

UM PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES EM MÁQUINAS PARALELAS COM UTILIZAÇÃO DE CAPACIDADE EXTRA

Gerson Ulbricht

Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC
CEP 89254-430 – Jaraguá do Sul - SC.
e-mail: gerson.ulbricht@ifsc.edu.br

Neida M. Patias Volpi

Universidade Federal do Paraná - UFPR
CEP 81531-990 - Curitiba - PR.
e-mail: neida@ufpr.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma aplicação do Problema de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento em Linhas ou Máquinas Paralelas (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines – GLSPPL*), com algumas reformulações, de modo a atender às necessidades do ambiente de trabalho de uma indústria de itens eletrônicos. A principal reformulação proposta se refere à possibilidade de utilização de horas-extra quando o modelo extrapola a capacidade de tempo de produção disponível para cada máquina. A reformulação proposta permite que seja estipulado um limite de horas-extra por máquina e por período permitindo, por exemplo, anular a utilização de horas extra em determinada máquina e período, possibilitando agendar manutenções após o horário normal de trabalho na empresa. Para testes quanto ao funcionamento do modelo foram propostos três problemas de diferentes dimensões, onde cada um destes foi resolvido por três estratégias diferentes da heurística de relaxação de variáveis *relax-and-fix*, gerando assim nove instâncias de teste, onde resultados encontrados se mostraram promissores.

PALAVRAS CHAVE: Máquinas paralelas, capacidade extra, *relax-and-fix*.

Área principal: Programação Matemática.

ABSTRACT

This paper presents an application of Lot Sizing and Scheduling Problem in Parallel Lines or machines (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines – GLSPPL*), with some adjustments in order to meet the workplace needs of an industry electronic items. The main recast proposal concerns the possibility of using extra-hours when the model goes beyond the production time capacity available for each machine. The recast proposal allows it to be set a limit of hours extra per-machine and per period allowing, for example, set aside the use of overtime in certain machine and period, enabling maintenance schedule after normal working hours in the company. For tests on the functioning of the model were proposed three problems of different dimensions, where each of these is resolved three different strategies of relaxation heuristic *relax-and-fix* variables, generating nine test instances where results were promising.

KEYWORDS: Parallel machines, extra capacity, *relax-and-fix*.

Main area: Mathematical Programming

1. Introdução

Nos tempos atuais, cada vez mais procura-se reduzir custos operacionais dentro das indústrias. Muitas vezes, é possível obter essa redução nos custos, sem precisar alterar parâmetros como a utilização da matéria prima e da mão de obra envolvida, somente levando em consideração a correta escolha das máquinas que irão executar as tarefas bem como em qual momento as tarefas serão executadas.

Desta forma, um bom planejamento nos setores produtivos é fundamental para que se consiga produzir com o menor custo possível. Em ambientes de produção, muitas vezes além da escolha das máquinas, a ordem em que os lotes serão produzidos causa grande interferência nos custos. Buscando estabelecer um plano ótimo de trabalho, muitas pesquisas têm sido desenvolvidas nos anos recentes, as quais mostram complexos modelos que envolvem dimensionamento e/ou sequenciamento de lotes, os quais são cumumente chamados apenas de problemas de produção. Conforme Karimi *et al.* (2003), as principais características que afetam a classificação, a modelagem e a complexidade das decisões nesta classe de problemas são o tamanho do horizonte de planejamento, o número de níveis (estágios da produção), o número de itens, as restrições de capacidade ou recursos, a demanda, a estrutura de preparação de máquina para produção (*setup*) e falta de estoque.

Durante as últimas décadas, diversos modelos de problemas de produção têm sido desenvolvidos. Considerando modelos que consideram em conjunto, o dimensionamento e o sequenciamento, o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado (*General Lot Sizing and Scheduling Problem - GLSP*), apresentado por Fleischmann & Meyr (1997), é considerado um modelo geral, devido ao fato de que diversos modelos para dimensionamento e sequenciamento de lotes diferem deste apenas por restrições adicionais que modificam a estrutura e esforço computacional para obtenção das soluções. No GLSP, cada período t é subdividido em subperíodos de tamanho variável, onde seu tamanho é dado pela quantidade de itens produzidos, multiplicado pelo tempo para a produção de cada um destes itens. Sendo assim, cada lote de itens produzidos está associado a um subperíodo (ou posição) no período t , de modo que além das quantidades a serem produzidas (dimensionamento), esse modelo também apresenta a ordem cronológica para produção dos lotes (sequenciamento). Diversas extensões têm sido aplicadas ao GLSP, como por exemplo, o fato de se considerar o custo e tempo de *setup* dependente da sequência em que os itens serão produzidos (Clark & Clark, 2000).

A principal limitação do GLSP, é que este considera apenas uma única máquina, sendo assim, uma importante variação do GLSP foi proposta por Meyr (2002), de modo a permitir a existência de múltiplas máquinas distintas, o qual foi denominado de Problema de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento em Linhas ou Máquinas Paralelas (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines - GLSPPL*).

Muitas variantes têm sido aplicadas ao GLSPPL. Dastidar e Nagi (2005) trataram o GLSPPL com máquinas distintas minimizando custos de estoque, *backordering* (que é o custo gerado pela falta de produção de uma demanda estabelecida) e *setup*. Beraldi *et al.* (2008) desenvolveram heurísticas de horizonte rolante e utilização da heurística de relaxação de variáveis inteiras chamada *relax-and-fix* (Mercé e Fontan, 2003) para resolver o GLSPPL com *setup* dependente da sequência, num ambiente de produção considerando máquinas idênticas com funcionamento em paralelo. O estudo baseou-se em duas indústrias, sendo uma do setor têxtil e outra, produtora de fibra de vidro. O trabalho desses autores apresenta uma formulação simplificada pois considera todas as máquinas idênticas e ainda apenas os custos de *setup*, desprezando os tempos de *setup*.

Józefowska e Zimniak (2008) desenvolveram um sistema de apoio à decisão considerando uma abordagem multi-objetivo, aplicado em uma empresa fabricante de tubos plásticos, em um ambiente produtivo composto por máquinas paralelas. Ferreira, Morabito e Rangel (2009) abordaram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com tempos e custos de *setup* dependentes da sequência em que os itens são produzidos e com

existência de *backordering*. O modelo foi desenvolvido baseado em uma fábrica de refrigerantes e levou em consideração 2 estágios produtivos: preparação do refrigerante e engarrafamento. Para resolução do modelo foi utilizada a heurística *relax-and-fix* considerando 15 diferentes estratégias de relaxação de variáveis inteiras baseadas em conjunções de relaxamento de variáveis de períodos, máquinas e estágios de produção. Kawamura (2009) apresentou um modelo que considerou a existência de *backorders*, custo de *setup* dependente da sequência e restrições de capacidade de estocagem de itens produzidos. Rodriguez (2013) propôs um modelo de sequenciamento de produção em máquinas paralelas aplicado ao processo de fabricação de cilindros em uma pequena fundição, onde pares de itens deveriam ser concluídos em tempo síncrono. Meyr e Mann (2013) apresentam uma solução heurística para o GLSPPL, abordando o problema de decidir simultaneamente, sobre os tamanhos e horários para produção de lotes em linhas paralelas heterogêneas com relação à capacidade escassa, tempos de preparação dependentes da sequência e à demanda determinística e dinâmica de vários produtos.

Nota-se ao longo os anos, que os problemas têm se tornado cada vez mais complexos, visando a atender a situações reais encontradas no ambiente industrial, bem como procurando serem cada vez mais generalistas, de forma que possam ser aplicados em situações distintas.

Este trabalho tem por objetivo a adaptação de um modelo já existente, baseado no GLSPPL (Meyr, 2002), porém considerando a possibilidade de utilização de horas-extra de modo aumentar a capacidade de produção. Foi proposta ainda a possibilidade de atribuir o limite de horas-extra para ser utilizado em cada máquina em cada período, o que contribui inclusive, para especificar um tempo para manutenção preventiva nas máquinas, pois pode-se designar tempo extra igual a zero para a máquina sujeita à manutenção, escolhendo-se o período mais adequado para isso, enquanto atribui-se valores adequados de horas-extra de trabalho para as demais máquinas.

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes considerado neste trabalho, é composto por máquinas paralelas distintas, em um horizonte de planejamento de 1 semana de produção, dividido em 5 períodos, onde cada um destes corresponde a 1 dia de 8h. Para fins de programação, a quantidade de subperíodos existente em cada período, foi fixada como sendo igual ao número de itens, de modo a possibilitar a produção de todos os tipos de itens dentro de um mesmo período, quando a demanda do respectivo período assim for definida.

Os conteúdos aqui apresentados foram organizados da seguinte forma: Na seção 1 foi apresentada a introdução e fundamentos teóricos. A seção 2 apresenta a descrição do problema em estudo. Na Seção 3, é apresentada a metodologia do problema, sua formulação matemática e a implementação prática do modelo. Na seção 4 é abordada a metodologia de resolução do modelo e alguns resultados encontrados. A Seção 5 mostra as principais conclusões do trabalho.

2. Descrição do Problema

O modelo matemático foi inspirado nas necessidades detectadas a partir da visita ao setor de produção de uma fábrica de componentes eletrônicos. Nesse setor, há máquinas que trabalham de modo paralelo onde alguns dos itens podem ser produzidos em diferentes máquinas, mas, nem todas as máquinas, por limitações técnicas, são capazes de produzir todos os itens.

A produção de um novo tipo de item em uma máquina, gera um custo de preparação da máquina, chamado de custo de *setup*, o qual varia conforme a ordem em que os itens são produzidos, de modo que o custo de preparação da máquina para produzir um item j depois de ter produzido um item i , não é necessariamente o mesmo custo de preparação da máquina para um item i depois de ter produzido um item j .

Considerando o ambiente de produção dessa empresa de itens eletrônicos, o modelo aqui proposto, atende ao real funcionamento do setor produtivo com máquinas paralelas, devido principalmente a dois fatores: o primeiro se refere à flexibilidade na produção das demandas diárias, onde se permite produzir mais do que a quantidade prevista, onde possibilita-se que itens permaneçam em estoque durante um ou vários períodos (o que gera custos de estoque), bem como quanto à possibilidade de se produzir menos que as demandas, gerando o que é chamado de

backorder (o que gera custos operacionais pela falta da entrega no prazo previsto), fato este que ocorre com frequência no ambiente produtivo, devido a imprevistos que podem surgir.

O segundo fator leva em consideração a possibilidade de ocorrência de horas-extra para que se possa aumentar a capacidade produtiva em um ou mais períodos. O modelo permite ainda, a limitação da quantidade horas-extra em cada máquina, possibilitando assim, por exemplo, agendar a manutenção de determinada máquina para um período determinado.

Na seção 3 é apresentado o modelo matemático, detalhando o funcionamento da função objetivo bem como de cada uma das restrições técnicas.

3 Metodologia

Neste tópico é apresentado o modelo matemático, bem como sua resolução abordando diferentes cenários.

3.1 Modelo Matemático

Neste tópico é apresentado o modelo matemático proposto, o qual foi adaptado do modelo de programação inteira mista (MIP) de Meyr (2002) e Kawamura (2009). O principal diferencial do modelo aqui apresentado em relação aos apresentados por esses autores é a possibilidade de utilização de horas-extra de modo a suprir a capacidade de produção, bem como a existência de um limitante por período e por máquina, para a quantidade de horas-extra utilizadas.

No modelo aqui apresentado, o horizonte de planejamento é dividido simultaneamente em T períodos e W subperíodos, sendo que cada período t é constituído de subperíodos s . Em cada subperíodo permite-se a produção de apenas um tipo de item, e a sequência de subperíodos identifica os lotes a serem produzidos. Este modelo é responsável por definir o dimensionamento por meio das quantidades a serem produzidas em cada máquina, bem como o sequenciamento da produção por meio da divisão em subperíodos, de modo a possibilitar identificar a ordem cronológica em que os lotes serão produzidos

A seguir são apresentados os índices, parâmetros e variáveis, e o modelo matemático.

Índices:

- $i, j = 1, \dots, N$: itens;
- $t = 1, \dots, T$: períodos;
- $s = 1, \dots, W$: subperíodos;
- $k = 1, \dots, K$: máquinas;

Parâmetros:

- N : número de itens;
- T : número total de períodos existentes no horizonte de planejamento;
- W : número total de subperíodos existentes no horizonte de planejamento;
- K : número de máquinas;
- \mathcal{S}_t : Conjunto de subperíodos contidos no período t ;
- \mathcal{I}_k : conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina k ;
- d_{it} : demanda do item i no período t ;
- C_{kt} : capacidade (em minutos) de produção disponível na máquina k no período t ;
- SC_{ij} : custo de *setup* para produzir o item j imediatamente após o item i na máquina k ;
- C_{ik} : custo de produção para produzir o item i na máquina k ;
- h_i : custo de manutenção de uma unidade do item i em estoque por período;
- α_i : custo de atraso de entrega de uma unidade do item i por período;
- τ_{ik} : tempo consumido para produção de uma unidade do item i na máquina k ;
- \mathcal{L}_{ik} : lote mínimo do item i a ser produzido na máquina k ;
- τ_{ijk} : tempo de *setup* para a produção do item j imediatamente após o item i na máquina k ;

- Q_{it} : quantidade máxima de itens que podem estar armazenados durante todos os períodos (capacidade do armazém);
- Q_{kt} : quantidade máxima de horas-extra (no modelo são contabilizadas em minutos) em que cada máquina k pode trabalhar, dentro de cada período;
- c_{kt} : custo de cada minuto extra, a ser trabalhado pela máquina k .
- Q_{ikt} : é igual a 1, se a máquina k está preparada para produzir o item i no início do horizonte de planejamento; e 0, caso contrário;

Variáveis de Decisão:

- Q_{ikt} : quantidade do item i produzido na máquina k no subperíodo t ;
- Q_{ikt}^- : é igual a 1, se a máquina k está preparada para produzir o item i no subperíodo t ; e 0, caso contrário;
- Q_{ikt}^+ : é igual a 1, se há setup do item i para o item j na máquina k no subperíodo s ; e 0, caso contrário;
- Q_{it}^+ : quantidade de item i em estoque no final do período t ;
- Q_{it}^- : quantidade de item i com demanda não atendida no final do período t ;
- Q_{kt} : quantidade de minutos-extra utilizados pela máquina k no período t .

Modelo matemático:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \mathcal{M}_t} c_{kt} \cdot Q_{kt}^+ + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \mathcal{M}_t} c_{kt} \cdot Q_{kt}^- + \sum_{t \in \mathcal{M}_t} \sum_{k \in \mathcal{M}_t} \sum_{i \in \mathcal{I}_t} Q_{ikt} \cdot Q_{ikt} \\
 + \sum_{t \in \mathcal{M}_t} \sum_{k \in \mathcal{M}_t} \sum_{i \in \mathcal{I}_t} \sum_{j \in \mathcal{I}_t} Q_{ikt}^+ \cdot Q_{jkt}^- + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{I}_t} Q_{it}^- \cdot Q_{it}^- \quad (1)
 \end{aligned}$$

Sujeito a:

$$Q_{it}^+ - Q_{it}^- + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in \mathcal{M}_t} Q_{ikt} - Q_{it}^+ + Q_{it}^- = Q_{it} \quad t = 1, \dots, T; \quad i = 1, \dots, I \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T Q_{it}^+ \leq Q_{it} \quad t = 0, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{M}_t} \sum_{k \in \mathcal{M}_t} Q_{ikt} \cdot Q_{jkt} + \sum_{t \in \mathcal{M}_t} \sum_{k \in \mathcal{M}_t} \sum_{i \in \mathcal{I}_t} Q_{ikt}^+ \cdot Q_{jkt}^- - Q_{kt} \leq Q_{kt} \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$Q_{kt} \leq Q_{kt} \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$Q_{ikt} \cdot Q_{jkt} \leq Q_{ikt} \cdot Q_{jkt} \quad t \in \mathcal{M}_t; \quad i = 1, \dots, I; \quad j \in \mathcal{I}_t; \quad k \in \mathcal{M}_t \quad (6)$$

$$Q_{ikt} \geq Q_{ikt} \cdot (Q_{jkt} - Q_{jkt,t-1}) \quad t = 1, \dots, T; \quad i = 1, \dots, I; \quad k \in \mathcal{M}_t \quad (7)$$

$$Q_{ikt} \geq Q_{ikt,t-1} + Q_{ikt} - 1 \quad t, i = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{M}_t} Q_{ikt} = 1 \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$x_{ijkt} \in \{0, 1\}; x_{ijkt}^+, x_{ijkt}^- \in \mathbb{R}^+; x_{ijkt}^+, x_{ijkt}^- \geq 0 \quad (10)$$

A função objetivo (1) representa a minimização dos custos variáveis com armazenagem, *backordering*, produção, *setup* e custo com horas-extra consumidas em cada máquina para buscar suprir as demandas.

O conjunto de restrições (2) é responsável pelo balanço de estoques, *backorders*, quantidades produzidas e demandas em cada período para cada item.

O conjunto de restrições (3) possibilita limitar a quantidade máxima de itens em estoque entre períodos, de modo a não exceder a capacidade dos armazéns.

O conjunto de restrições (4) garante que o tempo consumido para a produção dos itens, adicionado ao tempo necessário para preparação das máquinas, não exceda ao tempo disponível adicionado de horas extra (x_{ijkt}^+), em cada máquina k em cada período t . Nota-se que a quantidade máxima de horas-extra permitida para cada máquina é limitada pelo conjunto de restrições (5) e que sua utilização só ocorrerá quando for excedida a capacidade de cada máquina k em cada período t (x_{ijkt}^+), devido ao fato de que se busca minimizar custos com horas-extras conforme definido na função objetivo.

O conjunto de restrições (6) indica que somente haverá produção do item i no subperíodo s se a máquina estiver preparada para o item ($x_{ijkt} = 1$).

O conjunto de restrições (7) impõe uma condição de lote mínimo de produção para cada tipo de item em cada subperíodo e que somente é ativada, quando ocorre a preparação de máquina para um novo item.

O conjunto de restrições (8) indica se houve mudança de produção do item i para o item j na máquina k entre os subperíodos s .

O conjunto de restrições (9) determina que a máquina esteja preparada para produzir somente um item por máquina em cada subperíodo s .

O conjunto de restrições (10) indica o domínio e condição inicial das variáveis. Nota-se pela formulação do modelo, que não há necessidade de definir as variáveis x_{ijkt}^+ como binárias, pois estas são obtidas da combinação de variáveis binárias.

3.2 Geração de instâncias de teste

Buscando a realização de testes computacionais, o modelo proposto foi implementado considerando três conjuntos de dados de diferentes características e tamanhos, onde foram variados os valores para o número de máquinas e de itens. Em todos os conjuntos de dados, foi considerado um horizonte de planejamento de uma semana, composto de 5 períodos, sendo um período para cada dia da semana.

A dimensão dos três problemas gerados para serem utilizados como instâncias de teste, quando implementados com o modelo matemático proposto, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Dimensão dos problemas gerados

Descrição	Problema A	Problema B	Problema C
Nº de itens	6	10	20
Nº de máquinas	2	5	8
Restrições	2995	30355	264765
Total de variáveis	2951	30126	264231
Variáveis binárias	2520	27500	252000
Variáveis inteiras	420	2600	12200
Coefficientes diferentes de zero	13394	214730	2219260

4 Resolução do Modelo

Para resolução do modelo aplicado às 3 instâncias de teste, foi utilizada a heurística de resolução *relax-and-fix* (Mercé e Fontan, 2003). Segundo Pochet e Wolsey (2006), o *relax-and-fix* é definido como um método de decomposição no qual um problema representado por um modelo de programação inteira mista (MIP) de difícil solução pode ser decomposto em subproblemas menores que podem ser resolvidos rapidamente, fornecendo boas soluções ao problema original. Alguns trabalhos que utilizaram essa técnica para resolver problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes envolvendo máquinas em paralelo, nos últimos anos foram: Dastidar e Nagi (2005), Beraldi et al. (2008), Ferreira, Morabito e Rangel (2009), Ferreira et al. (2013), Meyr e Mann (2013) e Ribeiro (2014).

Conforme Moraes (2012) e Ulbricht (2014), a heurística *relax-and-fix* se é baseada na partição das variáveis inteiras do problema, criando P conjuntos distintos, Q_i , $i=1, \dots, P$, sendo que o número P de conjuntos determina o número de iterações da heurística. Ainda conforme Moraes (2012), “em uma iteração n , apenas as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras e as demais variáveis inteiras são relaxadas ou fixadas”. Após a resolução de uma iteração n , os resultados obtidos para as variáveis inteiras são fixados e as variáveis de uma nova partição P são definidas como inteiras. O processo é encerrado quando todas as partições forem resolvidas ou o subproblema gerado for infactível (Ribeiro, 2014).

4.1 Estratégias *relax-and-fix*

Para resolução das instâncias geradas, foram utilizadas 3 estratégias *relax-and-fix* conforme descritas a seguir.

A primeira destas, a qual foi chamada de *relax-and-fix forward* – (RFF), consiste na divisão do problema em 5 subproblemas, sendo um para cada período do horizonte de planejamento. A ordem de resolução dos subproblemas nesse caso ocorreu cronologicamente, partindo do subproblema correspondente ao primeiro período e assim sucessivamente, até finalizar no último subproblema, correspondendo ao último período.

A segunda estratégia *relax-and-fix* foi chamada de *relax-and-fix backward* – (RFB), e se assemelha à estratégia RFF, porém a ordem de resolução dos subproblemas gerados se deu do último para o primeiro período do horizonte de planejamento.

Na terceira estratégia, a qual foi denominada *relax-and-fix máquina* – (RFM), os subproblemas foram gerados conforme o número de máquinas, sendo um subproblema para cada máquina, e resolvidos de maneira aleatória até o subproblema correspondente à última máquina.

Considerando as 3 estratégias propostas aplicadas a cada uma das 3 instâncias geradas, tem-se um total de 9 testes computacionais para serem feitos, sendo que estes foram realizados utilizando o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6, onde o modelo matemático referente a cada subproblema foi gerado com o software Matlab. O Matlab foi utilizado tanto para gerar cada subproblema, bem como para controlar a ordem de resolução e ler os relatórios de resposta gerados pelo CPLEX. Para resolução foi utilizado um computador com processador Intel Core i5 (2.4GHz) e 8Gb de memória RAM.

Os resultados obtidos após a resolução dos grupos de subproblemas com o *relax-and-fix* foram comparados com o problema original de duas maneiras: Na primeira foi calculada a diferença percentual (*gap1*) entre a solução obtida pelo *relax-and-fix* e o limitante inferior, obtido por meio da resolução com todas as variáveis inteiras relaxadas conforme mostrado em (11). Na segunda maneira (*gap2*), a solução obtida pelo *relax-and-fix* foi comparada com a solução encontrada após 1h de execução, mantendo-se as condições de integralidade das variáveis, conforme expressão (12). A execução do *relax-and-fix* para cada problema gerado, foi programada de modo que soma do tempo de execução de todos os subproblemas fosse menor ou igual a 1 hora, sendo assim, o tempo máximo de resolução para cada subproblema gerado foi igual ao tempo total (1h), dividido pelo número de subproblemas.

$$gap_1 = \frac{(\text{valor ótimo encontrado}) - (\text{valor limite inferior})}{\text{valor limite inferior}} \cdot 100 \quad (11)$$

$$gap_2 = \frac{(\text{valor ótimo encontrado}) - (\text{valor relax-and-fix})}{\text{valor relax-and-fix}} \cdot 100 \quad (12)$$

Os resultados encontrados após os testes computacionais realizados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Resultados para execução dos problemas A, B e C.

Nº teste	Técnica <i>relax-and-fix</i>	Problema	gap ₁	gap ₂
1	RFF	A	13.91%	-6.35%
2	RFF	B	21.37%	5.24%
3	RFF	C	38.01%	19.98%
4	RFB	A	8.55%	-4.41%
5	RFB	B	16.05%	-0.67%
6	RFB	C	17.41%	2.20%
7	RFM	A	11.01%	1.13%
8	RFM	B	19.88%	6.18%
9	RFM	C	33.51%	13.33%

Considerando a resolução dos 9 testes, conforme mostrado na Tabela 2, foi possível perceber que a heurística *relax-and-fix* apresentou resultados promissores. Considera-se o gap_2 , que relaciona a solução pela heurística com o problema executado por 1 hora, como um indicador bastante apropriado no que se refere à qualidade da solução encontrada, pois é difícil saber a diferença real entre a solução ótima e o limitante inferior, devido ao fato de que a solução ótima não foi encontrada para nenhum dos problemas A, B e C.

O maior gap entre o limitante inferior e o *relax-and-fix* ficou em torno de 38%, e os demais indicadores ficaram todos abaixo desse percentual. O valor negativo obtido em alguns casos para o gap_2 mostra que o *relax-and-fix* encontrou uma solução melhor que o modelo não relaxado executado por 1h, mostrando que o uso dessa técnica de resolução é uma alternativa promissora, pois produz boas soluções em um tempo computacional aceitável. Os melhores resultados encontrados nestas instâncias geradas foram para a técnica *relax-and-fix* RFB. Devido ao fato de o trabalho ainda se encontrar em fase de desenvolvimento, poucos testes foram realizados. Uma próxima etapa desse trabalho está sendo desenvolvida, a qual consiste na ampliação das instâncias de teste bem como no uso da combinação das estratégias de relaxação de variáveis *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

5. Conclusões

Nesse trabalho foi abordado um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes que considerou, além das características comuns do GLSPPL, a possibilidade da extrapolação da capacidade das máquinas até um valor limitado por meio de restrições técnicas.

O modelo foi validado mediante a criação de instâncias e observou-se que de modo geral, devido às grandes dimensões, tornou-se difícil a obtenção de uma solução ótima em um tempo computacional razoável. Sendo assim, baseado em trabalhos recentes, foi utilizada a heurística *relax-and-fix*, onde foram obtidos resultados promissores.

Como recomendação para pesquisas futuras, pode-se citar a importância da realização de mais testes, considerando instâncias com maior número de itens e máquinas, bem como a utilização de outras estratégias de fixação de variáveis, ou ainda, outros métodos de resolução, de modo a estabelecer comparativos.

Referências

- Beraldi, P., Ghiani, G., Grieco, A., Guerriero, E.** (2008), Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs. *Computers and Operations Research*, 35, pp. 3644-3656.
- Clark, A., Clark, S.** (2000), Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence dependent. *International Journal of Production Research*, 38, pp. 2287-2307.
- Dastidar, S.G., Nagi, R.** (2005) Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs. *Computers and Operations Research*, 32, pp.2987-3005.
- Ferreira, D., Morabito R., Rangel S.** (2009) Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *Eur J Oper Res* 196(2): 697-706.
- Ferreira, D., Almada-Lobo, B. R., Rangel, S.** (2013), Formulações Monoestágio para o problema da produção de bebidas dois estágios com sincronia. *Produção*, v. 23, n. 1, pp. 107-119.
- Fleischmann, B., Meyr, H.** (1997), The general lot sizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, v. 19 n. 1, p. 11-21.
- Józefowska, J., Zimniak, A.** (2008) Optimization tool for short-term production planning and scheduling. *International Journal of Production Economics*, 112, pp. 109-120.
- Karimi, B., Fatemi S.M.T., Wilson, J.M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega* 31, pp. 365-378.
- Kawamura, S. M.** (2009), Aplicação da Heurística *Relax-and-Fix* no Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes de Produção em Máquinas Distintas em Paralelo. *Anais do XLII SBPO*.
- Mercé, C., Fontam, G.** (2003), Mip-based heuristics for capacitated lotsizing problems. *International Journal of Production Economics*, 85, pp. 97-111.
- Meyr, H.** (2002), Simultaneous lot sizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139, pp. 227-292.
- Meyr, H.; Mann, M.** (2013), A decomposition approach for the General Lotsizing and Scheduling Problem for Parallel production Lines. *European Journal of Operational Research*, 229, pp. 718-731.
- Moraes, L. C. C., Santos M. O.** (2012), Heurísticas *Relax-and-fix* para o Problema de Dimensionamento de Lotes com Janelas de Tempo de Execução. *Anais do Congresso Latino Iberoamericano de Investigación Operativa*. Rio de Janeiro.
- Pochet Y., Wolsey L.** *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer, New York, 2006.
- Ribeiro, R. S., Santos, M. O.** (2014), Heurísticas para um Problema de Dimensionamento de Lotes com Substituição de Demanda e Limitação de Capacidade. *Anais do XLVI SBPO*. pp. 3264-3272.
- Rodriguez, L. A. O.** *Métodos de solução para um problema de sequenciamento da produção com sincronismo de execução de tarefas*. Tese de Doutorado. Unesp – Guaratinguetá, 2013.
- Ulbricht, G., Volpi, N. M. P., Joner, S.** (2014), Um Modelo Matemático Aplicado ao Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Máquinas Distintas em Paralelo com Estoques Intermediários Limitados. *XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. pp. 139-151.