



ANÁLISE DO CONGESTIONAMENTO DO SISTEMA PRODUTIVO DE UMA MINA A CÉU ABERTO: COMPARATIVO ENTRE SOLUÇÕES PROPOSTAS POR MODELOS DE OTIMIZAÇÃO E SIMULAÇÃO

Guilherme Freitas Coelho¹
Bárbara Regina Pinto e Oliveira²
Luiz Ricardo Pinto³

Universidade Federal de Minas Gerais – Escola de Engenharia
Av. Antônio Carlos, 6627- Belo Horizonte - MG - 31270-901
¹coelhoz@gmail.com, ²barbara.brpo@gmail.com, ³luiz@dep.ufmg.br

Aldrin Gustavo Martins

Vale S/A
Complexo Itabiritos - Fazenda Cata Branca, BR-356 – Itabirito – MG - 35450-000
aldrin.martins@vale.com

RESUMO

Neste artigo é proposta a validação de um modelo de otimização para o planejamento de curto prazo de mina a céu aberto a partir de um modelo de simulação de eventos discretos, com o intuito de mostrar como o congestionamento do sistema pode afetar a defasagem entre as soluções propostas pelos mesmos. Mostra-se que para todos os cenários analisados o modelo de otimização superestima a capacidade produtiva real do sistema por não considerar a formação de filas. Diversos experimentos foram propostos de forma a aumentar o número de caminhões alocados e a aleatoriedade intrínseca ao sistema, os resultados dos experimentos são apresentados no final.

PALAVRAS CHAVE: otimização, simulação a eventos discretos, filas, planejamento de curto prazo de minas a céu aberto.

Área principal: SIM - Simulação

ABSTRACT

This paper proposes the validation of an optimization model of an open pit mine short-term planning operation with a discrete event simulation model, in order to show how the congestion level affects the gap between the solutions proposed by both models. It is shown that for all the scenarios analyzed the optimization model overestimates the real productive capacity of the system because that model do not consider queues. Experiments have been proposed to increase the number of allocated trucks and randomness of the system; the results of these experiments are presented at the end.

KEYWORDS: optimization, discrete event simulation, queues, open pit mine short-term planning.

Main area: SIM - Simulation

1. Introdução

A atividade de mineração consiste na extração de bens minerais necessários para atender à demanda de consumo da humanidade. O minério de ferro, por exemplo, é utilizado na fabricação de automóveis, eletrodomésticos e outros produtos, enquanto que o minério de fosfato e potássio são utilizados para a produção de fertilizantes. Para que essa atividade seja possível, minas a céu aberto ou subterrâneas são desenvolvidas de acordo com a geometria e localização da jazida.

O ciclo de vida de uma mina envolve basicamente cinco etapas:

- i. Prospecção: esta etapa tem como objetivo procurar recursos minerais com potencial de se tornarem jazidas utilizando-se de técnicas, diretas ou indiretas, para localização dos corpos minerais;
- ii. Exploração: processo em que o depósito mineral é avaliado quanto a sua localização, forma física e viabilidade econômica, através da estimativa dos teores de corte, além das receitas e custos envolvidos em sua exploração;
- iii. Desenvolvimento: esta etapa consiste na preparação do local para o início das atividades de mineração, o que envolve a determinação da estrutura da mina, e a estimativa dos recursos necessários para que se possa alcançar a escala de produção desejada;
- iv. Exploração: envolve a extração e o beneficiamento dos minérios a partir de diferentes tecnologias;
- v. Fechamento: processo de mitigação ambiental da área do empreendimento mineral.

A exequibilidade das etapas subsequentes à fase de exploração está vinculada a diversas decisões que devem ser tomadas no âmbito tático e operacional, dentre as quais podemos citar: a determinação do tipo de equipamento a ser utilizado na mineração e a alocação destes equipamentos segundo suas disponibilidades. Existem diversos modelos, determinísticos ou estocásticos, que abordam aplicações da Pesquisa Operacional como ferramentas de apoio a esses tipos de decisão.

Em grande parte dos casos, esses modelos envolvem problemas relacionados à combinação de variáveis de controle, e à alocação de equipamentos de carga, representados, respectivamente, por restrições de qualidade e produção. Busca-se determinar, então, o número de frentes a serem lavradas e suas produtividades, e, por conseguinte, o tamanho da frota de caminhões a ser alocada a cada frente isoladamente, caso o despacho seja estático, ou a toda mina, no caso o despacho seja dinâmico. Entende-se por despacho estático quando cada caminhão é fixado a um único par de pontos de carga e descarga, ou seja, cada caminhão faz sempre o mesmo trajeto durante um determinado período de tempo. Já no despacho dinâmico, a cada viagem, o caminhão pode ser despachado para uma frente diferente da anterior, de acordo com a relação entre a produtividade corrente de cada frente e sua produtividade prevista.

Costa, Souza e Pinto (2005) apresentam um modelo de otimização linear para determinar o ritmo mais adequado de produção de uma mina a céu aberto, considerando a alocação estática dos equipamentos de carga e transporte. Segundo os autores, esta consideração é válida em minerações de pequeno ou médio porte devido à simplificação das operações e ao alto custo de se implantar um sistema de despacho eletrônico de caminhões.

Coelho et al. (2012) também apresentam uma proposta para o problema de planejamento operacional de lavra, considerando, entretanto, a alocação dinâmica dos caminhões. Os autores utilizam uma abordagem multiobjetivo, que leva em consideração três objetivos conflitantes: minimização dos desvios de produção e qualidade, e minimização do número de veículos necessários ao processo produtivo. Além disso, em virtude da complexidade do problema os autores propõem duas heurísticas distintas para sua resolução.

Outra abordagem para esse mesmo problema é feita por Souza et al. (2010). Os autores propõem uma heurística híbrida baseada na combinação de duas metaheurísticas, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e *General Variable Neighborhood Search* (GVN).

Andrade e Santoro (2013), por outro lado, definem um modelo matemático de programação linear inteira mista para o planejamento a médio e longo prazo da mina. Os autores incluem em suas considerações a possibilidade de utilização de um depósito de minério caso as frentes de lavra não sejam capazes de suprir a quantidade demandada, penalizando, quando necessário, o aprofundamento demasiado da cava na busca por minério.

Apesar da existência de diversas publicações que abordam aplicações dos modelos de otimização nos problemas de dimensionamento dos recursos utilizados em minas a céu aberto, a maioria dos trabalhos não leva em consideração as aleatoriedades intrínsecas aos mesmos (NEWMAN et al., 2010). A desconsideração destas características pode resultar na superestimação das capacidades produtivas dos sistemas em análise.

Além disso, como as atividades de carregamento, deslocamento carregado, descarga e deslocamento vazio dos caminhões são sequenciais, há naturalmente a possibilidade de formação de filas, principalmente antes das atividades de carregamento e descarga, que dependem da disponibilidade das carregadeiras ou dos pontos de descarga (britadores e depósitos de estéril) para serem realizadas. Najor et al. (2006) mostram que a desconsideração de filas pode superestimar a produção em aproximadamente 8% para a mina de Pilbara, na Austrália.

Na literatura, diversos modelos de fila e simulação buscam contornar estas limitações através de abordagens estocásticas para o problema. Assim como os modelos de otimização, os modelos de fila e simulação são desenvolvidos de forma a atender os níveis de qualidade e de produção planejados.

Para tratar tal problema, Krause e Musingwini (2007) propõem uma variante do modelo de reparo de equipamentos (*Machine Repair Model*) baseado em Teoria das Filas e implementado em planilhas eletrônicas. No modelo, os autores substituem atividades de reparo dos equipamentos pelos processos de carregamento e descarga de minério dos caminhões. Um modelo de simulação a eventos discretos foi utilizado como base para comparação do desempenho do sistema modelado sob esta diferente perspectiva.

Fioroni et al. (2008) apresentam o desenvolvimento de um modelo híbrido de otimização e simulação. O modelo de otimização define a configuração inicial do sistema que consiste na alocação de caminhões e carregadeiras e suas respectivas produções considerando metas de qualidade e restrições de produtividade. O modelo de simulação analisa a exequibilidade do planejamento proposto através da observação do comportamento dinâmico do sistema, considerando suas diversas aleatoriedades. A cada mudança no estado do sistema, provocada por fatores tais como a exaustão do material de uma frente e quebras de equipamentos, o modelo de otimização é novamente chamado para redefinir a alocação ótima dos recursos segundo a nova configuração do sistema e a simulação continua a analisar a operação do sistema.

Yifei (2012) desenvolve um trabalho similar, entretanto utiliza um algoritmo programado em VBA para despachar dinamicamente os caminhões balanceando a prioridade de cada frente de lavra no momento que os caminhões requisitam novos destinos. Segundo o autor, os custos de transporte em uma mina representam aproximadamente 50% dos custos de operação de lavra, justificando, assim, a necessidade de se construir modelos verossímeis para a alocação eficiente dos equipamentos.

É importante ressaltar que a escolha pela abordagem estocástica na resolução do problema de planejamento de mina a céu aberto é feita geralmente para um ambiente de curto prazo, quando o efeito da variabilidade de processo é mais significativo. Desta forma, busca-se determinar, a partir do uso deste tipo de modelo, se o plano de produção, obtido por um modelo de otimização, é exequível ou não.

Neste artigo, um modelo de otimização para planejamento de curto prazo de mina a céu aberto é aplicado e seu resultado é validado a partir de um modelo de simulação de eventos discretos. Mostra-se que, para todos os cenários avaliados, o modelo de otimização superestimou o ritmo de produção do sistema.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 é apresentada a metodologia empregada e a descrição do sistema estudado; na Seção 3 é feita a formulação do modelo de otimização; o modelo de simulação é apresentado na Seção 4; os experimentos e resultados com

as comparações entre os dois modelos são mostrados na Seção 5; e, finalmente, na Seção 6 são feitas as considerações finais.

2. Metodologia e descrição do sistema estudado

Neste trabalho foi utilizada uma análise quantitativa com o uso de modelagem de otimização e simulação. Ambos os modelos foram empregados para dimensionamento das frotas de caminhões e equipamentos de carga (carregadeiras ou escavadeiras), necessárias para uma operação adequada de lavra de mina a céu aberto. Entende-se por operação adequada de lavra aquela que atende as requisições de quantidade de minério e estéril e qualidade do material produzido, também denominado de *run of mine* (ROM), mistura de minério que é encaminhada à planta de tratamento.

O objetivo de se utilizar essas duas modelagens é comparar os resultados produzidos por cada uma delas, uma vez que na otimização são utilizados valores médios enquanto que na simulação são utilizadas distribuições de probabilidades representativas dos eventos.

Para um melhor entendimento do sistema, as operações de lavra são mostradas na Figura 1. Os caminhões são carregados nas frentes de lavra e se deslocam para um dos pontos de descarga. Os caminhões de minério descarregam no britador e os de estéril nas pilhas de deposição. Após a descarga, os caminhões se deslocam vazios para as frentes de lavra para serem novamente carregados, fechando o ciclo. Os tempos relativos a cada uma dessas atividades são aleatórios e, no caso dos tempos de deslocamento, dependem da distância entre os pares de pontos de origem e destino.

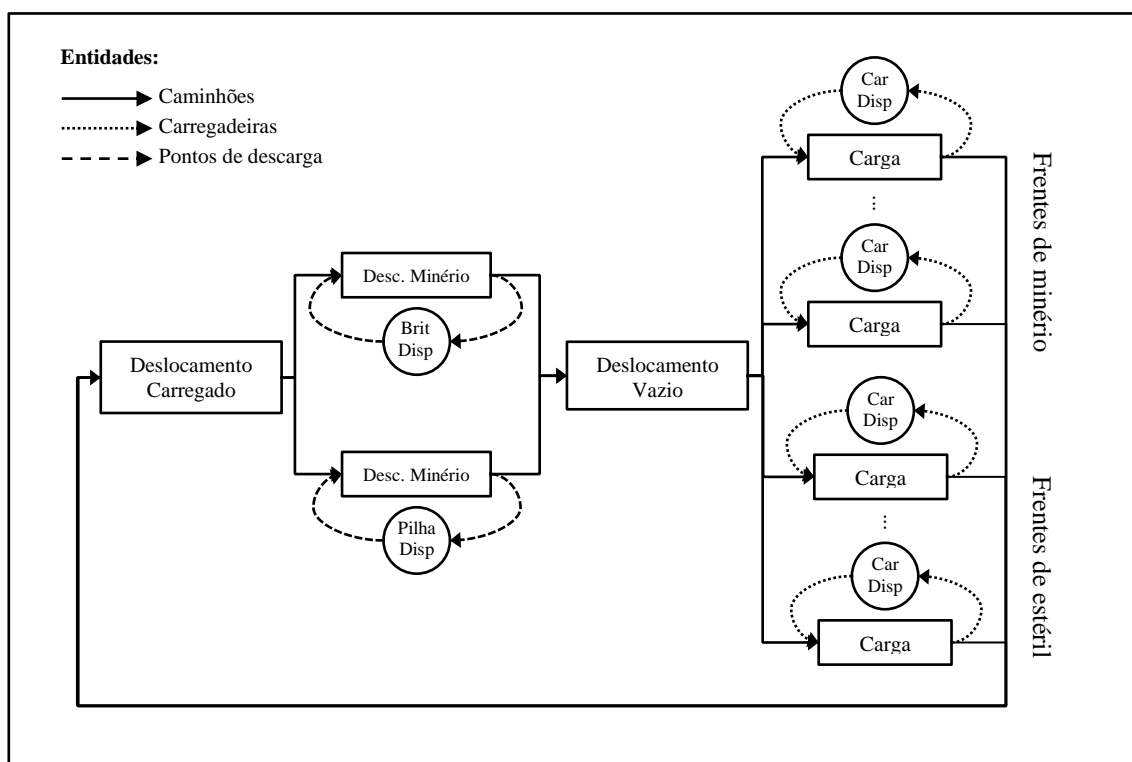


Figura 1 - Modelo descritivo das operações de lavra

3. Modelo de otimização

Neste trabalho optou-se por um modelo de otimização simplificado que é uma variação dos modelos apresentados por Pinto e Merschmann (2001) e por Costa, Souza e Pinto (2005). Nesse modelo as frotas de caminhões e carregadeiras são homogêneas e é suposto apenas um ponto de descarga para cada material (britador para minério e depósito para estéril).

No problema abordado, um conjunto de frentes de minério e estéril devem ser lavradas de modo a atender às metas de qualidade e produção preestabelecidas, e a respeitar a relação

estéril/minério (REM) mínima requerida pela mina. Entende-se por meta de qualidade a produção de minério, composta pelo material proveniente de cada frente, ter que apresentar teores de cada variável de controle dentro de limites preestabelecidos (problema da mistura). Essas variáveis de controle podem ser teores de componentes químicos tais como ferro (Fe), sílica (SiO₂), fósforo (P) e alumina (Al₂O₃).

O modelo supõe que o material de cada frente é lavrado por uma única carregadeira, transportado por uma frota de caminhões idênticos, e descarregado em um britador, caso seja minério, ou nas pilhas de estéril, caso contrário.

O modelo de otimização está formulado a seguir.

Conjuntos:

M : Conjunto de frentes de minério;

E : Conjunto de frentes de estéril;

N : Conjunto de frentes formado por $M \cup E$;

V : Conjunto de variáveis granulométricas e químicas controladas para o minério;

Parâmetros:

REM : Relação estéril/minério mínima requerida;

$teor_{vi}$: Teor da variável v da frente de lavra i , $i \in M$ e $v \in V$;

LS_v : Teor máximo admissível da variável v , $v \in V$;

LI_v : Teor mínimo admissível da variável v , $v \in V$;

P_{min} : Produção mínima das frentes de lavra (t/h);

P_{max} : Produção máxima das frentes de lavra (t/h);

m : Número máximo de carregadeiras disponíveis na mina;

k : Número máximo de descargas simultâneas no britador e no depósito de estéril;

t_{carga} : Tempo médio de carregamento dos caminhões;

t_{desc} : Tempo médio de descarregamento dos caminhões;

$tvaz_i$: Tempo de deslocamento dos caminhões vazios na frente de lavra i , $i \in N$;

$tcar_i$: Tempo de deslocamento dos caminhões carregados na frente de lavra i , $i \in N$;

tc_i : Tempo de ciclo dos caminhões na frente de lavra i , $i \in N$, onde:

$$tc_i = t_{carga} + t_{desc} + tvaz_i + tcar_i, \forall i \in N; \quad (1)$$

cap : Capacidade média dos caminhões.

Variáveis de decisão:

P_i : Produção da frente de lavra i (t/h), $i \in N$;

b_i : Variável binária que indica se a frente i irá operar ou não.

O modelo de otimização relativo à alocação estática de uma frota homogênea de caminhões e carregadeiras, levando-se em consideração metas de produção e qualidade dos minérios, é apresentado nas equações (2)-(13).

$$F.O.: \text{Max } z = \sum_{i \in M} P_i \quad (2)$$

s.a.

$$\sum_{i \in N} b_i \leq m \quad (3)$$

$$b_i P_{max} - P_i \geq 0, \quad \forall i \in N \quad (4)$$

$$P_i - b_i P_{min} \geq 0, \quad \forall i \in N \quad (5)$$

$$LS_v \sum_{i \in M} P_i - \sum_{i \in M} P_i teor_{vi} \geq 0, \quad \forall v \in V \quad (6)$$

$$\sum_{i \in M} P_i t_{eor_{vi}} - LI_v \sum_{i \in M} P_i \geq 0, \quad \forall v \in V \quad (7)$$

$$\sum_{i \in E} P_i - REM \sum_{i \in M} P_i = 0 \quad (8)$$

$$\frac{P_i t c_i}{60 cap} \leq \frac{t c_i}{t_{carga}}, \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$\sum_{i \in M} P_i \leq \frac{60 k cap}{t_{desc}} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in E} P_i \leq \frac{60 k cap}{t_{desc}} \quad (11)$$

$$b_i = \{0,1\}, \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$P_i \geq 0, \quad \forall i \in N \quad (13)$$

A função objetivo (2) maximiza a produção total das frentes de minério em operação. A restrição (3) força que o número total de frentes de lavra em operação simultânea seja menor, ou igual, ao número de carregadeiras disponíveis. O conjunto de restrições (4) e (5) garante que as frentes de lavra em operação cumpram os limites mínimos e máximos de produção horária.

As restrições (6) e (7) definem limites máximos e mínimos de qualidade para cada variável controlada. A restrição (8) força que a produção de minério e estéril obedeça a uma relação mínima requerida (REM).

A restrição (9) limita o número de caminhões alocados a cada frente ao número máximo de caminhões que pode ser a ela alocados. O número de caminhões alocado em cada frente é dado por (14) e o número máximo por (15).

$$ncam_i = \frac{P_i t c_i}{60 cap} \quad \forall i \quad (14)$$

$$nmax_i = \frac{t c_i}{t_{carga}} \quad \forall i \quad (15)$$

As restrições (10) e (11) asseguram que a produção total de minério e de estéril respeite o limite de capacidade das k descargas simultâneas no britador e no depósito de estéril. As restrições (12) e (13) asseguram que as variáveis de operação e produção das frentes sejam, respectivamente, binárias e não negativas. Este modelo de otimização foi implementado em AMPL/CPLEX.

4. Modelo de simulação

O modelo de simulação foi elaborado com o intuito de fornecer uma base de comparação para os resultados obtidos com o modelo de otimização, sua implementação foi feita através do *software* Flexsim (versão educacional), desenvolvido pela *FlexSim Software Products Inc.* Devido à consideração da existência de filas que antecedem algumas atividades do sistema, como o carregamento e o descarregamento dos caminhões, verifica-se que, em termos de ritmo produtivo, a simulação alcança resultados inferiores aos obtidos no modelo de programação matemática apresentado na seção anterior.

O modelo de simulação proposto foi construindo seguindo o modelo conceitual descrito na Figura 1. Nele, os caminhões são considerados como entidades e logo após serem criados no sistema, os mesmos adquirem quatro atributos:

- “Frente”: guarda para qual frente o caminhão está sendo despachado;
- “Carga”: registra a quantidade de material do caminhão;
- “Minério”: informa se a carga do caminhão é composta por minério ou estéril;

- “Origem”: informa se o caminhão reinicia o ciclo partindo do britador ou do depósito de estéril.

No início do seu ciclo de atividades, cada caminhão deve aguardar na fila “Despacho” a informação referente à qual frente será alocado. A frente de lavra cuja produção estiver mais defasada, em relação ao planejamento obtido com o modelo de otimização, será priorizada. No início da simulação os caminhões estão localizados na área de descarga de minério, próxima ao britador.

Definida a frente a ser lavrada, o caminhão inicia seu processo de deslocamento com o *Processor*, “MovVazio”. Ao chegar à frente de lavra, o caminhão aguarda em uma fila, com capacidade infinita, pela liberação da carregadeira que está operando no local. Quando a carregadeira se torna disponível o primeiro caminhão da fila pode então iniciar seu carregamento, representado pela atividade “FrenteMinerioEsteril”.

Após o carregamento, o caminhão se desloca com o *Processor* “MovCarregado”, para o britador, caso esteja carregado com minério, ou para a pilha de estéril, caso esteja carregado com esse material. Ao terminarem o descarregamento, os caminhões retornam ao início do ciclo de atividade, para que sejam realocados a uma nova frente e reinicializem o processo.

A Figura 2 apresenta uma captura de tela do modelo durante a simulação.

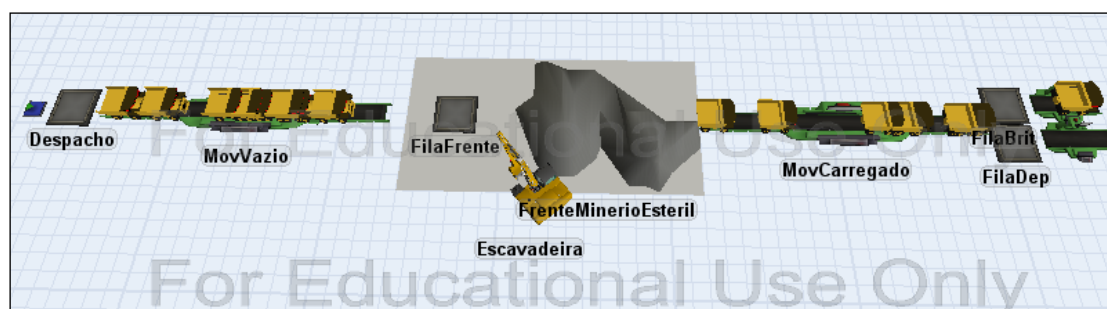


Figura 2 - Captura de tela durante a animação do modelo de simulação

Para a validação do modelo conceitual foi utilizada a técnica de validação “face a face” (Chwif e Medina, 2006), na qual o modelo foi mostrado para engenheiros de minas que trabalham na empresa, visando à avaliação de sua lógica e regras adotadas.

5. Dados de entrada e resultados obtidos

Os parâmetros dos modelos de otimização e simulação foram baseados em dados de uma mina localizada no quadrilátero ferrífero, em Minas Gerais. A mina extrai três tipos de minério, hematita, canga e itabirito a fim de produzir três tipos de produto, *sinter feed*, *pellet feed* e granulado. Para a operação da mina o modelo considerou um total de 13 carregadeiras operando em 12 frentes de minério e 6 de estéril. O controle da qualidade do minério extraído é feito por 7 variáveis químicas e granulométricas que determinam os teores de Fe, P, SiO₂, Al₂O₃ nas frações granulométricas. A Tabela 1 apresenta o valor dessas variáveis, bem com seus limites inferiores e superiores, em cada frente de lavra de minério.

Tabela 1 - Teor das variáveis controladas em cada frente de lavra de minério

Frente (minério)	Variáveis controladas (%)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	55.81	0.47	0.33	1.67	0.18	1.11	5.88
2	63.24	3.10	1.50	0.83	0.03	0.87	0.56
3	50.45	9.40	11.92	3.08	0.03	0.69	0.37
4	59.87	1.70	1.42	2.51	0.22	1.62	1.88
5	49.68	7.91	5.91	3.85	0.13	1.80	2.62
6	65.40	1.75	3.37	0.59	0.03	0.69	0.39
7	50.34	9.17	14.94	3.04	0.03	0.62	0.14
8	56.44	1.23	1.16	2.60	0.23	1.66	2.97
9	64.44	2.05	2.13	1.43	0.05	0.65	0.49
10	46.73	14.30	15.94	2.23	0.03	0.63	0.14
11	54.77	0.77	0.96	2.90	0.33	2.03	4.60
12	50.18	6.97	5.23	13.96	0.06	0.36	0.20
LI	60.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
LS	100.00	7.00	9.00	6.00	0.08	100.00	100.00

Os tempos de deslocamento dos caminhões quando vazios ou carregados por frente de lavra são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Tempos de deslocamento dos caminhões (min)

Frente	Destino			
	Britador		Depósito (estéril)	
	Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
1	3.42	2.81	8.48	-
2	3.42	2.81	8.48	-
3	3.42	2.81	8.48	-
4	5.79	8.67	6.83	-
5	6.43	7.50	6.70	-
6	6.43	7.50	6.70	-
7	6.43	7.50	6.70	-
8	5.46	6.83	6.32	-
9	5.46	6.83	6.28	-
10	5.46	6.83	6.28	-
11	2.92	2.92	3.40	-
12	2.92	2.92	3.36	-
13	3.42	-	8.48	10.58
14	6.83	-	6.83	3.77
15	6.70	-	6.70	10.05
16	5.50	-	6.12	7.52
17	5.46	-	6.28	7.85
18	2.92	-	3.36	3.36

Os outros parâmetros de entrada do problema estão expostos na Tabela 3.

Tabela 3 - Parâmetros do modelo

Parâmetro	Valor
m	13
P_{min}	1100 t/h
P_{max}	2300 t/h
t_{carga}	2.5 min
t_{desc}	0.7 min
REM	1.05
k	2

Para considerar a aleatoriedade intrínseca nas atividades de carregamento/descarregamento e deslocamento dos caminhões, o modelo de simulação representa os tempos gastos nestas operações através de distribuições normais, as quais geralmente regem os tempos gastos com estas atividades na prática. Isso se deve ao fato de que essas atividades são repetitivas e executadas por operadores bem treinados fazendo com que a possibilidade de desvio, em relação ao tempo médio, seja pequena e simétrica. As médias dessas distribuições foram baseadas nos tempos médios utilizados no modelo de otimização e apresentados na Tabela 2 e Tabela 3.

A análise das soluções obtidas pelo modelo de simulação e otimização se deu com base na defasagem existente na produção alcançada segundo diferentes configurações do sistema, definidas a partir da variação dos desvios padrões das distribuições aleatórias, e da capacidade da frota.

No total 11 experimentos foram realizados alterando-se a capacidade média dos caminhões, de forma a alterar o número de caminhões necessários à operação, para se obter diferentes níveis de congestionamento do sistema. Reforça-se aqui que o tamanho da frota, necessária para atender aos níveis de qualidade e produção, nesses experimentos foi obtido a partir do modelo de otimização.

Como esperado, ao reduzir a capacidade dos caminhões de 250 t para 150 t, a quantidade de veículos em operação na mina aumenta, crescendo seu congestionamento. O número máximo de caminhões é calculado em função dos tempos de ciclo das frentes de lavra alocadas pelo modelo de otimização, esse valor é obtido através da equação (16).

$$n_{max} = \sum_{i \in N} \frac{tc_i b_i}{t_{carga}} \quad (16)$$

A razão entre o somatório do número de caminhões obtido por (14) e o valor máximo dado por (16) indica o nível de congestionamento do sistema, em outras palavras, quanto mais próximo o número de caminhões alocados estiver do número máximo de veículos, maior será a formação de filas no sistema.

Os experimentos anteriormente citados também foram simulados para diferentes valores de desvio-padrão das distribuições probabilísticas, variados entre 5 a 20% do valor médio (σ). A partir desses experimentos a defasagem entre a otimização e a simulação foi obtida fazendo $\frac{Prod_{otm} - Prod_{sim}}{Prod_{otm}}$, onde $Prod_{otm}$ e $Prod_{sim}$ representam a produção total obtida pelo modelo de otimização e simulação, respectivamente.

O modelo de simulação foi executado para 20 replicações, 100 horas de duração e 60 minutos de *warm-up*. Os valores médios de produção obtidos, em cada um dos experimentos, foram utilizados para o cálculo da defasagem média. A Tabela 4 mostra um exemplo dos intervalos de confiança para a produção total de minério em 100 horas, obtidos nos experimentos cujo desvio-padrão foi igual a 0,05.

Tabela 4 - Intervalo de confiança da produção total de minério nos experimentos com $\sigma = 0.05$

Capacidade dos caminhões	Número de caminhões	Limite inferior	Média	Limite Superior	Desvio-Padrão
250	28	2.646.409	2.647.581	2.648.753	2504
240	29	2.618.027	2.619.618	2.621.209	3400
230	30	2.592.935	2.594.148	2.595.361	2591
220	31	2.560.168	2.561.222	2.562.276	2251
210	33	2.593.913	2.595.277	2.596.640	2913
200	34	2.541.017	2.542.228	2.543.439	2587
190	36	2.548.357	2.549.916	2.551.475	3331
180	38	2.542.133	2.543.302	2.544.471	2497
170	40	2.518.174	2.519.441	2.520.707	2707
160	43	2.519.084	2.520.030	2.520.976	2021
150	46	2.446.387	2.447.528	2.448.669	2439

O número de caminhões mostrado na Tabela 4, obtido pelo modelo de otimização, resulta em uma produção total (minério mais estéril) máxima de 26.565,21 t/h que depende da qualidade das frentes de lavra para a realização do *blending* requerido e da capacidade das carregadeiras.

Finalmente, os valores das defasagens entre os modelos de otimização e simulação são apresentados na Tabela 5 e plotados na Figura 3.

Tabela 5 - Defasagem entre as soluções propostas na otimização e na simulação

Congestionamento do Sistema	$\sigma=0.05$	$\sigma=0.1$	$\sigma=0.15$	$\sigma=0.2$
35%	0,41%	0,56%	0,69%	1,02%
36%	1,46%	1,50%	1,73%	1,99%
38%	2,42%	2,51%	2,76%	2,89%
40%	3,66%	3,82%	3,96%	4,31%
42%	2,38%	2,44%	2,70%	3,07%
44%	4,37%	4,51%	4,73%	5,18%
46%	4,09%	4,16%	4,51%	5,04%
48%	4,33%	4,55%	4,96%	5,59%
51%	5,23%	5,51%	6,03%	6,74%
54%	5,21%	5,66%	6,26%	6,99%
58%	7,94%	8,24%	8,65%	9,12%

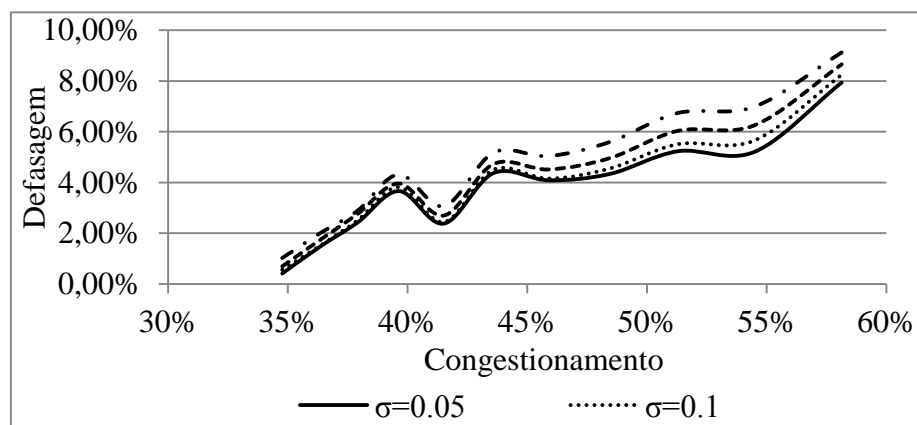


Figura 3 - Gráfico comparativo das soluções propostas na otimização e na simulação

Os resultados apresentados indicam que, independentemente do nível de congestionamento do sistema, à medida que a variabilidade dos tempos de operação dos caminhões aumenta, maior é a defasagem entre as soluções obtidas pelo modelo de simulação e otimização. Como mencionado anteriormente essa discrepância se deve à desconsideração do modelo de otimização quanto à aleatoriedade das atividades realizadas pelos caminhões.

A partir da Figura 3 é possível perceber certas oscilações na defasagem entre os modelos. Tais oscilações ocorrem pelo fato de o modelo de otimização sugerir um aumento no número de caminhões, entre experimentos, maior que uma unidade, logo a capacidade produtiva do modelo de simulação é acrescida mais do que proporcionalmente à capacidade dos caminhões e, assim, a defasagem cai.

Em especial, a maior oscilação ocorre com um congestionamento de 42%, quando este não influencia tanto a formação de grandes filas. Nesta situação, o aumento no número de caminhões proposto pelo modelo de otimização é de 2 unidades, o que é percentual significativo. Quando o congestionamento aumenta, mesmo com um acréscimo de 2 ou 3 unidades no número de caminhões, o modelo de simulação não consegue retratar o resultado do modelo de otimização.

A Tabela 5 e a Figura 3 mostram também que a diferença entre as soluções obtidas sob as duas diferentes óticas é acentuada quando o sistema se encontra congestionado, ou seja, quando o número de caminhões alocados se aproxima da frota máxima permitida. Esta constatação é facilmente explicada pelo fato de que a obstrução do sistema eleva consideravelmente o número médio de entidades em espera nas filas. Como a capacidade produtiva real é limitada pela disponibilidade dos recursos, o aumento do tamanho médio dessas filas resulta na redução significativa do ritmo de produção.

6. Conclusões

Neste artigo, a análise feita entre as soluções obtidas pelos modelos de otimização e simulação quanto ao ritmo de produção em curto prazo de uma mina a céu aberto, permitiu comparar a defasagem existente entre os resultados sob diferentes configurações do nível de congestionamento e aleatoriedade do sistema.

O trabalho mostra que os modelos de otimização devem ser usados com cautela quando se opera sistemas com alto nível de congestionamento e/ou quando as operações apresentam durações com alta variabilidade. No caso mais extremo, em que 58% da frota máxima de caminhões é alocada nas frentes de lavra, e a variabilidade do tempo gasto para a execução de suas atividades é de 20%, a defasagem entre as soluções propostas pelos modelos chega a aproximadamente 10%.

Um modo de se contornar este problema, e também proposta de trabalho futuro, é o desenvolvimento de um metamodelo da simulação de modo que ele possa agregar as informações de formação de fila e aleatoriedade, tão importantes quando o sistema se torna mais congestionado, e, com isso, obter um modelo mais fidedigno do sistema representado.

Referências

Andrade, A. Q.; Santoro, M. C. (2013), Um Modelo para o Planejamento Operacional da Lavra com Alocação de Equipamentos de Carga e considerando Pilha de Estoque, III Congresso Brasileiro de Engenharia de Produção, Ponta Grossa.

Chwif, L.; Medina, A. C., Modelagem e simulação de eventos discretos, 2a ed., Editora dos Autores, São Paulo, 2006.

Coelho, V. N. et al. (2012), Uma abordagem multiobjetivo para o problema de planejamento operacional de lavra, XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.

Costa, F. P.; Souza, M. J. F.; Pinto, L. R. (2005), Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade, Rem: Revista Escola de Minas, v. 58, n. 1, p. 77-81.

Fioroni, M. M. et al. (2008), Concurrent simulation and optimization models for mining planning, Winter Simulation Conference, p. 759-767.

Krause, A.; Musingwini, C. (2007), Modelling open pit shovel-truck systems using the Machine Repair Model, Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, v. 107, n. 8, p. 469-476.

Najor, J. et al. (2006), Capacity constrained production scheduling, Proc. 15th Internat. Sympos. Mine Planning Equipment Selection (MPES), FIORDO Srl, Torino, Italy, p. 1173-1178.

Newman, A. M. et al. (2010), A review of operations research in mine planning, Interfaces, v. 40, n. 3, p. 222-245.

Pinto, L. R.; Merschmann, L. H. C. (2001), Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. Rem: Revista Escola de Minas, v. 54, n.3, p. 211-214.

Souza, M. J. F. et al. (2010), A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem, European Journal of Operational Research, v. 207, n. 2, p. 1041-1051.

Yifei, T. A. N. (2012), Enhancing Simulation Models for Open Pit Copper Mining Using Visual Basic for Applications, 2012 JSPS Asian Core Program.