e 2 respondem a primeira questão de pesquisa. Deste modo, a usina tem informações para dimensionar de forma otimizada a colheita da cana própria e da cana fornecida. Por motivo de restrição de páginas, e como há um grande volume de informações, optou-se por incluir a título de ilustração os resultados de nove semanas na Tabela 1, e de dez semanas nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 1- O quanto cortar do talhão  $i$  no estado  $q$  na condição  $c$  da variedade  $v$  na fazenda  $\pi$  no período  $t$ .

Talhões	Estado	Condição	Variedade	Fazenda	Semanas									
					1	2	4	5	6	7	9			
1	Queimada	tardia	v8	12										
1	Queimada	tardia	v9	7										
1	Queimada	tardia	v12	9										
1	crua	media	v1	6										
1	crua	media	v5	2										
1	crua	media	v10	8										
1	crua	tardia	v1	1										
1	crua	tardia	v9	3										
2	Queimada	tardia	v8	12	748									
2	crua	precoce	v1	6										
2	crua	media	v1	1	1487									
2	crua	media	v4	1									779	
2	crua	media	v9	3	1720									
2	crua	tardia	v5	2										472
2	crua	tardia	v10	8	928									
3	Queimada	precoce	v12	9									665	
3	Queimada	media	v8	12									17,71	

Tabela 2- O quanto cortar de matéria prima do fornecedor  $k$  no período  $t$ .

Fornecedor/ Semanas	1	3	4	5	6	7	8	9	10
Fornecedor A	16.5405		21.047		8.384.107		21.402,5		22.440
Fornecedor B		22.577,5		20.884,5		20.062,79			
Fornecedor C					11483,39				
Fornecedor D								17.796,5	

A Tabela 3 responde a segunda questão de pesquisa. Deste modo, a usina tem informações para dimensionar de forma otimizada a frente de corte  $j$  no período  $t$ .

Tabela 3- Dimensionamento da frente de corte  $j$  no período  $t$ .

Frente de Corte/ Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mecanizado	21.152,5	9.165	22.577,5	12.355	21.922,5	5.687,5	21.902,5	11.402,5	20.142,5	12.440
Manual		12.000		10.000		15.000		10.000		10.000

Sobre a resposta da última questão de pesquisa, a otimização do modelo indicou apenas o uso da frota terceirizada, sendo que, apenas a meta *fuzzy* vinculada ao objetivo minimização do custo total de corte das canas fornecidas não foi plenamente realizada, apresentando um valor de  $\alpha_4 = 0.93$ , e um valor de  $d_4^+ = 141.628,64$ , o que indica que esta meta teve um valor final acima do valor desejado. As demais metas *fuzzy* foram plenamente realizadas. Em outras palavras, obtiveram ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_5 = \alpha_6 = 1$ ).

Uma informação importante é com relação ao valor que os especialistas estimam para as metas *fuzzy* e, também, para o valor estimado na variação ( $\Delta$ ), ou seja, sempre que se muda tais parâmetros há uma mudança nos resultados da otimização e, desta maneira, é possível realizar uma análise de sensibilidade do modelo.

O uso do modelo FGP-PCCA mostrou-se robusto, pois gerou planos de colheita eficientes e viáveis para todo o período analisado, além de promover uma maior integração entre os gestores com a etapa de modelagem e otimização do problema.

Os resultados deste estudo têm sido promissores e incentivam outros esforços de pesquisa do grupo, tais como: (a) analisar os efeitos das incertezas nos parâmetros de entrada do modelo, por meio de técnicas de Otimização Estocástica Robusta (SOYSTER, 1973); (b), analisar os efeitos das incertezas nos parâmetros de entrada do modelo, por meio do de Programação por Metas Multiescolhas (*Multi-choice Goal Programming- MCGP*) (CHANG, 2007; SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2013).

#### Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, a CAPES, FAPESP e FUNDUNESP pelo apoio.

#### Referências

- Bertrand, J. W. M. e Fransoo, J. C.**, Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations and Production Management*, v.22, 241-264, 2002.
- Chang, C-T.** Multi-Choice goal programming. *Omega, Elmsford*, v.35, 389-396, 2007.
- Jamalia, A.; Soukhakian, M. A.** A hybrid *Fuzzy* goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning. *Computers & Industrial Engineering*, New York, v.56, n.4, p.1474-1486, 2009.

- Liang, G-S.; Wang, M. J.** Evaluating Human Reliability Using *Fuzzy* Relation. *Microelectron. Reliab*, v. 33, n.1, p.63-80, 1993.
- Paiva, R. P. O.** Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta. Tese (Doutorado em Eng. de Produção) –Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.
- Paiva, R. P. O.; Morabito, R.,** An optimization model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. *Annals Operations Research*, v.169, 117-130, 2009.
- Paiva, R. P. O.; Morabito, R.,** Programação estocástica robusta aplicada ao planejamento agregado de safra em usinas cooperadas do setor sucroenergético. *Gestão & Produção*, v. 18, n. 4, 719-738, 2011
- Sahinidis, N. V.** Optimization under uncertainty: State-of-the-art and opportunities. *Computers and Chemical Engineering*, v.28, 971-983, 2004.
- Sen, S.; Hingle, J. L.** An introductory tutorial on stochastic linear programming models. *Interfaces*, Providence, v.29, 33-61, 1999.
- Silva, A. F.; Marins, F. A. S.** Revisão da Literatura sobre Modelos de Programação por Metas Determinística e Sob Incerteza. *Produção*, vxxx, xxx-xxx, 2014.
- Silva, A. F.; Marins, F. A. S.; Montevechi, J. A. B.** Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company. *Applied Mathematical Modelling*, v.37, 6146-6162, 2013.
- Silva, A. F.** Otimização Multiobjetivo no Planejamento Agregado da Produção e na Cogeração de Energia Elétrica de Usina do Setor Sucroenergético. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, São Paulo- FEG-UNESP, 2013.
- Silva, A. F; Marins, F. A. S.; Montevechi, J. A. B.** Tratamento da Incerteza no Planejamento da Colheita de Cana de Açúcar Utilizando um Modelo de Programação por Metas Multi-escolha revisado. XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro-RJ, 2012.
- Silva, A. F; Marins, F. A. S; Salomon, V. A. P; Silva, G. e Montevechi, J. A. B.,** Otimização multiobjetivo fuzzy no planejamento agregado da produção e distribuição em usinas de açúcar e álcool. Anais do XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Bento Gonçalves - RS, v. 1, 1086-1097, 2010.
- Soyster, A. L.** Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations Research*. v.21, n.1, p.1154-1157, 1973.
- Szmrecsányi, T; Moreira, E. P. O** desenvolvimento da agroindústria canavieira do Brasil desde a Segunda Guerra Mundial. *Estudos avançados*, São Paulo, v.5, n.11, p.57-79, jan/apr. 1991.
- Veiga Filho, A. de A.; Ramos, P.** Proálcool e evidências de concentração na produção e processamento de cana de açúcar. *Informações Econômicas*, São Paulo, v.36, n.7, p.48-61, jul. 2006.
- Wang, R. C.; Liang, T. F.** Application of fuzzy multi-objective linear programming to aggregate production planning. *Computers & Industrial Engineering*, v.46, 17-41, 2004.
- Yaghoobi, M. A.; Tamiz, M. A.** Method for solving *Fuzzy* goal programming problems based on MINMAX approach. *European Journal of Operational Research*, Amsterdam, v.177, n.3, p.1580-1590, 2007.
- Zadeh, L. A.** *Fuzzy* Sets. *Information and Control*, New York, v.8, n.3, p.338-353, jun. 1965.
- Zeleny, M.** The Pros and Cons of Goal Programming. *Computers and Operations Research*, New York, v.8, n.4, p.357-359, 1981.
- Zimmermann, H. J.** Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Function. *Fuzzy Sets and Systems*, v.1, n.1, p.45-55, 1978.