



PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA: UM ESTUDO DE CASO

Arthur de Assis Silva, Marcone Jamilson Freitas Souza, Victor Luiz Guimarães
Departamento de Computação - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil
arthur.ufop@hotmail.com, marcone@iceb.ufop.br,
vl Luiz95@yahoo.com.br

Aldrin Gustavo Martins
Vale S.A.
aldrin.martins@vale.com

RESUMO

Este trabalho trata um problema de planejamento de lavra. Neste problema há conjuntos de frentes de lavra, de carregadeiras, de caminhões e de pontos de descarga para o material lavrado. Cada frente de lavra é subdividida em blocos, os quais são subdivididos em sub-blocos com diferentes tipos de material. Cada sub-bloco somente pode ser lavrado se os sub-blocos precedentes tiverem sido totalmente lavrados. A cada ponto de descarga está associada uma quantidade de material a ser produzido e uma faixa de qualidade a ser respeitada. O objetivo é alocar as carregadeiras aos blocos e determinar o número de viagens que cada caminhão deve fazer a cada sub-bloco para atender a meta de produção e os limites de qualidade estabelecidos para cada descarga. Para resolvê-lo foi desenvolvido um algoritmo baseado nas metaheurísticas GRASP e *Late Acceptance Hill-Climbing*. Experimentos mostram que o algoritmo proposto apresenta resultados competitivos com aqueles do otimizador LINGO.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento Operacional de Lavra, Late Acceptance Hill-Climbing, Metaheurísticas.

Área Principal: Outras aplicações em PO (OA) e Metaheurísticas (MH)

ABSTRACT

This work deals with a particular problem of mine planning. In this problem there is a set of pit mining, shoves, trucks and delivery points for the discharge of materials. Each pit is subdivided into blocks, which are subdivided into sub-blocks, that could be of different material. Furthermore, each sub-block can only be mined if the preceding sub-blocks have been fully mined. Every point of discharge is associated with production target and quality limits of material previously established. The objective is to determine the allocation of shoves to blocks and the number of trips that each truck must do to each sub-block in order to meet the production target and the quality limits required for each discharge. A heuristic algorithm based on GRASP and Late Acceptance Hill-Climbing metaheuristics was developed in order to solve this problem. Experiments show that the proposed algorithm is competitive with the LINGO optimizer.

KEYWORDS. Open-Pit-Mining Planning, Late Acceptance Hill-Climbing, Metaheuristics.

Main Area: Other applications in OR (OA) and Metaheuristics (MH)

1. Introdução

Este trabalho tem seu foco no problema de planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões (POLAD). Neste problema há um conjunto de frentes de lavra, um conjunto de equipamentos de carga de diferentes produtividades, um conjunto de caminhões de diferentes capacidades e um conjunto de pontos de descarga para o material lavrado. O objetivo é alocar os equipamentos de carga às frentes de lavra e determinar a quantidade de viagens que cada caminhão faz à cada frente a partir de cada descarga, de sorte a atender à produção requerida para cada ponto de descarga, assim como respeitar os limites de qualidade requeridos pelo minério de cada descarga. A alocação do caminhão é dita dinâmica porque a cada descarga o caminhão pode ir a uma frente diferente.

Em Merschmann (2002) são combinadas as técnicas simulação e programação linear para resolver o POLAD. O sistema é dividido em dois módulos. No primeiro, o modelo de programação linear é utilizado para alocar as carregadeiras às frentes e otimizar a mistura de minérios. No segundo, os resultados do otimizador são validados pelo simulador. Os modelos desenvolvidos não tratam, no entanto, várias restrições operacionais que surgem comumente neste processo.

Costa (2005), por sua vez, aperfeiçoou o modelo de programação matemática de Merschmann (2002), incluindo o atendimento às metas de qualidade e produção de minério. Além disso, apresentou um novo modelo heurístico que é capaz de gerar soluções de melhor qualidade que as do método exato, fixado um tempo de processamento.

Em He et al. (2010) é desenvolvido um algoritmo genético cujo objetivo é reduzir os custos com transporte de material. Porém, eles não consideram várias restrições existentes no problema como, por exemplo, a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões e blendagem do minério extraído. Em Amaral e Pinto (2010) é apresentada uma heurística construtiva híbrida para resolver o POLAD que leva em consideração o tempo de fila.

Em Souza et al. (2010) foi desenvolvido um algoritmo heurístico, baseado em GRASP e GVNS para solucionar o problema. O trabalho compara os resultados obtidos por esse algoritmo com os obtidos por uma modelagem matemática desenvolvida. É mostrada a superioridade do algoritmo heurístico frente ao do modelo matemático.

Em Martins (2013) é feito um estudo de caso do POLAD. O autor desenvolveu um modelo de programação linear inteira mista para gerar uma solução para o problema, assim como um modelo de simulação discreta para verificar a exequibilidade dessa solução gerada pelo modelo exato de otimização. Os resultados dessa simulação são comparados com aqueles que foram efetivamente praticados pela empresa.

Neste trabalho tratamos o estudo de caso de Martins (2013), descrito na próxima seção. Para resolvê-lo, desenvolvemos um algoritmo, baseado nas metaheurísticas GRASP Feo e Resende (1989) e *Late Acceptance Hill-Climbing* – LAHC (Burke e Bykov, 2008). Para testá-lo, foram utilizados cenários reais de uma empresa mineradora. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles de Martins (2013).

2. Caracterização do Problema

No problema abordado há um conjunto de frentes de lavra, um conjunto de equipamentos de carga de diferentes produtividades, um conjunto de caminhões de diferentes capacidades e um conjunto de pontos de descarga para o material lavrado. As frentes são divididas em blocos e esses blocos, por sua vez, podem ser divididos em no máximo quatro sub-blocos. Cada sub-bloco pode conter um dos seguintes tipos de materiais: hematita, canga, itabirito ou estéril. O material extraído dos sub-blocos pelos equipamentos de carga (carregadeiras ou retroescavadeiras) são transportados pelos caminhões para os pontos de descarga. No problema é preciso determinar o ritmo de produção e verificar se a qualidade atende ao requerido na mistura final exigida pelas descargas de minério. A qualidade do material corresponde aos teores das variáveis de controle presentes no minério (e.g., %Fe, %SiO₂ e %P). A produção de estéril deve respeitar a relação estéril/minério (REM).

Existem dependências entre os sub-blocos, restringindo a sequência de lavra na mina. A dependência entre um sub-bloco e outro está relacionada com a acessibilidade a eles e é um dado de entrada. Às vezes é necessário exaurir um sub-bloco i , ou um conjunto de sub-blocos, para conseguir lavar um sub-bloco j ; dizemos, neste caso, que o sub-bloco j depende de i . Para cada tipo de material deve ser informada a sua massa no bloco.

Tanto os caminhões quanto as carregadeiras possuem diferentes características e, devido a isso, pode haver incompatibilidade entre uma carregadeira e um caminhão. Ou seja, se em um bloco for alocada uma carregadeira de pequeno porte, então, para esse bloco, não podem ser designadas viagens de um caminhão de grande porte, já que a carregadeira não conseguiria abastecê-lo. Cada equipamento de carga pode ser alocado somente a um bloco e cada bloco, por sua vez, pode receber somente um equipamento de carga. No problema tratado, as carregadeiras de pequeno porte são destinadas à lavra de hematita, devido ao fato de esse tipo de material necessitar de uma lavra mais seletiva.

Cada descarga possui limites inferior, recomendado e superior para cada variável de controle. É fundamental que essas variáveis de controle não ultrapassem os limites superior e inferior, e que se aproximem ao máximo do recomendado. As descargas de minério podem receber diferentes combinações de diversos materiais. O material estéril extraído é destinado à pilha de estéril. Uma solução do problema envolve a determinação da quantidade de viagens que cada equipamento de transporte realizará entre os sub-blocos e seus respectivos locais de descarga, assim como a alocação dos equipamentos de carga aos blocos a serem lavrados. Existe uma compatibilidade a ser observada entre descarga, equipamento de carga e equipamento de transporte. A combinação de massas dos sub-blocos lavrados deve alimentar a usina, atendendo a uma relação estéril-minério, de forma a garantir a qualidade e quantidade mínima do *Run Of Mine*.

Os objetivos a serem atendidos são: *i*) produzir o máximo de minério; *ii*) respeitar os limites superiores e inferiores das variáveis de controle; *iii*) priorizar a manutenção dos equipamentos de carga nos mesmos blocos em que estes estavam operando no turno anterior; *iv*) não alocar um equipamento de carga a um bloco incompatível; *v*) não produzir minério abaixo da demanda requerida nos pontos de descarga; *vi*) respeitar a relação estéril/minério; *vii*) respeitar a produção mínima exigida para cada equipamento de carga.

3. Algoritmo Proposto

3.1. Representação da Solução

Uma solução s do POLAD é representada por uma matriz tridimensional de números inteiros. Nela existe uma matriz W , cujas linhas representam o número de descargas d , as colunas representam o número de sub-blocos i , e a profundidade k tem dois significados: a primeira posição $k = 0$ indica o equipamento de carga e as demais posições $k = 1, 2, \dots, |K|$ representam a quantidade de viagens que cada frota k de caminhões realiza. A matriz w armazena em quais blocos as carregadeiras de cada frota estão alocadas e a quantidade de viagens que cada caminhão de uma dada frota fará para transportar os materiais extraídos dos sub-blocos e descarregá-los em suas respectivas descargas.

A matriz W possui as dimensões $|D| \times |SB| \times (|K| + 1)$, em que D representa o conjunto de descargas, SB representa o conjunto de sub-blocos e K o conjunto de frotas de caminhão. Na representação adotada usa-se a seguinte simbologia:

- $w_{d,i,0}$ - Armazena qual é o identificador da carregadeira que está alocada ao bloco que contém o i -ésimo sub-bloco. A informação fica representada $\forall d \in D$ e $\forall i \in SB$. Se o material presente no i -ésimo sub-bloco não for compatível com a d -ésima descarga, então $w_{d,i,0} = -1$. Caso ele seja compatível, porém não contenha nenhuma carregadeira, $w_{d,i,0} = -2$.
- $w_{d,i,k}$, com $k \geq 1$ - Armazena quantas viagens a k -ésima frota de caminhões deve realizar transportando o material do i -ésimo sub-bloco para a d -ésima descarga.

3.2. Restauração das Dependências de um Sub-bloco (RDUS)

Esse procedimento consiste em restaurar as dependências de um sub-bloco i , que estava exaurido, e voltar ou com a massa da última operação realizada ou com a massa original de i . Para isso, para cada sub-bloco j que depende de i , é verificado se ele está liberado. Se o sub-bloco j estiver liberado, as viagens de caminhão que estão associadas a ele são removidas, ele passa a estar bloqueado e o RDUS é acionado novamente para j .

Observa-se que o RDUS é um procedimento recursivo, dado que o bloqueio de um sub-bloco i resulta no bloqueio dos sub-blocos j que dependem desse sub-bloco i , e no bloqueio dos sub-blocos que dependem de j , e assim por diante. São analisados todos os blocos que contêm sub-blocos que foram bloqueados pelo RDUS. Caso algum bloco deste conjunto de blocos analisados não tenha mais um sub-bloco livre e possua uma carregadeira alocada, essa carregadeira é removida e fica disponível para ser alocada a outro bloco.

3.3. Estruturas de Vizinhança

Para explorar o espaço de busca foram considerados nove movimentos, cada qual dando origem a uma vizinhança N^v de uma solução s , sendo $v \in \{AV, TCAV, TCRV, RVC, RVS, RCB, RUVS, AC, MV\}$. Esses movimentos e suas respectivas vizinhanças são definidos a seguir.

Adicionar uma Viagem - N^{AV} Este movimento consiste na escolha de um sub-bloco i disponível para lavra e que possua uma carregadeira. Caso ele seja de estéril ($atv_i = 0$) é escolhida a pilha de estéril, descarga d , tal que $Britador_d = 0$ (vide subseção (3.4)). Se o sub-bloco for de minério ($atv_i = 1$) são analisadas as seguintes situações para determinar qual descarga d ($Britador_d = 1$) receberá o material:

Algumas descargas não atingiram a produção mínima Neste caso, têm prioridade as descargas que não tiveram atendidas suas demandas e que aceitam o material presente no sub-bloco (Itabirito, Canga ou Hematita). Se houver mais de uma descarga nessa situação, como desempate é escolhida a que espera um material que mais se aproxime daquele do sub-bloco escolhido.

Todas as descargas atingiram a produção mínima Neste caso, todas as descargas que são compatíveis com o sub-bloco podem ser escolhidas. Assim como no caso anterior, é escolhida a descarga que possui os teores recomendados das variáveis de controle mais próximos dos existentes no sub-bloco.

Definida a descarga, é escolhido um caminhão de frota compatível com a carregadeira que está alocada ao sub-bloco i . Esse caminhão executa, então, uma viagem partindo de i em direção à descarga d levando o material lavrado. Isso é feito desde que as seguintes premissas sejam atendidas: *i*) o limite máximo de material esperado pela descarga não deve ser ultrapassado; *ii*) a produtividade dos caminhões e da carregadeira não deve ser excedida; *iii*) a produção da carregadeira em cada viagem não pode superar a quantidade de material existente no sub-bloco. Após adicionar uma viagem da frota de caminhões do sub-bloco à descarga compatível, é verificado se ele está exaurido. Se o sub-bloco foi exaurido com a viagem adicionada, os sub-blocos que dependem dele para serem lavrados são liberados e, caso não dependam de mais nenhum sub-bloco, eles ficam disponíveis para lavra.

Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Alocando Viagens - N^{TCAV} Consiste em escolher dois blocos para os quais existem carregadeiras que sejam compatíveis com ambos e trocar as carregadeiras. Após a troca, as viagens aos sub-blocos pertencentes aos blocos também são trocadas, respeitando as condições de não exceder a produtividade das frotas de caminhões, não extrair mais material que o existente nos sub-blocos e não ultrapassar os limites esperados pelas descargas.

Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Removendo Viagens - N^{TCRV} Similar ao movimento $TCAV$, porém após a troca das carregadeiras, são removidas as viagens dos caminhões aos blocos onde estão essas carregadeiras. O RDUS é acionado para os sub-blocos dos dois blocos que tiveram suas carregadeiras trocadas.

Remover Viagens de uma Frota de Caminhões - N^{RVC} O movimento consiste em escolher uma frota de caminhões e remover todas as viagens designadas à ela. É necessário restaurar as dependências entre os sub-blocos após a realização desse movimento, pois há a possibilidade da restauração da massa de um sub-bloco que exauriu, e isso implica no bloqueio dos sub-blocos que dependem dele. O procedimento Restauração das Dependências de Um Sub-bloco (RDUS), vide Seção 3.2, é acionado para todos os sub-blocos nos quais a frota de caminhões realiza viagens.

Remover Viagens de um Sub-bloco - N^{RVS} Este movimento consiste em escolher um sub-bloco que esteja liberado, e que pertença a um bloco que possua carregadeira alocada, e remover as viagens dos caminhões à esse sub-bloco. Após remover as viagens realizadas a esse sub-bloco, o procedimento RDUS é acionado para restabelecer a viabilidade da solução.

Retirar Carregadeira de um Bloco - N^{RCB} O movimento consiste em escolher um bloco que tenha uma carregadeira alocada e a remover. Conseqüentemente, as viagens de caminhões que são realizadas para esse bloco também são removidas. Assim como no movimento RVC , o procedimento de restauração das dependências de um sub-bloco é chamado para os sub-blocos pertencentes ao bloco escolhido.

Remover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{RUVS} Consiste em escolher um sub-bloco que tenha recebido ao menos uma viagem, e remover uma viagem a ele. O procedimento RDUS pode ser acionado para manter a viabilidade da solução.

Adicionar Carregadeira a um Bloco - N^{AC} Primeiramente é verificado se existe algum equipamento de carga disponível. Se houver, a carregadeira é alocada a um bloco que esteja liberado e que seja compatível. A compatibilidade entre a carregadeira e o bloco está relacionada com a natureza do material presente no bloco.

Mover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{MV} Este movimento consiste na aplicação simultânea de dois movimentos: $RUVS$ e AV .

O conjunto de todas essas vizinhanças N^v de uma solução s define a vizinhança $N(s)$, isto é, $N(s) = \bigcup_v N^v(s)$.

3.4. Avaliação da Solução

Uma solução $s \in S$ é avaliada pela função $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, definida pela Eq. (1), onde S representa o conjunto de todas as soluções possíveis s . Como os movimentos usados podem gerar soluções infactíveis, a função f a ser maximizada, consiste em duas partes: a primeira corresponde à função objetivo (Eq. (2)) do modelo de programação matemática e a segunda, às várias funções de penalização pela ocorrência de infactibilidade na solução.

$$f(s) = f^{MP}(s) - \sum_{i \in SB} f_i^{ee}(s) - \sum_{k \in K} f_k^u(s) - \sum_{b \in B} f_b^{cb}(s) \quad (1)$$

Na Eq. (1), f^{MP} representa a função objetivo do modelo de programação matemática, apresentada pela Eq. (2). Nesta equação, K é o conjunto de frotas de caminhões.

$$\begin{aligned}
 f^{MP}(s) = & \sum_{i \in SB} \sum_{d \in D | \text{britador}_d=1} (P_{i,d} \times atv_i) - \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} (Cr_v \times (emax_{d,v} + emin_{d,v})) \\
 & + atual \times 1000 - \sum_{d \in D} \text{PesoProd} \times eprod_d - \sum_{b \in B} \sum_{c \in C} (MC_{b,c} \times xbloco_{b,c}) \\
 & - \text{PesoRem} \times erem - \sum_{c \in C} dMin_c \times PdesvMin \quad (2)
 \end{aligned}$$

Na Eq. (2), a solução s é avaliada em relação à quantidade de minério produzido, qualidade do material, alocação das carregadeiras aos blocos, desvios de produção das carregadeiras e desvio de cumprimento da REM. SB é o conjunto de sub-blocos; D é conjunto de descargas; Britador_d recebe 1 se a descarga d recebe minério e 0 se a descarga recebe estéril; $P_{i,d}$ recebe a massa do material extraído no sub-bloco i e descarregado na descarga d ; atv_i recebe 1 se o sub-bloco i contém minério e 0 caso ele contenha estéril; V é o conjunto de variáveis de controle; Cr_v corresponde ao peso pelo não cumprimento do limite inferior/superior da variável de controle v ; $emax_{d,v}$ corresponde a massa da variável de controle v na descarga d que está acima do limite superior; $emin_{d,v}$ corresponde a massa da variável de controle v na descarga d que está abaixo do limite inferior; $atual$ corresponde a quantidade de equipamentos de carga alocados aos mesmos blocos do turno anterior; PesoProd corresponde ao peso pelo não cumprimento das massas mínimas exigidas nas descargas; $eprod_d$ recebe a massa faltante para o cumprimento da massa mínima exigida pela descarga d ; C é o conjunto de equipamentos de carga; B é o conjunto de blocos; $MC_{b,c}$ corresponde ao custo para alocar o equipamento de carga c ao bloco b ; $xbloco_{b,c}$ recebe o valor 1 se o equipamento de carga c é alocado ao bloco i e 0 caso contrário; PesoRem corresponde ao peso pelo não cumprimento da relação estéril-minério; $erem$ corresponde a massa faltante de estéril para cumprimento da REM; $dMin_c$ corresponde ao desvio em relação à massa mínima requerida pela carregadeira c ; $PdesvMin$ corresponde ao peso pelo não cumprimento da massa mínima de cada carregadeira.

A função $f_i^{ee}(s)$, dada pela Eq. (3), penaliza a solução s quando é lavrado mais que o existente no i -ésimo sub-bloco.

$$f_i^{ee}(s) = (\text{extraidoSubMinerio}_i + \text{extraidoSubEsteril}_i) \times \delta \quad (3)$$

Nesta equação, δ é o peso atribuído ao excesso de material extraído do sub-bloco i , enquanto as variáveis $\text{extraidoSubMinerio}_i$ e $\text{extraidoSubEsteril}_i$, calculadas pelas equações (4) e (5), são utilizadas para armazenar o excesso de minério e estéril, respectivamente, extraído do sub-bloco i . Os parâmetros $PmaxM_i$ e $PmaxE_i$ representam a massa de minério e a massa de estéril presentes no sub-bloco i , respectivamente.

$$\text{extraidoSubMinerio}_i = \max\{0, \sum_{d \in D} (P_{i,d} \times atv_i) - PmaxM_i\} \quad \forall i \in SB \quad (4)$$

$$\text{extraidoSubEsteril}_i = \max\{0, \sum_{d \in D} (P_{i,d} \times (1 - atv_i)) - PmaxE_i\} \quad \forall i \in SB \quad (5)$$

A função $f_k^u(s)$, descrita pela Eq. (6), penaliza a solução s se houver excesso de viagens realizadas pela k -ésima frota de caminhões.

$$f_k^u(s) = \text{viagensExcedidas}_k \times \alpha \quad (6)$$

Na Eq. (6), a variável $\text{viagensExcedidas}_k$ é calculada com base na equação (7) e α é o peso atribuído ao excesso de viagens realizadas pela frota de caminhões k .

$$viagensExcedidas_k = \max\left\{0, \sum_{d \in D} \sum_{\substack{i \in SB \\ w_{d,i,k} > 0}} (w_{d,i,k}) - \frac{60}{tciclo_k} \times F_k \times \frac{Tempo}{3600}\right\} \forall k \in K \quad (7)$$

Na Eq. (7), a variável $viagensExcedidas_k$ recebe a quantidade de viagens excedidas pela k -ésima frota de caminhões; $tciclo_k$ é tempo médio do ciclo da frota de caminhões k (min.); F_k é a quantidade de caminhões da frota de transporte k ; $Tempo$ é o tempo de execução da massa programada (s). O lado direito desta equação calcula a diferença entre as viagens efetivamente realizadas pela k -ésima frota de caminhões na solução corrente e a quantidade máxima de viagens que a frota pode realizar.

A verificação $w_{d,i,k} > 0$ é feita para evitar valores negativos, pois quando há uma incompatibilidade entre a descarga d e o sub-bloco i , independentemente da frota k , a posição da matriz solução armazena -1 .

A função $f_b^{cb}(s)$, calculada pela Eq. (8), penaliza a solução s se forem realizadas viagens entre um sub-bloco pertencente ao bloco b e uma descarga incompatível ou realizada por uma frota de caminhões incompatíveis com a carregadeira alocada em b . Nesta equação, ρ é o peso atribuído às viagens que se enquadram em um dos dois casos. $xblocob,c$ recebe 1 se o equipamento de carga c está alocado ao bloco b ou 0 caso contrário. $numbloco_i$ informa a qual bloco o sub-bloco i pertence; $y_{d,k,c}$ recebe 1 se há compatibilidade entre a descarga d , o caminhão k e o equipamento de carga c ou 0 caso contrário.

$$f_b^{cb}(s) = \sum_{\substack{c \in C \\ xblocob,c=1}} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{\substack{i \in SB \\ b=numbloco_i}} ((1 - y_{d,k,c}) \times w_{d,i,k} \times \rho) \quad (8)$$

3.4.1. Construção da Solução Inicial

Uma solução inicial é gerada por um procedimento baseado na heurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) (Feo e Resende, 1989). O procedimento recebe um parâmetro θ que determina o grau de aleatoriedade na construção da solução, sendo θ um valor real no intervalo $[0, 1]$. O valor assumido por este parâmetro determina qual será o tamanho da Lista Restrita de Candidatos (LRC). Quanto mais próximo de 0 for este valor, mais guloso é o procedimento; em contrapartida, quanto mais próximo de 1, mais aleatório é o procedimento. Nesta lista são adicionados, em ordem decrescente de qualidade, os candidatos a entrarem na solução que está sendo criada. A lista armazena os candidatos de acordo com o objetivo no momento. Há duas LRCs, uma referente aos blocos e outra referente às carregadeiras. Considerando um bloco b escolhido previamente, se o objetivo for alocar algum equipamento de carga, a lista conterá todas as carregadeiras compatíveis com esse bloco, ordenadas de forma crescente em relação à penalização da alocação daquela carregadeira àquele bloco.

O primeiro passo é alocar as carregadeiras aos blocos contidos na LRC de blocos. Os blocos são adicionados à LRC de acordo com as notas recebidas por eles, sendo que a nota do bloco é a média das notas de seus sub-blocos. Escolhe-se um dos blocos (b) pertencentes à LRC e, a seguir, escolhe-se uma das carregadeiras pertencentes à LRC de carregadeiras. Na LRC de carregadeiras são adicionadas, ascendentemente por penalização ($MC_{b,c}$), os equipamentos de carga (EC) que são compatíveis com o bloco b e que ainda não foram alocadas. Após isso, escolhe-se um EC c pertencente à lista que é alocado ao bloco b . Este passo é repetido até todos os ECs tenham sido alocados.

Em seguida, parte-se para a designação de viagens aos caminhões, que são responsáveis por transportar o material extraído dos blocos que possuem carregadeiras compatíveis alocadas a eles. Sendo assim, os sub-blocos são divididos em dois grupos, os de estéril e os de minério. Isso se deve ao fato de eles serem avaliados de forma diferente. Os sub-blocos de estéril são tratados primeiro, levando em consideração que a quantidade de viagens que eles receberão deve respeitar a

REM. A Eq. (10) calcula o número de viagens dedicadas ao transporte de estéril (nve), e utiliza a quantidade total de estéril que todos os caminhões podem transportar no turno (mtc), calculada pela Eq. (9). Nestas equações, ce_k corresponde à capacidade da frota de caminhões k para transportar estéril em uma viagem e $maxViagensTurno_k$ corresponde à quantidade de viagens que a frota de caminhões k pode realizar em um determinado tempo de operação ($Turno$).

$$mtc = \sum_{k \in K} maxViagensTurno_k \times ce_k \quad (9) \quad nve = \lceil \frac{mtc - \frac{mtc}{1+REM}}{\max(ce)} \rceil \quad (10)$$

O cálculo realizado pela Eq. 10 garante o cumprimento da REM e evita a lavra desnecessária de estéril. A seguir, os sub-blocos melhor avaliados são adicionados à LRC de sub-blocos de estéril, sendo esta ordenada decrescentemente de acordo com a massa do sub-bloco. Usando a variável nve , em sucessivas iterações, escolhe-se um destes sub-blocos e tenta-se adicionar uma viagem entre ele e uma das descargas que são com ele compatíveis. Isso é repetido até que todas as viagens para transportar estéril sejam adicionadas ou até que não seja mais possível adicionar viagens. Não é possível adicionar uma viagem quando alguma das premissas, apresentadas no movimento AV, forem infringidas.

Ao final, adicionam-se as viagens para os sub-blocos de minério. Estes, por sua vez, são avaliados de acordo com os desvios entre os teores das variáveis de controle presentes no sub-bloco e os limites dos teores esperados por uma descarga genérica (DG). Esta DG é baseada nas médias entre as descargas de minério existentes. Após a avaliação dos sub-blocos, eles são adicionados ascendentemente na LRC. Feito isso, em iterações sucessivas, escolhe-se um dos sub-blocos e tenta-se adicionar uma viagem entre este e uma das descargas compatíveis. Isso é feito até que todas as viagens possíveis de serem feitas pelas frotas de caminhão sejam realizadas ou até que não seja mais possível adicionar viagens.

Após a construção da solução, é realizada uma busca local a partir da solução gerada. Utilizou-se o método da Subida Randômica como busca local no GRASP. Ao contrário do método da Subida, o Subida Randômica não verifica todos os vizinhos de uma solução s . Ele escolhe aleatoriamente um dos vizinhos, desde que este apresente um valor de avaliação estritamente melhor do que $f(s)$. O vizinho s' é gerado usando as vizinhanças previamente apresentadas, sendo que todas possuem a mesma probabilidade de serem escolhidas. Se s' for melhor que s , gera-se um outro vizinho s'' a partir de s' e assim sucessivamente. Se s' for pior que s , então gera-se outro s' a partir de s . O laço de repetição termina quando se alcança uma quantidade τ de iterações sem encontrar um vizinho s' que seja melhor do que s . O GRASP é executado por 30% do tempo total definido para a execução do algoritmo, incluindo esta fase e a próxima, apresentada na seção 3.5. Enquanto o tempo designado ao GRASP não acabar, outras soluções são construídas e submetidas à busca local. Ao final é retornada a melhor solução encontrada.

3.5. Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto, nomeado GLAHC, combina as metaheurísticas GRASP e *Late Acceptance Hill-Climbing* – LAHC (Burke e Bykov, 2008). O GRASP, apresentado na seção anterior, é utilizado para gerar uma solução inicial. Já o LAHC é usado para refinar essa solução. O LAHC, tal como o nome sugere, é uma evolução do procedimento heurístico *Hill-Climbing* (HC), diferenciando-se deste na atualização da solução corrente. Ao contrário do HC, que compara o valor da solução candidata com o valor da solução corrente, no LAHC o valor da solução candidata é comparado com o valor de uma solução que era corrente há algumas iterações anteriores. O Algoritmo 1 apresenta seus passos.

O algoritmo recebe uma função $f(\cdot)$, definida pela Eq. (1), para avaliar a solução, um conjunto de vizinhanças (N), um valor τ que define o número de iterações sem melhora do Subida Randômica, um tempo máximo para a execução do algoritmo (*tempoLimite*), o tamanho $|L|$ de uma lista $L = \{f'_0, f'_1, \dots, f'_{|L|-1}\}$ utilizada no algoritmo para armazenar os valores das $|L|$ últimas

Algoritmo 1: GLAHC

```
Entrada:  $f(\cdot)$ ,  $N$ ,  $\tau$ ,  $tempoLimite$ ,  $|L|$ ,  $atprob$ 
Saída:  $s^*$ 
1  $s \leftarrow GRASP(\tau)$ 
2  $tempoAtual \leftarrow 0$ 
3  $f'_k \leftarrow f(s) \quad \forall k \in \{0, \dots, |L| - 1\}$ 
4  $prob_v \leftarrow 1/|N| \quad \forall v \in N; \quad /* Cria vetor de probabilidades para cada vizinhança v */$ 
5  $qtde_v \leftarrow 0 \quad \forall v \in N; \quad /* Quantidade de vezes que a vizinhança v foi escolhida */$ 
6  $sucesso_v \leftarrow 0 \quad \forall v \in N; \quad /* Quantidade de soluções candidatas geradas pela vizinhança v, que passaram a ser a solução corrente */$ 
7  $s^* \leftarrow s; \quad /* Melhor solução encontrada */$ 
8  $iter \leftarrow 0$ 
9 enquanto  $tempoAtual \leq tempoLimite$  faça
10    $s' \leftarrow geraVizinho(s, v, prob)$ 
11    $qtde_v \leftarrow qtde_v + 1$ 
12    $vs \leftarrow iter \bmod |L|$ 
13   se  $f(s') \geq f'_{vs}$  então
14      $s \leftarrow s'$ 
15      $sucesso_v \leftarrow sucesso_v + 1$ 
16     se  $f(s) > f(s^*)$  então
17        $s^* \leftarrow s$ 
18   fim
19 fim
20 se  $iter \bmod atprob == 0$  então
21    $atualizar(prob, qtde, sucesso); \quad /* Aplica as equações (11) e (12) */$ 
22    $qtde_v \leftarrow sucesso_v \leftarrow 0 \quad \forall v \in N$ 
23 fim
24  $f'_{vs} \leftarrow f(s)$ 
25  $iter \leftarrow iter + 1$ 
26  $Atualize\ tempoAtual$ 
27 fim
28 Retorne  $s^*$ 
```

soluções correntes e o intervalo de $atprob$ iterações para atualizar as probabilidades de escolha de cada vizinhança.

Inicialmente (linha 1), uma solução inicial é construída conforme especificado na Seção 3.4.1. Na linha 3 todos os elementos da lista são avaliados pela função de avaliação. Na linha 7 é atualizada a melhor solução conhecida, no caso, a solução inicial. A seguir, o algoritmo entra em um laço de repetição, que é interrompido quando o tempo limite é alcançado. Na linha 10 é escolhida uma vizinhança v com uma probabilidade $prob_v$ e gera-se aleatoriamente uma solução candidata a partir da solução corrente s .

A linha 12 do Alg. 1 faz com que a lista L funcione de forma circular. Como se trata de um problema de maximização, na linha 13 é verificado se o valor da função f da solução candidata é maior ou igual ao valor da solução que era a solução corrente há algumas iterações (f'_{vs}). Caso seja, a solução corrente é atualizada (Linha 14) e a taxa de sucesso da vizinhança v é aumentada em uma unidade (Linha 15). Se após a atualização da solução corrente ela apresentar um valor de f maior que o da melhor solução conhecida (Linha 16), esta é atualizada (Linha 17).

A vizinhança é selecionada de forma autoadaptativa, isto é, à medida que as soluções vão sendo criadas, a probabilidade associada a cada vizinhança é ajustada. As vizinhanças que produzirem melhores soluções terão maior probabilidade de serem escolhidas. A atualização dessas probabilidades ocorre a cada $atprob$ iterações (Linha 20). O bloco de avaliações deve ser um número suficientemente grande para que um número razoável de soluções candidatas tenham sido avaliadas; neste trabalho utilizamos $atprob = 7000$. O procedimento de atualização das probabilidades (Linha 21) utiliza as equações (11) e (12). Após o cálculo dessas probabilidades o histórico armazenado nas variáveis $qtde$ e $sucesso$ é zerado (Linha 22). Na linha 24 a lista L é atualizada com o valor f da solução corrente.

$$\varphi_v = \frac{\text{sucesso}_v + 1}{qtde_v + 1} \quad \forall v \in N \quad (11)$$

$$\text{prob}_v = \frac{\varphi_v}{\sum_{t \in N} \varphi_t} \quad \forall v \in N \quad (12)$$

4. Cenários

A Tabela 1 mostra as características de um cenário da mina sob estudo. Nela são apresentadas as quantidades de blocos, sub-blocos, frotas de caminhões, equipamentos de carga e descargas. Também são informados a quantidade de variáveis (ou parâmetros) de controle (Par), REM esperada e a quantidade de horas do turno do planejamento.

Tabela 1: Características do cenário

Quantidade de blocos:	192	Quantidade de descargas:	3
Quantidade de sub-blocos:	300	Quantidade de Parâmetros de Controle:	11
Quantidade de frotas de caminhões:	2	REM:	0,35
Quantidade de eq. de carga:	10	Quantidade de Parâmetros de Controle:	11

A Tabela 2 mostra a produtividade horária mínima e máxima das frotas de equipamentos de carga, quais materiais elas podem extrair (minério e/ou estéril) e a quantidade de equipamentos existentes em cada uma.

Tabela 2: Características das carregadeiras

Carregadeiras	Produtividade mín. (t/h)	Produtividade max. (t/h)	Material comp.	Quantidade.
Frota 1	1.400	2.300	M/E	6
Frota 2	2.000	3.000	M/E	1
Frota 3	400	420	M	2

Há duas frotas de caminhões, sendo que a primeira possui 15 caminhões, os quais transportam 235 toneladas tanto de minério quanto de estéril. Já a segunda frota possui 8 caminhões com capacidade de 36 toneladas e que transportam somente minério.

Há 4 descargas, sendo 3 de minério (que aceitam Hematita, Itabirito e Canga) e uma de estéril. Na primeira a produção horária mínima é de 5000 t/h, na segunda de 2000 t/h e na terceira, de 750 t/h. A descarga de estéril não tem demanda específica; entretanto, a quantidade de material descarregado nela deve satisfazer a REM.

5. Experimentos computacionais

O algoritmo GLAHC foi codificado em Java, compilado com o eclipse versão 4.0 e executado em um computador Intel core i5 1,70 GHz, com 6 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Home Premium 64 bits. Os testes foram realizados usando os seguintes valores de penalização da função objetivo, os quais são os mesmos de Martins (2013): $Cr = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 100, 10, 10, 0\}$, $PesoProd = 1.000$, $PesoRem = PdesvMmin = 10$, $\delta = \rho = \alpha = 100.000$. No procedimento construtivo fixaram-se, por testes empíricos, $\theta = 0,4$ para definir o tamanho da LRC e $\tau = 1000$ para definir o número de iterações sem melhoras usado no Subida Randômica.

Dado o caráter estocástico do algoritmo GLAHC, ele foi executado 30 vezes no cenário apresentado, tendo como tempo limite de execução 3 minutos. Os experimentos foram realizados utilizando diferentes tamanhos para a lista L . Os resultados obtidos pelo GLAHC foram comparados com aqueles gerados pelo otimizador LINGO 10.0 aplicado à formulação matemática de Martins (2013) em um tempo limite de 3 minutos de execução.

A Tabela 3 apresenta o custo encontrado pelo LINGO, bem como os melhores custos e os custos médios obtidos pelo GLAHC a partir de diversos tamanhos de sua lista L . A coluna “Gap” foi obtida pela expressão: $Gap_r = (\bar{f}_r - f^*) / (f^*) \quad \forall r \in \{1, 30, 500, 1000, 10000, 100000, 1000000\}$, sendo f^* o melhor resultado conhecido, e \bar{f}_r o custo médio de 30 execuções do algoritmo GLAHC usando uma lista L de tamanho r .

Tabela 3: Resultados obtidos

Tamanho da lista ($ L $)	Lingo	GLAHC			
	Custo (<i>upper bound</i>)	Melhor Custo	Custo Médio	Desvio Padrão	Gap
1	66.522,69	66.457,94	63.063,63	3.921,54	0,05
30		66.302,33	64.059,17	2.274,88	0,04
500		66.500,91	62.439,88	4.937,99	0,06
1000		66.411,10	62.824,15	4.339,56	0,06
10000		66.450,38	62.221,75	4.879,83	0,06
100000		65.865,71	62.211,08	5.423,13	0,06
1000000		66.426,72	61.864,45	7.169,20	0,07
Média:		66.522,69	66.345,02	62.669,16	4.706,59

A Tabela 4 mostra a quantidade de minério produzido em cada descarga pela solução obtida pelo LINGO e pela melhor solução obtida pelo GLAHC. Os dois métodos conseguiram satisfazer a produção mínima exigida por cada descarga. O LINGO produziu maior quantidade de minério na Descarga 2, enquanto a GLAHC produziu mais nas Descargas 1 e 3. Devido a qualidade dos blocos disponíveis para lavra, alimentar a Descarga 1 não é muito vantajoso. Observando a Tabela 5 é possível entender a escolha do LINGO em produzir mais na Descarga 2.

Tabela 4: Produção, em toneladas, nas descargas para o turno de 8 horas

Método	Descarga	Produção Mínima Esperada	Produção obtida
LINGO	Descarga 1	40.000,00	40.655,00
	Descarga 2	16.000,00	20.210,00
	Descarga 3	6.000,00	6.480,00
GLAHC	Descarga 1	40.000,00	45.650,00
	Descarga 2	16.000,00	16.215,00
	Descarga 3	6.000,00	6.696,00

A Tabela 5 apresenta os desvios dos limites inferior e superior dos teores das variáveis de controle na mistura final recebida por cada descarga de minério. Foram apresentados os resultados obtidos pela solução encontrada pelo LINGO e pela melhor solução encontrada pelo GLAHC. Nesta tabela, se o valor for positivo significa que o teor foi acima do limite superior; caso ele seja negativo, significa que o teor ficou abaixo do limite inferior. Ao somarmos os desvios, percebemos que o LINGO obteve um maior desvio dos limites de qualidade, porém, a maioria dos seus desvios estão relacionados à descarga 3, que foi a descarga que recebeu menor quantidade de material. Por outro lado, o GLAHC possui boa parte dos desvios dos limites de qualidade na descarga 1, que é a descarga que recebeu maior quantidade de minério. Como a penalização relacionada à qualidade aplicada na função de avaliação multiplica esses desvios pela produção total na descarga, a GLAHC obteve um pior custo. Entretanto, esses valores de desvios são muito baixos.

Tabela 5: Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério (%)

Método	Descarga	Parâmetros										
		Par1	Par2	Par3	Par4	Par5	Par6	Par7	Par8	Par9	Par10	Par11
LINGO	Descarga 1	0,000	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	0,000	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	-0,004	+0,030	0,000	0,000	-0,010	0,000	0,000	0,000	0,000
GLAHC	Descarga 1	+0,012	+0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+0,008	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	+0,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

A Tabela 6 mostra as características das melhores soluções obtidas pelo LINGO e GLAHC. Independentemente do tamanho da lista L , todos os melhores resultados obtidos pelo GLAHC tiveram essas mesmas características, diferenciando apenas na qualidade do minério produzido. Todas as viagens possíveis para a frota 1 de caminhões foram designadas, enquanto que para a frota 2 foram designadas 180 pelo LINGO e 186 pelo GLAHC. Dado que o número máximo de viagens em um turno de 8 horas é 192, isso significa que o LINGO planejou 93,75% delas e o GLAHC 96,87%. O GLAHC teve um melhor aproveitamento dos equipamentos de transporte, além de utilizar um equipamento de carga a menos. Apesar de o GLAHC produzir mais minério, ele necessita

de um método melhor para escolher os blocos para lavra, e diminuir assim, os desvios relacionados à qualidade do minério recebido pelas descargas.

Tabela 6: Características das melhores soluções

Método	Minério prod.	Estéril prod.	# E. Carga usados	Viagens Frota Cam. 1	Viagens Frota Cam. 2	REM
LINGO	67.345,00	23.735,00	8	360	180	0,35
GLAHC	67.561,00	23.735,00	7	360	186	0,35

6. Conclusões

Este trabalho apresentou um algoritmo, denominado GLAHC, baseado nas metaheurísticas GRASP e LAHC, para solucionar um problema real de Planejamento Operacional de Lavra. Foram desenvolvidos nove tipos de movimentos responsáveis por explorar o espaço de soluções. Esses movimentos são escolhidos de forma autoadaptativa, de acordo com sucesso de sua utilização em iterações progressas.

Os resultados obtidos pelo GLAHC foram comparados com os produzidos pelo otimizador LINGO 10.0 aplicado ao modelo de programação linear inteira mista de Martins (2013). O algoritmo GLAHC se mostrou competitivo, uma vez que encontrou soluções de boa qualidade, conseguindo, quando comparado ao LINGO, produzir maior quantidade de minério e utilizar um número menor de equipamentos de carga, sem comprometer a qualidade do minério produzido. Desta forma, o GLAHC se mostra como uma alternativa ao LINGO para resolver o problema em questão, tendo como vantagens a simplicidade em incorporar novas restrições, que podem ser facilmente modeladas, além de apresentar um impacto financeiro menor quando comparado ao custo de aquisição do LINGO.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, FAPEMIG, CNPq e à Universidade Federal de Ouro Preto pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- Amaral, M. e Pinto, L. R. (2010). Planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto com alocação de equipamentos de carga e de transporte. *Anais do XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 1177–1188, Rio de Janeiro.
- Burke, E. K. e Bykov, Y. (2008). A late acceptance strategy in hill-climbing for exam timetabling problems. *PATAT 2008 Conference*, Montreal, Canadá.
- Costa, F. P. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, UFOP, Ouro Preto.
- Feo, T. A. e Resende, M. G. C. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, v. 8, n. 2, p. 67 – 71.
- He, M. X.; Wei, J. C.; Lu, X. M. e Huang, B. X. (2010). The genetic algorithm for truck dispatching problems in surface mine. *Information Technology*, v. 9, p. 710–714.
- Martins, A. G. (2013). Simulação das operações de lavra da mina de brucutu utilizando um modelo de programação linear para alocar os equipamentos de carregamento. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Eng. Mineral, UFOP, Ouro Preto.
- Merschmann, L. H. C. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Engenharia de Produção/COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro.
- Souza, M. J. F.; Coelho, I. M.; Ribas, S.; Santos, H. G. e Merschmann, L. H. C. (2010). A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, v. 207, n. 2, p. 1041 – 1051.