

## **APLICAÇÃO DO MÉTODO DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO EM UM MODELO DE SIMULAÇÃO CLÁSSICO**

**Rafael de Carvalho Miranda**

Universidade Federal de Itajubá  
Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, UNIFEI, Itajubá - MG  
mirandaprod@yahoo.com.br

**José Arnaldo Barra Montevechi**

Universidade Federal de Itajubá  
Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, UNIFEI, Itajubá - MG  
montevechi@unifei.edu.br

**Tábata Fernandes Pereira**

Universidade Federal de Itajubá  
Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, UNIFEI, Itajubá - MG  
tabatafp@gmail.com

### **RESUMO**

O uso conjunto da simulação e otimização cresceu de forma acentuada nos últimos anos, no entanto, sua utilização ainda passa por grandes desafios. Um destes desafios reside nos grandes gastos computacionais para realização da otimização. Em um problema de otimização via simulação, enquanto o número de variáveis de decisão cresce de forma linear seu espaço de busca cresce de forma exponencial. Isso faz com que o tempo necessário para convergência dos otimizadores seja elevado. Tal fato é agravado para modelos de simulação complexos e com a realização de replicações. Desta forma, este trabalho tem por objetivo aplicar um método de redução do espaço de busca em um modelo de simulação clássico. A aplicação deste método reduziu o espaço de busca do problema em mais de 90%, além de promover significativas reduções no tempo necessário para convergência de um otimizador, sem que houvesse perda de qualidade na resposta encontrada.

**PALAVRAS CHAVE.** Simulação a eventos discretos, Otimização via simulação, Redução do espaço de busca.  
**Área principal.** SIM.

### **ABSTRACT**

The use of simulation and optimization has grown sharply in recent years, however, their use has many challenges. One such challenge is the large computational costs to perform the optimization. In a simulation optimization problem, while the number of decision variables grows linearly, its search space grows exponentially. Thus the time required for convergence of the optimizer is high. This fact is compounded for complex simulation models and with the realization of replications. Thus, this study aims to apply a method of reducing the search space in a classic simulation model. The application of this method reduced the search space by more than 90%, reduced significantly the time to convergence of the optimizer, without any loss of quality in the response.

**KEYWORDS.** Discrete Events Simulation, Simulation Optimization, Searching Space Reduction.  
**Main area.** SIM.

## 1. Introdução

A maioria dos problemas associados com a otimização de sistemas reais, são complexos demais para serem modelados analiticamente. Para estes casos, a simulação a eventos discretos (SED) tem sido uma ferramenta útil para avaliar desempenhos destes sistemas complexos, mas que pode apresentar deficiências quando aplicada isoladamente. Desta forma, uma abordagem de integração da simulação com a otimização é muitas vezes necessária (LEE *et al.*, 2008).

A Otimização via Simulação (OvS) é uma das ferramentas mais importantes que surgiram nos últimos anos no campo da Pesquisa Operacional (AZADEH, TABATABAEE e MAGHSOUDI, 2009). No entanto, apesar de ser discutida a várias décadas, este campo de pesquisa só ganha destaque recentemente, e passa a ser utilizada de forma crescente a partir da década de 90, devido principalmente ao desenvolvimento de pacotes de simulação, que já possuem rotinas de otimização integradas (BANKS *et al.*, 2005; FU *et al.*, 2000; FU, 2002).

No entanto, apesar dos grandes avanços nos pacotes comerciais de otimização via simulação, esta ainda pode ser considerada uma forma relativamente lenta e custosa no estudo de sistemas caóticos e dinâmicos. Para tais sistemas, normalmente se requerem grandes despesas e quantidade de tempo para análise e programação, além de considerável custo computacional (HILLIER e LIBERMAN, 2010).

Uma crítica comumente feita a este tipo de otimização é que a maioria dos *softwares* disponíveis no mercado, ao manipularem mais de uma variável de decisão, se tornam muito lentos (STEPONAVIČĚ, RUUSKA e MIETTINEN, 2014). De fato, um dos grandes problemas da OvS é o espaço de busca dos modelos de simulação a serem otimizados, que cresce de forma exponencial enquanto o número de variáveis de decisão cresce de forma linear. Isso eleva o custo computacional, sendo diretamente proporcional ao número de possíveis soluções, o que pode levar a uma explosão combinatória, para os casos em que os limites de variação das variáveis de decisão possuem grande amplitude.

Kleijnen, Van Beers e Van Nieuwenhuysse (2010) apresentam como uma dificuldade adicional da utilização da OvS, o fato das saídas dos modelos de simulação serem provenientes de funções implícitas e expostas a ruídos. Estes autores destacam as dificuldades envolvidas em se analisar as saídas de um modelo de SED devido à variação existente entre cada replicação realizada.

De modo a contornar este problema, vários estudos têm se concentrado em desenvolver métodos de otimização, ou aprimorar metaheurísticas, que aumentem a eficiência do processo de otimização via simulação, buscando boas soluções em um tempo computacional aceitável (JACOBSON, 2009; KESKIN, 2010; LEE, 2008; LIN, 2013; SIEGMUND, 2012; WILLIS e JONES, 2008; YANG, 2009). Porém, poucos estudos se preocuparam em limitar o espaço de busca da otimização, trabalhando apenas com as variáveis de maior significância e com a melhor faixa de valores para cada variável (MIRANDA, MONTEVECHI e SILVA, 2013).

Dentro deste contexto, este trabalho expande a proposta apresentada em Miranda, Montevechi e Silva (2013) e Miranda, Montevechi e Silva (2014), em que os autores propõem um procedimento para redução do espaço de busca para problemas de OvS.

O procedimento proposto pelos autores faz uso dos Arranjos Ortogonais de Taguchi (TAGUCHI, 1987), para representação da região experimental, da simulação para testar cada cenário; e da Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) (BANKER, CHARNES e COOPER, 1984) associada ao conceito da supereficiência (ANDERSEN e PETERSEN, 1993) para análise de eficiência de cada cenário simulado. O método proposto pelos autores foi aplicado a problemas reais de simulação, contemplando casos de otimização mono e multiobjetivos alcançando em ambos os casos resultados expressivos.

Dessa forma, este trabalho tem por objetivo testar a proposta de Miranda, Montevechi e Silva (2013) e Miranda, Montevechi e Silva (2014), aplicando o método proposto pelos autores em um caso amplamente discutido e utilizado na literatura, usando para tal um modelo de simulação clássico proposto por Law e Kelton (2000) e utilizado como forma de comparação para problemas de OvS por vários autores.

Para cumprir com seus objetivos, o trabalho encontra-se dividido em cinco seções. A primeira contextualizou o tema desta pesquisa. A seção dois irá apresentar conceitos básicos sobre otimização via simulação. A terceira seção apresenta o método para redução do espaço de busca em problemas de OvS. A quarta seção apresenta o objeto de estudo utilizado e a aplicação do método. Por fim, a quinta e última seção concluirá o trabalho.

## 2. Fundamentação teórica

### 2.1 Otimização via Simulação

Swisher *et al.* (2000), Fu (2002), Ólafsson e Kim (2002) e Eskandari *et al.* (2011), definem a Otimização via Simulação como o processo de procurar o melhor conjunto de soluções para um modelo de simulação, ou seja, seus parâmetros ou variáveis de entrada, de forma a otimizar as saídas do modelo.

Para Carson e Maria (1997), um modelo de simulação geralmente inclui  $n$  variáveis de entrada ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) e  $m$  variáveis de saída ( $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ ) ou ( $y_1, y_2, \dots, y_m$ ) (Figura 1). A otimização desse modelo de simulação implica encontrar a configuração ótima das variáveis de entrada, ou seja, os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que otimize(m) a(s) variável(eis) de saída(s).

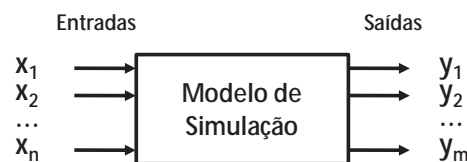


Figura 1 - Modelo de simulação

Fonte: Adaptado de Carson e Maria (1997)

Segundo Fu (1994), um problema tradicional de otimização via simulação (minimização com um único objetivo) pode ser representado pelas Eqs. (1) - (2):

$$\min f(\theta) \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \theta \in \Theta \quad (2)$$

Onde  $f(\theta) = E[\psi(\theta, \omega)]$  é o valor esperado do desempenho do sistema, estimado a partir de amostras do modelo de simulação; e  $\psi_j(\theta, \omega)$  valores de desempenho observados segundo parâmetros de entrada discretos ou contínuos, pertencentes a um conjunto viável  $\Theta$ .

Para Rosen, Harmonosky e Traband (2007) o método de otimização aplicável para a resolução do problema apresentado na Eq. (1) depende se o sistema simulado consiste de variáveis contínuas ou discretas. Há na literatura muitos métodos disponíveis para resolução de problemas como o apresentado na Eq. (1), infelizmente, alguns desses métodos não garantem que a solução encontrada seja uma solução ótima (BETTONVIL, CASTILLO e KLEIJNEN, 2009)

Como mencionado anteriormente, a Otimização via Simulação passa a ser utilizada de forma crescente, a partir da década de 90 (FU *et al.*, 2000). Dentro deste contexto foi realizado um estudo bibliométrico na base de dados Scopus®, utilizando os termos: “Simulation Optimization”, “Simulation based optimization” e “Optimization via Simulation” (termos estes associados a este procedimento de otimização em língua inglesa), buscando somente artigos referentes a este assunto e não limitando o período da busca, a fim de identificar o nível de publicações com o passar dos anos. Como resultado obteve-se o gráfico da Figura 2.

Nota-se pelos resultados obtidos na Figura 2, que com o passar do tempo, o número de publicações sobre otimização via simulação vem crescendo de forma acentuada, principalmente nos últimos dez anos. Fato este que reforça o interesse dessa área de pesquisa no campo da Pesquisa Operacional.

A Tabela 1 quantifica o número de artigos publicados sobre este tema de pesquisa nos últimos cinco anos. Verifica-se uma quantidade de trabalhos crescentes, indicando um interesse crescente por essa área na literatura.

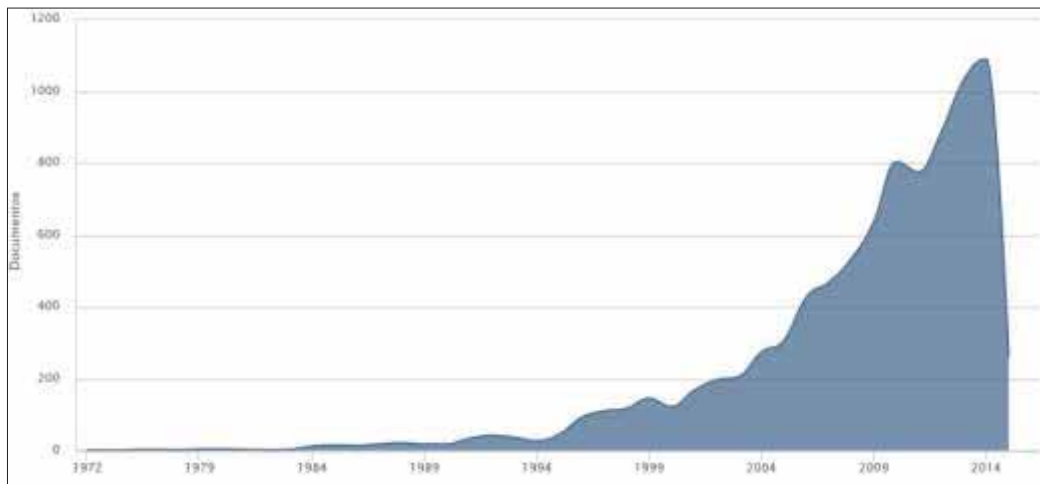


Figura 2 - Nível de publicação do tema Otimização via Simulação

Tabela 1 – Número de trabalhos nos cinco últimos anos

Ano	Número de trabalhos
2015	262 (até abril de 2015)
2014	1089
2013	1031
2012	885
2011	775

### 3. Procedimento para redução do espaço de busca em problemas de Otimização via Simulação

O procedimento para redução do espaço de busca em problemas de OvS, proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013) e Miranda, Montevechi e Silva (2014), combina a SED, Arranjos Ortogonais de Taguchi e a análise de Supereficiência desenvolvida no modelo DEA BCC.

Segundo o método estabelecido por estes autores, para a condução da otimização, deve ser utilizado um modelo de simulação, verificado e validado, sendo todas as variáveis de decisão do problema do tipo inteiras.

Os passos estabelecidos para a aplicação do método são:

- 1º. Passo: Determinar as variáveis de decisão do problema de OvS ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ) e determinar os limites de variação para cada variável (limite inferior  $\leq x_i \leq$  limite superior, com  $1 \leq i \leq n$ );
- 2º. Passo: Determinar as variáveis de saída que serão otimizadas: minimização ou maximização de uma ou mais variáveis de saída ( $y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ );
- 3º. Passo: Seleção do Arranjo Ortogonal de Taguchi em função do número de variáveis de decisão, de seus limites de variação; e do número mínimo de DMUs (unidades tomadoras de decisão) necessárias para serem analisadas pelo modelo DEA BCC;
- 4º. Passo: Geração da matriz experimental que represente a região de solução;
- 5º. Passo: Execução dos experimentos no simulador e armazenamento dos dados simulados para análise;
- 6º. Passo: Determinação da supereficiência de cada cenário (DMU) por meio da aplicação do modelo DEA BCC;
- 7º. Passo: Ranquear os cenários mais eficientes a partir do conceito da supereficiência;
- 8º. Passo: Baseando-se nas 2 DMUs mais eficientes, definir a nova faixa de variação para as variáveis de decisão, retirando do processo de otimização aquelas variáveis cujos valores em ambas as DMUs forem iguais, sendo este valor adotado para aquela variável;

9º. Passo: Otimizar o modelo de simulação utilizando a nova faixa de variação para cada variável de decisão;

10º. Passo: Analisar os resultados e, com base nestes, tomar as decisões.

#### 4. Aplicação do procedimento de otimização e discussão dos resultados

##### 4.1 Descrição do problema

O modelo de simulação desenvolvido para ser otimizado neste trabalho foi proposto inicialmente em Law e Kelton (2000) e estendido por vários outros autores (LAW e MCCOMAS, 2002; ESKANDARI *et al.* 2011; MIRANDA, MONTEVECHI e PEREIRA, 2014; dentre outros). Fu *et al.* (2000), aponta o livro de Law e Kelton (2000) como um dos primeiros a tratar do assunto Otimização via Simulação.

O modelo consiste de quatro postos de trabalhos e três estoques intermediários com capacidade finita, como apresentado na Figura 3. O modelo é alimentado por um estoque inicial com capacidade infinita de matéria-prima, de modo que a linha sempre estará abastecida, sendo que o fluxo produtivo não será interrompido por falta de material.

Cada posto de trabalho é composto por um determinado grupo de máquinas, que desempenham a mesma função num mesmo posto, mas que diferem entre si ao se mudar de posto de trabalho. Os tempos de operação das máquinas são distribuídos exponencialmente, com médias iguais a 0,333; 0,5; 0,2 e 0,25 horas respectivamente.

Quando uma máquina termina uma operação ela empurra a peça produzida para o estoque. Se o estoque estiver cheio, a peça aguarda na máquina até haver possibilidade dela ser deslocada para o estoque, impossibilitando a máquina de ser utilizada para produzir outra peça. Do estoque intermediário, havendo disponibilidade, esta peça segue para uma máquina ociosa no posto de trabalho seguinte. Isso é repetido até o último posto de trabalho, quando a peça processada sai do sistema como um produto acabado.

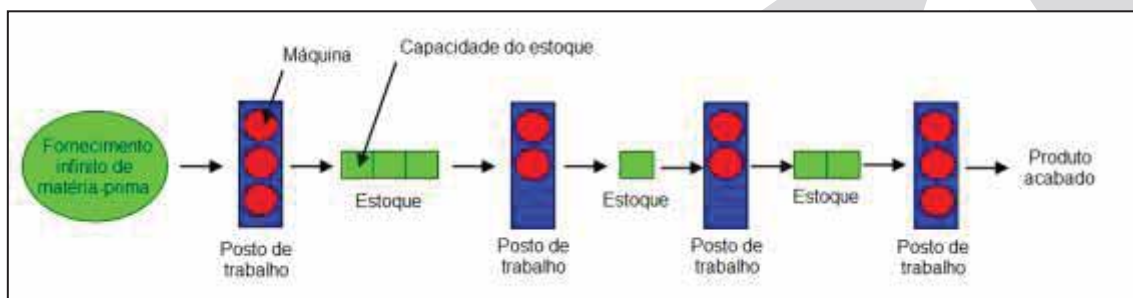


Figura 3 – Linha de produção simulada. Fonte: Miranda, Montevechi e Pereira (2014)

Para o problema de OvS existem sete variáveis de decisão: o número de máquinas em cada um dos quatro postos de trabalho ( $M_1, M_2, M_3, M_4$ ) e a capacidade de cada um dos três estoques intermediários ( $E_1, E_2, E_3$ ). O objetivo da otimização é determinar a melhor configuração da linha, ou seja, qual o melhor número de máquinas por posto de trabalho e qual a capacidade de cada estoque intermediário, a fim de maximizar o lucro da linha de produção num período referente a 30 dias de produção.

Law e Mccomas (2002) determinaram que cada produto acabado nesse modelo faz com que o lucro da empresa aumente em \$ 200,00. Cada máquina utilizada custa \$ 25.000,00 e cada posição no estoque intermediário tem o custo de \$1.000,00. Para este trabalho definiu-se que cada posto de trabalho pode ter entre 1 e 3 máquinas, e cada estoque intermediário pode ter capacidade variando de 5 a 15.

Dessa forma, o problema possui 107.811 ( $3^4 \times 11^3$ ) possíveis diferentes combinações para solução do problema, considerando as 7 variáveis de decisão do problema de otimização. A função objetivo que representa o lucro (L) do modelo simulado é dado por (3) - (5):

$$L(M_1, M_2, M_3, M_4, E_1, E_2, E_3) = 200P - 25000 \sum_{i=1}^4 M_i - 1000 \sum_{i=1}^3 E_i \quad (3)$$

Sujeito a:

$$1 \leq M_i \leq 3 \quad (4)$$

$$5 \leq E_i \leq 15 \quad (5)$$

Sendo  $P$  o total produzido na linha,  $M_i$  a quantidade de máquinas por posto de trabalho e  $E_i$  a capacidade de cada estoque intermediário. Todas as características dos modelos apresentados por Law e Kelton (2000) foram respeitadas para construção do modelo de simulação utilizado neste objeto de estudo, assim como o processo de validação, que pode ser realizado com informações presentes nos trabalhos citados.

#### 4.2 Aplicação do Procedimento de Otimização

Neste trabalho o modelo simulado será otimizado contemplando todas as sete variáveis de decisão do problema original (primeiro objeto de estudo), e em um segundo momento, contemplando apenas o tamanho dos estoques intermediários (segundo objeto de estudo). Estes mesmos experimentos foram contemplados em Law e McComas (2002), Eskandari *et al.* (2011) e Miranda, Montevechi e Pereira (2014).

Para ambos os objetos de estudos, o método para redução do espaço de busca para problemas de OvS proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013) será aplicado.

##### 4.2.1 Primeiro objeto de estudo

Conforme apresentado anteriormente, este modelo possui sete variáveis de decisão, representando o número de máquinas na célula e o tamanho dos estoques intermediários. A Tabela 2 apresenta estas informações. O objetivo da otimização foi encontrar a melhor combinação das variáveis de entrada de modo a otimizar o lucro na célula de produção ( $y_l$ ).

Tabela 2 - Variáveis de decisão, tipo e limites para o primeiro objeto de estudo

	Variável de Decisão	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
$M_1$	Número de máquinas no 1º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$M_2$	Número de máquinas no 2º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$M_3$	Número de máquinas no 3º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$M_4$	Número de máquinas no 4º. posto de trabalho	Inteira	1	3
$E_1$	Tamanho do estoque intermediário 1	Inteiro	5	15
$E_2$	Tamanho do estoque intermediário 2	Inteiro	5	15
$E_3$	Tamanho do estoque intermediário 3	Inteiro	5	15

Considerando o número de variáveis de decisão e sua amplitude de variação existe um total de 107.811 possíveis soluções para o problema. Para este problema optou-se por um arranjo ortogonal misto L36, que atende a necessidade do número mínimo de DMUs. Para este objeto de estudo são necessárias, no mínimo 24 DMUs. A matriz experimental deste problema é apresentada na Tabela 3.

Com o arranjo definido, foi gerada a matriz experimental apresentada na Tabela 3. Os cenários na matriz experimental foram simulados no *ProModel*®. Foram realizadas 30 replicações referentes a um período de 720 horas com um período de aquecimento de 125 horas (LAW e McCOMMAS, 2002; ESKANDARI *et al.*, 2011; MIRANDA, MONTEVECHI e PEREIRA, 2014), e os dados referentes a cada variável de saída foram armazenados para o cálculo da supereficiência.

Para o cálculo da supereficiência com o modelo DEA BCC, relacionada a cada DMU, usou-se o *software The General Algebraic Modeling - GAMS* (GAMS, 2015), versão 22.8.1. Com estes resultados pode-se relacionar a cada cenário o valor da supereficiência da DMU. Estes valores encontram-se dispostos na Tabela 3.

A partir do *ranking* de supereficiência e definição das duas DMUs mais eficientes (19 e 29), pode-se definir uma nova faixa de variação para cada variável de decisão. Estes resultados são apresentados na Tabela 4.

Com a aplicação do método para redução do espaço de busca, o número de variáveis de decisão foi reduzido de 7 para 6. Para este objeto de estudo a variável  $M_3$  teve seu valor definido como 2. O espaço de busca que era de 107.811 foi reduzido para 15.309, uma redução de aproximadamente 85,8%.

Tabela 3 - Matriz experimental e resultados obtidos para o primeiro objeto de estudo

DMU	Variáveis de Decisão							Variáveis de Saída	Supereficiência	Ranking
	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$y_1$ (\$)		
1	3	3	1	3	13	5	5	208.306,67	1,480	3
2	3	1	3	1	9	7	5	64.446,67	1,222	18
3	1	2	1	2	11	13	5	246.346,67	1,308	11
4	2	3	3	2	13	9	7	534.220,00	1,412	6
5	3	1	3	3	7	13	7	7.600,00	1,049	27
6	1	3	1	1	5	15	7	250.820,00	1,422	5
7	3	1	2	1	7	9	9	87.120,00	1,078	25
8	2	2	1	3	15	9	9	332.093,33	1,094	24
9	1	3	2	1	9	13	9	223.746,67	1,001	29
10	3	2	3	1	11	5	11	296.586,67	1,337	9
11	3	1	1	2	5	7	11	88.973,33	1,364	7
12	2	3	1	3	7	11	11	449.833,33	1,361	8
13	2	1	1	2	9	5	13	111.420,00	1,273	14
14	3	3	3	3	11	11	13	478.626,67	0,873	36
15	1	1	2	3	15	15	13	67.246,67	1,000	30
16	2	2	2	3	13	7	15	315.866,67	0,978	34
17	2	1	2	1	5	11	15	105.446,67	1,273	15
18	3	3	3	1	15	15	15	277.800,00	1,000	30
<b>19</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>561.293,33</b>	<b>2,982</b>	<b>1</b>
20	2	1	3	1	15	11	5	80.786,67	1,154	20
21	2	2	2	2	7	15	5	344.800,00	1,105	22
22	2	1	2	1	11	5	7	113.080,00	1,267	16
23	1	2	2	2	15	7	7	225.380,00	1,244	17
24	3	2	1	3	9	11	7	320.246,67	1,097	23
25	2	3	3	3	11	7	9	505.893,33	1,077	26
26	1	2	3	2	5	11	9	190.933,33	1,165	19
27	3	1	1	2	13	15	9	73.553,33	1,105	21
28	1	3	2	2	9	9	11	201.480,00	1,000	30
<b>29</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>13</b>	<b>13</b>	<b>11</b>	<b>125.086,67</b>	<b>1,500</b>	<b>2</b>
30	2	2	3	3	9	15	11	287.826,67	0,885	35
31	1	3	1	1	7	7	13	252.880,00	1,460	4
32	3	2	3	1	13	9	13	293.020,00	1,000	30
33	2	2	3	3	5	13	13	287.380,00	1,002	28
34	1	2	3	2	7	5	15	196.480,00	1,286	13
35	1	1	1	3	11	9	15	100.186,67	1,333	10
36	3	3	1	2	15	13	15	442.893,33	1,297	12

Para testar a eficiência desta proposta, um otimizador comercial foi empregado. Para este trabalho foi utilizado o *software SimRunner*®. De modo a não comprometer os resultados e a comparação realizada, para todos os casos onde este *software* foi empregado, utilizaram-se suas configurações padrões, definido como: perfil moderado e com taxa de convergência igual a 0,01% (SIMRUNNER USER GUIDE, 2002).

Tabela 4 - Variáveis de decisão, tipo e novos limites para o primeiro objeto de estudo

	Variável	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
$M_1$	Número de máquinas no 1º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$M_2$	Número de máquinas no 2º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$M_4$	Número de máquinas no 4º. posto de trabalho	Inteiro	1	3
$E_1$	Tamanho do estoque intermediário 1	Inteiro	5	13
$E_2$	Tamanho do estoque intermediário 2	Inteiro	5	13
$E_3$	Tamanho do estoque intermediário 3	Inteiro	5	11

Para comprovar a eficiência da nova região de busca do problema de otimização, o *SimRunner*® foi configurado para realizar a otimização do modelo de simulação, objetivando maximizar o lucro na célula ( $y_1$ ), segundo a nova faixa de variação, definida com a utilização do método proposto (Tabela 4).

De modo a confirmar os resultados obtidos com a otimização com o espaço de busca reduzido, o otimizador foi configurado nas mesmas condições, e com os mesmos objetivos, porém com a variação original para as variáveis de decisão (Tabela 2). Os resultados encontrados em ambas as otimizações podem ser vistos na Tabela 5. O otimizador encontrou o mesmo valor para as 5 primeiras variáveis de decisão, tendo encontrado valores diferentes para as variáveis  $E_2$  e  $E_3$ .

Tabela 5 - Resultados da otimização para o primeiro objeto de estudo

Variáveis de Decisão	Solução	
	Novos Limites	Limites Originais
$M_1$	3	3
$M_2$	3	3
$M_3$	2	2
$M_4$	2	2
$E_1$	9	9
$E_2$	9	12
$E_3$	8	5
Variáveis de Saída	Respostas	
$y_1$	587.480,00	584.180,00
Intervalo de Confiança para $y_1$ (95%)	(583.787,00-591.173,00)	(575.909,00-595.451,00)

Em relação a solução encontrada para o lucro ( $y_1$ ), ambas as soluções puderam ser consideradas estatisticamente iguais considerando um nível de confiança de 95%. A Tabela 6 apresenta os resultados dos testes estatísticos que embasam esta afirmação.

 Tabela 6 - Resultados dos testes estatísticos (*p-values*) para o primeiro objeto de estudo

Dados	Teste de Anderson-Darling	Teste F	Teste T
Solução com novos limites	0,536	0,233	0,693
Solução com limites originais	0,942		

Para o caso em que o otimizador utilizou o espaço de busca original, o *SimRunner*® gastou 5,15 h para convergir, realizando 213 experimentos. Com o espaço de busca reduzido foram gastos 3,34 h para a realização de 142 experimentos. Somando a este valor às 0,81 h para a simulação do arranjo L36, o ganho de tempo computacional foi de 19,4%. A Figura 4 apresenta



os resultados encontrados com a realização da otimização, considerando o espaço de busca original e o espaço de busca reduzido.

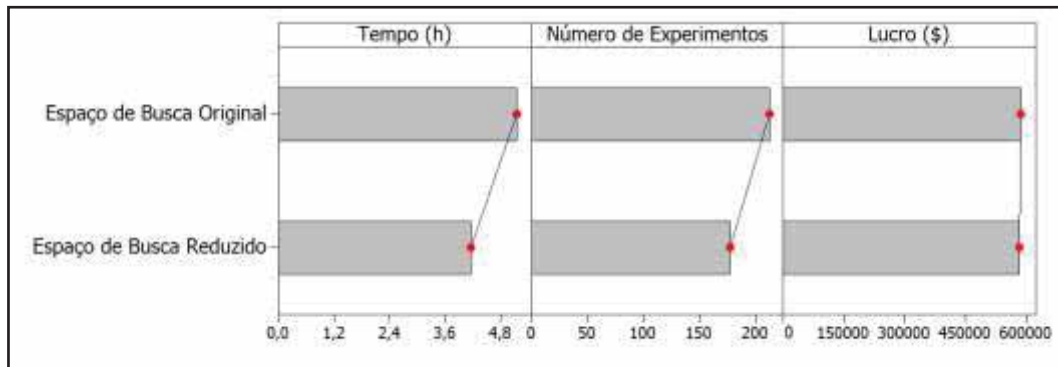


Figura 4 - Comparação dos resultados para o primeiro objeto de estudo

#### 4.2.2 Segundo objeto de estudo

O segundo objeto de estudo representa o mesmo problema do objeto de estudo anterior. No caso anterior, ambas as soluções apontaram os mesmos valores para as variáveis de decisão  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$ , variáveis estas que representavam o número de máquinas na célula de produção, sendo estes valores respectivamente 3, 3, 2 e 2 máquinas. Desta forma, este objeto de estudo investigará as três variáveis de decisão restantes, mantendo os valores das variáveis  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$  nos mesmos valores apresentados na Tabela 5.

A Tabela 7 apresenta as variáveis de decisão e a amplitude de variação para cada variável. Assim como no caso anterior, o objetivo foi encontrar a melhor combinação das variáveis de decisão de modo a otimizar lucro na célula de produção ( $y_1$ ).

Tabela 7 - Variáveis de decisão, tipo e limites para o segundo objeto de estudo

	<b>Variável de Decisão</b>	<b>Tipo</b>	<b>Limite Inferior</b>	<b>Limite Superior</b>
$E_1$	Tamanho do estoque intermediário 1	Inteiro	5	15
$E_2$	Tamanho do estoque intermediário 2	Inteiro	5	15
$E_3$	Tamanho do estoque intermediário 3	Inteiro	5	15

Para este objeto de estudo existe um total de 1.331 ( $11^3$ ) possíveis soluções para o problema de OvS. Devido ao nível de variação de cada variável de decisão, optou-se por um arranjo L36. Este arranjo, bem como os resultados encontrados são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Matriz experimental e resultados obtidos para o segundo objeto de estudo

DMU	Variáveis de Decisão			Variáveis de Saída	Supereficiência	Ranking
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$ (\$)		
<b>1</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>580.780,00</b>	<b>8,200</b>	<b>1</b>
2	5	13	13	571.220,00	1,000	5
3	5	11	7	578.460,00	1,000	5
4	5	9	9	576.220,00	1,000	5
5	5	15	11	568.680,00	1,000	5
<b>6</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>15</b>	<b>574.880,00</b>	<b>1,200</b>	<b>2</b>
7	7	15	5	575.300,00	1,000	5
8	7	7	13	572.600,00	0,797	17
9	7	9	7	576.000,00	0,757	19
10	7	5	9	578.940,00	1,175	4
11	7	13	11	579.080,00	0,714	21
12	7	11	15	567.620,00	0,714	22
13	9	11	5	575.160,00	1,000	5

14	9	5	13	574.980,00	1,000	5
15	9	15	7	575.340,00	0,714	23
16	9	13	9	573.320,00	0,556	30
17	9	7	11	578.500,00	0,757	18
18	9	9	15	570.820,00	0,632	26
19	11	9	5	576.680,00	1,000	5
20	11	15	13	566.960,00	0,455	35
21	11	7	7	577.260,00	0,828	16
22	11	11	9	575.960,00	0,591	28
23	11	5	11	570.540,00	1,000	5
24	11	13	15	568.420,00	0,487	34
25	13	5	5	572.100,00	1,180	3
26	13	9	13	568.800,00	0,591	29
27	13	13	7	567.980,00	0,714	24
28	13	7	9	575.060,00	0,743	20
29	13	11	11	568.520,00	0,551	32
30	13	15	15	568.140,00	0,426	36
31	15	13	5	575.180,00	1,000	5
32	15	11	13	572.700,00	0,516	33
33	15	5	7	579.480,00	1,000	5
34	15	15	9	574.020,00	0,556	31
35	15	9	11	576.220,00	0,600	27
36	15	7	15	569.640,00	0,714	25

Assim como no caso anterior foram realizadas 30 replicações referentes a um período de 720 horas com um período de aquecimento de 125 horas. A partir do *ranking* de supereficiência e com a definição das duas DMUs mais eficientes (1 e 6), foi possível definir uma nova faixa de variação para cada variável de decisão. Estes resultados são apresentados na Tabela 9.

Com a aplicação do método para redução do espaço de busca, o número de variáveis de decisão foi reduzido de 3 para 2. Para este objeto de estudo a variável  $E_1$  teve seu valor definido como 5. O espaço de busca que era de 1.331 foi reduzido para 33, uma redução de aproximadamente 97,5%.

Tabela 9 - Variáveis de decisão, tipo e novos limites para o segundo objeto de estudo

	Variável de Decisão	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
$E_2$	Tamanho do estoque intermediário 2	Inteiro	5	7
$E_3$	Tamanho do estoque intermediário 3	Inteiro	5	15

De modo a confirmar a eficiência da redução do espaço de busca, o otimizador *SimRunner*® foi empregado. O otimizador encontrou valores diferentes para as três variáveis de decisão. Sendo que a solução encontrada com a aplicação do método proposto necessitou de um estoque intermediário menor em todos os casos. A Tabela 10 apresenta os resultados da otimização.

Tabela 10 - Resultados da otimização para o segundo objeto de estudo

Variáveis de Decisão	Solução	
	Novos Limites	Limites Originais
$E_1$	5	9
$E_2$	6	9
$E_3$	5	8
Variáveis de Saída	Respostas	
$y_1$	587.520,00	588.560,00
Intervalo de Confiança para $y_1$ (95%)	(575.619,00-597.420,00)	(580.170,00-596.949,00)

Em relação a solução encontrada para o lucro ( $y_1$ ), ambas as soluções puderam ser consideradas estatisticamente iguais, considerando um nível de confiança de 95%. A Tabela 11 apresenta os resultados dos testes estatísticos que embasam esta afirmação.

Para o caso em que o otimizador utilizou o espaço de busca original, o *SimRunner*® gastou 4,75 h para convergir, realizando 202 experimentos. Com o espaço de busca reduzido foram gastos 0,7 h para a realização de 30 experimentos. Somando a este valor às 0,72 h para a simulação do arranjo L36, o ganho de tempo computacional foi de 70%.

Tabela 11 - Resultados dos testes estatísticos (*p-values*) para o segundo objeto de estudo

Dados	Teste de Anderson-Darling	Teste F	Teste T
Solução com novos limites	0,275	0,184	0,668
Solução com limites originais	0,536		

A Figura 4 apresenta os resultados encontrados com a realização da otimização, considerando o espaço de busca original e o espaço de busca reduzido.

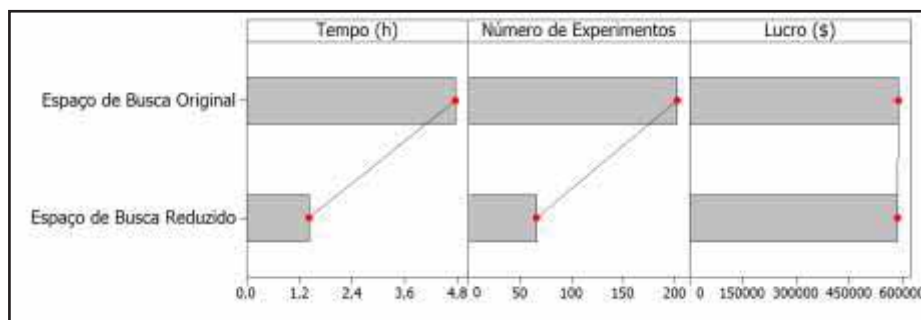


Figura 5 - Comparação dos resultados para o segundo objeto de estudo

## 5. Conclusões

O método para redução do espaço de busca, proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013), aplicado a otimização do modelo de simulação de Law e Kelton (2000) permitiu reduzir o tempo necessário para convergência do procedimento de otimização, ao mesmo tempo em que garantiu a obtenção de uma solução de igual qualidade, quando considerada a otimização sem a utilização do método.

Para o objeto de estudo em questão, a redução do espaço de busca foi de 85,8% para o primeiro objeto de estudo e de 97,5% para o segundo objeto de estudo. Em relação à redução do tempo, conseguiu-se com a aplicação do método uma redução de 19,4% para o primeiro caso e de 70% para o segundo caso. Os resultados encontrados são condizentes com os apresentados em Miranda, Montevechi e Silva (2013) e Miranda, Montevechi e Silva (2014), que focaram aplicações reais de modelos de simulação em problemas da área de manufatura.

Desta forma, este trabalho reforça a ideia que o método para redução do espaço de busca proposto por Miranda, Montevechi e Silva (2013) é uma ferramenta capaz de auxiliar analistas de simulação a reduzir o custo computacional do processo de OvS, ao mesmo tempo que permite encontrar soluções de elevada qualidade. Vale ainda ressaltar, que novos testes poderão ser realizados com modelos de simulação, contemplando outros tipos de problemas de OvS, de forma a permitir validar sua aplicabilidade para outros tipos de problemas.

Como trabalhos futuros sugere-se a realização de testes com variáveis do tipo contínuas, testar o método proposto com outros otimizadores e a utilização do GPDEA BCC, no lugar do modelo DEA BCC, uma vez que os modelos GPDEA permitem melhorar a discriminação da DEA, mesmo com um número reduzido de DMUs.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG, a CAPES, ao CNPq e a empresa Honeywell pelo apoio e suporte ao longo dessa pesquisa.

## Referências

- Andersen, P. e Petersen, N. C.** (1993), A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261-1264.
- Azadeh, A., Tabatabaee, M., & Maghsoudi, A.** (2009). Design of intelligent simulation software with capability of optimization. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 3(4), 4478-4483.
- Banker, R. D., Charnes, A. e Cooper, W. W.** (1984), Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30, 1078-1092.
- Banks, J.; Carson II, J. S.; Nelson, B. L. e Nicol, D. M.** *Discrete event Simulation*, 4 st . ed., Upper Saddle River, Prentice-Hall, New Jersey, 2005.
- Carson, Y. e Maria, A.** Simulation optimization: methods and applications, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Atlanta, GA, USA, 1997.
- Eskandari, H., Mahmoodi, E., Fallah, H. e Geiger, C. D.** (2011), Performance analysis of comercial simulation-based optimization packages: OptQuest and Witness Optimizer. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Phoenix, AZ, USA.
- Fu, M. C.** (2002) Optimization for Simulation: Theory vs. Practice. *Journal on Computing*, 14, 192-215.
- Fu, M.C., Andradóttir, S., Carson, J. S., Glover, F., Harrel, C. R., Ho, Y. C., Kelly, J. P. e Robinson, S. M.** (2000), Integrating optimization and simulation: research and practice, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA.
- Hillier, F. S. e Lieberman, G. J.** *Introduction to Operations Research*. 9 th . ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
- Jacobson, S. H. e McLay, L. A.** (2009) Applying statistical tests to empirically compare tabu search parameters for MAX3-SATISFIABILITY: A case study, *International Journal of Management Science*, 37, 522-534.
- Keskin, B. B.; Melouk, S. H. e Meyer, I. L.** (2010) A simulation-optimization approach for integrated sourcing and inventory decisions. *Computers & Operations Research*, 37, 1648-1661.
- Kleijnen, J. P. C., Van Beers, W. e Van Nieuwenhuysse, I.** (2010), Constrained optimization in simulation: A novel approach, *European Journal of Operational Research*, 202, 164-174.
- Law, A. M.; Kelton, W. D.** (2000) *Simulation modeling and analysis*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: McGraw-Hill.
- Law, A. M.; McComas, M. G.** (2002) Simulation-Based Optimization, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* San Diego, CA, USA.
- Lee, L. H.; Chew, E. P.; Teng, S. e Chen, Y.** (2008) Multi-objective simulation-based evolutionary algorithm for an aircraft spare parts allocation problem. *European Journal of Operational Research*, 189, 476-491.
- Lin, R. C.; Sir, M. Y. e Pasupathy, K. S.** (2013), Multi-objective simulation optimization using data envelopment analysis and genetic algorithm: Specific application to determining optimal resource levels in surgical services. *International Journal of Management Science*, 41, 881-892.
- Miranda, R C., Montevechi, J. A. B. e Silva, A. F.** (2013), Redução do espaço de busca em problemas de otimização via simulação, In: XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *Anais...* Natal, RN.
- Miranda, R C., Montevechi, J. A. B. e Silva, A. F.** (2014), Redução do espaço de busca em problemas de otimização via Simulação multiobjetivo, In: XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, *Anais...* Salvador, BA.
- Ólafsson, S. e Kim, J.** (2002), Simulation Optimization. In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* San Diego, CA, USA.

**Siegmund, F.; Bernedixen, J.; Pehrsson, L.; Ng, A. H. C. e Deb, K.** Reference point-based evolutionary multi-objective optimization for industrial systems simulation, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Berlim, GER, 2012.

**Steponavičė, I., Ruuska, S. e Miettinen, K.** (2014), A solution process for simulation-based multiobjective design optimization with an application in the paper industry, *Computer-Aided Design*, 47, 45-58.

**Swisher, J. R., Hyden P. D., Jacobson, S. H. e Schruben, L.W.** (2000), A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures, In: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA.

**Taguchi, G.** *System of experimental design: engineering methods to optimize quality and minimize costs*. New York: UNIPUB/Kraus International Publications, 1987.

v.3, n.4, p.4478-4483, 2009.

**Willis, K. O. e Jones, D. F.** (2008) Multi-objective simulation optimization through search heuristics and relational database analysis. *Decision Support Systems*, 46, 277–286.

Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA.

**Yang, T.** (2009) An evolutionary simulation–optimization approach in solving parallel-machine scheduling problems – a case study. *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1126-1136.

