

## **Análise da Incerteza no Planejamento Agregado da Produção e Cogeração de Energia Utilizando um Modelo de Programação por Metas Multiescolha Revisado: uma aplicação em uma Usina Sucroenergética**

Aneirson Francisco da Silva - [aneirson@gmail.com](mailto:aneirson@gmail.com)  
Fernando Augusto Silva Marins - [fmarins@feg.unesp.br](mailto:fmarins@feg.unesp.br)  
Erica Ximenes Dias- [Ericaximenes@yahoo.com.br](mailto:Ericaximenes@yahoo.com.br)  
José Roberto Dale Luche- [dluche@gmail.com](mailto:dluche@gmail.com)

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá - UNESP Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá - SP

### **RESUMO**

Propõe-se um modelo de Programação por Metas Multiescolha Revisado (*Revised Multi-Choice Goal Programming - RMCGP-LHS*) para tratar a incerteza no planejamento da colheita de cana de açúcar, no planejamento de produção e na cogeração de energia elétrica de uma usina sucroenergética. O modelo aborda as etapas agrícola e industrial possibilitando que as decisões sejam tomadas em um horizonte de planejamento semanal, contemplando o processo de gerenciamento das escolhas da variedade e condição da cana, dimensionamento da frente de corte e da logística agrícola, bem como a escolha do processo de produção e a produção de açúcares e álcoois. O objetivo foi obter informações para cortar a cana no período mais próximo do máximo teor de sacarose e minimizar os custos agroindustriais e maximizar a produção dos açúcares e álcoois e a venda de energia. A aplicação do modelo proposto com dados de safra e entressafra de uma usina de açúcar e álcool gerou resultados que foram validados por especialistas da área e que podem auxiliar na determinação de políticas ótimas de planejamento da colheita, e estratégias de produção e venda de energia.

**PALAVRAS CHAVE:** Programação por Metas Multiescolha Revisado, Planejamento de Colheita, Custos Agroindustriais, Geração de Energia, Incertezas, Usina de Açúcar e Álcool.

### **ABSTRACT**

We propose a revised multi-choice goal programming model (*RMCGP-LHS*), to treat uncertainty in the planning of sugarcane harvesting, production planning and power cogeneration plant of sugarcane. The model addresses the agricultural and industrial steps enabling decisions to be made on a weekly planning horizon, contemplating the management process of the choices of the variety and condition of the cane, cutting front sizing and agricultural logistics, as well as the choice of the production process and the production of sugars and alcohols. The objective was to obtain information to cut sugarcane in the next period of maximum sucrose content and minimize the costs and maximize the agroindustrial production of sugars and alcohols and electrical energy sales. The application of the proposed model in a sugar mill and alcohol generated results that were validated by experts in the field and can help determine optimal crop planning policies, production strategies and electrical energy sales.

**KEYWORDS:** Revised Multi-choice Goal Programming, Sugarcane Harvest Planning, Agribusiness Costs, Electrical Energy Sales, Uncertainties, Sugar and Ethanol Plant.

### **1. Introdução**

Nos modelos determinísticos da Pesquisa Operacional, para problemas de planejamento agregado da produção, pressupõe-se que a coleta dos dados foi confiável e que não há incerteza associada a eles, e, assim, pode-se desenvolver um planejamento consistente por meio da

determinação do nível ótimo de utilização dos recursos envolvidos (SILVA, 2013). Uma alternativa para avaliar o impacto de flutuações nos valores dos parâmetros (dados) envolvidos no modelo é o uso de Análise Sensibilidade (MARINS, 2011), que apresenta, na prática, limitações para a sua adoção pelo Decisor, por exemplo, para considerar alterações simultâneas em vários coeficientes, na função objetivo, no lado direito das restrições (*Right Hand-Side* – RHS) ou no lado esquerdo das restrições (*Left Hand-Side* – LHS) das variáveis no modelo.

Neste contexto, os modelos de otimização sob incerteza são utilizados para que o impacto das incertezas nos parâmetros, que é um fato corriqueiro na realidade industrial, seja considerado de forma direta na modelagem (SAHINIDIS, 2004; SILVA; MARINS; MONTEVECHI, 2013; SILVA *et al.*, 2014; SILVA; MARINS, 2014; SILVA, MARINS; DIAS, 2015). Em particular, Paiva (2009) cita as principais características do setor sucroenergético: a sazonalidade da demanda; o alto custo relativo da matéria-prima, representando 60% do custo dos produtos finais e a falta de um modelo de planejamento da colheita adequado, que contemple os custos de cada talhão em cada fazenda, o dimensionamento da frente de corte e da frota agrícola, a curva de maturação e a perecibilidade da matéria-prima após a colheita. Ainda segundo este autor, é importante que a definição do momento de colheita de cada talhão seja especificada de forma otimizada, dada a necessidade de se obter uma matéria prima com maior teor de Açúcares Redutores Totais (ART) e com uma pureza alta.

Desta maneira, o objetivo geral desta pesquisa foi desenvolver e utilizar um modelo de Programação Por Metas Multiescolha Revisado (RMCGP- LHS) para auxiliar no planejamento da colheita de cana de açúcar, na produção de açúcares e álcoois e na cogeração de energia elétrica de uma usina sucroenergética em um ambiente sob incerteza. Segundo os critérios propostos por Bertrand e Fransoo (2002) para a classificação de pesquisas científicas, este trabalho é uma pesquisa aplicada, pois visa gerar melhorias para a literatura atual, com objetivos empírico-descritivos, pois o modelo desenvolvido descreve as relações causais que podem existir na realidade, favorecendo a compreensão de processos reais. A forma de abordar o problema é a quantitativa, sendo o método de pesquisa a modelagem.

Este artigo está organizado em seções. Na Seção 2 são abordados os principais modelos de Programação por Metas (*Goal Programming* – GP) sob incerteza. Na Seção 3 está o modelo desenvolvido e na Seção 4, encontram-se os comentários gerais e o direcionamento para novas pesquisas.

## **2. Modelos de Programação por Metas Sob Incerteza**

Em muitos problemas de decisão, há vários objetivos que se deseja otimizar, sendo que, alguns deles podem ser conflitantes, o que dificulta a solução (SILVA; MARINS, 2014; SILVA; MARINS, 2015; SILVA; MARINS; DIAS, 2015). No trabalho de Deb (2001) é comentado que problemas do mundo real são naturalmente multiobjetivos. Neste contexto, os modelos GP têm sido aplicados com sucesso em diferentes problemas das diversas áreas do conhecimento (CABALLERO; GÓMES; RUIZ, 2009; SILVA; MARINS, 2014; SILVA; MARINS, 2015).

Algumas contribuições recentes para tratar essas situações podem ser citadas:

- Paiva; Morabito (2011) aplicaram um modelo de Otimização Estocástica Robusta para incorporar a incerteza em parâmetros (preços dos produtos, matriz de rendimento e eficiência global) de problema no setor sucroenergético.
- Ghahtarani; Najafi (2013) combinaram a otimização estocástica robusta com a GP, desenvolvendo o modelo *Robust Goal Programming* (RGP), e o aplicaram na seleção de portfólios de investimento.
- Silva; Marins; Montevechi (2013) aplicaram o modelo *Multi-Choice Goal Programming* (MCGP) no planejamento agregado da produção e na cogeração de energia elétrica.
- Silva; Marins (2014) aplicaram um modelo *Fuzzy Goal Programming* (FGP) no planejamento agregado da produção de uma usina sucroenergética e Silva *et al.* (2014) aplicaram o modelo FGP no planejamento da colheita de cana de açúcar.
- Silva; Marins; Dias (2015) estenderam o modelo *Revised Multi-choice Goal Programming* (RMCGP), para tratar a incerteza nos LHS (denominado RMCGP – LHS) e o aplicaram no planejamento da colheita de cana de açúcar de uma usina sucroenergética.

Conforme Chang (2007), em problemas multiobjetivos reais há níveis imprecisos para as metas associadas aos objetivos, dificultando a sua modelagem. Devido a tais incertezas foram desenvolvidos modelos FGP que frequentemente utilizam funções lineares de pertinência triangulares e trapezoidais, para tratar as incertezas associadas aos valores dos RHS, ou seja, nas metas  $g_i$  (Silva *et al.*, 2011). Ainda segundo Chang (2007), pode haver situações em que há, do ponto de vista do decisor, vários valores interessantes para as metas associadas aos objetivos e não apenas um, ou seja, os objetivos podem ser alcançados ao se atingir diferentes níveis (formando patamares ou segmentos) específicos desejados. O Modelo MCGP permite avaliar as incertezas nos valores dos RHS (CHANG, 2007):

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n |f_i(X) - g_{i1} \text{ ou } g_{i2} \text{ ou } \dots \text{ ou } g_{im}| \quad (1)$$

S. a:

$$X \in F \quad (F \text{ é um conjunto de soluções viáveis}), \quad (2)$$

sendo  $g_{ij}$  o  $j$ -ésimo valor de um dos possíveis  $m$  níveis (ou segmentos) desejados para a meta associada ao  $i$ -ésimo objetivo  $f_i(X)$ .

Esse modelo não linear, com a incorporação de variáveis desvios, típicas da GP, pode ser reescrito na forma de um modelo linear (CHANG, 2007). Segue um exemplo dessa formulação:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n (d_i^+ + d_i^-) \quad (3)$$

S. a:

$$f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = g_1 Z_1 + g_2 (1 - Z_1) \quad (4)$$

$$f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = g_3 Z_2 Z_3 + g_4 Z_2 (1 - Z_3) + g_5 Z_3 (1 - Z_2) \quad (5)$$

$$f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = g_6 Z_4 Z_5 + g_7 Z_4 (1 - Z_5) + g_8 Z_5 (1 - Z_4) + g_9 (1 - Z_4)(1 - Z_5) \quad (6)$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0, d_i^+ d_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$X \in F \text{ (F é um conjunto de soluções viáveis)}, Z_1, Z_2, \dots, Z_5 \in \{0, 1\}. \quad (8)$$

Observe-se que a função objetivo (3) visa minimizar os valores das variáveis de desvios  $d_i^+, d_i^-$ , vinculadas às metas  $g_i$ , associadas a cada função  $f_i(X)$ . A restrição (4) contempla um cenário no qual há dois segmentos para a meta, sendo que, quando o valor de  $Z_1$  for zero será o segmento  $g_2$  será o escolhido, e quando o valor de  $Z_1$  for igual a 1, o segmento  $g_1$  será o escolhido. As restrições (5) e (6) contemplam um cenário no qual há três e quatro segmentos para a meta  $i$ , respectivamente, valendo um raciocínio similar para combinações de valores das variáveis auxiliares binárias  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  e  $Z_5$  que levam a escolha dos valores de  $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8$  e  $g_9$ . As restrições (7) e (8) contemplam os domínios das variáveis.

Bankian-Tabrizi; Shahanaghi; Jabalameli (2012) combinaram a lógica *fuzzy* com o modelo MCGP criando assim, o modelo *Fuzzy Multi-Choice Goal Programming* (FMCGP), estes autores validaram o modelo com exemplos numéricos simples.

Para o caso de dois segmentos o modelo MCGP, com a incorporação das variáveis auxiliares binárias, ainda será linear, entretanto, acima de dois segmentos o modelo será não linear (SILVA; MARINS; MONTEVECHI, 2013). Uma contribuição relevante foi a de Chang (2008), que propôs o Modelo RMCGP evitando as variáveis binárias com a incorporação de variáveis auxiliares contínuas  $y_i$  que permitem as metas  $g_i$  variarem em um intervalo contínuo. Na formulação dada por (9) – (14),  $g_i^{\max}$  e  $g_i^{\min}$  são, respectivamente, o limite máximo e o limite mínimo estimados para a meta  $g_i$ , e  $e_i^+$  e  $e_i^-$  são variáveis de desvios associadas ao limite (máximo ou mínimo) da meta  $g_i$  que se deseja otimizar. Observe-se que, dependendo do escopo do objetivo associado à meta  $g_i$ , pode ser interessante considerar o limite máximo ou o limite mínimo na restrição (11), conforme explicado adiante:

$$\text{Min} Z = \sum_{i=1}^n (d_i^+ + d_i^- + e_i^+ + e_i^-) \quad (9)$$

S. a:

$$f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = y_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

$$y_i + e_i^- - e_i^+ = g_i^{\max} \text{ ou } g_i^{\min}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (11)$$

$$g_i^{\min} \leq y_i \leq g_i^{\max}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

$$d_i^+, d_i^-, e_i^+, e_i^- \geq 0, d_i^+ d_i^- = 0, e_i^+ e_i^- = 0, \quad i=1,2,\dots,n \quad (13)$$

$$x \in F \quad (F \text{ é um conjunto de soluções}) \quad (14)$$

Uma observação importante com relação à restrição (11) - que envolve a escolha entre as variáveis  $g_i^{\max}$  ou  $g_i^{\min}$  para ser o seu RHS - é que esta decisão depende do que se deseja para a meta analisada: se a meta é do tipo “quanto mais melhor”, como é o caso de lucros, usa-se o  $g_i^{\max}$  e, caso contrário, usa-se o  $g_i^{\min}$ . A principal diferença do modelo RCMGP em relação ao modelo MCGP está no fato de que os níveis desejados das limitações das metas  $g_i$  estão definidos em espaços contínuos, conforme mostra a equação (12), não havendo variáveis auxiliares binárias.

Chang (2011) comenta que os modelos MCGP e RCMGP proporcionam melhores soluções em relação aos modelos *Weighted Goal Programming* - WGP, *Minmax Goal Programming* - MA e *Lexicographic Goal Programming* - LGP. Tanto o modelo MCGP quanto o modelo RCMGP são bem recentes e não há muita literatura disponível sobre eles, podendo ser consultados Silva *et al.*, (2010), Chang (2007, 2008, 2010), Liao; Kao (2010), Silva; Marins; Montevechi (2013); Silva; Marins; Dias (2015).

O modelo *Multi-Segment Goal Programming* (MSGP) foi desenvolvido por Liao (2009) e é derivado do modelo MCGP proposto por Chang (2007); a principal diferença entre estes modelos está no contexto em que se considera a incerteza. O MCGP considera incertezas nos RHS e o MSGP considera incertezas nos LHS. O modelo MSGP pode ser expresso por (15) - (17):

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n (d_i^- + d_i^+) \quad (15)$$

$$\text{S. a:} \quad \sum_{i=1}^n S_{ij} x_i + d_i^- - d_i^+ = g_j, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2, 3 \quad (16)$$

$$d_i^- \geq 0, d_i^+ \geq 0, \quad i=1, 2, 3, X \in F \quad (F \text{ é um conjunto de soluções viáveis}) \quad (17)$$

sendo  $S_{ij}$  os coeficientes das variáveis de decisão correspondentes ao nível (valor) estabelecido para o  $j$ -ésimo segmento da  $i$ -ésima meta  $g_i$ , as demais variáveis são as análogas aos modelos anteriores.

Chang; Chen; Zhuang (2014) integraram os modelos MCGP e MSGP no problema de seleção de fornecedores considerando a qualidade imperfeita, descontos em um ambiente de múltiplas fontes de fornecimento. Karimi; Rezaeinia (2014) aplicaram um modelo *Revised Multi-Segment Goal Programming* (RMSGP), criado por Chang; Chen; Zhuang (2012a), no problema de seleção de fornecedores. No modelo RMSGP não há variáveis binárias e é linear. A ideia básica deste modelo é restringir a variação dos LHS num intervalo contínuo, enquanto o modelo MSGP restringe a variação dos LHS num intervalo discreto. Já Chang *et al.* (2012b) propuseram o modelo *Multi-Coefficients GP* (MCGP) com o mesmo propósito do RMSGP, mas utilizando variáveis auxiliares discretas vinculadas a cada LHS.

A diferença do modelo RCMGP-LHS, proposto por Silva; Marins; Dias (2015), em relação a esses modelos anteriores é que a incerteza é aplicada em todos os LHS simultaneamente e

os demais modelos modelam a incerteza individualmente, o que aumenta a complexidade e o tempo computacional. Esta nova abordagem lida com a incerteza nos LHS com uma proposta inovadora, que permite avaliar rapidamente cenários (com tempo computacional aceitável). Outra vantagem deste modelo é que ele não precisa de uma fase para a calibração dos parâmetros, que geralmente apresenta sérias dificuldades, e a outra vantagem é que a incerteza é modelada em todos os coeficientes tecnológicos. Formulação do modelo RMCGP-LHS:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n [\alpha_i (d_i^+ + d_i^-) + \beta_i (e_i^+ + e_i^-)] \quad (18)$$

S.a:

$$f_i(X)\omega - d_i^+ + d_i^- = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

ou

$$f_i(X)\tau - d_i^+ + d_i^- = y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$y_i - e_i^+ + e_i^- = g_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

$$f_i(X)\omega \leq y_i \leq f_i(X)\tau, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (21)$$

$$(22)$$

$$X \in F \quad (F \text{ é um conjunto de soluções } \setminus) \quad (23)$$

sendo os parâmetros  $\omega$  e  $\tau$ , dada por percentagens, representam, respectivamente, decréscimos e acréscimos nas funções objetivos originais  $f_i(X)$ , definidos com base na experiência e *expertise* dos decisores, enquanto as variáveis de desvio  $d_i^+, d_i^-, e_i^+, e_i^-$  são análogas a do modelo original RMCGP.

Observe-se que os limites  $g_i^{\max}$  e  $g_i^{\min}$  do modelo RMCGP original, foram substituídos pelas funções objetivos originais  $f_i(X)$ , e a incerteza foi inserida nos LHS por meio dos parâmetros  $\tau$  e  $\omega$ , conforme modelado em (19) e (21). Para cada função objetivo  $f_i(X)$  é associada a variável auxiliar  $y_i$ , tal como formulado na restrição (19). A restrição (20) envolve a escolha do valor da meta  $g_i$ . A restrição (21) contempla o intervalo de variação.

### 3. Modelagem do Problema

Seguem conjuntos, índices, parâmetros, variáveis, função objetivo e restrições, do modelo RMCGP-LHS:

*Índices*

$t$	Períodos, $t \in T, T = \{1, 2, \dots, 32\}$ ;
$i$	Talhões, $i \in I, I = \{1, 2, \dots, 34\}$ ;
$f$	Transporte agrícola, $f \in F, F = \{\text{Frota própria, Frota Terceirizada}\}$ ;
$k$	Cana de fornecedores, $k \in K, K = \{A, B, C, D\}$ ;
$j$	Frente de corte, $j \in J, J = \{\text{Mecanizado, Manual}\}$ ;
$q$	Estado da cana, $q \in Q, Q = \{\text{Queimada, Crua}\}$ ;
$c$	Condição da cana, $c \in C, C = \{\text{Média, Tardia, Precoce}\}$ ;
$v$	Variedades de cana, $v \in V, V = \{1, 2, \dots, 12\}$ ;
$\pi$	Fazendas, $\pi \in \Pi, \Pi = \{1, 2, \dots, 16\}$ ;

$u$  Processos,  $u \in U$ ,  $U = \{1,2,\dots,24\}$ ;  
 $e$  Tipos de estoque,  $e \in E$ ,  $E = \{1,2\}$ ;  
 $p$  Produtos,  $p \in P$ ,  $P = \{AEHC, AAHC, VHP\}$ ;  
 $\phi$  Objetivos,  $\phi \in \Phi$ ,  $\Phi = \{1, 2, \dots, 9\}$ .

**Parâmetros**

$M_t^{\min}$  Moagem mínima semanal [ton/semana];  
 $M_t^{\max}$  Moagem máxima semanal [ton/semana];  
 $CT_j$  Capacidade semanal da frente  $j$  [ton/semana];  
 $R_{j,\pi}$  Custo da frente de corte  $j$  na fazenda  $\pi$ ;  
 $Rk_{j,k}$  Custo da frente de corte  $j$  no fornecedor  $k$ ;  
 $CP_t$  Capacidade do transporte próprio no período  $t$  [ton/semana];  
 $\phi_t$  Tempo efetivo de funcionamento da indústria durante um período  $t$  [%];  
 $Disp_{iqcv\pi 0}$  Previsão inicial de safra para o talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$ ; antes do início do período de planejamento [ton];  
 $Disp_{k0}$  Previsão inicial de safra por tipo de fornecedor  $k$ , antes do início do período de planejamento [ton];  
 $ATR_{iqcv\pi t}$  ATR (ótimo) do talhão  $i$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$ , no período  $t$  [ton/semana];  
 $A_{put}$  Rendimento do produto  $p$  no processo  $u$  no período  $t$ ;  
 $U_{iqcv\pi t}$  ATR do talhão  $i$  (no momento do corte) na condição  $c$  da variedade  $v$  na fazenda  $\pi$  no período  $t$  [ton/semana];  
 $L_{f\pi}$  Custo variável da opção de transporte  $f$  para a fazenda  $\pi$  [\$/ton];  
 $Lk_{fk}$  Custo variável da opção de transporte  $f$  para o fornecedor  $k$  [\$/ton];  
 $\mu_t$  Tempo efetivo de moagem no período  $t$  [%];  
 $Ck_k$  Custo da matéria prima do fornecedor  $k$  [\$/ton].  
 $H_{pet}$  Custo de estoque do produto  $p$  na opção de estoque  $e$  no período  $t$ .  
 $C_\pi$  Custo da matéria prima na fazenda  $\pi$  [\$/ton].

**Variáveis de decisão**

$\delta_{iqcv\pi jt}$  Quantidade de cana cortada no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$ , usando a frente de corte  $j$  no período  $t$  [ton];  
 $g_{jt}$  Quantidade de cana transportada por opção de transporte  $f$  no período  $t$  [ton];  
 $\eta_{ut}$  Quantidade de cana processada no processo  $u$  no período  $t$  [ton];  
 $\psi_{pet}$  Estoque do produto  $p$  na opção de estoque  $e$  no período  $t$ ;  
 $\beta_{ut}$  Seleção do processo  $u$  no período  $t$ ;  
 $disp_{iqcv\pi t}$  Disponibilidade de matéria prima do talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$ , no período  $t$  [ton];  
 $dispK_{kt}$  Disponibilidade de matéria prima no fornecedor  $k$  no período  $t$  [ton];  
 $n_{kjt}$  Variável associada à escolha da quantidade de cana fornecida por opção de fornecedor  $k$ , utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ ;  
 $IB(t)$  Variável de estoque de bagaço para a geração de energia no período  $t$ ;  
 $MBT(t)$  variável de quantidade de bagaço consumido para a geração de vapor no período  $t$ ;  
 $VAPt(t)$  Variável de quantidade de vapor produzido no período  $t$ ;  
 $EGT(t)$  Variável de quantidade de energia produzida no período  $t$  [MWH];  
 $EET(t)$  Variável de quantidade de energia exportada no período  $t$  [MWH];  
 $\omega$  e  $\tau$ , Representam, respectivamente, uma decréscimo e um acréscimo [%] nas funções objetivos originais  $f_i(X)$ ,

**Variáveis auxiliares:**

- $d_{\varphi}^{+}$  Variável de desvio para mais na realização da variável auxiliar  $y_{\varphi}$ ;  
 $d_{\varphi}^{-}$  Variável de desvio para menos na realização da variável auxiliar  $y_{\varphi}$ ;  
 $w_{\varphi}^{+}$  Variável de desvio para mais na realização da meta  $g_i$ ;  
 $w_{\varphi}^{-}$  Variável de desvio para menos na realização da meta  $g_i$ ;  
 $y_{\varphi}$  Variável auxiliar contínuas que permitem as funções  $f_i(X)$  variarem em um intervalo contínuo.

O modelo possui 6.112.805 restrições, 12.223.163 variáveis 628 variáveis binárias e 89.483.995 coeficientes diferentes de zero. Para otimização do modelo foi utilizado um computador com processador Intel (*Core i7*) 2,8 GHZ, 8MB cache e 12GB RAM e sistema operacional *OS X Yosemite* e o tempo de resolução foi de aproximadamente 1,5 horas. Por motivo de limitação de espaço não será descrito o modelo completo, dando ênfase na interpretação dos resultados.

**Função objetivo**

- Considerando-se que todas as metas possuíam igual importância o objetivo está expresso em (24):

$$\text{Min } \sum_{\varphi \in \Phi} (d_{\varphi}^{+} + d_{\varphi}^{-} + w_{\varphi}^{+} + w_{\varphi}^{-}) \quad (24)$$

**Sujeito a:**

- Restrição (25) está associada à disponibilidade de cana no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  utilizando a frente de corte  $j$  e no período  $t$ :

$$\quad , \quad (25)$$

- Restrição (26) está associada à disponibilidade de cana no fornecedor  $k$  utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ :

$$\quad (26)$$

-Restrição (27) está associada à quantidade de cana cortada do talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ , deve ser menor ou igual a disponibilidade da matéria prima:

$$\quad (27)$$

$$\delta_{i q \alpha \pi j t} \leq \text{disp}_{\pi q c v \pi t}, \quad \forall i \in I, \forall q \in Q, \forall c \in C, \forall \pi \in \Pi, \forall j \in J, \forall t \in T$$

-Restrição (28) está associada à quantidade de cana cortada do fornecedor  $k$  utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ :

$$n_{k j t} \leq \text{disp}_{k t} \quad \forall k \in K, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (28)$$

-Restrição (29) está associada à quantidade de cana cortada no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$ , na fazenda  $\pi$  utilizando a frente de corte  $j$  e no período  $t$ , mais a quantidade cortada de cana por fonte de fornecimento  $k$ , utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ , que serão transportadas pelo transporte  $f$  no período  $t$ :

$$\quad (29)$$

-Restrição (30) estabelece que não deve haver estoque de cana para a safra seguinte no talhão  $i$ , no estado  $q$ , na condição  $c$ , da variedade  $v$  e na fazenda  $\pi$  utilizando a frente de corte  $j$ :

$$\sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{t \in T} disp_{iqcv\pi t} = \sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \delta_{iqcv\pi jt}, \quad \forall t \in T \quad (30)$$

- Restrições (31) - (32) estabelecem os níveis (mínimo e máximo) de moagem no período  $t$ :

$$\forall t \in T \quad (31)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} n_{kjt} + \sum_{i \in I} \sum_{q \in Q} \sum_{c \in C} \sum_{v \in V} \sum_{\pi \in \Pi} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \delta_{iqcv\pi jt} \leq M_t^{\max} \frac{\mu_t}{100} \frac{\phi}{100} \quad \forall t \in T \quad (32)$$

- Restrições (33) - (34) modelam a restrição de escolha do processo de produção  $u$  no período  $t$ :

$$\eta_{ut} \leq M_t^{\max} \beta_{ut}, \quad \forall u \in U, \forall t \in T \quad (33)$$

$$\sum_{u \in U} \beta_{ut} = 1, \quad \forall t \in T \quad (34)$$

#### **Restrições específicas do modelo RMCGP- LHS**

- As Restrições (35) - (37) modelam a incerteza no objetivo minimização do custo total de transporte da matéria prima (própria e fornecida):

(35)

(36)

(37)

- As restrições (38) - (40) modelam a incerteza no objetivo minimização do custo total de estocagem.

(38)

(39)

(40)

- As restrições (41) e (43) modelam a incerteza no objetivo maximização da produção do Açúcar VHP.



(41)

$$\sum_{u \in U} \sum_{t \in T} \eta_{ut} A_{VHP^{ut}} - d_4^+ + d_4^- = y_4 \quad (42)$$

(43)

- As restrições (44) - (46) modelam a incerteza no objetivo maximização da cogeração de energia elétrica.

(44)

(45)

$$\left( \sum_{t \in T} EET_t \right) \omega \leq y_4 \leq \left( \sum_{t \in T} EET_t \right) \tau \quad (46)$$

- Restrições (46) expressam os domínios das variáveis:

$$\begin{aligned} & \delta_{iqcvrjt} \geq 0, g_{ft} \geq 0, dsp_{qcvsr} \geq 0, dsp_{kxt} \geq 0, n_{kjt} \geq 0, \\ & \psi_{pet} \geq 0, \eta_{ut} \geq 0, \beta_{ut} \in \{0,1\}, d_p^+ \geq 0, d_p^- \geq 0, d_p^+ d_p^- = 0, \alpha_\varphi \geq 0, \forall i \in I, \forall q \in Q, \forall c \in C, \forall v \in V, \\ & \forall \pi \in \Pi, \forall t \in T, \forall f \in F, \forall k \in K, \forall j \in J, \forall \varphi \in \Phi, \forall e \in E, \forall p \in P, \forall u \in U. \end{aligned} \quad (50)$$

#### 4. Resultados, Comentários gerais e direcionamento para novas pesquisas

A seguir estão alguns resultados possíveis de serem obtidos a partir do uso do Modelo RMCGP-LHS.

Tabela 1- Cana processada [ton] no processo  $u$  no período  $t$  para diferentes cenários de incerteza: 0%, 10% e 20% de variações nos LHS e para o modelo mono-objetivo com a função mono-objetivo acerca da margem de contribuição total.

Desvio de 0%					
Semanas / processo s	1	2	3	4	5
1		46.563			
4				49.181	
6					48.229,5
7			49.670,5		
10	46.535,5				
Desvio de 10%					
Semanas / processo s	1	2	3	4	5
4				49.181	
5					48.229,5

7		46.563			
8			49.670,5		
10	46.535,5				
Desvio de 20%					
Semanas / processo	1	2	3	4	5
2			49.670,5		
4				49.181	48.229,5
7	46.535,5				
9		46.563			
Modelo Mono-Objetivo (maximização da Margem de Contribuição)					
	1	2	3	4	5
5		46.563	49.670,5		
6	46.406				
7					48.229,5
8				49.181	

Percebe-se a flexibilidade do modelo RMGP-LHS no tratamento da incerteza em problemas sucroenergéticos, pois é capaz de gerar diferentes soluções para cada cenário. Por exemplo, a escolha dos processos 2 e 9 se deu apenas na variação de 20%, ao contrário do modelo mono-objetivo cujos resultados não se alteram. Na Tabela 2 está a quantidade de cana colhida no fornecedor  $k$  utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$ , para os mesmo três cenários anteriores, onde também se observa diferentes soluções.

Tabela 2- Cana colhida no fornecedor  $k$  utilizando a frente de corte  $j$  no período  $t$  para diferentes cenários de incerteza: 0%, 10% e 20% de variações nos LHS e para o modelo mono-objetivo com a função mono-objetivo acerca da margem de contribuição total.

Desvio de 0%						
		1	2	3	4	5
forn b	mecanizado			14.123,11		
forn b	manual			14.123,11		
forn c	mecanizado		20.77,5			
forn c	manual		20.477,5			
forn d	mecanizado	22.246,75		7.139,14	22.450,5	23.154,75
forn d	manual	22.246,75		7.139,14	22.450,5	23.154,75
Desvio de 10%						
		1	2	3	4	5
forn c	mecanizado	20.737,75		22.650,25	21.786,25	24.114,75
forn c	manual	20.737,75		22.650,25	21.786,25	24.114,75
forn	mecanizado		23.281,		2.804,25	

d	o		5			
forn	manual		23.281,5			2.804,25
Desvio de 20%						
		1	2	3	4	5
forn	mecanizado					22850,75
forn	manual					22850,75
forn	mecanizado	20.636,08	20.765,5	24.509,25	20.349,5	
forn	manual	20.636,08	20.765,5	24.509,25	20.349,5	
Modelo monobjetivo (Maximização da Margem de Contribuição)						
		1	2	3	4	5
forn	mecanizado	23.203		24.835,25		24.114,75
forn	manual	23.203		24.835,25		24.114,75
forn	mecanizado		23.281,5		24.590,5	
forn	manual		23.281,5		24.590,5	

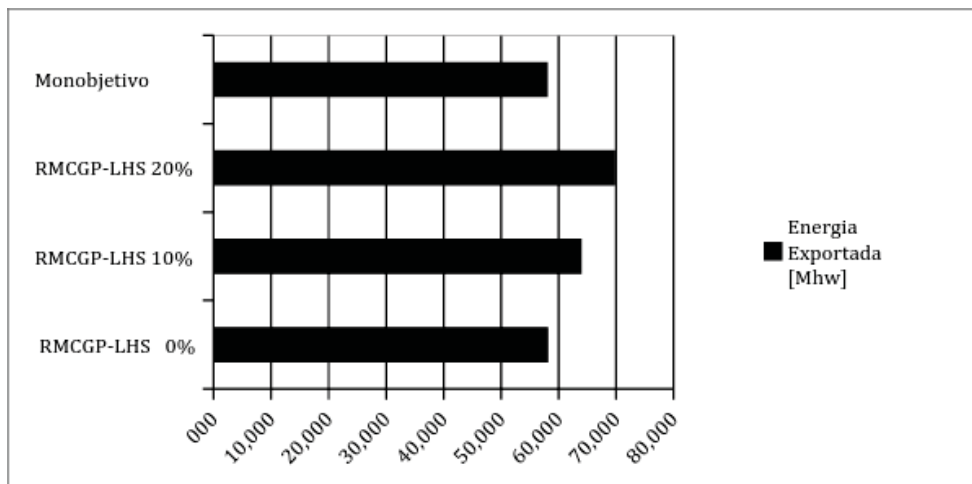
Tabela 3- Produção total e custo total

Desvio	Produção			Custo Total [R\$]	Margem de Contribuição [R\$]
	AEHC [m <sup>3</sup> ]	AAHC [m <sup>3</sup> ]	VHP [ton]		
0%	19.077	19.954	128.630	117.871.692,87	233.785.374,96
10%	20.985	21.949	115.767	108.134.816,07	236.661.330,54
20%	23.988	23.010	154.106	95.864.436	234.463.603,70
Mono-objetivo	11.820	19.682	141.465	109.925.254,72	76.569.670,00

Note nos resultados apresentados na Tabela 3, que o modelo Mono-objetivo apresentou uma margem de contribuição menor em comparação ao modelo RMC GP-LHS. Observe-se que este último modelo, além de minimizar os custos agroindustriais, também maximiza: a produção dos alcoóis e açúcares, a margem de contribuição, a cogeração de energia, e também a minimização da diferença entre o ATR ótimo com o ATR do momento do corte da cana (ver SILVA; MARINS; DIAS, 2015).

A Figura 1 contempla a quantidade de energia vendida. Percebe-se, que o modelo mono-objetivo exportou a menor quantidade de energia, o que pode ter contribuído para obter menor Margem de Contribuição.

Figura 1- Quantidade total de energia vendida



Os resultados deste estudo têm sido promissores e incentivam outros esforços de pesquisa do grupo, tais como: analisar os efeitos das incertezas nos parâmetros de entrada do modelo por meio do modelo RGP (GHAHTARANI; NAJAFI, 2013).

#### Agradecimentos

Esta pesquisa foi parcialmente financiada pelo CNPq (Processos Nos. 303362/2012-0 e 470189/2012) e pela CAPES (PE-024/2008) e FAPESP (Processo No. 2014/06374-2).

#### Referências

- Bankain-Tabrizi, B., Shahanaghi, K., & Jabalameli, M. S.** Fuzzy multi-choice goal programming. *Applied Mathematical Modelling*, 35(4), 1415-1420, 2012.
- Bertrand, J. W. M. e Fransoo, J. C.**, Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations and Production Management*, v.22, 241-264, 2002.
- Chang, C-T.** Multi-Choice goal programming. *Omega, Elmsford*, v.35, 389-396, 2007.
- Chang, C.-T., Chen, H-M., & Zhuang, Z.-Y.** Revised multi-segment goal programming: Percentage goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, v. 63, 1235-1242, 2012a.
- Chang, C.-T., Chen, H-M., & Zhuang, Z.-Y. (2012b).** Multicoefficients goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, v.62, p. 616-623, 2012b.
- Chang, C-T; Chen, H-M; Zhuang, Chang, C.-T., Chen, H-M., & Zhuang, Z.-Y.** Integrated multi-choice goal programming and multi-segment goal programming for supplier selection considering imperfect-quality and price-quantity discounts in a multiple sourcing environment. *International Journal of Systems Science*, v. 45, p. 1101- 1111, 2014.
- Deb, K.** Nonlinear goal programming using multi-objective genetic algorithms. *Journal of the Operational Research Society*, Oxford, v.52, n.3, p.291–302, 2001.
- Ghahtarani, A; Najafi. A. B.** Robust goal programming for multi-objective portfolio selection problem. *Economic Modelling*, v.33, p. 588-592, 2013.
- Karimi, H; Rezaeinia, A.** Supplier selection using revised multi-segment goal programming model. *Int J Adv Manuf Techno.* v.70, p. 1227- 1234, 2014.
- Marins, F. A. S.** Introdução à Pesquisa Operacional. Cultura Acadêmica. São Paulo. Pró-Reitoria de Graduação, 2011.

**Paiva, R. P. O.** Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta. Tese (Doutorado em Eng. de Produção) –Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

**Paiva, R. P. O.; Morabito, R.,** An optimization model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. *Annals Operations Research*, v.169, 117-130, 2009.

**Paiva, R. P. O.; Morabito, R.,** Programação estocástica robusta aplicada ao planejamento agregado de safra em usinas cooperadas do setor sucroenergético. *Gestão & Produção*, v. 18, n. 4, 719-738, 2011

**Sahinidis, N. V.** Optimization under uncertainty: State-of-the-art and opportunities. *Computers and Chemical Engineering*, v.28, 971-983, 2004.

**Sen, S.; Hingle, J. L.** An introductory tutorial on stochastic linear programming models. *Interfaces*, Providence, v.29, 33-61, 1999.

**Silva, A. F.; Marins, F. A. S.** Revisão da Literatura sobre Modelos de Programação por Metas Determinística e Sob Incerteza. *Produção*, vxxx, xxx-xxx, 2015.

**Silva, A. F.; Marins, F. A. S.; Paiva, G.; Luche, J. R. D.** Planejamento da colheita de cana de açúcar utilizando um modelo de programação por metas *fuzzy*. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Salvador BA, 2014.

**Silva, A. F.; Marins, F. A. S.; Montevechi, J. A. B.** Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company. *Applied Mathematical Modelling*, v.37, 6146-6162, 2013.

**Silva, A. F.** Otimização Multiobjetivo no Planejamento Agregado da Produção e na Cogeração de Energia Elétrica de Usina do Setor Sucroenergético. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, São Paulo- FEG-UNESP, 2013.

**Silva, A. F; Marins, F. A. S.; Montevechi, J. A. B.** Tratamento da Incerteza no Planejamento da Colheita de Cana de Açúcar Utilizando um Modelo de Programação por Metas Multi-escolha revisado. XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro-RJ, 2012.

**Silva, A. F; Marins, F. A. S; Salomon, V. A. P; Silva, G. e Montevechi, J. A. B.,** Otimização multiobjetivo fuzzy no planejamento agregado da produção e distribuição em usinas de açúcar e álcool. Anais do XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Bento Gonçalves - RS, v. 1, 1086-1097, 2010.

**Silva, A. F; Marins, F. A. S.** A Fuzzy Goal Programming model for solving aggregate production-planning problems under uncertainty: A case study in a Brazilian sugar mil. *Energy Economics*, v. 45, p. 196-204, 2014.

**Silva, A. F; Marins, F. A. S; Dias, E. X.** Addressing uncertainty in sugarcane harvest planning through a revised multi-choice goal programming model. *Applied Mathematical modelling* doi:10.1016/j.apm.2015.01.007, 2015.

**Silva, A. F; Marins, F. A. S.** Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. *Revista Production*, doi: <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-65132014005000003>, 2015.