



## **ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM ENTREGAS FRACIONADAS E COLETA SIMULTÂNEA: UMA APLICAÇÃO PARA A LOGÍSTICA INTERNA**

**Diego Soto De la vega, Maria Fernanda Ramos Marquez, Alfredo Moreno Arteaga**

Ms(e) Engenheira de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110 Bairro do Itinga, Sorocaba – SP, Brasil  
die-soto@hotmail.com, mf\_ramos91@hotmail.com, alfredmor09@hotmail.com

**João Eduardo Silva**

Prof. Dr. em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110 Bairro do Itinga, Sorocaba – SP, Brasil  
jesilva@ufscar.br

**José Geraldo Vidal Vieira**

Prof. Dr. em Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos  
Rodovia João Leme dos Santos (SP-264), Km 110 Bairro do Itinga, Sorocaba – SP, Brasil  
jose-vidal@ufscar.br

### **RESUMO**

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com entregas fracionadas e coleta simultânea. O objetivo do modelo consiste em definir as rotas de entrega de pallets e coleta de produto terminado, bem como o dimensionamento da frota de veículos (rebocadores e carretas indústrias). Procura-se minimizar o custo de transporte das rotas geradas e de investimento em veículos. A incorporação de entregas fracionadas permite ao cliente ser atendido em diversas ocasiões, mas aumenta a complexidade do modelo. A motivação deste estudo resulta de um problema real, no sistema de logística interna de uma grande empresa do setor automotivo no Brasil. Neste caso, os clientes representam as diferentes áreas de produção dentro da empresa. O modelo mostrou ser eficiente para resolver o problema estudado. Os resultados obtidos representam um grande apoio para a empresa na decisão de compra de veículos e para a definição das rotas de coleta interna.

**PALAVRAS CHAVE. VRP, Entrega Fracionada e Coleta Simultânea, Logística Interna.**

### **ABSTRACT**

In this paper a mathematical model for the Split Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Deliveries is presented. The model objective is to define the delivery and pickup routes for pallets and finished product respectively as well as the sizing of the vehicle fleet (industrial tugs and carts). The transportation costs of the generated routes as well as the vehicles investment are minimized. The incorporation of split deliveries allows the customer to be met on several occasions, but increases the complexity of the model. The motivation for this study comes from a real problem in the internal logistics system of an automotive company in Brazil. In this case, customers are represented by different production areas within the company. The model is efficient to solve the problem studied. The results obtained represent a great support to the company in the vehicles purchase decision and for the definition of internal routes.

**KEYWORDS. VRP, Simultaneous Pick-up and Delivery, Internal Logistics.**

## 1. INTRODUÇÃO

A gestão do fluxo de materiais a partir da saída da linha de produção até a entrega no próximo destino é uma importante atividade logística. Uma abordagem para desenvolver as atividades de distribuição é o *Vehicle Routing Problem* (VRP), introduzido por Dantzig e Ramser (1959). O propósito original é determinar o conjunto ótimo de rotas para que uma frota de veículos, localizada em um ou vários depósitos, atenda um conjunto de clientes. A partir do modelo básico, diversas variações têm sido estudadas, procurando ajustar a modelagem ao sistema real da melhor maneira possível incluindo, por exemplo, janelas de tempo, operações de entrega e coleta simultânea, frota de veículos heterogêneos, etc.

Uma das variações do VRP, que pode ser usada para gerir a logística reversa e interna das organizações, e que é particularmente interessante para este caso, é o chamado problema de roteamento de veículos com entregas fracionadas e coleta simultânea (*split vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery* - SVRPPD). O problema é definido como o VRP clássico, mas neste caso, os clientes, além de ter uma demanda conhecida, também podem precisar enviar de volta para o depósito itens como materiais, produtos ou embalagens, em múltiplas viagens. Considera-se este modelo como uma extensão do problema de roteamento de veículos com entrega e coleta simultânea (VRPSPD), o qual é comumente utilizado na indústria de bebidas, onde garrafas vazias devem ser retornadas ao depósito. Esse problema também é comum nos sistemas de vendas *online*, onde há a necessidade de troca de produtos, gerando uma necessidade de coleta para a empresa ao mesmo tempo em que ocorre a distribuição.

A combinação das atividades de coleta e entrega simultânea fracionada, é apropriada quando os veículos fazem parte do sistema de logística da empresa e, portanto, existe flexibilidade para acomodar várias visitas sem incorrer em custos adicionais (TANG et al., 2009). Isto pode resultar em menos custos de transporte, pois é permitido atender as necessidades de remessas parciais dos clientes a partir de várias entregas, em vez de acumular itens para envio em uma única viagem com carga completa. Por estas razões, o SVRPPD é um problema comum e interessante para o planejamento tanto da logística direta como da logística reversa das organizações. Sobre o campo de aplicação, ela pode se adaptar tanto para a configuração de uma rede de distribuição externa ou para apoiar os processos internos das empresas.

Assim, este artigo apresenta um modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e carregamento fracionado, com o objetivo de enriquecer a literatura e investigar alternativas gerenciais para as empresas que lidam com esse sistema. A pesquisa foi motivada pela necessidade de planejamento de um sistema real de logística interna de uma empresa produtora de autopeças. De forma aplicada, a pesquisa tenta atender às demandas de logística interna da empresa para determinar o número de veículos necessários e as rotas que devem percorrer periodicamente para fazer a entrega e coleta de embalagens (*pallets*) entre diferentes áreas dentro da empresa.

A seção 1 deste artigo contextualiza a situação problema e expõe o objetivo da pesquisa. A seção 2 apresenta a revisão da literatura relevante para a pesquisa. A seção 3 descreve o problema, incluindo premissas e limitações, assim como o modelo matemático proposto. A seção 4 apresenta uma aplicação do modelo para resolver um problema de coleta e entrega de embalagens. Na seção 5, os resultados computacionais e suas interpretações são apresentados e finalmente, a seção 6 resume as conclusões deste estudo e os desdobramentos futuros.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

O termo VRP refere-se aos problemas de programação de um conjunto de rotas nas quais um ou vários veículos devem sair de um ou vários depósitos para abastecer com bens e/ou serviços um conjunto finito de clientes (RUSSELL; URBAN, 2008). Os pioneiros no desenvolvimento deste problema foram Dantzig e Ramser (1959), propondo um modelo matemático de programação linear para minimizar a distância percorrida por um conjunto de caminhões que abastecem um conjunto de estações de serviço a partir de um terminal.

Clarke e Wright (1964) publicaram um algoritmo para a solução do VRP, onde tentam minimizar o custo total de transportar mercadorias com uma frota capacitada, a partir de um

fornecedor de bens até um conjunto de clientes. Após esses dois trabalhos, centenas de modelos e algoritmos foram propostos, com soluções ótimas e outras aproximadas para vários casos reais de VRP. (TOTH; VIGO, 2000). Isso ressalta a importância da função logística de transporte na literatura atual.

Como mencionado anteriormente, dentro das variantes do VRP, encontra-se o problema de roteamento de veículos com entrega e coleta (VRPPD). Segundo Parragh, Doerner e Hartl (2008) duas classes de VRPPD podem ser distinguidas. A primeira lida com o transporte de mercadorias do depósito até os clientes *linehaul* (rede direta) e de clientes *backhaul* (rede de retorno até o depósito). Nesta primeira categoria quatro subtipos podem ser considerados: (1) problema de roteamento de veículos com clusterização de *backhauls* (VRPCB); (2) problema de roteamento de veículos com *linehauls* e *backhaul* mistos (VRPMB - qualquer sequência de *linehauls* e *backhauls* permitido); (3) problema de roteamento de veículos com entrega e coleta divisível (VRPDDP - clientes demandam que o serviço de entrega coleta possa visitar duas vezes); e (4) problema de roteamento de veículos com entrega e coleta simultânea (VRPSDP - clientes exigem ambos serviços simultaneamente com necessidade de somente uma visita). A segunda classe refere-se a todos os problemas em que os bens são transportados entre os locais de coleta e de entrega, sendo eles: (1) problema de roteamento de veículos com coleta e entrega (PDVRP - pontos de coleta e entrega não pareados); (2) problema clássico de entrega e coleta (PDP - pontos de coleta e entrega pareados); e (3) problema *Dial-A-Ride* (DARP).

Dethloff (2001) investigou a relação entre o problema de entrega e coleta simultânea e outros problemas de roteamento de veículos. Um algoritmo proposto é aplicado para um problema real. Tang e Diéguez (2006) desenvolveram um algoritmo de busca tabu para resolver o problema de roteamento de veículos com entrega e coleta simultânea. Esse algoritmo utiliza três tipos de movimentos para obter soluções adjacentes inter-rota: os movimentos de relocalização, de intercâmbio e de cruzamento. Um procedimento *2-opt* foi usado para a obtenção de soluções alternativas intra-rota. Foram implementados quatro tipos de bairros, três deles definidos pela utilização de cada um dos movimentos individuais entre rota e o quarto usando uma combinação destes movimentos. Duas estratégias de pesquisa diferentes foram implantadas para selecionar o próximo movimento: o primeiro movimento admissível e o melhor movimento admissível. A intensificação e diversificação da pesquisa foram obtidas através da penalização de frequência.

Ao longo dos últimos anos, o interesse em estudar as versões dinâmica e estocástica do problema de coleta e entrega tem crescido rapidamente, principalmente devido ao acesso às tecnologias de comunicação e informação, bem como o interesse atual no despacho em tempo real e o roteamento. Por esses motivos, Sáez, Cortés e Núñez (2008) desenvolveram uma família de algoritmos de soluções baseadas em inteligência computacional para resolver o problema de coleta e entrega multi-veículo dinâmico formulado sob um esquema de controle adaptativo preditivo híbrido. O esquema considera a demanda futura e previsão de tempos de espera e de viagem. Além disso, foi incluída uma formulação analítica dos modelos de previsão de propostas que permitem pesquisar sobre um espaço de factibilidade reduzido. Os modelos preditivos consideram variáveis relevantes como carga do veículo e hora de partida nas paragens.

Nowak, Ergun e White (2008) quantificaram os benefícios de usar carregamento fracionado para o problema de entrega e coleta. Uma heurística para resolver o problema de coleta e entrega simultânea com carregamento fracionado foi desenvolvido, sendo aplicado a um conjunto de instâncias de problemas de grande escala aleatórias, revelando o benefício potencial do carregamento fracionado. Este benefício é reduzido quando a heurística é aplicada a um problema real da indústria de caminhões, devido a diversas características da instância do problema. O benefício de carregamento fracionado foi encontrado para ser mais intimamente ligado a três características: tamanho do carregamento, custo associado a uma coleta ou entrega, e da frequência com que cargas têm origens ou destinos em comum.

Şahin et al. (2013) desenvolveram um modelo de programação linear inteira mista e uma heurística para a solução do *Multi-vehicle One-to-one Pickup and Delivery Problem with Split Loads* (MPDPSL), onde cada carregamento pode ser entregue e coletado por múltiplos veículos ou por somente um veículo que faz múltiplas paradas, tentando minimizar a distância total

percorrida por todos os veículos. A heurística começa com a criação de uma solução inicial, usando uma variante da heurística formulada por Clarke e Wright (1964). Esta solução é então melhorada pela busca de soluções vizinhas através de uma variedade de movimentos, incluindo a inserção de paradas em uma rota diferente, e a inserção e troca de segmento(s) de rota.

Nagy et al. (2013) estudam o problema do roteamento de veículos com coleta e entrega divisíveis dentro do marco da logística reversa, onde cada cliente pode ter uma demanda de entrega e coleta que tem que ser atendida com veículos capacitados. O modelo proposto foi colocado no contexto de outros problemas de entrega e coleta e formulado como problema de programação linear inteira mista. Analisaram as economias que poderiam ser alcançadas ao permitir que os serviços de coleta e entrega sejam executados separadamente, comparado com realizá-los simultaneamente. Ambos os resultados, exatos e heurísticos são analisados em profundidade para uma melhor compreensão da estrutura do problema.

Existe uma extensa pesquisa sobre uma variedade de modelos de VRP na literatura, mas como apresentado, SVRPPD ainda não foi bem estudado. A diferença dos modelos aqui apresentados, neste trabalho é permitido a entrega e coleta simultâneas em um ambiente onde os clientes podem ser alocados a diferentes rotas, se o modelo considera que isso pode reduzir os custos de transporte. Antes de discutir a aplicação prática e as vantagens da modelagem; na seguinte seção será definido formalmente o problema e apresentaremos o modelo proposto.

### 3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O SVRPPD é definido como uma rede conformada por arestas que conectam um conjunto de vértices que representam as origens e destinos de uma viagem. Uma frota de veículos atravessa esta rede incorrendo em custos de transporte sobre cada aresta. Este custo é proporcional à distância ou tempo entre os vértices ligados ao arco (NOWAK et al., 2008).

Quando os veículos chegam à origem, eles podem ser carregados parcial ou completamente para satisfazer a demanda dos clientes visitados. Quando o veículo chega a um destino, uma quantidade da carga é retirada do veículo para satisfazer a demanda parcial ou completa do local e outra quantidade de produto é coletada do cliente e colocada no veículo. A diferença do VRPPD clássico, neste problema um cliente pode ser visitado em repetidas ocasiões pelo mesmo veículo ou por outros, a fim de satisfazer a suas necessidades totais. O cliente pode servir tanto como origem como destino. Por isso, o veículo pode, em relação ao cliente, entregar ou coletar, ou entregar e coletar simultaneamente.

Das condições acima, observamos que as necessidades (de demanda ou coleta) de um cliente podem ser atendidas em várias viagens. A definição de carga dividida usada neste trabalho é semelhante ao encontrado na literatura em SDVRP (ARCHETTI; SAVELSBERGH; SPERANZA, 2006): se uma carga estiver dividida em mais do que o número mínimo de divisões de serviço completo, esta é considerada como carga dividida. Por exemplo, se a demanda de um cliente é de 4 unidades e capacidade dos veículos é 2, um mínimo de duas viagens são necessárias para servir inteiramente ao cliente. Se o cliente for atendido em três ou mais viagens, então se considera como uma entrega dividida. Resolver qualquer instância deste problema não é trivial, pois o número de formas de satisfazer ao cliente é consideravelmente maior do que no VRP clássico onde um cliente é alocado a um único veículo e deve ser atendido completamente em uma única viagem.

Uma rota é uma sequência de origens e destinos que cada veículo realiza para atender todas as necessidades de entrega e/ou coleta. O custo de uma rota é equivalente à distância que o veículo se desloca ao completar o serviço solicitado. O objetivo deste problema é minimizar o custo destas rotas, os custos fixos de uso de veículo e, especificamente para o nosso caso, um custo proporcional à demanda da rota, explicado no número de carretas utilizadas.

Assumimos que existe uma frota de veículos (rebocadores industriais) homogênea: da mesma capacidade, custo fixo e variável. O número de veículos é tão grande quanto o número de clientes. Neste problema as necessidades dos clientes estão expressas em carretas que devem ser entregues e coletadas durante um período definido.

O número de carretas entregues e coletadas do cliente deve permitir que a taxa de produção em "pallets de produto terminado" seja coberta. Devido à dimensão da carreta, cada unidade pode suportar uma quantidade limitada de *pallets* e cada rebocador pode transportar uma quantidade limitada de carretas, como observado na Figura 1. Neste problema supõe-se que as carretas são de dimensão padrão, no entanto em algumas situações tanto rebocadores como carretas podem estar disponíveis em diferentes preços e capacidades.

Uma característica interessante do problema é que carretas podem ser adaptadas aos rebocadores industriais de modo a aumentar a quantidade transportada e diminuir a frequência da rota. No entanto, os custos de investimento em carretas aumentam.

A diferença do VRPPD clássico, neste problema, as quantidades entregues e coletadas do cliente pela rota não é definido como parâmetro.



Figura 1. Rebocador e carreta industrial

Por conveniência, denotamos o conjunto de clientes como  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, I$ ), e o depósito central como  $i = 0$ . Seja  $I^+$  o conjunto de todos os nós ( $I^+ = I \cup 0$ ). Além disso, temos a seguinte notação.

### Índices

- $i, j$  Clientes ou instalações produtivas, com  $i=0$  o armazém.  
 $k$  Rotas.

### Parâmetros

- $c_{ij}$  Tempo de transporte desde a instalação  $i$  até a instalação  $j$  [minutos].  
 $P_i$  Taxa de produção da instalação  $i$  [Pallets].  
 $Q'$  Capacidade de um rebocador por comprimento [Carretas].  
 $Q''$  Capacidade de um rebocador por peso transportado [kg].  
 $q$  Capacidade de uma carreta [Pallets].  
 $cv$  Custo variável de transporte [\$/minuto].  
 $Fr$  Custo de compra de um rebocador [\$/unidade].  
 $Fc$  Custo de uso de uma carreta [\$/unidade].  
 $O_i$  Peso de uma carreta cheia de produto da instalação  $i$ . [kg]  
 $T$  Tempo de duração máxima das rotas [minutos]

### Variáveis

- $NR$  Número de rotas definidas.  
 $NC_k$  Número de carretas usadas pela rota  $k$ .  
 $DT_k$  Duração da rota  $k$ .  
 $X_{ik}$  Quantidade de carretas vazias entregadas à instalação  $i$  pela rota  $k$ .  
 $Y_{ik}$  Quantidade de carretas cheias coletadas da instalação  $i$  pela rota  $k$ .  
 $S_{ijk}$  1 se o cliente  $i$  precede ao cliente  $j$  na rota  $k$ , 0 caso contrário.  
 $Z_{ik}$  1 se o cliente  $i$  é atendido pela rota  $k$ , 0 caso contrário.

$R_i$  Variável de eliminação de subtour. Pode ser entendida como a posição do cliente  $i$  na rota.

### Função objetivo

$$\text{Min } \psi = cv \sum_i \sum_{j \in I^+} \sum_k c_{ij} S_{ijk} + FrNC + Fc \sum_k NC_k \quad (1)$$

### Restrições

$$\sum_j S_{0jk} \leq 1 \quad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_{i \neq j} S_{ijk} = \sum_{i \neq j} S_{jik} \quad \forall k, j \in I \quad (3)$$

$$\sum_{i \neq j} S_{ijk} = Z_{jk} \quad \forall k, j \in I \quad (4)$$

$$\sum_k X_{ik} \geq \frac{P_i}{q} \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$X_{ik} \leq Q'Z_{ik} \quad \forall k, i \in I \quad (6)$$

$$\sum_k Y_{ik} \geq \frac{P_i}{q} \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$Y_{ik} \leq Q'Z_{ik} \quad \forall k, i \in I \quad (8)$$

$$\sum_i O_i Y_{ik} \leq Q'' \quad \forall k \quad (9)$$

$$\sum_{j \in I} S_{0jk} \geq \sum_{j \in I} Z_{jk} / I \quad \forall k \quad (10)$$

$$NR = \sum_{j \in I} \sum_k S_{0jk} \quad (11)$$

$$NC_k = \sum_{i \in I} X_{ik} + \sum_{i \in I} Y_{ik} \quad \forall k \quad (12)$$

$$DT_k = \sum_{i \in I^+} \sum_{j \in I^+} c_{ij} S_{ijk} \quad \forall k \quad (13)$$

$$DT_k \leq T \quad \forall k \quad (14)$$

$$R_j \geq R_i + 1 - I \left( 1 - \sum_k S_{ijk} \right) \quad \forall j \in I / i \neq j \quad (15)$$

$$NR, NC_k, X_{ik}, Y_{ik} \in \mathbb{Z}^+ \quad (16)$$

$$DT_k, R_i \in \mathbb{R}^+ \quad (17)$$

$$S_{ijk}, Z_{ik} \in \{0,1\} \quad (18)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos de transporte das rotas geradas, o custo de investimento em rebocadores e os custos de uso de carretas em cada rota. A restrição (2) garante que as rotas definidas comecem no armazém; como máximo cada rota deve iniciar uma única vez. A restrição (3) garante o fluxo de entrada e saída da instalação. Se uma rota foi definida para chegar até um cliente, este deve anteceder a outra instalação na mesma rota. A restrição (4) garante que se o cliente é atendido pela rota, então ele deve ter um cliente predecessor.

A restrição (5) define o número mínimo de carretas vazias entregues a cada cliente, bem como a quantidade de carretas necessárias para cobrir a taxa de produção da instalação. Estas entregas podem ser fracionadas entre diferentes rotas, sempre que o cliente tenha sido alocado à rota. A restrição (6) garante que a quantidade total de carretas vazias entregues em cada rota seja menor do que o número máximo permitido por comprimento. De forma similar, a restrição (7) define o número mínimo de carretas cheias que devem ser coletadas de cada instalação para cobrir a taxa de produção. A restrição (8) garante que a quantidade total de carretas cheias coletadas em cada rota não ultrapasse o número permitido por comprimento, enquanto a restrição (9) garante que essa quantidade em peso seja menor que a capacidade do rebocador para transportar.

A restrição (10) obriga à rota iniciar no armazém se pelo menos um cliente é alocado à rota. A restrição (11) determina o número de rotas definidas, enquanto a restrição (12) determina o número de carretas necessárias para cada rota. A restrição (13) calcula o tempo da rota e a restrição (14) limita este tempo a um valor desejado.

A restrição (15) é utilizada para eliminação de subtour. Finalmente as restrições (16-18) definem o domínio das variáveis.

#### **4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS: APLICAÇÃO NA LOGÍSTICA DE PALLETS.**

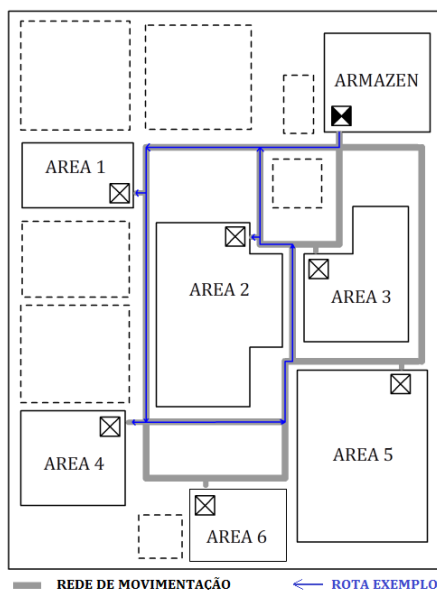
Como discutido por Nowak et al. (2008), as entregas divididas podem inicialmente parecer como uma atividade que aumenta os custos, pois a entrega fracionada pode requerer viagens adicionais. No entanto, existem muitos casos nos que estas resultam em economias através da redução do percorrido total dos veículos. Nesta seção mostraremos uma aplicação para o SVRPPD sobre um sistema de logística interna em uma empresa produtora de componentes automotivos e industriais.

O problema consiste no planejamento das rotas internas para entrega e coleta de *pallets* de diversas instalações da empresa, bem como definir o número de veículos (rebocadores) e carretas industriais necessárias para tal atividade. A rede interna da empresa é formada por um armazém central e seis áreas ou instalações produtivas. A Figura 2 apresenta o layout da empresa e a rede de movimentação para os rebocadores. Uma rota exemplo (Armazém→Área1→Área4→Área2→Armazém) é também ilustrada. O preço de um rebocador padrão é R\$78.000 e para uma carreta industrial R\$18.000. O número máximos de carretas transportadas pelo rebocador por comprimento é de 8 unidades, enquanto a capacidade em peso é de 3000kg. Cada carreta pode transportar 3 *pallets*.

Todos os experimentos computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-2600, 3.40GHz e 16 GB de memória RAM, programados na linguagem de programação matemática GAMS e resolvidos através do solver CPLEX versão 11.0.

##### **4.1. Resultados da instância real**

Para a instância definida, o custo ótimo foi de R\$1.370.680 obtido aos 85,83 segundo de execução. Esta solução consiste em 5 rotas e a utilização de 54 carretas. A tabela 1 apresenta as configurações das rotas definidas, bem como a duração e a quantidade de carretas entregues e coletadas para cada cliente.



**Figura 2.** Layout da empresa

Na tabela 1 considere, por exemplo, a rota 1 onde o veículo deve partir do armazém em direção ao cliente 4, estando nessa locação 2 carretas vazias devem ser deixadas e 2 carretas cheias com *pallets* de produto terminado devem ser coletadas. Uma vez atendido o cliente 4, o veículo deve se deslocar até o cliente 2 para entregar 3 carretas vazias e coletar 4 de produto terminado. Feito isso, o veículo deve voltar ao armazém central. A duração desta rota é de 25 minutos, sendo utilizadas 11 carretas. Nota-se que o veículo deve sair com 5 carretas vazias e deve voltar com 6 cheias de produto terminado. Portanto, o peso máximo transportado é de 2400 kg ( $2 \times 600kg + 4 \times 300kg$ ).

**Tabela 1.** Solução ótima para a instância real

ROTAS	DURAÇÃO (Minutos)	CARRETAS NECESARIAS	SEQUENCIA Cliente(xi)(yi)	PESO MAX. TRANSP. (kg)
<u>1</u>	25	11	0 → 4(2)(2) → 2(3)(4) → 0	2400
<u>2</u>	26	13	0 → 3(4)(2) → 2(4)(3) → 0	2500
<u>3</u>	25	14	0 → 1(4)(3) → 5(4)(3) → 0	3000
<u>4</u>	22	11	0 → 5(1)(2) → 6(4)(4) → 0	2800
<u>5</u>	26	5	0 → 1(1)(2) → 3(0)(2) → 0	2600

Ainda na Tabela 1 observa-se que na rota 5 o cliente 3 é visitado, nesse caso nenhuma carreta vazia é deixada e 2 carretas cheias de *pallets* com produtos terminados são coletadas. Por outro lado, na rota 2 o cliente 3 é novamente visitado, nesse caso 4 carretas vazias são deixadas e as 2 restantes são coletadas. Isto exemplifica as entregas fracionadas. Na Tabela 2 apresenta-se a quantidade de carretas entregues e coletadas do cliente por todas as rotas. Observa-se que a taxa de produção é coberta devido à capacidade das carretas (3 *Pallets*).

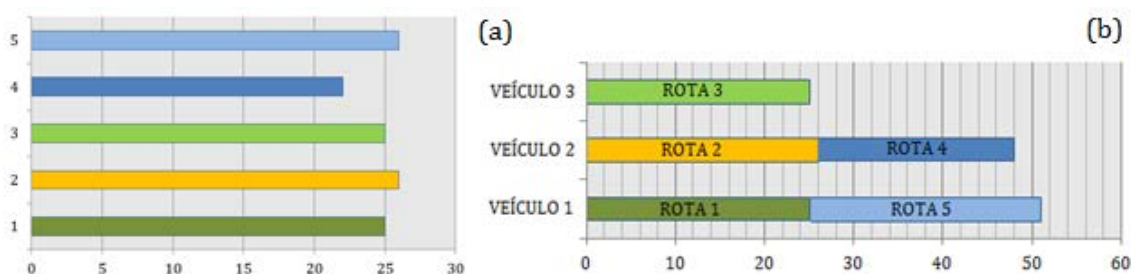


**Tabela 2.** Carretas entregues (vazias) e coletadas (cheias) do cliente

CLIENTES	PICK-UP $\sum(k)X_{ik}$	DELIVERY $\sum(k)Y_{ik}$	TAXA PROD. (PALLETS)
1	5	5	15
2	7	7	20
3	4	4	10
4	2	2	5
5	5	5	15
6	4	4	10

Como definido anteriormente, o planejamento é feito para cobrir a taxa de produção de uma hora. Como mostrado na tabela 1, todas as rotas satisfazem esse requerimento. A partir destes resultados é possível realizar uma reorganização das rotas de modo a reduzir o número de veículos utilizados e minimizar o custo do investimento. Esta realocação não faz parte do modelo proposto, no entanto neste trabalho foi realizada uma realocação baseada em uma heurística simples e eficiente. A atribuição ótima de rotas a veículos faz parte dos desdobramentos futuros.

A Figura 3.a. apresenta as rotas definidas pelo modelo e as respectivas durações. A Figura 3.b. apresenta uma alternativa para realocar estas rotas aos veículos, de modo a reduzir o número de rebocadores necessários. Para tal efeito, a rota de menor duração (rota 4) foi alocada ao veículo da rota de maior duração (Rota 2), verificando que o tempo limite não atingido. O procedimento é repetido até que nenhum movimento adicional seja factível. Como resultado obteve-se uma redução de 2 rebocadores e uma economia de R\$156.000.



**Figura 3.** (a). Duração das rotas (b). Atribuição de rotas aos veículos

#### 4.2. Análises para algumas instâncias de interesse

Nesta seção apresentam-se análises complementares para estudar o comportamento do modelo ante a variação de alguns valores de entrada. Considera-se a mudança na capacidade das carretas para 1, 2, 3 e 5 *pallets*, a variação das taxas de produção dos clientes sobre 25, 50, 75 e 125% do valor da taxa normal e a mudança na capacidade em peso dos rebocadores para 2000, 3000, 4000 e 5000 kg.

A Figura 4 apresenta a variação nos custos em função das mudanças dos parâmetros. Para maiores capacidades das carretas obtêm-se menores custos. Desta forma, a empresa pode estudar as compensações entre capacidade e investimento, se recorrer a uma modelagem com frota heterogênea. Observa-se também um aumento nos custos a medida que as taxas de produção aumentam. Finalmente para maiores capacidades dos rebocadores em peso, observam-se maiores economias.

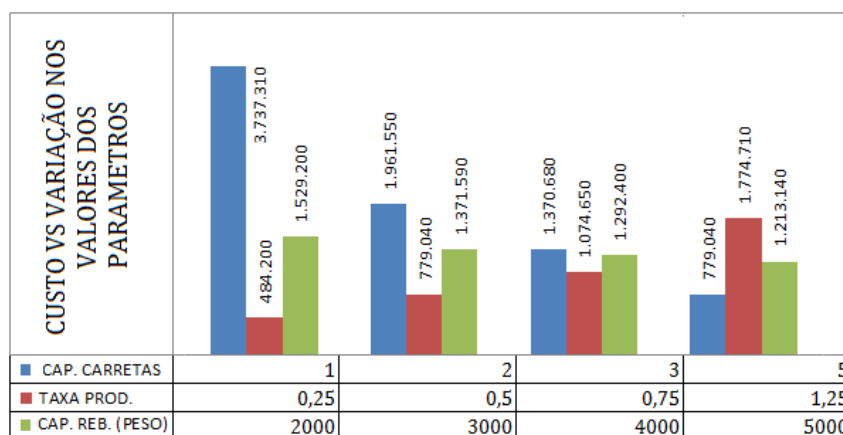


Figura 4. Custo para as instâncias de interesse

A Tabela 3 apresenta os resultados para o número de rotas (NR) e a quantidade de carretas necessárias (NC), bem como a duração média das rotas definidas ( $\overline{DT}$ ) para variações nos parâmetros anteriormente definidos. Nota-se uma diminuição tanto no número de rotas e carretas utilizadas a medida que a capacidade das carretas aumenta. Quando a taxa de produção de *pallets* incrementa, observa-se um aumento no número de carretas e rotas necessárias. Finalmente para maiores capacidade em peso dos rebocadores são necessárias menos rotas, enquanto o número de carretas permanece constante.

Tabela 3. Mudanças nos valores dos parâmetros

CENARIOS	VALOR	CUSTO (R\$)	NR	NC	$\overline{DT}$ (min)
CAPACIDADE DAS CARRETAS	1	3.737.310	13	150	25,6
	2	1.961.550	7	78	23,6
	3	1.370.680	5	54	24,8
	5	779.040	3	30	24,0
TAXA DE PRODUÇÃO.	25%	484.200	2	18	30,0
	50%	779.040	3	30	24,0
	75%	1.074.650	4	42	23,8
	125%	1.774.710	6	72	25,5
CAPACIDADE DO REBOCADOR (PESO)	2000	1.529.200	7	54	22,9
	3000	1.371.590	5	54	27,4
	4000	1.292.400	4	54	30,0
	5000	1.213.140	3	54	34,0

Com relação à duração das rotas. Na Tabela 3 considere, por exemplo, a variação na capacidade dos rebocadores. Nesse caso, devido ao aumento da capacidade para transportar maiores pesos, clientes adicionais podem ser incluídos nas rotas, resultando na utilização de menos rotas inevitavelmente mais longas e demoradas.

Os resultados apresentados nesse artigo podem auxiliar a organização das rotas para entrega e coleta de produto, podendo gerar diminuição dos custos com essas etapas. Inicialmente, foi apresentada uma proposta de solução incluindo a reorganização das rotas, com objetivo de reduzir o número de rebocadores necessários. Em um segundo momento, experimentos adicionais sobre a variação de alguns parâmetros foram feitos para gerar *insight* e adquirir maior entendimento sobre o problema.

Uma contribuição do modelo é que, como mostrado nesse trabalho, este pode ser utilizado no nível estratégico e operacional. No nível estratégico para dimensionar a quantidade de rebocadores necessários e no nível operacional para definir as rotas que devem ser usadas para satisfazer as necessidades de produção e coleta de *pallets*, considerando um horizonte de tempo não maior do que 1 ou 2 horas.

## 5. CONCLUSÕES

Esta pesquisa apresentou um modelo matemático para o problema de roteamento de veículos com entrega e coleta simultânea e carregamento fracionado, que além de considerar minimização de custos de transporte tradicionais, aporta uma contribuição maior: suporta a decisão sobre inversão de veículos.

O modelo demonstrou ser adaptável ao sistema real em que foi testado, gerando soluções que dão um grande apoio para o desenvolvimento de uma nova estratégia logística de transporte direto e reverso de *pallets* sobre uma rede de distribuição interna dentro da empresa estudada. Enquanto aos tempos computacionais, estes foram relativamente curtos, no entanto, espera-se que ao aumentar o tamanho e a complexidade do problema, eles aumentem também.

Para desdobramentos futuros, pretende-se incorporar a reutilização dos veículos na modelagem de forma a realocar as rotas definidas aos veículos, bem como a reutilização de carretas. Algoritmos de solução serão também explorados para resolver instâncias de maior tamanho.

## 6. REFERÊNCIAS

**Archetti, C., Speranza, M.G. e Hertz, A.** (2006), A tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem, *Transportation Science*, 40(1), 64–73.

**Clarke, G. e Wright, J.W.** (1964), Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, 12 (4), 568 – 581.

**Dantzig, G. e Ramser, J.** (1959), The Truck Dispatching Problem. *INFORMS*, 6(1), 80 – 91.

**Dethloff, J.** (2001), Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *OR Spectrum*, 23(1), 79 – 96.

**Nagy, G., Wassan, N. A., Speranza, M. G. e Archetti, C.** (2013), The Vehicle Routing Problem with Divisible Deliveries and Pickups. Aceitado no Journal: *Transportation Science*, em Setembro 1 de 2013. Publicado On-Line em Novembro 15 de 2013.

**Nanry, W. P. e Barnes, J. W.** (2000), Solving the Pickup and Delivery Problem with Time Windows Using Reactive Tabu Search, *Transportation Research*, 34(2), 107-121.

**Nowak, M., Ergun, Ö. e White, C.C.** (2008), Pickup and Delivery with Split Loads. *Transportation Science*, 42(1), 32 – 43.

**Parragh, S. N., Doerner, K. F. e Hartl, R. F.** (2008), A survey on pickup and delivery problems. *Part I: Transportation between customers and depot. Journal für Betriebswirtschaft*, 58, 21-51.

**Russell, R. A. e Urban, T. L.** (2008), Vehicle Routing with Soft Time Windows and Erlang Travel Times. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 1220–1228.

**Sáez, D., Cortés, C.E. e Núñez, A.** (2008), Hybrid Adaptive Predictive Control for the Multi-vehicle Dynamic Pick-up and Delivery Problem Based on Genetic Algorithms and Fuzzy Clustering. *Computers & Operations Research*, 35(11), 3412-3438.

**Şahin, M., Çavuşlar, G., Öncan, T., Şahin, G. e Aksu, D.T.** (2013), An efficient heuristic for the Multi-vehicle One-to-one Pickup and Delivery Problem with Split Loads. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 27, 169 – 188.

**Tang, F. A. e Diéguez, R.** (2006), A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers & Operations Research*, 33(3), 595 – 619.

**Tang, G., Aibing, N., Kefeng, W. e Xiangtong, Q.** (2009), A practical split vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. In: *INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND ENGINEERING MANAGEMENT*, Beijing, 26 – 30.

**Toth, P. e Vigo, D.**, VRP with backhauls. Monographs on Discrete Mathematics and Applications. In: *The Vehicle Routing Problem*. *SIAM*, 195 – 224, 2000.