



REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO MULTIOBJETIVO

Rafael de Carvalho Miranda

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI
Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, Itajubá - MG
mirandaprod@yahoo.com.br

José Arnaldo Barra Montevechi

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI
Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, Itajubá - MG
montevechi@unifei.edu.br

Aneirson Francisco da Silva

Faculdade de Engenharia - Campus de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratinguetá - SP
aneirson@yahoo.com.br

RESUMO

A simulação a eventos discretos vem sendo utilizada de forma crescente para apoiar a tomada de decisões. No entanto, uma crítica comum a simulação é que ela não é uma ferramenta de otimização. Nesse sentido, vários trabalhos vêm sendo conduzidos integrando simulação e otimização, porém, um dos grandes problemas deste uso combinado é o tempo envolvido para convergência dos otimizadores. Tal fato é ainda mais crítico em modelos com muitas variáveis e com múltiplos objetivos. Dessa forma, o objetivo deste trabalho é aplicar uma sistemática para redução do espaço de busca para problemas de otimização via simulação, em um modelo de simulação com múltiplos objetivos, verificando se esta pode ser aplicada a problemas deste tipo. Os resultados alcançados comprovam a aplicabilidade da sistemática, alcançando reduções de 97% no espaço de busca e reduções médias de 37% no tempo necessário para convergência de um otimizador considerando um problema de otimização multiobjetivo.

PALAVRAS-CHAVES. Otimização via Simulação. Otimização Multiobjetivo. Redução do Espaço de Busca.

ÁREA PRINCIPAL: SIM

ABSTRACT

Discrete events simulation is being used increasingly to support decision making. However, a common criticism of simulation is that it is not an optimization tool. Accordingly, several studies have been conducted integrating simulation and optimization, however, a major problem of this combined use is the time involved for convergence of optimizers. This fact is even more critical in models with many variables and multiples objectives. Thus, the aim of this paper is to apply a systematic reduction of the search space for simulation optimization problems in a simulation model with multiple objectives, verifying that it can be applied to such problems. The results obtained demonstrate the applicability of systematic, achieving 97% reductions in the search space and average reductions of 37% in the time required for convergence of an optimizer considering a multi-objective optimization problem.

KEYWORDS. Simulation Optimization. Multi-Objective Optimization. Reduced Space Searching.

MAIN AREA: SIM

1. Introdução

Hillier e Lieberman (2010) destacam que a simulação é uma técnica extremamente versátil, podendo ser utilizada para investigar praticamente qualquer tipo de sistema estocástico. Essa versatilidade fez da simulação a técnica de Pesquisa Operacional (PO) mais utilizada em estudos que abordam sistemas estocásticos. Nesse sentido, para Fu (2002), o desenvolvimento de softwares de simulação a eventos discretos (SED) foi uma das mais bem-sucedidas interfaces entre a PO e a computação.

Chwif e Medina (2010) destacam que, devido à grande complexidade dos sistemas reais, devido a natureza dinâmica e aleatória destes sistemas, uma das maiores vantagens da SED é a sua capacidade de reproduzir, em um modelo computacional, o mesmo comportamento que o sistema teria, caso estivesse submetido às mesmas condições de contorno.

Para Lee *et al.* (2008), a maioria dos problemas associados com a otimização de sistemas reais, são complexos demais para serem modelados analiticamente. Para estes casos, a SED tem sido uma ferramenta útil para avaliar desempenhos destes sistemas complexos, mas que pode apresentar deficiências quando aplicada isoladamente. Desta forma, uma abordagem de integração da simulação com a otimização é muitas vezes necessária.

Banks *et al.* (2009), Fu *et al.* (2000) e Fu (2002) afirmam que apesar das vantagens da integração da otimização com a simulação, ela só ganha força e passa a ser utilizada de forma crescente, a partir da década de 90, devido principalmente ao desenvolvimento de pacotes de simulação que possuíam rotinas de otimização integradas, o que facilitou de forma considerável a otimização de sistemas reais estocásticos.

Para Azadeh, Tabatabaee e Maghsoudi (2009), a otimização via simulação (OvS) é uma das ferramentas mais importantes que surgiram nos últimos anos no campo da PO. Para os autores, metodologias anteriores a essa integração, exigiam a realização de mudanças complexas e difíceis que, em muitos casos, não eram economicamente viáveis, especialmente, para problemas com um grande número de variáveis de decisão.

Apesar dos avanços ocorridos no campo da OvS, uma crítica comum é que a maioria dos *softwares* disponíveis no mercado, ao manipularem mais de uma variável de decisão, se tornam muito lentos (APRIL *et al.*, 2003; BANKS, 2001; HARREL, GHOSH e BOWDEN, 2004, STEPONAVIČĚ, RUUSKA e MIETTINEN, 2014).

Além disso, para Hillier e Liberman (2010), os pacotes computacionais de OvS, ainda podem ser considerados como uma forma relativamente lenta e custosa, quando aplicada no estudo de sistemas estocásticos e dinâmicos.

Adicionalmente, Kleijnen, Van Beers e Van Nieuwenhuyse (2010) apresentam como uma dificuldade adicional da utilização da OvS o fato das saídas dos modelos de simulação serem provenientes de funções implícitas e expostas a ruídos. Estes autores destacam as dificuldades envolvidas em se analisar as saídas de um modelo de SED devido à variação existente entre cada replicação realizada.

Nesse mesmo sentido, para Pinho *et al.* (2012), Wu *et al.* (2009), Jia *et al.* (2007), April *et al.* (2003) e Banks (2001), a grande limitação da OvS esta no número de variáveis a serem otimizadas, sendo o desempenho da otimização reduzido drasticamente quando um modelo com muitas variáveis é otimizado.

Este problema é agravado quando o analista avalia múltiplos objetivos. Para Siegmund *et al.* (2012), problemas de OvS multiobjetivos são, em muitos casos difíceis de se resolver, devido ao grande número de simulações que são necessárias a fim de encontrar um conjunto diversificado de soluções ótimas.

Levando em consideração este contexto, este trabalho expande a proposta apresentada em Miranda, Montevechi e Silva (2013), em que os autores propõem um procedimento para redução do espaço de busca para problemas de OvS. O procedimento proposto pelos autores faz uso dos Arranjos ortogonais de Taguchi (TAGUCHI, 1987), para representação da região experimental, da simulação para testar cada cenário; e da Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) (BANKER, CHARNES e COOPER, 1984) associada ao conceito

da supereficiência (ANDERSEN e PETERSEN, 1993) para análise de eficiência de cada cenário simulado.

Segundo o procedimento proposto, com a identificação dos dois cenários mais eficientes um novo espaço de busca pode ser delimitado, reduzindo os limites de variação para cada variável de decisão. Dessa forma, esse método é capaz de reduzir o espaço de busca do problema de OvS ao mesmo tempo em que permite reduzir o tempo necessário para que um método de otimização alcance uma resposta.

Dessa forma, o objetivo desse trabalho é aplicar a sistemática proposta em Miranda, Montevechi e Silva (2013) em um modelo de SED com múltiplos objetivos, verificando se a proposta apresentada pelos autores também é aplicável neste tipo de problemas de OvS.

Para cumprir com os objetivos propostos, este artigo encontra-se dividido em 5 seções. A seção 2 apresenta o referencial teórico deste trabalho focando a otimização via simulação, a seção 3 apresenta o procedimento de otimização proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013). A seção 4 faz a aplicação do procedimento de otimização em um modelo multiobjetivo e discute os resultados alcançados, por fim, a seção 5 apresenta as conclusões, sendo seguidas das referências bibliográficas.

2. Referencial teórico

2.1 Otimização via Simulação

Para Dengiz e Belgin (2014), a concorrência mundial faz com que as empresas tenham que encontrar novas maneiras de produzir produtos de forma mais rápida, mais barata e mais eficiente. Nesse sentido, o uso da simulação permite investigar o comportamento destes sistemas e os efeitos de fatores sobre seu desempenho. No entanto, sem a utilização da otimização associada à simulação, abordagens experimentais baseadas em tentativa e erro, elevam o tempo computacional necessário para se identificar uma solução, o que pode ser agravado com a complexidade do sistema simulado.

Para Carson e Maria (1997), um modelo de simulação geralmente inclui n variáveis de entrada (x_1, x_2, \dots, x_n) e m variáveis de saída (y_1, y_2, \dots, y_m) (Figura 1).

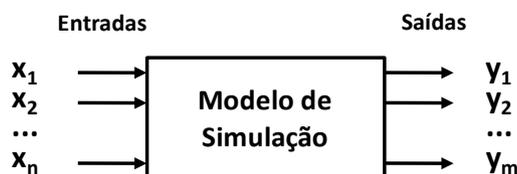


Figura 1 - Modelo de simulação

Fonte: Adaptado de Carson e Maria (1997)

Para Harrel *et al.* (2002), o uso da otimização visa responder perguntas do tipo: quais variáveis de entrada (x_1, x_2, \dots, x_n) maximizam (ou minimizam) uma ou mais variáveis de saída (y_1, y_2, \dots, y_m) no modelo de simulação? Nesse caso, com a utilização da OvS visa-se encontrar um ajuste ótimo, que maximize ou minimize uma determinada saída do modelo.

Para Swisher *et al.* (2000), Fu (2002), Ólafsson e Kim (2002) e Eskandari *et al.* (2011), pode-se definir a Otimização via Simulação (*Simulation Optimization*) como o processo de procurar o melhor conjunto de especificações para um modelo de simulação, ou seja, seus parâmetros ou variáveis de entrada, de forma a otimizar as saídas do modelo.

Chwif e Medina (2010) destacam como principal vantagem da OvS, o fato de se ter um procedimento sistemático para a otimização de variáveis, evitando o método de tentativa e erro. Ainda para os autores, com a integração alcançada pela OvS, a simulação passa a ser uma geradora de soluções e não apenas uma avaliadora de possíveis soluções para o problema.

Para Swisher *et al.* (2000), os parâmetros de entrada de um modelo de simulação podem ser tanto discretos como contínuos, ou até mesmo um mistura dos dois. Sendo que os tipos de

parâmetros de entradas, bem como suas faixas de variação, influenciarão na região de busca e no método de otimização a ser empregado.

Apesar de a literatura dar maior destaque à OvS com um único objetivo (WILLIS e JONES, 2008), Jones *et al.* (2002) comentam, que usualmente os problemas do mundo real possuem múltiplos objetivos (DEB, 2001), que, em geral são conflitantes entre si. Estes autores destacam ainda que, além da complexidade de resolução natural associada à otimização multiobjetivo, em um problema real, deve-se levar em consideração uma possível aleatoriedade nos dados de entrada, o que torna esta tarefa difícil de ser realizada (JONES *et al.*, 2002).

Para Steponavičė, Ruuska e Miettinen (2014), um problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado como sendo (Eq. 1):

$$\min_x E\{f(\phi(x, \omega))\} \quad (1)$$

Sujeito a: $x \in S$

Sendo que $E\{\cdot\}$ indica o valor esperado, f é o valor do vetor da função objetivo, ϕ é o modelo estocástico, x é o vetor decisão, ω é um vetor randômico que representa a estocasticidade no modelo, e S é o conjunto viável.

Em problemas de OvS, um modelo estocástico ϕ é resolvido por simulação e suas saídas geram uma amostra que é utilizada em (Eq.1). Desta forma, a função objetivo f é avaliada pelo valor médio desta amostra. Assim o problema (Eq. 1) pode ser reescrito da seguinte forma (Eq. 2) (STEPONAVIČĖ, RUUSKA E MIETTINEN, 2014):

$$\min_x \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\phi_i(x)) \quad (2)$$

Sujeito a: $x \in S$

Sendo que, para todo $x \in S$, $\phi_i(x)$ indica a saída da i -ésima simulação (ou replicação) e N é o número de replicações. Para Steponavičė, Ruuska e Miettinen (2014) problemas como estes são conhecidos por problemas de otimização *black-box*, porque as saídas do modelo de simulação $\phi_i(x)$ não são conhecidas de uma forma fechada, mas devem ser obtidas numericamente para cada $x \in S$.

3. Procedimento para Redução do Espaço de Busca em Problemas de Otimização via Simulação

O procedimento para redução do espaço de busca em problemas de OvS, proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013), combina a SED, arranjos ortogonais de Taguchi e a análise de supereficiência desenvolvida no modelo DEA BCC.

Nesta sistemática, o espaço de busca do problema de OvS é representado por meio de um arranjo ortogonal de Taguchi. Para gerar os *outputs* do modelo DEA BCC, executa-se a simulação do arranjo ortogonal (cenários) e posteriormente a análise de supereficiência. Com base nestes resultados, os cenários são ranqueados, sendo adotados como novos limites do problema de otimização, os valores das variáveis dos dois cenários de maior supereficiência.

Para a utilização do procedimento proposto pelos autores, o modelo de simulação que se deseja otimizar deve estar construído, verificado e validado. Sendo todas as variáveis de decisão do problema do tipo inteiras. Este fato é justificado uma vez que, para Nelson (2010), as variáveis de decisão em muitos problemas de OvS, são naturalmente discretas.

Os passos necessários para aplicação do método são descritos na sequência (MIRANDA, MONTEVECHI e SILVA, 2013):

1º. Passo: Determinar as variáveis de decisão do problema de OvS ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) e determinar os limites de variação para cada variável (limite inferior $\leq x_i \leq$ limite superior, com $1 \leq i \leq n$);

2º. Passo: Determinar as variáveis de saída que serão otimizadas: minimização ou maximização de uma ou mais variáveis de saída ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$);

- 3º. Passo: Seleção do Arranjo Ortogonal de Taguchi em função do número de variáveis de decisão, de seus limites de variação; e do número mínimo de DMUs (unidades tomadoras de decisão) necessárias para serem analisadas pelo modelo DEA BCC;
- 4º. Passo: Geração da matriz experimental que represente a região de solução;
- 5º. Passo: Execução dos experimentos no simulador e armazenamento dos dados simulados para análise;
- 6º. Passo: Determinação da supereficiência de cada cenário (DMU) por meio da aplicação do modelo DEA BCC;
- 7º. Passo: Ranquear os cenários mais eficientes a partir do conceito da supereficiência;
- 8º. Passo: Baseando-se nos dois cenários mais eficientes, definir a nova faixa de variação para as variáveis de decisão, retirando do processo de otimização aquelas variáveis cujos valores em ambos os cenários forem iguais, sendo este valor adotado para aquela variável;
- 9º. Passo: Otimizar o modelo de simulação utilizando a nova faixa de variação para cada variável de decisão;
- 10º. Passo: Analisar os resultados e, com base nestes, tomar as decisões.

Este procedimento foi testado em Miranda, Montevechi e Silva (2013) e aplicado em um modelo de simulação com um único objetivo. Os resultados encontrados validaram o método proposto, reduzindo o espaço de busca em mais de 95% e levando a uma redução de 40% no tempo necessário para convergência do otimizador, ao mesmo tempo em que alcançou uma solução de igual qualidade quando comparada a otimização do modelo de simulação sem a redução do espaço de busca.

De modo a testar a aplicabilidade do método, na otimização de um problema de OvS com múltiplos objetivos, este foi aplicado em um modelo de simulação da área de manufatura multiobjetivo. A descrição da aplicação é descrita na próxima seção.

4. Aplicação do Procedimento de Otimização e Discussão dos Resultados

O presente objeto de estudo foi desenvolvido em uma empresa do setor automobilístico. O modelo a ser otimizado representa uma célula de produção de uma empresa multinacional fabricante de autopeças.

O sistema simulado é formado por duas unidades produtivas, com o mesmo conjunto de máquinas e operadores desempenhando as mesmas funções. Todas as etapas de verificação e validação do modelo de simulação foram empregadas, de forma que o modelo representa de forma adequada o sistema que se busca otimizar. A Figura 2 apresenta o modelo conceitual do sistema simulado por meio da técnica IDEF-SIM (LEAL, ALMEIDA e MONTEVECHI, 2008).

Para esse objeto de estudo foram definidas como variáveis de decisão:

- o número de operadores de retífica (x_1 e x_3);
- o número de operadores de lapidadora (x_2 e x_4);
- o número de retíficas na célula (x_5 e x_6).

Todas as variáveis foram definidas como sendo do tipo inteiras, com limite inferior igual a 1 e limite superior igual a 5, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Variáveis de decisão, tipo e limites para o objeto de estudo

	Variável	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
x_1	Número operadores retífica 1	Inteira	1	5
x_2	Número operadores lapidadora 1	Inteira	1	5
x_3	Número operadores retífica 2	Inteira	1	5
x_4	Número operadores lapidadora 2	Inteira	1	5
x_5	Número de retíficas 1	Inteira	1	5
x_6	Número de retíficas 2	Inteira	1	5

O objetivo da otimização foi encontrar a melhor combinação das variáveis de decisão de forma a maximizar a produção total na célula (y_1), e minimizar os custos de produção (y_2). Para o problema em questão, o espaço de busca pela melhor solução possui 15.625 cenários (5^6).

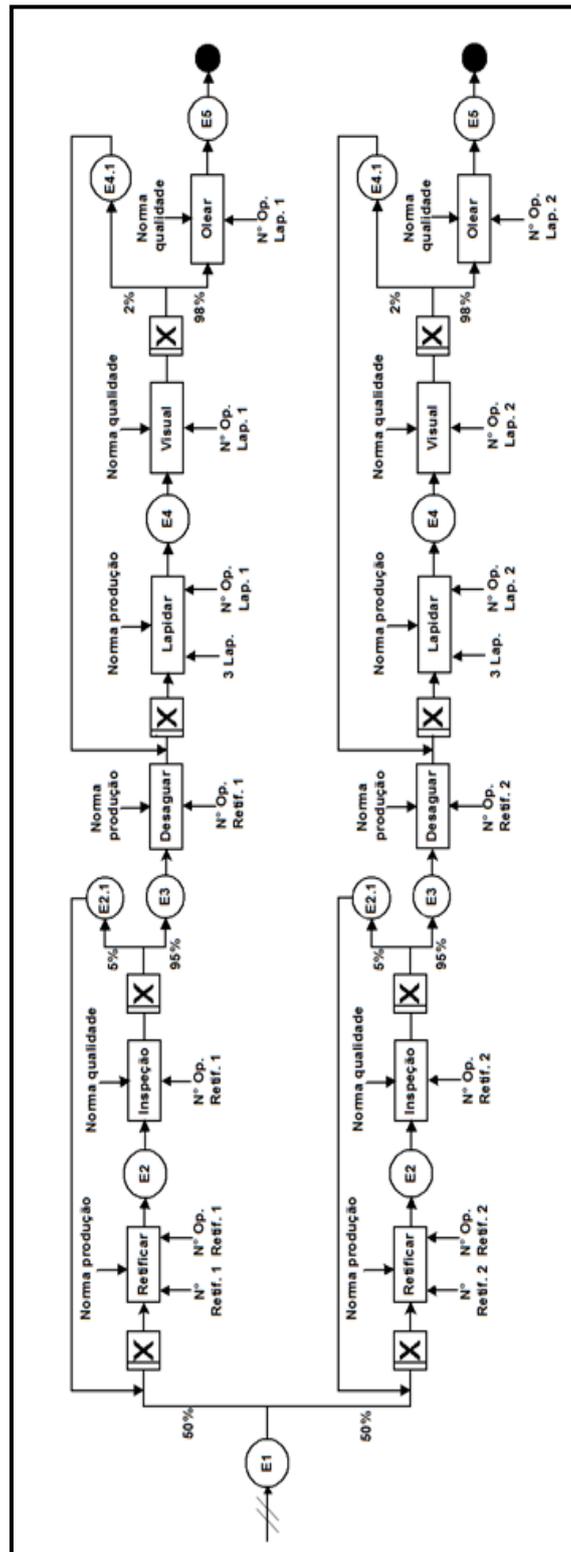


Figura 2 - Modelo conceitual para o objeto de estudo

Devido ao número de variáveis de decisão e a seu range de variação, optou-se por um Arranjo Ortogonal de Taguchi L25, que atende a necessidade do número mínimo de DMUs. Cooper, Seiford e Tone (2007) chamam a atenção para a necessidade de uma quantidade mínima de DMUs, a serem analisadas em um modelo DEA tradicional (CCR e BCC). Nesse sentido, Banker *et al.* (1989) estabeleceram uma regra conhecida como *Golden Rule*, para que os modelos

clássicos DEA pudessem ser aplicados sem gerar o problema de baixa discriminação das DMUs. Esta regra diz que para aplicar estes modelos, o número de DMUs deve ser de no mínimo três vezes a soma do número de variáveis (*input + output*) ou igual ao produto destas variáveis (*input x output*), sendo adotado o critério que conduzir a maior quantidade de DMUs.

Para o presente objeto de estudo com seis *inputs* e dois *outputs* seriam necessários no mínimo 24 DMUs. Fato este que justifica a escolha de um arranjo ortogonal com 25 experimentos (L25). A matriz experimental deste problema é apresentada na Tabela 2.

Foram simuladas 30 replicações para cada cenário, referentes a um mês de produção, e os dados referentes a cada variável de saída foram armazenados para o cálculo da supereficiência. As simulações dos 25 cenários e suas replicações foram realizadas em um computador com processador *Intel (Core 2 Duo) 1.58 GHz, 2GB de RAM* e sistema operacional *Microsoft plataforma 64 bits*. O tempo computacional foi de aproximadamente 3 horas para o processamento dos 25 cenários com 30 replicações cada um.

Os resultados encontrados para as variáveis de saída y_1 e y_2 encontram-se apresentados na Tabela 2. Com os dados referentes às simulações passou-se ao cálculo da supereficiência de cada cenário com auxílio do modelo DEA BCC. Para o cálculo da supereficiência com o modelo DEA BCC, relacionada a cada DMU, usou-se o software *The General Algebraic Modeling – GAMS* (GAMS, 2013) na versão 22.8.1. Com estes resultados pode-se relacionar a cada cenário, o valor da supereficiência da DMU.

Tabela 2 – Matriz experimental e resultados obtidos para o objeto de estudo

DMU	Variáveis de entrada						Variáveis de saída		Supereficiência	Ranking
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1 (un)	y_2 (R\$)		
1	1	1	1	1	1	1	189.800,00	84470,00	2,000	2
2	1	2	2	2	2	2	256.533,33	148980,00	1,096	22
3	1	3	3	3	3	3	299.000,00	209850,00	1,150	17
4	1	4	4	4	4	4	308.966,67	265845,00	1,101	21
5	1	5	5	5	5	5	309.400,00	320410,00	1,014	25
6	2	1	2	3	4	5	286.000,00	185900,00	1,435	6
7	2	2	3	4	5	1	230.533,33	224580,00	1,043	23
8	2	3	4	5	1	2	239.633,33	272945,00	1,210	13
9	2	4	5	1	2	3	289.033,33	209855,00	1,115	20
10	2	5	1	2	3	4	327.600,00	145140,00	1,273	10
11	3	1	3	5	2	4	234.000,00	250100,00	1,027	24
12	3	2	4	1	3	5	351.433,33	197215,00	1,466	5
13	3	3	5	2	4	1	258.700,00	230305,00	1,172	16
14	3	4	1	3	5	2	368.766,67	176315,00	1,615	3
15	3	5	2	4	1	3	245.266,67	204790,00	1,195	15
16	4	1	4	2	5	3	280.800,00	211620,00	1,230	12
17	4	2	5	3	1	4	262.166,67	255825,00	1,370	8
18	4	3	1	4	2	5	318.066,67	193710,00	1,391	7
19	4	4	2	5	3	1	242.233,33	229335,00	1,134	18
20	4	5	3	1	4	2	388.266,67	180740,00	15,857	1
21	5	1	5	4	3	2	269.533,33	281930,00	1,201	14
22	5	2	1	5	4	3	360.100,00	225015,00	1,610	4
23	5	3	2	1	5	4	365.733,33	155360,00	1,349	9
24	5	4	3	2	1	5	241.366,67	183705,00	1,116	19
25	5	5	4	3	2	1	256.966,67	233045,00	1,238	11

Uma vez que a variável de saída custo (y_2) é uma variável do tipo que quanto menor melhor, existem três possibilidades para sua correta utilização no cálculo da eficiência (DISON *et al.*, 2001): considerar o valor inverso do refugo, subtrair um número de valor suficientemente grande dos valores do refugo, ou considerar o refugo como sendo uma variável de entrada. Neste trabalho, optou-se pela terceira opção que é tratar a variável de saída custo (y_2) como sendo uma variável de entrada, e calcular a supereficiência por meio do modelo DEA-BCC. Pela análise de supereficiência (Tabela 2) foi possível ranquear as DMUs mais eficientes. A DMU 20 foi a mais eficiente dentre as 25, sendo seguida pela DMU 1. Ambas as DMUs encontram-se destacadas na Tabela 2.

Uma vez definidas as duas DMUs mais eficientes, pode-se definir a nova faixa de variação para cada variável de decisão. A variável x_4 teve seu valor fixado em um, uma vez que nas duas DMUs mais eficientes esta variável teve esse mesmo valor. Os novos intervalos para cada variável podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3 - Variáveis de decisão, tipo e novos limites para o objeto de estudo

	Variável	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
x_1	Número operadores retífica 1	Inteira	1	4
x_2	Número operadores lapidadora 1	Inteira	1	5
x_3	Número operadores retífica 2	Inteira	1	3
x_5	Número de retíficas 1	Inteira	1	4
x_6	Número de retíficas 2	Inteira	1	2

Com a redução do intervalo de variação para cada variável, o número de cenários possíveis para otimização caiu de 15.625 para 480, uma redução de 97% no espaço de busca. Para testar a eficiência desta proposta, um otimizador comercial (Solver) foi empregado. Para este trabalho foi utilizado o *software SimRunner*®.

Para Banks *et al.* (2009), o módulo de otimização do *SimRunner*® é baseado em uma metaheurística, baseada em Algoritmo Genético associada com Estratégias Evolutivas. Sendo esta metaheurística amplamente utilizada em outros otimizadores comerciais. Para Ólafsson (2006), as metaheurísticas estão se consolidando com uma das abordagens mais práticas para resolução de problemas de OvS. No caso particular do *SimRunner*®, este permite a realização de otimização de modelos de SED com múltiplos objetivos, sendo estruturado para alcançar soluções ótimas (ou próximas a ela) em tempo reduzido (SIMRUNNER USER GUIDE, 2002).

De modo a não comprometer os resultados e a comparação realizada, para os casos onde este *software* foi empregado, utilizaram-se suas configurações padrões, definidas como: perfil moderado e com taxa de convergência igual a 0,01% (SIMRUNNER USER GUIDE, 2002).

Para comprovar a eficiência da nova região de busca do problema de otimização, o *SimRunner*® foi configurado para realizar a otimização do modelo de simulação objetivando maximizar a produção total na célula (y_1) e minimizar os custos (y_2), segundo a nova faixa de variação, definida com a utilização da sistemática proposta (Tabela 3).

De modo a confirmar os resultados obtidos com esta otimização, o otimizador foi configurado nas mesmas condições, e com os mesmos objetivos, porém com a variação original para as variáveis de decisão (Tabela 1), ou seja, com o intervalo de variação de 1 a 5 para todas as variáveis de decisão. Os resultados encontrados em ambas as otimizações podem ser vistos na Tabela 4.

Tanto para o caso com o intervalo de variação reduzido, como para o caso com o intervalo original, o otimizador encontrou a mesma solução para os problemas de maximização do total produzido (y_1) e, também, para o problema de minimização dos custos (y_2). As diferenças verificadas na solução destes dois problemas se deram quanto ao número de experimentos exigidos para se alcançar a solução e quanto ao tempo necessário.

Tabela 4 - Resultados da otimização

Variáveis de decisão	Solução	
	Novo range	Range original
x_1	4	4
x_2	5	5
x_3	1	1
x_4	1	1
x_5	4	4
x_6	2	2

Variáveis de saída	Respostas	
	Novo range	Range original
y_1	388.267	388.267
Intervalo de Confiança para y_1 (95%)	(379.277 – 397.257)	(379.277 – 397.257)
y_2	130.740,00	130.740,00
Intervalo de Confiança para y_2 (95%)	(129.391,48-132.088,52)	(129.391,48-132.088,52)

O otimizador para o problema de otimização com o range reduzido realizou 108 experimentos antes de convergir, o que equivale a 22,5% da área experimental, consumindo cerca de 45,5 horas. Já para o problema otimizado com o range original, o otimizador realizou 186 experimentos, o que equivale a pouco mais de 1% de toda área experimental original, consumindo para tal 78,5 horas.

A Figura 3 apresenta os resultados encontrados com a realização da otimização, considerando o espaço de busca original e o espaço de busca reduzido. São apresentados: o tempo necessário para a convergência do otimizador, o número de experimentos necessários para se alcançar as respostas e as soluções encontradas para o total produzido (y_1) e custo (y_2).

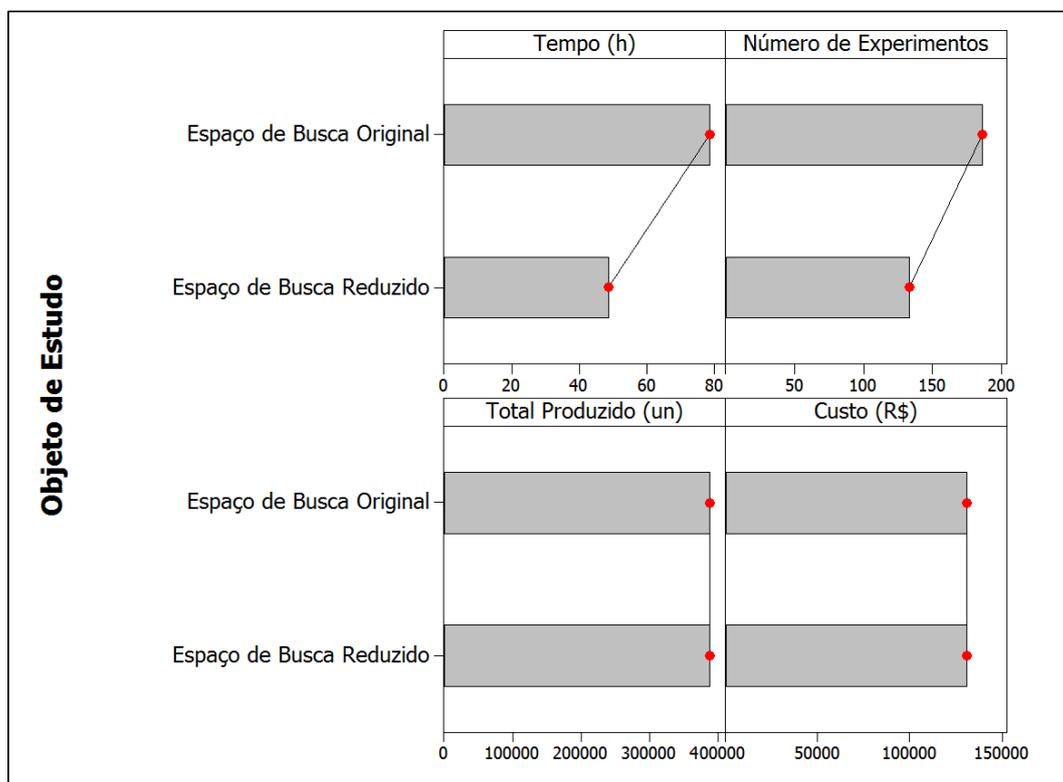


Figura 3 – Comparação dos resultados para o quarto objeto de estudo

Em relação ao tempo necessário para convergência do otimizador, e ao número de experimentos realizados, para o espaço de busca reduzido, foram somados os valores gastos

(tempo e experimentos) com a simulação dos vinte e cinco cenários do arranjo ortogonal e com a aplicação da DEA.

A aplicação da sistemática reduziu o tempo total para convergência do otimizador em aproximadamente 38,2%, além de promover uma redução do número de experimentos em aproximadamente 28,5%. A aplicação da sistemática, além de promover a redução do tempo e do número de experimentos, alcançou respostas idênticas para y_1 e y_2 .

5. Conclusões

Com a aplicação da sistemática para redução do espaço de busca, proposta por Miranda, Montevechi e Silva (2013), em um modelo de simulação multiobjetivo, pode-se concluir que a sistemática também pode ser utilizada na otimização de modelos com múltiplos objetivos.

Com a utilização de um otimizador comercial pode-se comparar os resultados encontrados com a otimização, contemplando o espaço de busca reduzido e o espaço de busca original. Para o objeto de estudo apresentado no artigo, a sistemática proporcionou uma redução do espaço de busca de 97%. Tal fato levou a uma redução de 38,7% no tempo necessário para convergência do otimizador comercial. Alcançando as mesmas respostas quando comparado a otimização considerando o espaço de busca original (15.625 cenários).

Tal fato permite concluir, que a redução do espaço de busca conduz a uma nova região de busca para o problema, onde boas soluções se encontram. Permitindo que o otimizador possa se concentrar nessa região limitada, reduzindo o tempo necessário na busca por soluções, ao mesmo tempo em que permite elevar a eficiência do processo de otimização.

Vale ressaltar, que por ser uma ferramenta não paramétrica, a DEA permite contornar o problema da incomensurabilidade dos elementos envolvidos no problema (unidades diferentes), tanto para os *inputs* como para os *outputs*, quantificando a eficiência de diversos cenários com diferentes variáveis de entrada e saída. Tal fato faz com que a sistemática proposta por Miranda, Montevechi e Silva (2013) possa ser aplicada em problemas de otimização com múltiplos objetivos sem dificuldades.

Como trabalhos futuros sugere-se realizar testes com variáveis do tipo contínuas, no lugar das variáveis discretas e testar o método proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013) utilizando outros otimizadores, que utilizem outros métodos de otimização, além dos algoritmos evolucionários.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES e FAPEMIG pelo suporte dado ao longo da pesquisa.

Referências bibliográficas

- Andersen, P. e Petersen, N. C. (1993), A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261-1264.
- April, J., Glover, F., Kelly, J. P. e Laguna, M. (2003), Practical introduction to simulation optimization. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* New Orleans, LA, USA.
- Azadeh, A. e Alem, S. M. (2010), A flexible deterministic, stochastic and fuzzy Data Envelopment Analysis approach for supply chain risk and vendor selection problem: Simulation analysis, *Expert Systems with Applications*, 37, 7438-7448.
- Banker, R. D., Charnes, A. e Cooper, W. W. (1984), Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30, 1078-1092.
- Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., Swarts, J. e Thomas, D. A. (1989), An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of its Models and Their Uses, *Research in Governmental and Non-Profit Accounting*, 5, 125-163.
- Banks, J., Carson II, J. S., Nelson, B. L. e Nicol, D. M., *Discrete-event Simulation*. 5th. ed., New Jersey: Prentice-Hall, 2009.
- Banks, J. (2001), Panel Session: The Future of Simulation, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Arlington, VA, USA.

- Carson, Y. e Maria, A.** (1997), Simulation optimization: methods and applications. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Atlanta, GA, USA,
- Charnes, A., Cooper, W. W. e Rhodes, E.** (1978), Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Chwif, L. e Medina, A. C.**, *Modelagem e Simulação de Eventos Discretos: Teoria e Aplicações*. 2ª. ed. São Paulo: Editora dos Autores, 2010.
- Cooper, W. W., Sieford, L. M. e Tone, K.**, *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, application, references and DEA-Solver Software*. 2nd ed. New York: Springer Science + Business Media, 2007.
- Deb, K.**, *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- Dengiz, B. e Belgin, O.** (2014) Simulation optimization of a multi-stage multi-product paint shop line with Response Surface Methodology. *Simulation: Transactions of the Society for Modeling and Simulation International*, 90, 1-10.
- Dyson, R. G., Allen, R., Camanho, A. S., Podinovski, V. V., Sarrico, C. S. e Shale, E. A.** (2001), Pitfalls and protocols in DEA, *European Journal of Operational Research*, 132, 245–259.
- Eskandari, H., Mahmoodi, E., Fallah, H. e Geiger, C. D.** (2011), Performance analysis of comercial simulation-based optimization packages: OptQuest and Witness Optimizer. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Phoenix, AZ, USA.
- Fu, M.C.** (2002), Optimization for Simulation: Theory vs. Practice, *Journal on Computing*, 14, 192-215.
- Fu, M.C., Andradóttir, S., Carson, J. S., Glover, F., Harrel, C. R., Ho, Y. C., Kelly, J. P. e Robinson, S. M.** (2000), Integrating optimization and simulation: research and practice, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA.
- GAMS** - The General Algebraic Modelling. Disponível em: <<http://www.gams.com/>>. Acesso em Janeiro de 2013.
- Harrel, C. R., Ghosh, B. K. e Bowden, R.**, *Simulation Using Promodel*. 2ª.ed. New York: McGraw-Hill, 2004.
- Harrel, C. R., Mott, J. R. A, Bateman, R. E., Bowden, R. G. e Gogg, T. J.** *Simulação: otimizando os sistemas*. 2ed. São Paulo: IMAM, 2002.
- Hillier, F. S. e Lieberman, G. J.** *Introduction to Operations Research*. 9th. ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
- Jia, H.Z., Fuh, J.Y.H., Nee, A.Y.C. e Zhang, Y.F.** (2007) Integration of genetic algorithm and Gantt chart for job shop scheduling in distributed manufacturing systems. *Computers & Industrial Engineering*, 53, 313–320.
- Jones, D. F., Mirrazavi, S. K. e Tamiz, M.** (2002) Multi-objective meta-heuristics: an overview of the current state-of-the-art, *European Journal of Operational Research*, 137, 1-9.
- Kleijnen, J. P. C., Van Beers, W. e Van Nieuwenhuysse, I.** (2010), Constrained optimization in simulation: A novel approach, *European Journal of Operational Research*, 202, 164-174.
- Leal, F., Almeida, D. A. e Montevechi, J. A. B.** (2008), Uma Proposta de Técnica de Modelagem Conceitual para a Simulação através de elementos do IDEF. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *Anais...* João Pessoa, PB.
- Lee, L.H., Chew, E. P., Teng, S. e Chen, Y.** (2008), Multi-objective simulation-based evolutionary algorithm for an aircraft spare parts allocation problem, *European Journal of Operational Research*, v.189, p.476-491.
- Miranda, R C., Montevechi, J. A. B. e Silva, A. F.** (2013), Redução do espaço de busca em problemas de otimização via simulação, In: XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *Anais...* Natal, RN.
- Ólafsson, S. e Kim, J.** (2002), Simulation Optimization. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* San Diego, CA, USA.

- Pinho, A. F., Montevechi, J. A. B., Marins, F. A. S., Costa, R. F. S., Miranda, R. C. e Friend, J. D.** (2012), Evaluation of a proposed optimization method for discrete-event simulation models, *Pesquisa Operacional*, 32, 543-560.
- Siegmund, F., Bernedixen, J., Pehrsson, L., Ng, A.H.C. e Deb, K.** (2012) Reference point-based evolutionary multi-objective optimization for industrial systems simulation. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Berlin, GER.
- Simrunner User Guide.** ProModel Corporation: Orem, UT. USA. 2002.
- Steponavičė, I., Ruuska, S. e Miettinen, K.** (2014), A solution process for simulation-based multiobjective design optimization with an application in the paper industry, *Computer-Aided Design*, 47, 45-58.
- Swisher, J. R., Hyden P. D., Jacobson, S. H. e Schruben, L.W.** (2000) A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA.
- Taguchi, G.** *System of experimental design: engineering methods to optimize quality and minimize costs.* New York: UNIPUB/Kraus International Publications, 1987.
- Willis, K.O. e Jones, D.F.** (2008), Multi-objective simulation optimization through search heuristics and relational database analysis, *Decision Support Systems*, 46, 277–286.
- Wu, F., Dantan, J.Y., Etienne, A., Siadat, A. e Martin, P.** (2009), Improved algorithm for tolerance allocation based on Monte Carlo simulation and discrete optimization, *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1402–1413.