

Modelos de Programação Linear Inteira Mista para o problema de agrupamento de pedidos e sequenciamento de painelas na aciaria: um estudo de caso em uma siderúrgica brasileira

Aloísio de Castro Gomes Júnior, Maurício Cardoso de Souza
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627 - Sala 3212 - Belo Horizonte - MG
algomesjr@gmail.com, mauricio@dep.ufmg.br

Allan Messeder Caldas Bretas, Martín Gómez Ravetti
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627 - Sala 3212 - Belo Horizonte - MG
allan.bretas@gmail.com, martin.ravetti@dep.ufmg.br

RESUMO

Este trabalho trata do problema de agrupamento de pedidos e sequenciamento de painelas em uma empresa siderúrgica brasileira. Propõem-se dois modelos de programação linear inteira mista (PLIM) para resolver o problema de agrupamento de pedidos, um modelo de PLIM para resolver o problema de sequenciamento de painelas e um modelo de PLIM que integra estes dois tipos de problemas. A resolução do problema de agrupamento de pedidos busca determinar o conjunto de pedidos que formarão uma painela, respeitando-se a capacidade da painela e em que período do horizonte de planejamento elas serão processadas. E a resolução do problema de sequenciamento busca determinar a sequência de produção das painelas na máquina de lingotamento contínuo da empresa estudada. Os modelos são resolvidos usando um pacote de otimização comercial e testados com instâncias geradas artificialmente e instâncias baseadas no problema real.

PALAVRAS CHAVE. Aciaria, Sequenciamento, Agrupamento de Pedidos.

Área Principal: Pesquisa Operacional na Indústria

ABSTRACT

This paper deals with the batching orders and sequencing of charges problem in a Brazilian steel plant. We propose two models of mixed integer linear programming (MILP) to solve the batching orders problem, a model of MILP to solve the sequencing charges problem and a model of MILP that integrates these two types of problems. The resolution of the batching orders problem attempts to determine the set of orders that will form a charge, respecting the capacity of the ladle and at what period of the planning horizon they are processed. And the resolution of the sequencing problem attempts to determine the production sequence of the ladles in the continuous casting machine of the studied company. The models are solved by a commercial optimization package and tested with instances artificially generated and instances based on the real problem.

KEYWORDS. Melt shop. Scheduling. Orders Batching.

Main Area: Operational Research in Industry

1. Introdução

Definir a melhor programação da produção dentro de qualquer empresa é uma das tarefas mais árduas do seu processo de decisão. Da mesma forma que a empresa deve agradar o cliente e entregar os produtos finais dentro das datas especificadas, ela deve estar atenta a oportunidades de redução dos custos de produção. Uma ferramenta muito útil dentro deste cenário é a pesquisa operacional, pois ela pode gerar boas soluções em situações de recursos escassos, buscando-se sempre maximizar os lucros ou minimizar os custos. Neste trabalho, busca-se utilizar essa ferramenta, através da concepção de modelos matemáticos, para auxiliar no processo decisório de uma empresa siderúrgica.

Segundo Tang *et al.* (2001), a indústria de ferro e aço é uma indústria básica importante para qualquer setor da economia industrial providenciando os materiais primários para a indústria da construção civil, indústria automobilística, e outras indústrias. Apesar disto, ainda segundo os autores, os problemas de planejamento e sequenciamento na produção de ferro e aço não têm atraído grande atenção dos pesquisadores de gestão de operações como outras indústrias, tais como a indústria de eletrônicos. De 2001 para cá, isto mudou um pouco, visto que mais trabalhos foram publicados nesta linha, mas observa-se que no Brasil, pelo conhecimento dos autores, ainda há poucos trabalhos nesta área.

Este trabalho tem foco no estágio de produção do aço, ou seja, na Aciaria. Vários autores (Tang e Wang (2008), Bellabdaoui e Teghem (2006), Missbauer *et al.* (2009), Li *et al.* (2012), Tang *et al.* (2002)) ressaltam que a aciaria é reconhecida como o gargalo na produção do aço. Segundo Tang e Wang (2008), tal fato se deve à capacidade de produção da aciaria ser geralmente menor que os processos de laminação a quente e laminação a frio.

Ainda segundo Tang e Wang (2008), o problema de planejamento e programação na aciaria incluem dois tipos de decisões: (i) Decisões de agrupamento, isto é, transformar os pedidos dos clientes (ordens primárias de produção) em lotes de produção; (ii) Decisões de sequenciamento, ou seja, alocar e sequenciar as corridas e séries nas correspondentes facilidades, da produção do aço ao lingotamento contínuo. Segundo os autores, há dois tipos de lote de produção: corridas (ou painéis) e séries. Uma corrida consiste de um único tipo de aço com uma composição química única e esta corrida pode produzir várias placas com tamanhos diversos. Estas placas podem pertencer a um único cliente ou a diversos clientes. E uma série consiste de uma sequência de corridas, que são consecutivamente produzidas utilizando um mesmo distribuidor (sem *setups*).

Segundo Tang e Wang (2008), quando a utilização do distribuidor alcança o final da sua vida útil, que é medida pelo máximo de vezes que corridas podem ser produzidas neste, o distribuidor deve ser substituído por um novo. Tang e Wang (2008) propõem modelos de PLIM e métodos heurísticos para resolver estes dois tipos de problemas de agrupamento. Tang *et al.* (2011) também tratam dos problemas de agrupamento da aciaria, mais especificamente do problema do agrupamento de corridas. Para resolver o problema os autores propõem um modelo de PLIM e um método que combina as técnicas de Relaxação Lagrangiana e Geração de Colunas. Outro trabalho que trata do problema de agrupamento de séries é apresentado por Tang e Luo (2007). Assim como Tang e Wang (2008) e Tang *et al.* (2011), este trabalho é um estudo de caso da siderúrgica Baosteel, na China. Para resolver o problema, Tang e Luo (2007) desenvolvem uma nova busca ILS (*Iterated Local Search*) para determinar soluções próximas à ótima. Tang e Luo (2007) propõem, também, uma formulação de programação matemática inteira quadrática para o problema agrupamento de séries.

Tang *et al.* (2001) apresentam uma revisão bibliográfica sobre trabalhos que apresentam sistemas e métodos de planejamento e sequenciamento para a produção integrada de aço. Estes autores afirmam que somente com um sistema racional de planejamento e sequenciamento os benefícios potenciais de um novo processo de produção podem ser alcançados.

Tang *et al.* (2002) desenvolvem um modelo integrado para o problema de programação da aciaria, incluindo os três estágios (produção do aço, refino e lingotamento contínuo), e apresentam

um método de relação lagrangiana para resolvê-lo. A siderúrgica em Shangai, Baosteel, é tomada como fundo para a pesquisa e o objetivo é gerar programações diárias para a aciaria e ajudar os planejadores da Baosteel a tomar melhores decisões de sequenciamento a curto prazo.

Tang *et al.* (2000), Bellabdaoui e Teghem (2006), Li *et al.* (2012) e Zanoni e Zavanella (2005) propõem modelos de PLIM para resolver o problema de programação de uma aciaria. O trabalho de Bellabdaoui e Teghem (2006) é baseado em um estudo de caso em uma grande siderúrgica na Bélgica.

Em seu trabalho, Harjunkoski e Grossmann (2001) apresentam uma estratégia de decomposição para determinar o sequenciamento de ordens de produção em uma aciaria. Pacciarelli e Pranzo (2004) utilizam um algoritmo do tipo *Beam Search* para resolver um problema de programação da produção em uma aciaria. Ferretti *et al.* (2006) resolvem o mesmo problema de Zanoni e Zavanella (2005), usando a metaheurística Colônia de Formigas (ACO). Os autores fazem um paralelo entre o problema estudado e o problema do Caixeiro Viajante (PCV) para aplicar o algoritmo ACO.

Atighehchian *et al.* (2009) propõem um método baseado na metaheurística Colônia de Formigas (ACO) e em métodos de otimização não-linear. Este trabalho apresenta um estudo de caso em uma grande companhia siderúrgica no Irã, Oriente Médio. Por sua vez, Missbauer *et al.* (2009) apresentam um estudo de caso da implantação e desenvolvimento de um sistema integrado de planejamento e sequenciamento da produção de uma grande siderúrgica na Áustria.

Observa-se que nos trabalhos encontrados na literatura cita-se o problema de mistura, mas em nenhum dos trabalhos lidos este problema é tratado nos modelos e métodos de resolução propostos. Baseado nestas informações, este trabalho tem como objetivo propor modelos que tratem do problema da mistura e modelos que procurem integrar os dois níveis de decisão no problema de programação da produção na aciaria: o agrupamento de pedidos em placas e o sequenciamento destas placas na Máquina de Lingotamento Contínuo (MLC). Além disso, em pesquisa feita em quatro siderúrgicas, verificou-se que nenhuma delas possuía algum *software* capaz de gerar e avaliar soluções, o que justifica o desenvolvimento destes modelos.

Uma particularidade interessante do problema tratado neste trabalho é o *trade-off*: gerar placa de mistura \times fazer *setup*. Quando dois aços de composições químicas diferentes são sequenciados um imediatamente após o outro no processo de lingotamento contínuo (LC) gera-se a chamada placa de mistura. Em determinadas situações, estas placas só podem ser aproveitadas como sucata, o que implica em perdas para a empresa. Em outras situações, esta mistura é aproveitada como sub-produto e vendida por um preço menor. Por outro lado, para que não ocorra a geração desta placa, pode-se fazer o *setup*, preparando o equipamento para receber o novo tipo de aço. O problema, neste caso, é que o tempo de *setup* é muito alto e implica em custos com troca de equipamentos. Este tempo depende apenas da máquina e não da sequência de produção.

O presente trabalho é estruturado da seguinte forma: na seção 2 é descrito o contexto industrial estudado, na seção 3 são apresentados os modelos desenvolvidos para a resolução do problema de agrupamento de pedidos (PAP); na seção 4 é apresentado o modelo de PLIM para resolver o problema de sequenciamento; na seção 5 apresenta-se o modelo integrado; na seção 6 são apresentados os resultados obtidos com os modelos em instâncias geradas aleatoriamente e em instâncias baseadas no problema real. A seção 7 conclui trabalho.

2. Descrição do Contexto Estudado

A Empresa Siderúrgica Brasileira (ESB), aqui chamada desta forma para garantir confidencialidade em relação às informações da empresa real estudada, é uma usina integrada, pois adquire a matéria-prima bruta e executa todas as fases do processo industrial. Seu processo é voltado para produção de aços planos em formas de placas ou bobinas. Neste trabalho foca-se no estudo de uma de suas principais áreas: a Aciaria.

A aciaria é o setor responsável pela transformação do ferro-gusa em aço líquido e pela posterior transformação deste em placas. O processo na aciaria é dividido em três grandes processos:

Refino Primário (transformar ferro-gusa em aço líquido), Refino Secundário (ajustes na composição química final do produto) e Lingotamento Contínuo.

Após o refino secundário, a panela contendo o aço líquido é então encaminhada ao processo de LC. Nesse processo, o aço é vazado por meio de uma válvula colocada no fundo da panela, que proporcionará seu escoamento até o distribuidor. O distribuidor, por sua vez, proporciona o vazamento do aço até o molde, parte constituinte da máquina de lingotamento contínuo (MLC). No lingotamento, o aço líquido é solidificado através de um sistema de refrigeração. Ao fim do processo, o aço em barras é cortado, dando origem às placas, produto final da aciaria.

No processo de LC, entre o vazamento de duas panelas consecutivas de dois tipos de aços diferentes, duas situações podem ocorrer: (i) os dois tipos de aço são misturados gerando-se a chamada placa de mistura e (ii) a MLC tem seu processo interrompido para troca do material refratário do distribuidor (*setup*). Quando há geração da placa de mistura, a placa é vendida como sub-produto por um preço bem inferior ao original. Quando é necessário fazer o *setup*, há um custo associado ao material refratário que reveste o distribuidor da MLC. Como o material refratário tem uma vida útil curta, obrigatoriamente deve haver uma troca deste revestimento antes que a sua vida útil chegue ao fim. Outro ponto importante é que dois aços com larguras muito diferentes não podem ser vazados um após o outro sem haver uma troca do distribuidor. Neste caso, existe uma variação máxima de largura permitida entre o vazamento de dois aços consecutivos, se a variação da largura entre os dois aço for menor que a variação máxima permitida, os dois aços podem ser misturados, caso contrário há necessidade de se fazer o *setup*. Quando os aços são misturados e há variação na largura entre estes é gerada uma rebarba, a qual é cortada e aproveitada apenas como sucata.

Em média, na ESB, são processadas em média 24 panelas por dia na MLC. Todos os equipamentos da aciaria exigem um tempo de preparação de máquina (*setup*) antes de iniciar o processo, com exceção da máquina de lingotamento, que deve receber o aço ininterruptamente, panela após panela. Caso demore mais do que certo tempo máximo entre o término do vazamento de uma panela e o início do vazamento de outra, o processo deverá ser interrompido e o *setup* da máquina deverá ser realizado antes de reiniciar o lingotamento. Como um dos artifícios para evitar essa parada, ocorre a redução da velocidade da máquina de lingotamento enquanto a troca da panela acontece.

Dentro deste contexto, um dos problemas encontrados pela ESB é definir a melhor sequência de produção na aciaria, principalmente no setor de LC. Atualmente, a programação da produção na aciaria é feita manualmente com auxílio de um *software*. O *software* utilizado permite ao programador escolher a máquina, inserir as panelas e montar a série da forma como quiser. Os programadores buscam montar as séries contendo a maior quantidade de panelas possível, procurando evitar misturas de determinados tipos de aço. Mas o *software* utilizado pela ESB não possui funcionalidades de comparação ou avaliação da programação proposta, sendo apenas uma ferramenta de apoio na tomada de decisão.

3. Problema de Agrupamento de Pedidos

Antes dos pedidos serem enviados à aciaria, estes devem ser analisados para definir o conjunto de panelas a serem processadas neste setor. Este tipo de problema é conhecido como Problema de Agrupamento de Pedidos. O PAP consiste em transformar os pedidos dos clientes em panelas, as quais devem ser processadas em um determinado período t dentro do horizonte de planejamento.

Algumas características do PAP são descritas a seguir:

- **Entrada:** Pedido de um cliente para um determinado tipo de aço, o qual deverá ser entregue em um período t . Cada pedido contém as seguintes características: (i) Cliente que define o pedido; (ii) Composição química do pedido (tipo de aço); (iii) Largura desejada da placa ao final do processo de LC; (iv) Período em que o pedido deve ser entregue; (v) Quantidade de aço desejada pelo cliente (em toneladas).

- **Saída:** para cada período serão decididos as frações de cada pedido a serem produzidas, a composição química do aço e a largura da placa para o processamento de cada panela no processo

de lingotamento contínuo da ESB.

- **Composição Química Compatível:** Um pedido i tem composição química compatível com um pedido p se pode haver um *upgrade* na composição química deste pedido para a composição química do pedido p ou se ambos os pedidos possuírem a mesma composição química.

- **Largura Compatível:** Um pedido i tem largura compatível com um pedido p se o pedido i tem largura menor e pode ser cortada uma rebarba ou se ambos os pedidos tiverem a mesma largura.

- **Padrão da Panela:** é a composição química do aço e a largura da placa ao final do processamento da panela no LC. Serão identificados tantos padrões de panela quanto as diferentes combinações de composição química e largura no conjunto de pedidos.

Para resolução do PAP em painéis, criou-se dois modelos de PLIM, os quais são descritos nas seções a seguir. Seja $T = \{1, \dots, nt\}$ o conjunto de períodos, $P = \{1, \dots, npad\}$ o conjunto de padrões e $I = \{1, \dots, np\}$ o conjunto de pedidos. Sejam, ainda, w_i a quantidade (em toneladas) de aço do pedido i , Q^t o tempo máximo disponível para o processamento das painéis no período t , G_{max} a quantidade máxima de aço (em toneladas) que pode ser alocada a uma panela, G_{min} a quantidade mínima de aço (em toneladas) que pode ser alocada a uma panela e pr_p o tempo necessário para o processamento de uma panela com o padrão p . Os demais dados para ambos os modelos são:

- l_i^t = custo de atrasar a entrega do pedido i para o período t , por exemplo, se o pedido i deve ser entregue no período 2, l_i^3 corresponderá ao custo de atrasar a entrega do pedido em um período. Se o pedido for finalizado antes ou no período em que ele deve ser entregue l_i^t é igual a zero. Observação: O custo l_i^{t+1} corresponde ao custo de não entregar o pedido i completo dentro do horizonte de planejamento.

- e_i^t = custo de manutenção de estoque do pedido i no período t . Nesta situação, se o pedido i deve ser entregue no período 2, e_i^1 corresponderá ao custo de manter o pedido i em estoque por um período. Se o pedido for finalizado depois ou no período em que ele deve ser entregue e_i^t é igual a zero.

- v_{pi} = custo de *upgrade* de usar o padrão p para produzir uma fração do pedido i ;

- $a_{pi} = \begin{cases} 1, & \text{se o pedido } i \text{ possui composição química e largura compatível com o padrão } p \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

3.1. Modelo de Painéis Indexadas em Padrões - Variáveis Inteiras - MPIPVI

Neste primeiro modelo, as painéis são definidas com base nos padrões. Uma panela a ser processada no LC possuirá a composição química e a largura de um determinado padrão p , ou seja, predominará as características do padrão p . Algumas premissas adotadas na elaboração deste modelo são: (i) Todos os pedidos que forem agrupados para formar uma panela devem ter composição química e largura compatíveis; (ii) Considera-se que o estoque tem capacidade infinita.

As variáveis de decisão do MPIPVI são descritas a seguir:

- y_{pi}^t = fração do pedido i que será processado na panela com o padrão p , no período t .

- z_p^t = número de painéis com o padrão p a serem processadas no período t .

- $\tau_i^t = \begin{cases} 1, & \text{se o pedido } i \text{ não foi completado até o período } t, \text{ inclusive} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

- L_i = custo de atraso associado a entrega completa do pedido i .

Desta forma, o MPIPVI é definido como se segue:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{i \in I | a_{pi}=1} \sum_{t \in T} (v_{pi} y_{pi}^t + e_i^t y_{pi}^t) + \sum_{i \in I} L_i \quad (1)$$

$$\text{s. à: } \sum_{p \in P | a_{pi}=1} \sum_{t \in T} y_{pi}^t \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I | a_{pi}=1} w_i y_{pi}^t - G_{max} z_p^t \leq 0 \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I | a_{pi}=1} w_i y_{pi}^t - G_{min} z_p^t \geq 0 \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{p \in P} pr_p z_p^t \leq Q^t \quad \forall t \in T \quad (5)$$

$$\tau_i^t + \sum_{u=1}^t \sum_{p \in P | a_{pi}=1} y_{pi}^u \geq 1 \quad \forall i \in I, t \in T \quad (6)$$

$$L_i - \tau_i^t t^{t+1} \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T \quad (7)$$

$$y_{pi}^t \geq 0 \quad \forall p \in P, i \in I, \forall t \in T \quad (8)$$

$$z_p^t \in \mathbb{N} \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (9)$$

$$\tau_i^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (10)$$

$$L_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (11)$$

A função objetivo é representada pela equação (1) e busca minimizar os custos de agrupamentos de pedidos em uma mesma panela e os custos de atraso e de estoque. As restrições (2) garantem que o somatório das parcelas do pedido i entregues não seja superior a 1. As restrições (3) garantem que a quantidade de aço gerado pelo agrupamento dos pedidos em uma mesma panela não ultrapasse a capacidade máxima desta panela. Já as restrições (4) garantem que cada panela formada deve conter uma quantidade mínima de aço. As restrições (5) garantem que tempo necessário para processar todas as painelas no período t não ultrapasse a quantidade de tempo disponível para aquele período. As restrições (6) definem em qual período o pedido i foi completamente entregue. As restrições (7) definem o valor do custo de atraso associado a entrega completa do pedido i . As restrições (8) a (11) definem o domínio das variáveis.

3.2. Modelo de Painelas Indexadas em Padrões - Variáveis Binárias - MPIPVB

Nesse modelo, assim como no MPIPVI, as painelas são definidas com base nos padrões. Mas, ao contrário do MPIPVI, o MPIPVB utiliza variáveis z_p^t binárias. Para isto, as variáveis z_p^t são definidas da seguinte forma:

- $z_{kp}^t = \begin{cases} 1, & \text{se a } k\text{-ésima panela com o padrão } p \text{ é processada no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

Seja K_p o número máximo de painelas com o padrão p por período. Neste trabalho definiu-se que o valor de K_p é definido pela equação 12.

$$K_p = \max_{1 \leq t \leq T} \left\{ \left\lceil \frac{Q^t}{pr_p} \right\rceil \right\} \quad (12)$$

Daí, o MPIPVB é definido da seguinte forma:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{i \in I | a_{pi}=1} \sum_{t \in T} (v_{pi} y_{pi}^t + e_i^t y_{pi}^t) + \sum_{i \in I} L_i \quad (13)$$

s. à: $rest.(2), (6), (7), (8), (10), (11)$

$$\sum_{i \in I | a_{pi}=1} w_i y_{pi}^t - G_{max} \left(\sum_{k=1}^{K_p} z_{kp}^t \right) \leq 0 \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I | a_{pi}=1} w_i y_{pi}^t - G_{min} \left(\sum_{k=1}^{K_p} z_{kp}^t \right) \geq 0 \quad \forall p \in P, \forall t \in T \quad (15)$$

$$\sum_{p \in P} pr_p \left(\sum_{k=1}^{K_p} z_{kp}^t \right) \leq Q^t \quad \forall t \in T \quad (16)$$

$$z_{kp}^t - z_{k-1,p}^t \leq 0 \quad \forall p \in P, t \in T, k = 2 \dots K_p \quad (17)$$

$$z_{kp}^t \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, \forall t \in T, k = 1 \dots K_p \quad (18)$$

A função objetivo, representada pela equação (13), tem o mesmo objetivo da equação (1). As restrições (14), (15) e (16) têm o mesmo significado das restrições (3), (4) e (5), respectivamente. As restrições (17) garantem que a k -ésima panela, com o padrão p no período t , só será ativada se a $(k - 1)$ -ésima panela, com o padrão p no período t , for utilizada. E as restrições (18) definem o domínio das variáveis.

4. Problema de Sequenciamento de Painelas - PSP

Nesta seção, apresenta-se o modelo de PLIM para resolver o problema de sequenciamento de operações no setor de lingotamento contínuo da ESB. Escolheu-se por determinar o sequenciamento apenas no setor de lingotamento contínuo, porque ele é o processo mais crítico da aciaria. O processo de lingotamento contínuo é considerado crítico, pois ele é sucedido de processos não-contínuos e é este processo quem dita o ritmo da aciaria, sendo que as datas de início e término das atividades nos estágios anteriores são calculadas à partir das datas de início das atividades no processo de lingotamento contínuo.

As características levadas em consideração para a construção do modelo de PSP são descritas a seguir: (i) Um *job* corresponde à uma panela a ser vazada na MLC; (ii) Deve-se respeitar um intervalo de tempo máximo admissível entre dois *setups* consecutivos, pois depois do processamento de algumas painelas ocorre desgaste do material refratário que compõe o distribuidor e o mesmo deve ser substituído; (iii) Deve-se respeitar o limite de variação máxima de largura entre o processamento de duas painelas consecutivas; (iv) Diferentes tipos de aço exigem velocidades de lingotamento diferentes; (v) Caso haja o lingotamento seguido de dois tipos de aço diferentes, haverá a produção de placa de mistura, que pode não ser aproveitada para aqueles tipos de aço, para que esta mistura não aconteça pode ser realizado um *setup*.

O problema de sequenciamento no LC, sem perda de generalidade, foi considerado como um problema de sequenciamento em uma máquina.

Seja $N = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de *jobs* (corridas) a serem processados. Sejam, ainda, lm o intervalo de tempo máximo entre dois *setups* consecutivos, pr_i o tempo de processamento do *job* i , s o tempo de *setup*, f_{ij} o custo da placa de mistura formada quando o *job* j é processado imediatamente após o *job* i , h o custo de uma operação de *setup*. O parâmetro b_{ij} para o modelo do PSP é definido da seguinte forma:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o } \textit{job } j \text{ pode ser processado imediatamente após o } \textit{job } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Os custos nos arcos, c_{ij} , que correspondem ao custo de oportunidade se o *job* j é sequenciado logo após o *job* i ou ao custo de *setup* quando o *job* i ou j são ligados ao nó central, são definidos da seguinte forma:

$$c_{ij} = \begin{cases} f_{ij}, & \text{se } i \text{ e } j \neq 0 \text{ e } b_{ij} = 1; \\ \infty, & \text{se } i \text{ e } j \neq 0 \text{ e } b_{ij} = 0; \\ h, & \text{se } i = 0; \\ 0, & \text{se } j = 0. \end{cases}$$

Além destas informações, tem-se também a variável auxiliar Φ_{ij} que corresponde ao fluxo de tempo enviado do nó i para o nó j . O modelo aqui proposto é análogo ao Problema de Roteamento de Veículos Assimétrico. Desta forma, o modelo PSP é definido como se segue:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} - h \quad (19)$$

$$\text{s. à:} \quad \sum_{i=0}^n x_{ik} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (20)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{kj} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} - \sum_{i=1}^n x_{i0} = 0 \quad (22)$$

$$\sum_{i=0}^n \Phi_{ik} - \sum_{j=0}^n \Phi_{kj} = pr_k \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (23)$$

$$\Phi_{ij} - lm(x_{ij}) \leq 0 \quad \forall i, j = 0, \dots, n \quad (24)$$

$$x_{ij} \leq b_{ij} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (25)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 0, \dots, n \quad (26)$$

$$\Phi_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j = 0, \dots, n \quad (27)$$

A equação (19) procura minimizar os custos com geração de placas de mistura e os custos de *setups*. O número de *setups* é sempre igual ao número de viagens ao nó central menos uma unidade, por isso desconta-se o valor de um *setup* na função objetivo. As restrições (20) e (21) garantem que o cada *job* tenham somente um *job* sucessor e somente um *job* antecessor, respectivamente. As restrições (22) garantem que o número de arcos que saem do nó central e que chegam no nó central sejam os mesmos. As restrições (23) garantem que o fluxo de tempo que chega no nó k menos o fluxo de tempo que sai deste mesmo nó é igual ao tempo de processamento do *job* k . As restrições (24) garantem que o fluxo de tempo nos arcos não seja superior ao tempo máximo permitido entre dois *setups* consecutivos. As restrições (25) a (27) definem o domínio das variáveis.

5. Problema Integrado de Agrupamento de Pedidos e Sequenciamento de Painelas

O modelo para o Problema Integrado de Agrupamento de Pedidos e Sequenciamento de Painelas (PIAPPS) procura integrar o modelo de agrupamento de pedidos MPIPVB com o modelo de sequenciamento de painelas apresentado na seção anterior. Optou-se pelo modelo MPIPVB por este trabalhar com variáveis binárias, desta forma, sendo mais fácil fazer a integração. O objetivo do modelo é, a partir dos pedidos dos clientes, determinar quando cada pedido será processado, quais pedidos estarão agrupados em quais painelas e o sequenciamento das painelas dentro de cada período do horizonte de planejamento.

Além das variáveis apresentadas nas seção 3, o modelo integrado inclui as seguintes variáveis de decisão:

- $x_{kp,k'p'}^t = \begin{cases} 1, & \text{se a } k'\text{-ésima painela com padrão } p' \text{ é sequenciada logo após a } k\text{-ésima} \\ & \text{painela com padrão } p \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $\Phi_{kp,k'p'}^t$ = fluxo de tempo enviado do nó representado a k -ésima painela com padrão p para o nó representando a k' -ésima painela com padrão p' no período t (variável auxiliar)
- F^t = variável livre que representa a quantidade de tempo que sobrou ou que foi utilizada a mais no período t . Se $F^t > 0$ implica que sobrou tempo no período t e este pode ser aproveitado no período $t + 1$. Por outro lado, se $F^t < 0$ implica que foi utilizado uma quantidade de tempo a mais e esta quantidade deve ser descontada no período $t + 1$.

Seja $E = \{(k, p)\}$ o conjunto do pares ordenados (k, p) , onde (k, p) que representam a k -ésima painela com padrão p e seja $A = E \cup \{(0, 0)\}$, onde o par ordenado $(0, 0)$ representa o nó central da rede. O modelo integrado é definido como se segue:

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} (v_{pi} y_{pi}^t + e_i^t y_{pi}^t) + \sum_{i \in I} L_i + \sum_{t \in T} \sum_{(k,p) \in A} \sum_{k'p' \in A} c_{pp'} x_{kp,k'p'}^t \quad (28)$$

s.à: $rest.$ (2), (6), (7), (8), (10), (11), (14), (15), (18)

$$\sum_{p \in P} pr_p \left(\sum_{k=1}^{k_p} z_{kp}^t \right) + \left(\sum_{(k,p) \in E} x_{00,kp}^t \right) s + F^t - F^{t-1} = Q^t \quad t \in T \quad (29)$$

$$\sum_{(k,p) \in A} x_{kp,k'p'}^t - z_{k'p'}^t = 0 \quad (k', p') \in E, t \in T \quad (30)$$

$$\sum_{(k',p') \in A} x_{kp,k'p'}^t - z_{kp}^t = 0 \quad (k, p) \in E, t \in T \quad (31)$$

$$\sum_{(k',p') \in E} \sum_{t \in T} x_{00,k'p'}^t - \sum_{(k,p) \in E} \sum_{t \in T} x_{kp,00}^t = 0 \quad (32)$$

$$\sum_{(k,p) \in A} \Phi_{kp,k''p''}^t - \sum_{(k',p') \in A} \Phi_{k''p'',k'p'}^t - pr_{k''} (z_{k''p''}^t) = 0 \quad (k'', p'') \in E, t \in T \quad (33)$$

$$\Phi_{kp,k'p'}^t - lm(x_{kp,k'p'}^t) \leq 0 \quad (k, p), (k', p') \in A, t \in T \quad (34)$$

$$x_{kp,k'p'}^t \leq b_{pp'} \quad (k, p), (k', p') \in E, t \in T \quad (35)$$

$$x_{kp,k'p'}^t \in \{0, 1\} \quad (k, p), (k', p') \in A, t \in T \quad (36)$$

$$\Phi_{kp,k'p'}^t \geq 0 \quad (k, p), (k', p') \in A, t \in T \quad (37)$$

$$F^t \in \mathbb{R} \quad t \in T \quad (38)$$

A função objetivo é representada pela equação (28) e busca minimizar os custos de agrupamentos de pedidos em uma mesma panela, os custos de atraso e de estoque, os custos com geração de placas de mistura e os custos de *setups*. As restrições (29) garantem que o tempo de processamento das painéis geradas em um período t mais o tempo utilizado para realização de *setups* não ultrapasse a quantidade máxima de tempo definida para aquele período. As restrições (30) e (31) garantem que, em cada período, cada panela tenha somente uma panela sucessora e somente uma panela antecessora, respectivamente. Tais restrições somente são válidas se a k -ésima panela com padrão p tenha sido definida para o período. As restrições (32) garantem que o número de arcos que saem do nó central e que chegam no nó central sejam os mesmos. As restrições (33) garantem que, em cada período, o fluxo de tempo que chega no nó (k, p) menos o fluxo de tempo que sai deste mesmo nó é igual ao tempo de processamento da k -ésima panela com o padrão p . Tais restrições somente são válidas se a k -ésima panela com padrão p for definida para o período, caso contrário, o fluxo de tempo que chega no nó (k, p) menos o fluxo de tempo que sai deste mesmo nó deve ser igual 0. As restrições (34) garantem que o fluxo de tempo nos arcos não seja superior ao tempo máximo permitido entre dois *setups* consecutivos. As restrições (35) a (38) definem o domínio das variáveis.

6. Resultados

Os três modelos propostos foram implementados em linguagem AMPL e resolvidos pelo *software* de otimização CPLEX 12.6 com sua configuração padrão. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-3770 de 3.60GHz, 16GB de memória RAM, rodando sob plataforma Windows 7. Para todos os modelos propostos, estipulou-se um tempo limite de 7200 segundos para geração da solução ótima.

Os testes computacionais foram feitos com 24 instâncias geradas aleatoriamente (IAP001 a IAP024) e 15 instâncias geradas à partir de relatórios gerenciais da ESB (IAP025 a IAP039). Nas instâncias geradas aleatoriamente, definiu-se primeiramente número de períodos que variou de 2 a 10 períodos e, em seguida, definiu-se quantos pedidos deveriam ter suas datas de conclusão definidas para um determinado período. Além disso, definiu-se o número de grupos e

quantos pedidos fariam parte de cada grupo. Buscou-se, nesta primeira fase, garantir a viabilidade da solução quando a instância fosse resolvida pelo *software* de otimização. Os grupos gerados possuíam de 1 a 3 pedidos. Em seguida, gerou-se a quantidade de aço (em toneladas) de cada pedido. A quantidade de aço de cada pedido foi gerada da seguinte maneira: (i) grupo de 1 pedido: U(160,170) toneladas, (ii) grupo com 2 pedidos: U(60,120) toneladas e (iii) grupo com 3 pedidos: U(40,70) toneladas. Para grupos com 2 ou 3 pedidos, o último pedido era gerado com a expressão U(160,170), subtraindo-se a soma dos pesos dos demais pedidos do grupo.

Após isto, definiu-se o tipo de aço de cada pedido. O tipo de aço era definido pela composição química e pela largura da placa desejada ao final do processo de LC. Gerou-se 100 tipos de aços. As larguras eram definidas de acordo com a seguinte expressão: $5 \times U(180, 360)$. Para auxiliar na criação das instâncias utilizou-se o *software* MS Excel e seu gerador de números aleatórios. Os tipos de aço são divididos em 7 famílias e o valor de mercado de cada tipo de aço depende da sua família. o tempo de processamento depende da família do aço e varia de 40 a 44 minutos. O tempo de *setup* é igual a 90 minutos e o custo de realização do *setup* é de \$6000.

Sejam CA o custo de atraso por tonelada por período, $PAtr$ a quantidade de períodos que o pedido atrasou para ser entregue, CE o custo de manutenção de estoque por tonelada por período, $PMEst$ a quantidade de períodos em que o pedido foi mantido em estoque, vm_j o valor de mercado do tipo de aço do pedido j , vms o valor de mercado da sucata, PL a perda (em ton) por diferença de largura entre pedidos, qm_j a quantidade de material perdido (em ton) na panela j por causa da mistura dos tipos de aço e plm_j a perda lateral (em ton) da panela j por causa da diferença de largura entre as panelas processadas consecutivamente. Os custos das instâncias são calculados a partir das expressões apresentadas na tabela 1. Considerou-se, neste trabalho, que $CE = \$85$ e $CA = \$100$.

Tabela 1: Expressões para os cálculos dos custos

Custo	Expressão
Atraso (l_i^t)	$CA \times w_i \times PAtr$
Manutenção Estoque (e_i^t)	$CE \times w_i \times PMEst$
Upgrade (v_{pi})	$(vm_p - vm_i) \times w_i + (PL \times vms)$
Mistura e Setup (c_{ij})	$qm_i(vm_i - sm_{ij}) + qm_j(vm_j - sm_{ij}) + plm_j(vm_j - vms)$

Como foi dito anteriormente, para gerar as instâncias reais utilizou-se relatórios gerenciais gentilmente cedidos pela ESB. Nestes relatórios não constavam a largura desejada da placa e nem os custos de manutenção de estoque e atraso, desta forma os dados para estas instâncias foram gerados aleatoriamente e calculados conforme as instâncias artificiais. Por isto, não fez-se uma comparação com os resultados apresentados pela ESB. Utilizou-se para criar estas instâncias 230 tipos de aço.

A tabela 2 apresenta os resultados para as instâncias artificiais e reais obtidos pela resolução dos modelos MPIPVI e MPIPVB. A primeira coluna desta tabela apresenta as instâncias resolvidas, a segunda coluna o número de pedidos, a terceira coluna o número de padrões de panela e a quarta coluna o número de períodos. A coluna G(%) apresenta o *gap* apresentado pelo CPLEX, quando este não conseguiu provar a otimalidade da solução dentro do tempo estipulado. A coluna T(s) apresenta o tempo computacional necessário para obtenção da solução ótima.

Observa-se na tabela 2 que o modelo MPIPVI foi capaz de resolver otimamente 32 das 39 instâncias dentro do tempo estipulado e o modelo MPIPVB foi capaz de resolver otimamente 35 instâncias. O tempo computacional médio para as instâncias que foram resolvidas no ótimo foi de 52,2 segundos com desvio padrão de 156,1 segundos no modelo MPIPVI e 219,1 segundos com desvio padrão de 1085,9 segundos no modelo MPIPVB. Para as instâncias não resolvidas no ótimo, o *gap* de otimalidade apresentado pelo CPLEX foi inferior para o modelo MPIPVB em relação ao modelo MPIPVI em todas as instâncias, com exceção de uma (IAP036). Observa-se, ainda, que as instâncias IAP026, IAP031, IAP032 e IAP36 não foram resolvidas no ótimo por ambos os modelos.

A tabela 3 apresenta os resultados para o modelo integrado utilizando as instâncias artificiais. Resolve-se usar apenas as instâncias artificiais porque nas instâncias IAP025 a IAP039 não

Tabela 2: Resultados dos modelos MPIPVI e MPIPVB com as instâncias artificiais e reais

Inst	NPE	NPA	NPR	Modelo MPIPVI			Modelo MPIPVB		
				Custo	G(%)	T(s)	Custo	G(%)	T(s)
IAP001	20	7	2	62.154,7		0	62.154,7		0
IAP002	25	14	3	69.119,2		0	69.119,2		0
IAP003	30	15	3	16.340,0		0	16.340,0		0
IAP004	30	13	4	37.514,8		0	37.514,8		1
IAP005	40	17	3	30.204,0		1	30.204,0		0
IAP006	40	28	4	116.658,2		0	116.658,2		0
IAP007	40	21	5	293.785,1		0	293.785,1		0
IAP008	40	27	6	168.688,9		2	168.688,9		3
IAP009	45	23	3	32.591,4		1	32.591,4		1
IAP010	45	20	4	38.822,9		0	38.822,9		0
IAP011	45	28	5	49.773,0		0	49.773,0		0
IAP012	45	21	6	22.097,7		0	22.097,7		0
IAP013	50	21	3	38.980,6		1	38.980,6		1
IAP014	50	25	4	63.343,0		0	63.343,0		0
IAP015	50	27	5	79.951,9		0	79.951,9		0
IAP016	50	25	6	53.178,3		0	53.178,3		1
IAP017	100	26	3	70.096,8		1	70.096,8		1
IAP018	100	37	4	172.981,2		5	172.981,2		5
IAP019	100	34	5	94.951,9		590	94.951,9		150
IAP020	100	32	6	46.931,9		1	46.931,9		2
IAP021	100	49	7	132.980,6	12,0	7207	132.980,6		76
IAP022	100	46	8	122.660,1		676	122.660,1		260
IAP023	100	49	9	126.614,9		156	126.614,9		115
IAP024	100	47	10	144.081,4	26,1	7609	144.081,4		6535
IAP025	212	51	5	49.046,2	54,9	7204	49046,24		45
IAP026	220	59	5	382.614,9	70,9	7204	382.614,9	2,2	7205
IAP027	219	50	5	21.509,9		10	21.509,9		26
IAP028	228	51	5	388,0		0	388,0		0
IAP029	226	75	5	9.481,0		1	9.481,0		2
IAP030	260	58	5	97,9		0	97,9		0
IAP031	290	70	7	104.010,5	83,2	7204	104.010,5	4,0	7207
IAP032	311	77	7	100.816,0	34,4	7205	100.486,4	10,5	7374
IAP033	336	84	7	25.151,9		22	25.151,9		36
IAP034	320	90	7	345,8		0	345,8		2
IAP035	360	74	7	0,0		1	0,0		3
IAP036	432	109	10	317.105,2	82,9	7211	352.734,3	84,7	7569
IAP037	445	98	10	19.244,8		193	19.244,8		358
IAP038	486	133	10	9.578,9		2	9.578,9		7
IAP039	460	95	10	1.536,3		7	1.536,3		38

gerou-se nenhuma solução inteira viável dentro do tempo estipulado. Nesta tabela, a coluna CT representa o custo total, a coluna CA o custo de atraso, a coluna CE o custo de manutenção de estoque, a coluna Cup o custo de *upgrade* e a coluna CMS o custo de mistura e *setup*. Observa-se que 17 das 24 instâncias foram resolvidas otimamente. O tempo computacional médio nestas 17 instâncias foi de 40,9 segundos com desvio padrão de 92,7 segundos.

7. Conclusões

Este trabalho apresentou dois modelos matemáticos para resolução do PAP em painéis em uma linha de LC de uma empresa siderúrgica. Além disso, apresentou-se também um modelo para a resolução do PSP nesta mesma linha e um modelo que integra o PAP e o PSP. Os modelos propostos buscam auxiliar no processo de tomada de decisão. Os modelos foram testados com instâncias testes baseadas no problema real de uma empresa siderúrgica brasileira. Em pesquisa feita em empresas siderúrgicas da região, observou-se a inexistência de *softwares* que avaliem as soluções propostas, o que torna este trabalho um passo importante para que as empresas siderúrgicas brasileiras tomem decisões mais acertadas em relação à programação da produção na aciaria. No PAP, não foi possível determinar qual seria o melhor modelo, uma vez que o modelo MPIPVI gasta menos tempo para alcançar a solução ótima, mas em compensação resolveu menos instâncias no ótimo que o modelo MPIPVB. Os resultados obtidos com os modelos se mostraram satisfatórios, mas ainda faz-se necessário a utilização de outros métodos para agilizar a obtenção de uma solução e que sejam capazes de resolver instâncias maiores, principalmente em relação ao modelo integrado.

Tabela 3: Resultados do modelo integrado com as instâncias artificiais

Inst	CT	CA	CE	CU _p	CMS	G(%)	T(s)
IAP001	88.987,7	0,0	0,0	63.210,7	25.777,0		0
IAP002	110.329,2	0,0	0,0	70.175,2	40.154,0		1
IAP003	59.960,0	0,0	0,0	17.371,0	42.589,0		1
IAP004	87.670,8	0,0	0,0	37.514,8	50.156,0		20
IAP005	73.394,5	0,0	5.600,0	22.560,5	45.234,0		55
IAP006	171.983,3	0,0	0,0	119.647,3	52.336,0		2
IAP007	365.882,7	280.500,0	0,0	14.314,7	71.068,0		17
IAP008	133.737,4	0,0	0,0	64.407,4	69.330,0		12
IAP009	78.754,6	0,0	350,0	34.293,6	44.111,0		7
IAP010	98.350,5	2.695,0	1.575,0	36.932,5	57.148,0		2
IAP011	118.896,0	0,0	0,0	51.994,0	66.902,0		5
IAP012	94.701,9	4.015,0	210,0	13.024,9	77.452,0		44
IAP013	84.431,1	0,0	490,0	40.897,1	43.044,0		17
IAP014	121.222,8	0,0	0,0	66.682,8	54.540,0		8
IAP015	150.253,9	4.400,0	2.450,0	73.616,9	69.787,0		49
IAP016	134.084,3	0,0	1.400,0	51.778,3	80.906,0		52
IAP017	122.240,3	0,0	105,0	70.994,3	51.141,0		404
IAP018	243.705,6	2.365,0	1.820,0	172.486,6	67.034,0	1,7	7230
IAP019	201.757,0	17.380,0	16.030,0	84.038,0	84.309,0	20,5	7208
IAP020	155.036,9	4.455,0	11.305,0	38.990,9	100.286,0	9,1	7207
IAP021	9.432.797,8	9.061.690,0	39.445,0	199.961,8	131.701,0	97,6	7236
IAP022	248.469,0	9.900,0	17.990,0	94.572,0	126.007,0	13,1	7208
IAP023	260.552,2	9.020,0	14.035,0	102.944,2	134.553,0	19,1	7207
IAP024	293.439,9	18.590,0	17.990,0	115.565,9	141.294,0	24,7	7232

Em trabalhos futuros pretende-se desenvolver métodos que possam realizar tais ações.

Referências

- ATIGHEHCHIAN, A., BIJARI, M. e TARKESH, H.** (2009), A novel hybrid algorithm for scheduling steel-making continuous casting production, *Computers & Operations Research*, 36(8), 2450–2461.
- BELLABDAOUI, A. e TEGHEM, J.** (2006), A mixed-integer linear programming model for the continuous casting planning, *International Journal of Production Economics*, 104(2), 260-270.
- FERRETTI, I., ZANONI, S. e ZAVANELLA, L.** (2006), Production-inventory scheduling using Ant System metaheuristic, *International Journal of Production Economics*, 104, 317-326.
- HARJUNKOSKI, I. e GROSSMANN, I. E.** (2001), A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production, *Computers and Chemical Engineering*, 25, 1647-1660.
- LI, J., XIAO, X., TANG, Q. e FLOUDAS, C. A.** (2012), Production Scheduling of a Large-Scale Steelmaking Continuous Casting Process via Unit-Specific Event-Based Continuous-Time Models: Short-Term and Medium-Term Scheduling, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 51, 7300-7319.
- MISSBAUER, H., HAUBER, W. e STADLER, W.** (2009), A Scheduling System for the Steelmaking Continuous Casting Process: A Case Study from the Steel-Making Industry, *International Journal of Production Research*, 47, 4147-4172.
- PACCIARELLI, D. e PRANZO, M.** (2004), Production scheduling in a steelmaking-continuous casting plant, *Computers and Chemical Engineering*, 28, 2823-2835.
- TANG, L. X., WANG, G. S., LIU, J. Y. e LIU, J.** (2011), A Combination of Lagrangian Relaxation and Column Generation for Order Batching in Steelmaking and Continuous-Casting Production, *Naval Res. Logistics*, 58, 370-388.
- TANG, L. X. e WANG, G. S.** (2008), Decision support system for the batching problems of steelmaking and continuous-casting production, *Omega*, 36, 976-991.
- TANG, L. X. e LUO, J.** (2007), A New ILS Algorithm for Cast Planning Problem in Steel Industry, *ISIJ International*, 47(3), 443-452.
- TANG, L., LUH, P. B., LIU, J. e FANG, L.** (2002), Steel-Making Process Scheduling using Lagrangian Relaxation, *International Journal of Production Research*, 40, 55-70.
- TANG, L., LIU, J., RONG, A. e YANG, Z.** (2001), A review of planning and scheduling systems and methods for integrated steel production, *European Journal of Operational Research*, 133, 1-20.
- TANG, L., LIU, J., RONG, A. e YANG, Z.** (2000), A mathematical programming model for scheduling steelmaking-continuous casting production, *European Journal of Operational Research*, 120, 423-435.
- ZANONI, S. e ZAVANELLA, L.** (2005), Model and analysis of integrated production-inventory system: The case of steel production, *International Journal of Production Economics*, 93-94, 197-205.