

MODELOS DE DEGRADAÇÃO PARA ESTIMAÇÃO DA CONFIABILIDADE: UM ESTUDO COM RETENTORES DE PRÓTESES DENTÁRIAS

Maria Luíza Guerra de Toledo

Escola Nacional de Ciências Estatísticas - IBGE
Rua André Cavalcanti, 106, Santa Teresa, Rio de Janeiro – RJ, 20.231-050
malutoledo83@gmail.com

Marta Afonso Freitas

Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte – MG, 31.270-901
marta.afreitas@gmail.com

Paulo Freitas Pannain

Centro de Pós-Graduação São Leopoldo Mandic
Rua Dr. José Rocha Junqueira, 13, Ponte Preta, Campinas – SP, 13.045-755
pfpannain@gmail.com

Darlan Marques da Silva

Universidade Federal de Pernambuco
Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n - Cidade Universitária, Recife – PE, 50.740-530
darlan_marques@yahoo.com.br

RESUMO

A avaliação de informações relacionadas ao tempo de vida de um produto, tais como o tempo médio até a falha, é uma tarefa essencial para a melhoria contínua da qualidade e da confiabilidade. Uma alternativa aos testes de vida tradicionais é observar medidas de degradação do desempenho do produto durante o período do experimento. Assim, informações úteis para avaliação da confiabilidade podem ser obtidas mesmo quando falhas não ocorrem durante o período de teste. Baseando-se em um problema real relacionado a grampos retentores de próteses dentárias, um experimento envolvendo dados de degradação foi realizado. Métodos estatísticos baseados em modelos probabilísticos foram aplicados, a fim de se estimar a confiabilidade dos grampos. As estimativas obtidas são úteis na tomada de decisões quanto à frequência ideal de troca ou realização de manutenção nos grampos, de modo a garantir o bem-estar do paciente.

PALAVRAS CHAVE. Confiabilidade, modelos de degradação, próteses dentárias.

Área principal: PO na Área de Saúde, Estatística, Modelos Probabilísticos

ABSTRACT

Information related to a product lifetime, such as the mean time to failure, provides a significant contribution to the quality and reliability improvement. An alternative to traditional lifetime tests is to observe degradation performance measures during the follow-up study. Useful information to analyze the reliability may be then obtained even when no failure is observed during the tests. Based on a real problem related to orthodontic denture retainer clips, an

experiment involving degradation data was conducted. Statistical methods based on probabilistic models were applied, in order to estimate the clips reliability. The estimations obtained are useful in the decision making related to the maintenance in the clips, to ensure the patient well-being.

KEYWORDS. Reliability. Degradation models. Denture retainer clips.

Main area: OR in Healthy, Statistics, Probabilistic Models.

1. Introdução

A avaliação de informações de confiabilidade, tais como o Tempo Médio até a Falha (MTTF – *Mean Time to Failure*) ou algum percentil da distribuição do tempo de vida de um produto, é uma tarefa essencial para a melhoria contínua da qualidade e da confiabilidade. Entretanto, para produtos altamente confiáveis, é difícil estimar a confiabilidade usando testes de vida tradicionais que registram apenas o tempo até a falha. Mesmo o uso de técnicas de aceleração da falha, submetendo os produtos a altos níveis de estresse, pode não agregar informação, pois poucas ou nenhuma falha pode ocorrer em um período de tempo razoável para o teste.

Uma alternativa aos testes de vida tradicionais é observar medidas de degradação do desempenho do produto durante o período do experimento. Esse desempenho é usualmente medido em termos de propriedades físicas, ou mecanismos de degradação. Para conduzir um teste de degradação, deve-se pré-especificar um limiar de degradação, obter medidas em tempos fixos diferentes e definir que a falha ocorre quando a quantidade de degradação para uma unidade de teste exceder aquele nível. Assim, medidas de degradação podem fornecer informações úteis para avaliação da confiabilidade mesmo quando falhas não ocorrem durante o período de teste, assim como mostrado em Freitas *et al.* (2009). Esses autores utilizaram a análise de medidas de degradação em um estudo de desgaste de rodas de trem.

1.1. Situação Prática Motivadora

Grampos retentores são utilizados na odontologia para reter próteses removíveis na boca de pacientes, se utilizando de dentes remanescentes que servirão de pilares. Por se tratarem de próteses removíveis, a inserção e remoção dos grampos nos dentes impõem uma flexão aos mesmos, para que estes passem pela porção retentiva do dente e propiciem a remoção ou colocação da prótese. Porém, com a sequência de flexões, os grampos acabam perdendo sua capacidade retentiva ideal.

Assim, é de interesse avaliar o comportamento retentivo dos grampos em relação ao número de ciclos de inserção e remoção da prótese da boca, bem como comparar esse comportamento em grampos com diferentes formatos. Esse tipo de análise permite evitar eventos catastróficos tais como a quebra dos grampos na boca do paciente, bem como determinar o melhor momento de substituí-los.

Visando estudar a confiabilidade desses componentes, foi feito um experimento com dois tipos de grampos, denominados “Tipo 1” e “Tipo 2”. Estes são confeccionados com o mesmo material, que possuem o mesmo comprimento, espessura e largura, e podem ser indicados para o mesmo dente. Eles diferenciam-se, basicamente, no formato: os grampos Tipo 1 se assemelham à letra i (grampo a barra em “I”), enquanto os grampos Tipo 2 se assemelham a uma circunferência (grampo circunferencial).

Para a execução do experimento, realizado em um laboratório de prótese, foi empregado o ESD (Equipamento Simulador de Desgaste – Figura 1), especialmente modificado para a execução deste estudo.

Inicialmente, a retenção dos grampos é de 0,25mm, que é a retenção necessária para que o dente retenha a prótese. A sequência de flexões sofrida por esses componentes para inserir e remover a prótese faz com que estes percam essa capacidade retentiva inicial e ideal.

O experimento realizou a inserção e remoção dos grampos nos dentes pilares que retêm a prótese. O ESD permitiu calibrar a retenção inicial e ideal para cada grampo. Cada ciclo realizado pelo equipamento corresponde ao ato de inserir e remover a prótese no dente. As ciclagens foram realizadas de forma interrupta, com o equipamento sendo desligado a cada 500 ciclos para que fossem feitas as medições com o auxílio do relógio comparador até o total de 7.000 ciclos, quando o experimento foi finalizado. As medições obtidas correspondem à retenção (em milímetros) dos grampos a cada 500 ciclos.

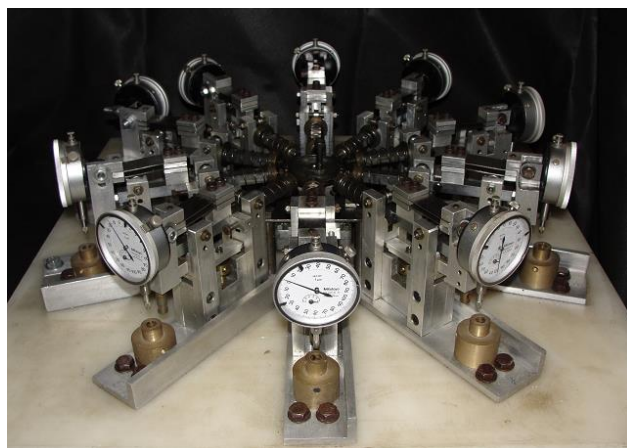


Figura 1: Equipamento Simulador de Desgaste utilizado no experimento
Fonte: Os autores.

O número de grampos utilizados no experimento foi determinado previamente através de um estudo estatístico de tamanho de amostra. Assim, foram utilizados 13 grampos de cada tipo. Estes foram inicialmente numerados e sorteados quanto à ordem de ciclagem.

O objetivo do experimento é avaliar o comportamento retentivo desses grampos em relação ao número de ciclos de inserção e remoção da prótese da boca. Além disso, é de interesse comparar a perda de 10% da retenção inicial (cl clinicamente significativa) dos grampos Tipo 1 e Tipo 2 em relação ao número de ciclos.

A Figura 2 apresenta os perfis de degradação observados nos 13 grampos de cada tipo. A falha do retentor foi então definida como tendo ocorrido quando a retenção (medida de degradação) atinge o limiar $D_f=0,225mm$, correspondendo à perda de 10% da retenção inicial e ideal, de 0,25mm.

Com o uso de modelos probabilísticos para dados de degradação, o objetivo desse trabalho é usar os dados coletados no experimento para estimar a distribuição $F_T(t)$ do tempo de vida desses componentes. Uma vez que essa distribuição é obtida, é possível obter estimativas de outras importantes características tais como o MTTF, percentis da distribuição do tempo de vida, entre outras.

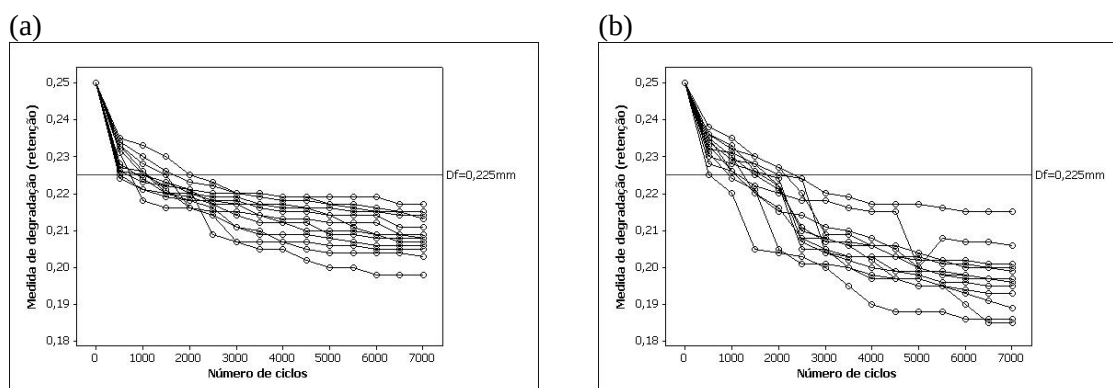


Figura 2: Gráfico dos perfis de degradação observados em relação a $D_f=0,225$ (10% de perda):
(a) Grampos Tipo 1; (b) Grampos Tipo 2

Este trabalho está assim estruturado: A Seção 2 apresenta alguns métodos estatísticos utilizados para a análise de dados de degradação. Na Seção 3, tais métodos são aplicados aos dados dos grampos, a fim de se conhecer a distribuição do tempo de vida dos mesmos. Medidas de interesse são então obtidas, fornecendo informações sobre a confiabilidade desses

produtos. Finalmente, a Seção 4 encerra o trabalho com algumas considerações finais.

2. Métodos Estatísticos para Análise de Dados de Degradação

Em testes de degradação, medidas de desempenho são obtidas ao longo do tempo para uma amostra aleatória de unidades sob teste. O procedimento geral é modelar a degradação das unidades individuais usando a mesma forma funcional e as diferenças entre unidades individuais usando efeitos aleatórios. O modelo é:

$$y_{ij} = D_{ij} = D(t_{ij}; \alpha; \beta_i) + \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

onde $i=1,2,\dots,n$ e $j=1,2,\dots,m$, $D(t_{ij}; \alpha; \beta_i)$ é a rota real de degradação da unidade i no tempo pré-especificado t_{ij} ; $\alpha=(\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_p)^t$ é um vetor de efeitos fixos que descreve características populacionais (permanecem constantes para todas as unidades); $\beta_i=(\beta_{i1}; \beta_{i2}; \dots; \beta_{ik})^t$ é um vetor de efeitos aleatórios da i -ésima unidade que representa as características individuais das unidades (variações nas propriedades de matéria-prima, no processo de produção, nas dimensões dos componentes, etc.) e ε_{ij} é o erro aleatório associado à i -ésima unidade no tempo t_{ij} .

A forma determinística de $D(t_{ij}; \alpha; \beta_i)$ pode ser baseada em uma análise empírica do processo de degradação sob estudo, mas sempre que possível deve ser baseada no fenômeno físico-químico associado ao problema. Assume-se que os ε_{ij} são independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância desconhecida σ_ε^2 .

Os vetores aleatórios $\beta_i=(\beta_{i1}; \beta_{i2}; \dots; \beta_{ik})^t$ ($i=1,2,\dots,n$) são independentemente distribuídos como $\Lambda_\beta(\theta)$, onde $\Lambda_\beta(\theta)$ é uma função de distribuição multivariada, que pode depender de um vetor de parâmetros desconhecido $\theta=(\theta_1; \theta_2; \dots; \theta_q)^t$, que deve ser estimado a partir dos dados, e ε_{ij} e β_i são assumidos como sendo independentes. Assume-se também que y e t estão em escalas adequadamente transformadas, se necessário.

A proporção de falhas no tempo t é equivalente à proporção de rotas de degradação que excedem o nível crítico D_f no tempo t . Assim, é possível definir a distribuição do tempo de falha T para o modelo (1) da seguinte forma:

$$F_T(t) = F_T(t; \alpha; \Lambda_\beta(.); D_f; D) = P(T \leq t) = P[D(t; \alpha; \beta) \geq D_f],$$

quando as medidas de degradação são crescentes ao longo do tempo ou

$$F_T(t) = F_T(t; \alpha; \Lambda_\beta(.); D_f; D) = P(T \leq t) = P[D(t; \alpha; \beta) \leq D_f],$$

quando as medidas de degradação são decrescentes ao longo do tempo (como os dados dos grampos apresentados na Seção 1).

Sob esse modelo de degradação, devem-se obter estimativas de α (o vetor de efeitos fixos) e θ , o vetor de parâmetros da distribuição Λ_β dos efeitos aleatórios, para se estimar os percentis da distribuição dos tempos de falha.

O principal objetivo de uma análise estatística de dados de degradação é obter uma estimativa da distribuição do tempo até a falha $F_T(t)$. Com essa finalidade, três métodos estatísticos foram propostos por Meeker e Escobar (1998), denominados analítico, aproximado e numérico. O analítico é útil apenas em situações muito simples. O numérico parece ser capaz de lidar com modelos mais complicados, sob a suposição de uma distribuição normal multivariada para os efeitos aleatórios. Nesse método, estimativas para os parâmetros são obtidas pelo método de verossimilhança aproximada (usando a função NLME, escrita em linguagem S-PLUS por Pinheiro e Bates (2000)), e $F_T(t)$ é numericamente estimada usando simulação de Monte Carlo. E finalmente, o método aproximado, particularmente atrativo por seus cálculos serem relativamente simples, pode subestimar a precisão das quantidades estimadas.

Nas Seções 2.1 e 2.2 são descritos os métodos aproximado e numérico, que na Seção 3 são usados para analisar os dados do estudo dos retentores. Informações sobre o método analítico não estão incluídas nesse relatório, pois para modelos simples, os resultados de tal método são

muito similares àqueles obtidos no método aproximado (OLIVEIRA e COLOSIMO, 2004).

2.1. O Método Aproximado

Considere o modelo geral de degradação (1). O método aproximado é composto por dois passos. O primeiro passo consiste de uma análise separada para cada unidade para prever o tempo no qual a unidade irá atingir o nível crítico de degradação (D_f) correspondente à falha. Esses tempos são chamados 'pseudo' tempos de falha. No segundo passo, os n pseudo tempos de falha são analisados como uma amostra completa de tempos de falha para estimar $F_T(t)$.

Formalmente, o método é o seguinte:

- Para a unidade i , use o modelo $y_{ij}=D_{ij}+\varepsilon_{ij}$ e os dados amostrais $(t_{i1}, y_{i1}), \dots, (t_{imi}, y_{imi})$ para encontrar a estimativa condicional de máxima verossimilhança de $\alpha_i=(\alpha_{i1}; \alpha_{i2}; \dots; \alpha_{ip})^t$ e $\beta_i=(\beta_{i1}; \beta_{i2}; \dots; \beta_{ik})^t$, digamos $\hat{\alpha}_i$ e $\hat{\beta}_i$. Isso pode ser feito usando mínimos quadrados (linear ou não-linear, dependendo da forma funcional da rota de degradação).
- Resolva a equação $D(t; \hat{\alpha}_i; \hat{\beta}_i) = D_f$ para t e chame a solução de $\hat{t}_i$.
- Repita o procedimento para cada unidade amostral para obter os pseudo tempos de falha $\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_n$.
- Faça uma análise tradicional de tempos de falha nos dados $\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_n$ para estimar $F_T(t)$.

Embora o método aproximado permita analisar os dados de um modo simples e intuitivo, ele é adequado apenas em casos onde a rota de degradação $D(t)$ é relativamente simples, o modelo de degradação considerado é suficientemente apropriado, há dados suficientes para se estimar α_i e β_i com precisão, a magnitude do erro é pequena e a extrapolação necessária para prever os tempos de falha não é muito grande (Meeker e Escobar, 1998).

2.2. O Método Numérico

Este método, apresentado por Meeker e Escobar (1998), é útil especialmente em situações práticas descritas por modelos não-lineares, que incluem mais de um efeito aleatório. Nesses casos, a estimação dos parâmetros do modelo precisa ser feita pela maximização da função de verossimilhança numericamente, pois é muito difícil obter uma expressão fechada para $F_T(t)$ (OLIVEIRA e COLOSIMO, 2004).

Suponha que no modelo geral de degradação (1), o vetor de parâmetros $\Theta^t = (\alpha; \beta) = (\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_k)$ segue uma distribuição normal multivariada, com vetor de médias μ_Θ e matriz de variância-covariância Σ_Θ . Além disso, suponha que os erros aleatórios ε_{ij} seguem uma distribuição normal com média zero e variância constante σ_ε^2 . Para os componentes de efeitos fixos de Θ , os valores são fixados como iguais aos próprios efeitos e os respectivos termos de variância e covariância envolvendo os efeitos fixos são fixados iguais a zero.

A estimação de μ_Θ , Σ_Θ e σ_ε^2 é obtida através da seguinte função de verossimilhança:

$$L(\mu_\Theta, \Sigma_\Theta, \sigma_\varepsilon / \text{Dados}) = \prod_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left[\prod_{j=1}^{m_i} \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \Phi(\zeta_{ij}) \right] f_\Theta(\Theta; \mu_\Theta; \Sigma_\Theta) d\Theta \quad (2)$$

onde $\zeta_{ij} = [y_{ij} - D(t_{ij}, \Theta_i)] / \sigma_\varepsilon = [y_{ij} - D(t_{ij}, \alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ip}, \beta_{i1}, \dots, \beta_{ik})] / \sigma_\varepsilon$ e $f_\Theta(\Theta; \mu_\Theta; \Sigma_\Theta) = f_\Theta(\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ip}, \beta_{i1}, \dots, \beta_{ik}; \mu_\Theta; \Sigma_\Theta)$ é a função densidade normal multivariada.

Pinheiro e Bates (1995) usaram os resultados desenvolvidos por Lindstrom e Bates (1990) para obter a estimativa de máxima verossimilhança aproximada dos parâmetros μ_Θ , Σ_Θ e

σ_ε^2 . As funções LME e NLME, escritas na linguagem S-PLUS, foram desenvolvidas com esse objetivo (PINHEIRO e BATES, 2000).

Após a estimação de μ_θ , Σ_θ e σ_ε^2 , $F_T(t)$ pode ser obtida numericamente por integração direta. Porém, a quantidade de tempo computacional necessário para avaliar a integral multidimensional irá aumentar exponencialmente com a dimensão da integral. Um procedimento alternativo é avaliar $F_T(t)$ numericamente usando Simulação de Monte Carlo. Essa simulação é realizada usando as estimativas dos parâmetros μ_θ , Σ_θ e σ_ε^2 , fornecidas pelas funções LME e NLME. N rotas de degradação possíveis $D(t)$ são geradas e para cada uma delas o ‘tempo de falha’ (tempo no qual a rota de degradação cruza a linha $y=D_f$) é obtido para calcular os valores estimados de $F_T(t)$ usando a expressão

$$\hat{F}_T(t) = \frac{\text{Número de rotas simuladas que cruzam o nível } D_f \text{ em um tempo } \leq t}{N} \quad (3)$$

onde t é um instante de tempo fixo e N deve ser um número grande (usualmente, $N \geq 10^5$).

Para simular as N rotas de $D(t)$ é necessário gerar N realizações possíveis do vetor $\Theta^t = (\alpha; \beta) = (\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_k)$ de uma distribuição Normal Multivariada com média e matriz de variância-covariância dadas, respectivamente, pelas estimativas de μ_θ e Σ_θ . O último passo consiste em aplicar (3).

3. Dados de Degradação dos Grampos Revisitados

Nesta seção, retornamos à situação descrita na Seção 1.1, usando os dados de degradação apresentados na Figura 2. Lembre que cada um dos grampos tem a mesma retenção inicial (degradação = 0,25mm). Estamos interessados na distribuição do tempo que cada tipo de grampo leva para atingir o nível limiar de degradação de $D_f=0,225\text{mm}$. Em ambos os tipos de grampos, Tipo 1 e Tipo 2, todas as unidades colocadas sob teste atingiram esse nível limiar correspondente a 10% de perda da retenção inicial durante o experimento.

Os resultados da análise de degradação, usando os métodos aproximado e numérico, são apresentados nas Seções 3.1 e 3.2. A análise de degradação aproximada foi feita no Minitab® Statistical Software, e a análise numérica, usando um script escrito em linguagem R (www.R-project.org, v.2.15).

3.1 Análise de degradação usando o método aproximado

Os perfis de degradação descritos na Figura 2 sugerem o seguinte modelo para cada tipo de grampo:

$$y_{ij} = \beta_{i1} - \beta_{i2} \exp\{-\beta_{i3}t_{ij}\} + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, 13 \text{ e } j = 1, 2, \dots, 15,$$

onde β_{i1} , β_{i2} e β_{i3} formam o vetor $\beta_i = (\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3})^t$ de efeitos aleatórios da i -ésima unidade, ε_{ij} é o erro aleatório relacionado à i -ésima unidade (grampo) no tempo de observação t_{ij} (ciclos), assumindo $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ e σ_ε^2 é a variância do erro.

Para cada um dos dois tipos de grampos, um modelo de degradação separado foi ajustado a cada unidade amostral, obtendo-se estimativas de mínimos quadrados para β_1 , β_2 e β_3 para cada unidade i . O cálculo do pseudo tempo (ciclo) de falha para cada retentor foi obtido substituindo-se os valores estimados na expressão

$$\hat{t}_i = \frac{\ln(-\hat{\beta}_{i2}) - \ln(D_f - \hat{\beta}_{i1})}{\hat{\beta}_{i3}} = \frac{\ln(-\hat{\beta}_{i2}) - \ln(0,225 - \hat{\beta}_{i1})}{\hat{\beta}_{i3}}$$

A fim de ilustração, os modelos ajustados a cada um dos grupos Tipo 1 estão exibidos na Figura 3, enquanto os resultados dos pseudo ciclos de falha para ambos os tipos estão mostrados na Tabela 1.

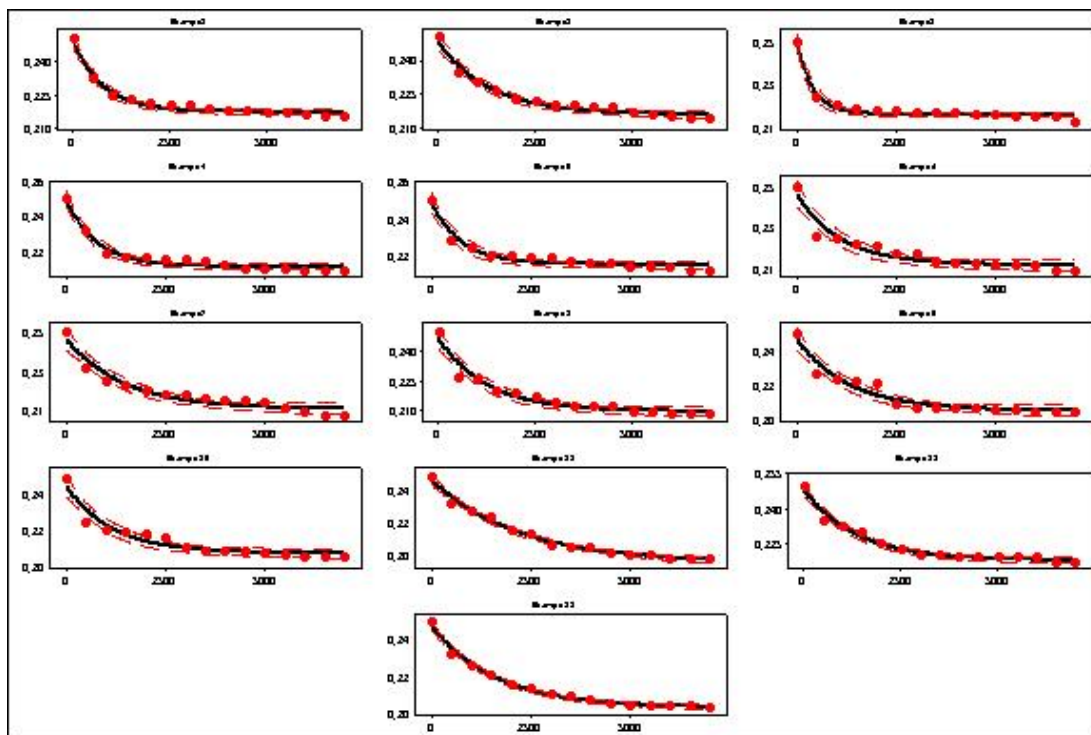


Figura 3: Modelos ajustados a cada um dos 13 grupos Tipo 1

Tabela 1. Pseudo ciclos de falha para as unidades experimentais

Unidade	Pseudo ciclos de falha	
	Tipo 1	Tipo 2
1	1093,80	1099,82
2	1643,56	1515,80
3	535,79	1257,24
4	763,60	912,85
5	901,40	1421,84
6	1056,26	1123,08
7	1318,35	1337,71
8	1061,67	1677,41
9	957,70	1339,60
10	899,48	1317,02
11	1251,41	712,55
12	1947,67	1311,47
13	1148,92	2145,89

Os pseudo ciclos de falha mostrados na Tabela 1 são usados para estimar $F_T(t)$ usando técnicas tradicionais de análise de tempo de falha. As distribuições Weibull e Lognormal se mostraram adequadas para modelar os pseudo ciclos de falha dos grampos Tipo 1 e 2.

As Tabelas 2 e 3 apresentam estimativas de MTTF e alguns percentis de interesse (e seus intervalos de 95% de confiança) para os grampos Tipo 1 e Tipo 2, respectivamente. Para aqueles do Tipo 1, os valores estimados do número médio de ciclos até a falha – nesse caso, perda de 10% da retenção inicial - são 1119,97 ciclos (modelo Weibull) e 1122,39 ciclos (modelo Lognormal). Já para os grampos Tipo 2, as estimativas de MTTF são de 1315,93 ciclos (modelo Weibull) e 1322,12 ciclos (modelo Lognormal). Outras quantidades de interesse são o número mediano de ciclos (Percentil 50), e os percentis 1, 10 e 90. Observa-se que não parece haver grandes diferenças entre as estimativas obtidas pelos dois tipos, principalmente se considerarmos os intervalos de 95% de confiança.

Tabela 2. Estimativas obtidas pelo método aproximado para os grampos Tipo 1

<i>Distribuição</i>	<i>MTTF</i>	<i>Percentil 1</i>	<i>Percentil 10</i>	<i>Percentil 50</i>	<i>Percentil 90</i>
Weibull	1119,97	312,620	634,063	1117,77	1604,22
	(934,35 - 1342,47)	(166,55 - 586,78)	(439,89 - 913,95)	(921,94 - 1355,20)	(1354,94 - 1899,36)
Lognormal	1122,39	514,770	714,567	1068,43	1597,54
	(942,40- 1336,75)	(370,64-714,94)	(567,59- 899,60)	(900,83-1267,22)	(1268,96-2011,21)

Tabela 3. Estimativas obtidas pelo método aproximado para os grampos Tipo 2

<i>Distribuição</i>	<i>MTTF</i>	<i>Percentil 1</i>	<i>Percentil 10</i>	<i>Percentil 50</i>	<i>Percentil 90</i>
Weibull	1315,93	464,284	830,964	1325,12	1784,08
	(1130,82-1531,34)	(278,30 - 774,552)	(616,90 - 1119,30)	(1131,3 - 1552,1)	(1552,86 - 2049,72)
Lognormal	1322,12	696,980	915,110	1277,97	1784,73
	(1144,75-1526,98)	(530,61-915,51)	(755,86-1107,91)	(1109,17-1472,47)	(1474,15-2160,73)

Devido à proximidade das estimativas pontuais e intervalos de confiança para os grampos Tipo 1 e 2 observada nas Tabelas 2 e 3, realizou-se um teste de significância da diferença entre os dois tipos. Para tal, foi ajustado um modelo de regressão para dados de tempos de falha, cuja variável resposta foi os pseudo ciclos de falha para $D_f=0,225\text{mm}$, e tendo como variável explicativa (indicadora) o tipo de grampo. O objetivo é verificar se há diferença significativa na confiabilidade dos grampos Tipo 1 (grampo a barra em “I”) e Tipo 2 (grampo circunferencial). No modelo Weibull, o p-valor da variável indicadora é 0,247, e no modelo Lognormal, 0,114. Esses altos p-valores indicam que não há evidência de diferenças significativas na confiabilidade dos grampos Tipo 1 e Tipo 2.

Como os resultados obtidos nos modelos com variável indicadora levam à conclusão de que não há diferenças significativas na confiabilidade dos grampos Tipo 1 e 2, decidiu-se estimar a confiabilidade destes através do método aproximado considerando-se juntamente os 26 grampos analisados no experimento, desconsiderando-se a informação do Tipo. Assim, a análise de tempos de falha foi realizada nos 26 valores de pseudo ciclos de falha mostrados na Tabela 1.

Gráficos de probabilidade foram usados para investigar a adequação das distribuições Weibull e Lognormal aos dados (pseudo ciclos de falha dos 26 grampos). As duas distribuições se mostraram adequadas para modelar esses dados.

A Tabela 4 apresenta estimativas de MTTF e alguns percentis de interesse (e seus intervalos de 95% de confiança). Os valores estimados do número médio de ciclos até a falha –

nesse caso, perda de 10% da retenção inicial - são 1219,01 ciclos (modelo Weibull) e 1123,06 ciclos (modelo Lognormal). Outras quantidades de interesse são o número mediano de ciclos (Percentil 50), e os percentis 1, 10 e 90.

Tabela 4. Estimativas obtidas pelo método aproximado juntando-se os grampos Tipo 1 e 2

<i>Distribuição</i>	<i>MTTF</i>	<i>Percentil 1</i>	<i>Percentil 10</i>	<i>Percentil 50</i>	<i>Percentil 90</i>
Weibull	1219,01 (1081,44-1374,08)	373,809 (246,80 - 566,17)	721,203 (566,93 - 917,45)	1221,44 (1076,41-1386,02)	1708,81 (1529,01- 1909,76)
Lognormal	1223,06 (1086,1- 1377,2)	578,701 (462,79 - 723,65)	793,443 (678,37 - 928,03)	1168,52 (1040,42-1312,38)	1720,90 (1471,31 - 2012,81)

3.2 Análise de degradação usando o método numérico

Estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros μ_{Θ} , Σ_{Θ} e σ_{ε}^2 foram obtidas usando a função NLME implementada na linguagem R.

Para os grampos Tipo 1, as estimativas são:

$$\hat{\mu}_{\Theta} = \begin{pmatrix} 0,2105 \\ -0,0370 \\ 0,0009 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{\Theta} = \begin{pmatrix} 0,000036512 & 0,000035449 & 0,00000106 \\ 0,000035449 & 0,000034417 & 0,000001034 \\ 0,00000106 & 0,000001034 & 0,000000076 \end{pmatrix}$$

$$\text{e } \hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = 0,0000058.$$

Já para os grampos Tipo 2, as estimativas são:

$$\hat{\mu}_{\Theta} = \begin{pmatrix} 0,1942 \\ -0,0537 \\ 0,0004 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{\Theta} = \begin{pmatrix} 0,000070083 & 0,000065656 & 0,000000393 \\ 0,000065656 & 0,00006151 & 0,000000369 \\ 0,000000393 & 0,000000369 & 0,000000009 \end{pmatrix}$$

$$\text{e } \hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = 0,000008736.$$

Para cada modelo, $F_T(t)$ foi numericamente estimada usando simulação de Monte Carlo, com $N=100.000$ simulações. Entretanto, devido aos valores estimados de μ_{Θ} e Σ_{Θ} , alguns dos tempos de falha obtidos foram negativos, e precisaram ser excluídos dos cálculos. Além disso, devido à forma funcional do modelo, alguns valores não puderam ser calculados, resultando em valores faltantes.

A Tabela 5 apresenta as estimativas obtidas pelo método numérico. Com base nessas estimativas observa-se que os grampos Tipo 1 levam, em média, 1308,83 ciclos para perderem 10% da retenção inicial, enquanto aqueles do Tipo 2 levam, em média, 1403,81 ciclos. Após 1039,71 ciclos, 50% dos grampos Tipo 1 já alcançaram a perda de 10%, e após 1251,69 ciclos, 50% dos grampos Tipo 2 alcançam essa perda.

A Figura 4 compara a $F_T(t)$ estimada usando $N=100.000$ simulações para os dois tipos de grampos.

Tabela 5. Estimativas obtidas pelo método numérico

Grampos	MTTF	Percentil 1	Percentil 10	Percentil 50	Percentil 90
Tipo 1	1308,83	154,504	467,983	1039,71	2234,46
Tipo 2	1403,81	87,7212	477,778	1251,69	2473,14

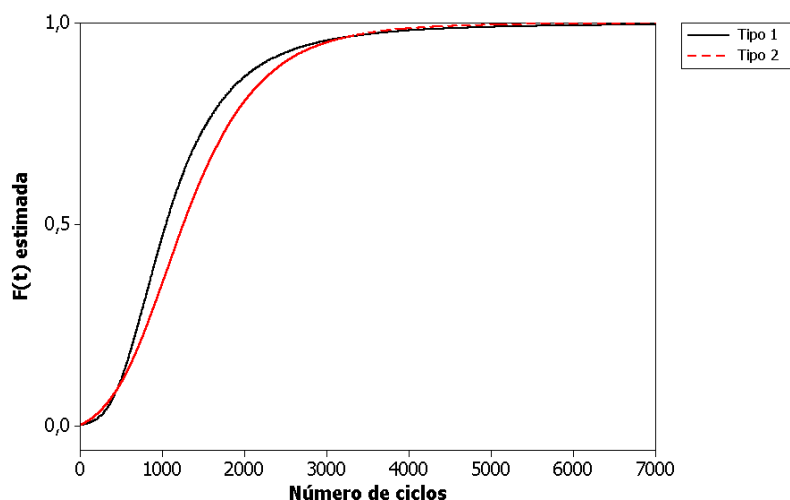


Figura 4: $F_T(t)$ estimada para os dois tipos de grampos usando simulação de Monte Carlo

4. Conclusões

O uso de métodos estatísticos para análise dos dados de degradação dos grampos permitiu estimar a distribuição $F_T(t)$ do tempo de vida desses produtos.

De acordo com o método aproximado:

- O uso das distribuições lognormal e Weibull para modelar os pseudo ciclos de falha forneceu ajustes parecidos. De acordo com a modelagem Lognormal, os grampos Tipo 1 funcionam, em média, por 1122,39 (IC 95%: 942,40- 1336,75) ciclos até perderem 10% da retenção inicial, enquanto os grampos Tipo 2 funcionam, em média 1322,12 (IC 95%: 1144,75-1526,98) ciclos.
- Ainda de acordo com a distribuição Lognormal, após 1068,43 ciclos (IC 95%: 900,83-1267,22) de funcionamento, 50% dos grampos Tipo 1 já perderam 10% da retenção inicial, de 0,25mm, enquanto para os do Tipo 2, o percentil 50 é 1277,97 (IC 95%: 1109,17-1472,47) ciclos.
- Não há evidências de diferenças significativas entre os dois tipos de grampos. Assim, uma análise conjunta dos grampos Tipo 1 e Tipo 2 (baseada no modelo Lognormal) leva a concluir que esses componentes funcionam, em média, por 1223,06 (IC 95%: 1086,1- 1377,2) ciclos até perderem 10% da retenção inicial.

De acordo com o método numérico, 50% dos grampos Tipo 1 falham após 1039,71 ciclos de funcionamento, enquanto para aqueles do Tipo 2, 50% de falhas são observadas após 1251,69.

Graficamente, é possível fazer uma comparação entre as curvas $F_T(t)$ estimadas para os dois tipos de grampos, observando-se que não parece haver grandes diferenças no comportamento das mesmas.

O uso dessas estimativas, bem como das demais medidas de confiabilidade obtidas para os grampos retentores de próteses dentárias, permite avaliar o comportamento retentivo desses componentes em relação ao número de ciclos de inserção e remoção da prótese da boca. Tais informações são úteis na tomada de decisões quanto à frequência ideal de troca ou realização de manutenção nos grampos, de modo a garantir o bem-estar do paciente.

Referências

Freitas, M. A., Toledo M. L. G., Colosimo, E. A. e Pires, M. C., (2009), Using Degradation Data to Assess Reliability: A Case Study on Train Wheel Degradation, *Quality and Reliability Engineering International*, 25, 607-629.

Lindstrom, M. J. e Bates, D. M. (1990), Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics*, 46, 673-687.

Meeker, W. Q. e Escobar, L. A., *Statistical Methods for Reliability Data*, Wiley, Nova York, 1998.

Minitab® Statistical Software, versão 16, 2013. <http://www.minitab.com>.

Oliveira, V. R. B. e Colosimo, E. A. (2004), Comparison of methods to estimate the time-to-failure distribution in degradation tests, *Quality and Reliability Engineering International*, 20, 363-373.

Pinheiro, J. C. e Bates. D. C. (1995), Approximations to the log-likelihood function in the nonlinear mixed-effects model, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 4, 12-35.

Pinheiro, J. C. e Bates, D. C., *Mixed-effects Models in S and S-PLUS*, Springer, Nova York, 2000.

R Development Core Team, R: A Language and Environment for Statistical Computing, *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, 2006. ISBN 3-900051-07-0, <http://www.R-project.org>.