

LOCALIZAÇÃO IDEAL DOS PONTOS DE FACILIDADE COM A UTILIZAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS

Willen Borges Coelho

IFES – Instituto Federal do Espírito Santo
e-mail: willen@ifes.edu.br

Italo de Oliveira Matias

UCAM – Universidade Cândido Mendes
e-mail: italo@ucam-campos.br

Flávio Izo

IFES – Instituto Federal do Espírito Santo
e-mail: fizo@ifes.edu.br

RESUMO

As redes locais sem fio fornecem as mesmas funcionalidades das redes convencionais com fio, porém, com maior flexibilidade, mobilidade, simplicidade e compatibilidade com diversos equipamentos. Pensando nisso, foi proposto o desafio encontrar o ótimo posicionamento para as antenas de rede sem fio dentro do Instituto Federal do Espírito Santo campus Cachoeiro de Itapemirim, no qual considera-se o atendimento do maior número de clientes (demandas), na utilização do menor número de antenas (facilidades) possível e na redução da colisão do sinal, respeitando a capacidade de cobertura da antena. Para isso desenvolveu-se uma ferramenta em PHP, utilizando a heurística algoritmo genético, para alocar as antenas de forma satisfatória. A ferramenta demonstrou resultados satisfatórios, fornecendo auxílio na tomada de decisão.

PALAVRAS CHAVE: Problema de localização; Heurísticas; Otimização; Algoritmos genéticos; Wireless.

Área principal (MH - Metaheurísticas)

ABSTRACT

The wireless local area networks provide the same functionality of conventional wired networks, but with greater flexibility, mobility, simplicity and compatibility with various equipment. Thinking about it, it was proposed the challenge to find the optimal placement for the antennas wireless network within the IFES - Institute Federal do Espírito Santo campus Cachoeiro de Itapemirim, where we consider the care of the largest number of customers (demand), the use of lower number of antennas (facilities) and can reduce the collision signal, respecting the capacity to cover the antenna. To this end it has developed a tool in PHP, using the heuristic genetic algorithm to allocate the antennas satisfactorily. The tool was satisfactory, providing assistance in decision making.

KEYWORDS: Location problem; Heuristics; Optimization; Genetic Algorithms; Wireless.

Main area (MH - Metaheuristics)

1. Introdução

Encontrar a localização ideal para um ponto de facilidade, seja nos dias atuais ou na antiguidade, é um problema que sempre esteve presente na vida da humanidade. Os povos primitivos buscavam locais com acesso à água, árvores frutíferas e animais, para poderem se alimentar e também se acomodar (Hörner 2009). Se no passado, determinar a localização ideal dependia da intuição dos líderes ou gestores, atualmente, essa decisão deve estar amparada em métodos científicos, que vem sendo aperfeiçoados com o passar dos anos.

Ainda sob essa ótica, foi instalado, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES) campus Cachoeiro de Itapemirim, uma rede sem fio pela equipe de Tecnologia da Informação, entretanto mesmo após realizar mudanças no posicionamento das antenas, ainda assim a cobertura do sinal mostrou-se insuficiente.

Com a popularização do computador, *notebook*, *tablets*, *smartphones* e o avanço da tecnologia, as redes de computadores sem fio têm se tornado indispensável. Porém, por elas utilizarem ondas eletromagnéticas como meio de transmissão, possuem uma área de abrangência do sinal limitada. Portanto, para uma melhor cobertura é necessário que os pontos de facilidade (antenas) estejam em locais com maior número de pontos de demanda (clientes) sendo atendidos.

Motivado através do incentivo do Governo Federal que disponibilizará *tablets* para professores da rede pública, com a queda de custos dos equipamentos de rede sem fio e a busca pela excelência dos serviços oferecidos, o IFES campus Cachoeiro de Itapemirim elaborou uma meta de conceder acesso à rede interna e internet para alunos, professores, técnicos administrativos e visitantes através da tecnologia de rede sem fio. Diante desse cenário, faz-se importante disponibilizar uma rede com uma cobertura suficiente, com qualidade e com o mínimo de equipamentos possível, a fim de reduzir custos de infraestrutura e instalação, assim evitando o desperdício do dinheiro público.

Solucionar o problema de localização de antenas é o que motiva a implementação de um aplicativo com base em inteligência computacional. O objetivo é o atendimento do maior número de demandas e na utilização do menor número de facilidades, sendo que o número máximo de antenas disponíveis no IFES campus Cachoeiro são 10, considerando as restrições de alcance de transmissão das facilidades e também possibilitar que o aplicativo possa ser utilizado por profissionais sem nenhum conhecimento de programação, algoritmo ou heurísticas.

2. Referências Bibliográficas

É possível localizar esses pontos de facilidades utilizando o Problema das p -Medianas (*p-Median Problem* - PMP), que inicialmente foi proposto por (Hakimi 1964). O objetivo do PMP é localizar p vértices (facilidades) em um grafo contendo n vértices (demandas), de tal forma a minimizar o somatório das distâncias de cada facilidade até a mediana mais próxima.

Entretanto, segundo Church and ReVelle (1976), na versão original do PMP, não há restrição em relação à distância de um grupo de demandas para o ponto de facilidade mais próximo, mas sim a menor distância média de um grupo de demandas em relação ao seu ponto de facilidade, exigindo que todos os pontos de demanda sejam atendidos. Contudo nem sempre a facilidade possui capacidade de alcance suficiente para garantir a cobertura total à demanda. Com a inclusão de um limite de distância para um grupo de demandas alcançarem o seu ponto de facilidade, pode-se minimizar a distância média. Este problema tem sido denominado como o problema de p -medianas com restrição de distância máxima (Khumawala 1973).

Pode-se encontrar na literatura uma diversificada aplicação do Problema de Localização de Máxima Cobertura (PLMC) para a localização de facilidades, dentre eles localização de: bases de ambulância para atendimento médico (Azizan, Cheng Siong et al. 2012), abrigos em caso de evento catastrófico em uma cidade (Ren, Chen et al. 2009), postos de combustíveis alternativos no estado da Flórida (Lim and Kuby 2010) e instalações para atendimento de emergência no caso de ataque bio-terrorista de grande escala de antraz na cidade de Los Angeles (Murali, Ordóñez et al. 2012).

O PLMC pertence à classe NP-difícil (*non-deterministic polynomial time hard* - *NP-hard*) e possui ordem de complexidade exponencial, isto é, para sua resolução é necessário um esforço computacional que cresce exponencialmente com o tamanho do problema (Garey and Johnson 1979, Shen, Zhan et al. 2011). Como uma alternativa para a resolução do PLMC, algoritmos evolucionários podem ser levados em consideração. Entre eles, o conceito de Algoritmo Genético (AG), inspirado na teoria de Darwin na sobrevivência do mais forte.

Man, Tang et al. (1996) argumenta que o AG é inspirado nos mecanismos naturais, um processo biológico em que os indivíduos mais fortes são provavelmente os vencedores em um ambiente de competição, uma analogia direta à evolução natural. Presume-se que a solução de um potencial problema é um indivíduo e pode ser representado por um conjunto de parâmetros. Esses parâmetros são considerados como os genes de um cromossomo e pode ser estruturado por uma sequência de valores na forma binária. Um valor positivo, comumente conhecido como aptidão ou *fitness*, é empregado para avaliar todos os cromossomos, e este valor está diretamente relacionado com a sua função objetivo.

3. Modelo Matemático Proposto

Para este modelo, utilizou-se de pesos para compensar os objetivos simultâneos, de forma que a solução almejada seja alcançada em sua totalidade. Pois, além de maximizar o número de demandas cobertos, é necessário que seja minimizado o número de facilidades empregadas e o número de demandas que podem ser atendidos por mais de um ponto de facilidade. Para isso, foram realizados testes empíricos com a finalidade de obter os pesos. Logo, cada ponto de demanda coberto recebe um benefício de 5 pontos, cada ponto de facilidade empregado recebe uma penalidade de 4 pontos e cada demanda que pode ser atendida por mais de uma facilidade recebe uma penalidade de 2 pontos.

O problema abordado pode ser modelado por um grafo $G(V,A)$, no qual V representa o conjunto de vértices e A o conjunto de arestas. Os vértices representam os pontos de demanda. Um aresta (u,v) pertencerá ao conjunto A se a distância entre os pontos de demandas (vértices) u e v não ultrapassar um valor pré-estabelecido. A seguir é apresentado o modelo de programação inteira para o problema abordado. Primeiramente os parâmetros do problema são descritos, seguidos pelos índices de intervalo, as variáveis de decisão e, finalmente, pela função objetivo e suas restrições, juntamente com a descrição de cada uma delas:

A. Parâmetros

N – Número total de demandas. (É obtido através da imagem)

L – Número máximo de antenas.

M – Valor grande.

$p1$ – Benefício dado a cada ponto de demanda coberto.

$p2$ – Penalidade dada a cada ponto de facilidade alocado.

$p3$ – Penalidade dada a cada ponto de demanda que pode ser atendido por mais de um ponto de facilidade (colisão de sinal).

B. Índice

i – Índices dos pontos de demanda. $i \in [1, N]$.

j – Índices dos pontos de facilidade. $j \in [1, N]$.

C. Variáveis de Decisão

X_{ij} – Variável binária que representa as demandas no ponto i que estão sendo atendidas pela facilidade no ponto j .

Y_j – Variável binária que representa uma facilidade no ponto j .

Z_i – Variável binária que representa se houveram colisões no atendimento da demanda no ponto i .

D. Modelo

Sujeito a:

$$\text{Max} \quad p1 \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} X_{ij} - p2 \sum_{j \in V} Y_j - p3 \sum_{i \in V} Z_i \quad (1)$$

No qual:

$$\sum_j X_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_j Y_j \leq L \quad (3)$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i, j \in V \text{ e } (i, j) \in A \quad (4)$$

$$Lz_i \geq - \left(1 - \sum_j X_{ij} \right) M + \sum_{j \in V \text{ e } (i,j) \in A} Y_j - \sum_j X_{ij} \quad \forall i, j \in V \quad (5)$$

$$Y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \quad (6)$$

$$Z_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (7)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (8)$$

(1) Função objetivo que visa maximizar o número de pontos de demandas cobertos, minimizando ao mesmo tempo o número de pontos de facilidades empregados e o número de colisões.

(2) Afirma que cada demanda no ponto i só pode ser atendida por no máximo um ponto de facilidade.

(3) Afirma que o número de facilidades empregadas deve ser inferior ou igual a L .

(4) Afirma que uma demanda só pode ser atendida por um ponto de facilidade se este estiver aberto.

(5) Verifica se há colisões no ponto i . A primeira parcela verifica quantos pontos de facilidades abertos podem atender o ponto i . A segunda parte permite que uma demanda seja atendida por um ponto de facilidade sem penalidades. A última parte garante que se a demanda não é coberta, nenhuma penalidade seja gerada.

4. Metodologia

A solução consiste no desenvolvimento de uma ferramenta em PHP, no formato *web*, que utiliza técnicas com base no algoritmo genético para a solução do problema de alocação de antenas para provimento de acesso a rede sem fio no IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim.

Por se tratar de um problema com dimensões complexa, faz-se necessário o desenvolvimento de uma ferramenta para auxiliar a equipe a alocar de maneira inteligente e eficiente as antenas que permitem acesso à rede interna e a internet. Além disso, a ferramenta precisa possuir interface intuitiva e simples, permitindo que profissionais sem conhecimento de programação, heurísticas ou algoritmo genético possam utilizá-lo.

Para realizar o cálculo do resultado é necessário obter informações das distâncias de todas as demandas. Para isso utilizou-se a imagem da planta estrutural em escala de 1:250 do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim. A imagem foi convertida para o formato monocromático, de forma que o desenho original da planta fique diferenciado, permitindo a ferramenta realizar uma varredura de toda a imagem, pixel a pixel, a fim de obter os exatos pontos de demanda e seu posicionamento no plano cartesiano, que na imagem estão destacados, de forma que possa ser diferenciado dos outros pixels presentes na imagem.

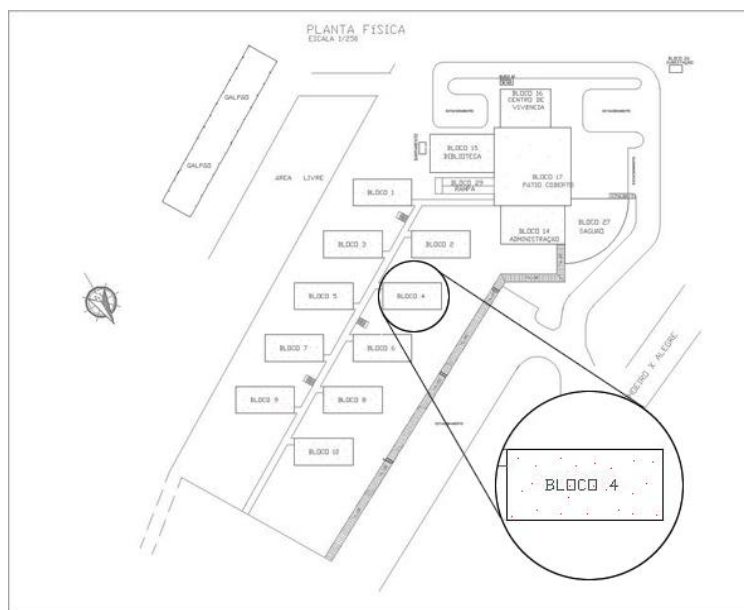


Fig. 1. Planta estrutural do IFES com os pontos de demanda

Na Figura 1 é apresentada a imagem da planta monocromática e também dos pontos de demanda definidos (em cor vermelha). Dessa forma, é possível criar uma matriz com a localização de todos os pontos de demandas no plano cartesiano, contendo sua posição exata no eixo x e y.

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad (9)$$

Logo, aplica-se a métrica euclidiana, provada pelo Teorema de Pitágoras, para determinar a distância entre os pontos, criando uma nova matriz com a distância euclidiana de todos os pontos de demanda. Considerando os pontos A = (x_A, y_A) e B (x_B, y_B), a distância d_{AB} entre A e B pode ser calculado através da expressão (9).

Foram propostas algumas mudanças nos mecanismos utilizados no AG descrito originalmente por (Michalewicz 1996), estas mudanças se fazem necessárias devido à diferença da quantidade de pontos de demandas e o número máximo de pontos de facilidade. A imagem utilizada no trabalho possui 287 pontos de demanda, sendo que no máximo 10 pontos podem ser eleitos como facilidade. A função *randon*, utilizada para gerar valores randômicos, quando se

trata de valores binários (0,1), tem uma probabilidade de 50%. Logo, a probabilidade dos indivíduos possuírem mais de 10 pontos de facilidade é alta, devido à quantidade de bits presentes no indivíduo. Segue abaixo as seguintes propostas:

A. Proposta 1

Esta proposta altera a forma como os indivíduos são gerados, eles continuam sendo gerados aleatoriamente, entretanto a quantidade de bits ativados é proporcional ao percentual de número de pontos de facilidade em relação ao número de pontos de demandas totais. Essa mudança se faz necessária, pois um indivíduo gerado aleatoriamente, com a função *random*, tende a ter 50% de bits ativados, gerando uma população inicial com uma quantidade de facilidades muito acima do aceitável e fora do conjunto solução.

B. Proposta 2

Adiciona-se uma função de viabilidade, logo após o indivíduo ser alterado pela mutação. A função de viabilidade tem como finalidade verificar se o indivíduo respeita a quantidade de bits ativados (pontos de facilidade) dentro do indivíduo, isto é, devido ao maior número de bits não ativados (bits com valor igual a 0) a chance que esses bits sejam alterados para valor 1 é maior, fazendo com que os indivíduos sujeitos a mutação terminem com um número de facilidades acima do aceitável.

```

Função Viabilidade populacao
01  para ( i ← 0 ) até pop_size faça
02    individuo ← população[ i ]
03    se ( qtd_bits_ativados( individuo ) > max_bits ) então
04      para ( j ← 0 ) até lenght( individuo ) faça
05        rand ← randomico( 0, 100 )
06        se ( individuo[ j ] = 1 ) e ( rand > 50 ) então
07          individuo[ j ] ← 0
08        fim se
09      fim para
10    fim se
11  fim para
12  fim procedimento

```

Fig. 2. Pseudocódigo da função de viabilidade proposta

O pseudocódigo da função de viabilidade proposto é apresentado na Figura 2, a variável *população* representa um vetor com todos os indivíduos da geração, a variável *pop_size* representa a quantidade de indivíduos presentes na população, a função *qtd_bits_ativados* retorna a quantidade de bits ativados presentes no indivíduo, a variável *max_bits* representa a quantidade máxima de facilidades, a função *lenght* retorna o total de bits presentes no indivíduo, as variáveis *pop_size* e *max_bits* são definidas como parâmetros para o AG.

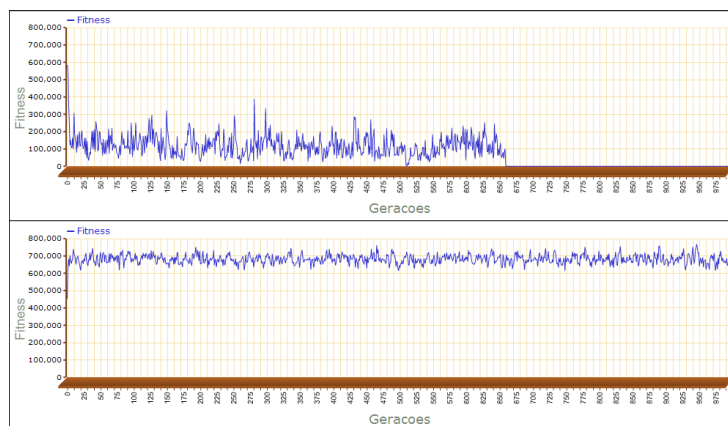


Fig. 3. Gráficos para acompanhamento do *fitness* da população sem e com a função de viabilidade

Essa mudança também foi identificada através da utilização de gráfico para acompanhamento do *fitness* total da população, no qual se observou que no decorrer das gerações o *fitness* fica abaixo do valor da primeira geração e que em certo momento esse valor chega à zero. Na Figura 3 observam-se dois gráficos, o primeiro sem a utilização das mudanças e no segundo utilizando as mudanças no mecanismo do AG.

```

Procedimento AG_modificado(Num_Geracoes)
01 ENTRADA: Imagem.jpg
02 Populacao ← CriarPopulacao (Imagem.jpg);
03 IndivíduoFinal ← Fitness (Populacao);
04 para Geracao ← 1 até Num_Geracoes faça
05   Populacao ← Roleta (Populacao);
06   Populacao ← Crossover (Populacao);
07   Populacao ← Mutacao (Populacao);
08   Populacao ← Viabilidade (Populacao);
09   IndivíduoMelhor ← Fitness (Populacao);
10   se IndivíduoMelhor > IndivíduoFinal então
11     IndivíduoFinal ← individuoMelhor;
12   fim se;
13 fim para;
14 retorna IndivíduoFinal;
  
```

Fig. 4. Pseudocódigo do AG completo proposto

Na Figura 4 é apresentado o pseudocódigo completo do AG com as mudanças propostas neste trabalho.

5. Resultados Computacionais

Os testes foram executados em um servidor DELL R610 com dois processadores Intel Xeon de 2.13GHz e 6GB de memória. Os experimentos computacionais consideram dados reais que representam a demanda de cobertura de sinal atual no IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim: 10 facilidades disponíveis para o fornecimento de transmissão de sinal da rede sem fio e 287 pontos de demandas posicionados nas áreas que necessitam de cobertura.

Nos experimentos, o critério de parada do algoritmo genético é o número de gerações, estabelecido em 1000 gerações. A taxa de cruzamento (*tc*) foi definida em 55% e a taxa de mutação (*tm*) em 0,01%. Estes valores, juntamente com o número de gerações, foram definidos através de experimentos e análises estatísticas.

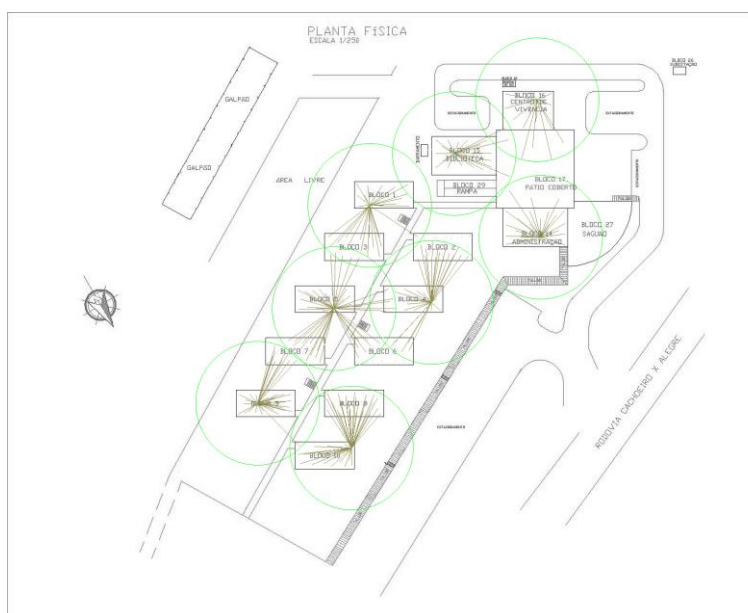


Fig. 5. Resultado Gráfico da Solução Satisfatória

O aplicativo foi desenvolvido para plataforma web, este gera uma imagem de resultado, utilizando a imagem original como base, representando os pontos eleitos como facilidade com a cor verde-claro, uma linha entre os pontos de demandas atendidos e os pontos de facilidade com a cor verde-escuro e um círculo com o raio de transmissão da facilidade com a cor verde-claro, informado como parâmetro pela ferramenta. Pode-se verificar na Figura 5 o resultado obtido pelo aplicativo, foram eleitos 8 pontos de facilidade. De cada ponto de facilidade eleito seguem linhas para as demandas atendidas, além do raio de amplitude do rádio.

TABELA I. RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados	Proposto	Lagrangeana /Surrogate	Atual
Total de facilidades	8	10	7
Total de demandas	279	277	280
Dem. atendidas	259	277	235
Dem. atendidas (%)	92.83 %	100 %	83.92 %
Dem. não atendida	20	0	45
Colisões de sinal	14	158	110
Valor do fitness	24700	20580	18540

O resultado, destacado na Figura 5, apresentou-se satisfatório, uma vez, que o número de antenas informado pelo aplicativo, conforme Tabela 9, igual a 8, atende 92,83% das demandas que foram informadas como parâmetros de entrada e da mesma forma, minimizou o número de demandas que podem ser atendidas por mais de um ponto de facilidade, isto é, reduziu a colisão de sinal entre as antenas, sendo esse resultado benéfico para o bom funcionamento da rede sem fio.

A fim de validar a ferramenta com inteligência computacional proposta, foram realizados 2 experimentos. Um com a heurística Lagrangeana/Surrogate e outro com o posicionamento atual das antenas no IFES campus Cachoeiro de Itapemirim, que atualmente não atende satisfatoriamente, e que tornou-se objeto de estudo neste trabalho.

No primeiro experimento, comparou-se o resultado da heurística proposta com a heurística Lagrangeana/Surrogate, proposto por (Lorena, Senne et al. 2001), utilizando os mesmos pontos de demanda, a mesma quantidade de pontos de demanda e facilidade, a mesma distância euclidiana entre os pontos e a mesma distância máxima de atendimento da facilidade. Os dados de posicionamento dos pontos de demanda da imagem, utilizada neste trabalho, foram

exportados para formato de texto, a fim de possibilitar uma comparação equivalente com a heurística Lagrangeana/*Surrogate* implementada no aplicativo desenvolvido por (Lorena, Senne et al. 2001).

Os resultados obtidos com a heurística Lagrangeana/*Surrogate*, atenderam 100% das demandas, com 10 facilidades e obtendo 158 colisões de sinal, como ser visualizado na Tabela I e na comparação da Figura 6, no qual apresenta uma comparação entre o resultado da heurística proposta, da heurística Lagrangeana/*Surrogate* e do posicionamento atual do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim. Entretanto, o aplicativo com a heurística Lagrangeana/*Surrogate*, proposto por Lorena, Senne et al. (2001), objetiva unicamente o atendimento das demandas, não considerando a redução do número de facilidades empregadas na solução e nem mesmo reduzir a colisão de sinal.

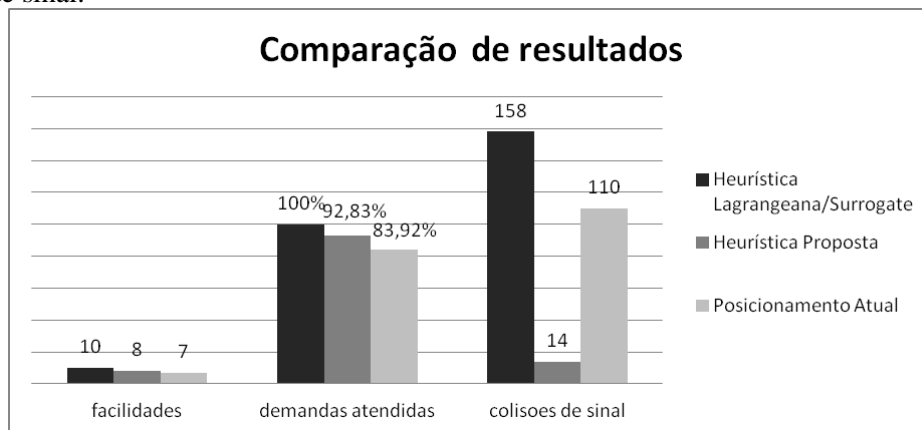


Fig. 6. Comparação dos Resultados

Os pontos eleitos como facilidade, obtidos através da heurística Lagrangeana/*Surrogate*, foram utilizados como parâmetros no aplicativo proposto e gerou-se o resultado gráfico do o resultado, como pode ser visualizado na Figura 6, a fim de auxiliar na análise do resultado.



Fig. 7. Resultado Gráfico da Solução Satisfatória

Analisando a Figura 7, é possível constatar que algumas facilidades estão sobrepostas, causando interferência de sinal entre as facilidades e prejudicando o atendimento as demandas. Além disso, foram alocadas duas facilidades em um mesmo bloco, Bloco 5, e também não foram minimizadas o número de facilidades, a fim de diminuir custos com equipamentos e infraestrutura, além de evitar o desperdício.

No segundo experimento, comparou-se o resultado do método proposto com o posicionamento das antenas de transmissão da rede sem fio presentes atualmente no IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim, como pode ser observado na Figura 8, o resultado gráfico da solução atual, obtido com o aplicativo proposto.



Fig. 8. Resultado Gráfico da Solução Atual

Foi verificado que apesar das 7 antenas empregadas na solução atual ser inferior ao resultado satisfatório, que emprega 8 antenas, destacado na Figura 8, vale ressaltar que o número de colisões no modelo atual é superior, degradando a performance da rede sem fio, uma vez que essa característica prejudica o bom funcionamento da propagação de sinal. Além disso, outro indicativo insatisfatório é o número de demandas cobertos, informado na Tabela I e presente na comparação da Figura 6, que é de 83%, sendo que no resultado considerado satisfatório obteve-se 92% de atendimento, também presente na Tabela I e na Figura 6. Sendo assim o modelo atual, permite inúmeras áreas descobertas, como as extremidades dos blocos 2, 4, 6, 8 e 10, no quais atualmente funcionam os laboratórios de informática e auditório.

6. Conclusão

Neste trabalho foi proposta uma solução completa para o problema de alocação de antenas para rede sem fio do IFES *campus* Cachoeiro de Itapemirim.

Demonstrando importância de utilizar um aplicativo com base em inteligência computacional na solução do melhor posicionamento, levando em consideração:

- Maximização do atendimento,
- Minimizar o número de facilidades,
- E respeitar o limite de abrangência do sinal.

Atualmente não existem softwares que forneçam uma solução completa, desde a alocação dos pontos de demandas, realizar os cálculos de distâncias e encontrar a melhor solução para o problema.

A utilização de uma imagem, com todos os pontos de demandas incluídos, facilita e auxilia o profissional na tomada de decisão, pois montar uma matriz de distância entre todos os 287 pontos de demandas é oneroso e impraticável. Já que serão necessárias mais de 82 mil medições da distância entre os pontos. Além disso, algumas medições podem ser consideradas improváveis, pois podem, por exemplo, existir objetos entre os pontos, locais de difícil acesso ou por estarem em prédios diferentes sem acesso direto.

Disponibilizar o aplicativo via web, possibilita que seu uso seja feito por outros campi do IFES, porém sem a necessidade de ter um vasto conhecimento de programação, heurísticas ou algoritmo genético.

7. Referências

- Azizan, M. H., et al. (2012). Application of OpenStreetMap data in ambulance location problem. Computational Intelligence, Communication Systems and Networks (CICSyN), 2012 Fourth International Conference on.
- Church, R. L. and C. S. ReVelle (1976). "Theoretical and Computational Links between the p-Median, Location Set-covering, and the Maximal Covering Location Problem." Geographical Analysis 8(4): 406-415.
- Garey, M. R. and D. S. Johnson (1979). Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, W. H. Freeman & Co.
- Hakimi, S. L. (1964). "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph." Operations Research 12(3): 450-459.
- Hörner, D. (2009). "Resolução do problema das p-medianas não capacitado."
- Khumawala, B. M. (1973). "An Efficient Algorithm for the p-Median Problem With Maximum Distance Constraints." Geographical Analysis 5(4): 309-321.
- Lim, S. and M. Kuby (2010). "Heuristic algorithms for siting alternative-fuel stations using the Flow-Refueling Location Model." European Journal of Operational Research 204(1): 51-61.
- Lorena, L. A. N., et al. (2001). "Integração de modelos de localização a sistemas de informações geográficas." Gestão & Produção 8: 180-195.
- Man, K. F., et al. (1996). "Genetic algorithms: concepts and applications [in engineering design]." Industrial Electronics, IEEE Transactions on 43(5): 519-534.
- Michalewicz, Z. (1996). Genetic algorithms + data structures, Springer-Verlag.
- Murali, P., et al. (2012). "Facility location under demand uncertainty: Response to a large-scale bio-terror attack." Socio-Economic Planning Sciences 46(1): 78-87.
- Ren, X. Q., et al. (2009). The application of the maximal coverage and partial coverage model in the shelter location problem.
- Shen, Z.-J. M., et al. (2011). "The Reliable Facility Location Problem: Formulations, Heuristics, and Approximation Algorithms." INFORMS J. on Computing 23(3): 470-482.