

UM MODELO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO CONSIDERANDO FAMÍLIAS DE ITENS E MÚLTIPLOS RECURSOS UTILIZANDO UMA ADAPTAÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTE

Debora Jaensch

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFPR
jaensch.debora@gmail.com

Neida Maria Patias Volpi

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFPR
neida@ufpr.br

RESUMO

A área temática deste trabalho é o uso do modelo de transporte como técnica para o planejamento da produção. Um bom plano de produção é aquele que atende as demandas dentro do prazo, respeita a capacidade dos recursos disponíveis e minimiza os custos de produção. Este trabalho busca através da Pesquisa Operacional, adaptar o modelo do transporte ao planejamento da produção, e gerar um aplicativo que sirva de suporte aos tomadores de decisão, fornecendo informações para análise de diferentes cenários do sistema produtivo. Esse aplicativo deve trabalhar com um horizonte de planejamento e custos diferenciados por período e modo de produção, permitir estoque e *backlogging*, avaliar alterações no planejamento no caso de mudanças na capacidade ou demanda, além de ter fácil utilização, possibilitando assim o gerenciamento fornecendo informações ao usuário.

PALAVRAS-CHAVE: Planejamento da Produção; Programação Linear Inteira; Modelo de Transporte

Área principal: Logística e Transporte

ABSTRACT

The thematic area of this work is the use of transportation model as a technique for production planning. A good production plan is one that meets the demands on time, respects the capacity of available resources and minimizes the production costs. This article search through the Operational Research, to adapt the transport model to production planning, and it was generated an application that serves as a support to decision makers, providing information for analysis of different scenarios of the production system. This application should work with a planning horizon and differentiated costs by period and mode of production, inventory and allow backlogging, evaluate changes in planning in case of changes in the capacity or demand, in addition to ease of use, allowing management by providing information to user.

KEYWORDS: Production Planning; Integer Linear Programming; Transportation Model.

Main area: Logistic and Transportation

1. Introdução

Este trabalho considera o uso do modelo de transporte como técnica para o planejamento da produção no nível estratégico, onde as decisões são de longo prazo e altos investimentos estão envolvidos.

O problema de transporte clássico refere-se à distribuição de produtos ao mercado consumidor, de maneira que o custo total seja o menor possível, além de respeitar os limites de oferta e atender às demandas. É possível, através de uma adaptação que será proposta, utilizá-lo no planejamento da produção, com possibilidade de gerenciar estoques e atrasos na entrega da demanda servindo como ferramenta de apoio à decisão, e suporte à gestão da produção com foco nas micro e pequenas empresas.

2. Revisão de Literatura

O crescimento das indústrias de produção de bens de consumo trouxe consigo a necessidade de um planejamento e maior controle de atividades, em parte devido ao aumento da variedade de produtos e de sua complexidade. Ferramentas que servem de suporte aos planejadores da produção surgiram, tais como o MRP (*Materials Requirements Planning*), o MRP II (*Manufacturing Resources Planning*), o ERP (*Enterprise Resources Planning*), e atualmente o APS (*Advanced Planning System*) que estão disponíveis no mercado, mas são pouco acessíveis às pequenas empresas.

O planejamento estratégico da produção tem como objetivo adequar os recursos produtivos à demanda esperada, procurando atingir critérios estratégicos de desempenho (custo, qualidade, confiabilidade, pontualidade e flexibilidade). A análise de cenários durante essa etapa auxilia na decisão entre fabricar internamente ou terceirizar, do nível de capacidade com o qual a empresa deve operar, e qual o momento de alteração desta capacidade. Essas decisões estão fortemente ligadas à estratégia de estoques da organização e a flexibilidade de suprimento.

O planejamento agregado da produção é considerado por alguns autores como parte do planejamento estratégico e por outros do planejamento tático. Independente da sua classificação, o planejamento agregado é importante para o planejamento e controle da produção pois de acordo com Gaither e Frazier (2002), desenvolve planos de produção com objetivo de determinar níveis de produção em unidades agregadas ao longo de um horizonte de tempo de médio prazo. Também fazem referência a estoque agregado, utilidades, modificações de instalações e contratos de fornecimentos de materiais.

Neste contexto o modelo clássico de Transportes foi utilizado como inspiração, para que o problema de planejamento da produção fosse tratado através de técnicas da Pesquisa Operacional.

2.1 Modelo de Transporte

O modelo de transporte é um modelo de programação linear e tem por objetivo minimizar o custo total do transporte necessário para abastecer n centros consumidores (destinos), a partir de m centros fornecedores (origens). Sejam:

- c_{ij} - custo unitário de transporte da origem i para o destino j ;
- a_i - quantidade disponível na origem i ;
- b_j - quantidade requerida no destino j ;
- x_{ij} - quantidade a ser transportada da origem i para o destino j .

A função objetivo (1) minimiza o custo total do transporte, sujeito à restrições de oferta (2) e demanda (3):

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \text{ e } (j = 1, 2, \dots, n)$$

Pizzolato e Gandolpho (2012) afirmam que problemas de programação linear, mesmo que não envolva o transporte de mercadorias, onde os recursos disponíveis e as quantidades necessárias destes recursos são expressos em termos de um só tipo de unidade, podem ser resolvidos pelo algoritmo do transporte, desde que tenham o aspecto do modelo do transporte apresentado acima.

A adaptação deste modelo do transporte para que esse solucione problemas de planejamento da produção é apresentada no decorrer deste trabalho.

2.2 Modelos de Planejamento da Produção

Arenales *et. al* (2007) apresentam os principais modelos de planejamento de produção, conhecidos também como modelos para múltiplos itens e recursos, de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) e *scheduling*. Para os modelos são considerados os seguintes dados:

- d_{it} = demanda do item i no período t ;
- b_{ki} = unidades de tempo do recurso k para produzir uma unidade do item i ;
- C_{kt} = capacidade de produção em unidades de tempo da máquina k no período t ;
- sp_i = tempo de preparação de máquina para processar o item i ;
- s_i = custo de preparação do item i ;
- h_i = custo unitário de estoque do item i ;
- I_{i0} = estoque inicial do item i ;
- n = número de itens finais;
- T = número de períodos do horizonte de planejamento;

São consideradas também as seguintes variáveis:

- x_{it} = quantidade do item i produzida no período t (tamanho do lote);
- I_{it} = estoque do item i no fim do período t ;
- $y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se o item } i \text{ é produzido no período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

O modelo para múltiplos itens e restrição de capacidade pode ser representado por (4)-(7):

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (s_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (4)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + x_{it} - d_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n (sp_i y_{it} + b_{ki} x_{it}) \leq C_{kt}, \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$x_{it} \leq M y_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$x \in R_+^{nT}, \quad I \in R_+^{nT}, \quad y \in B^{nT}$$

A função objetivo minimiza o custo total de preparação e estoque (4), as restrições (5) correspondem ao balanceamento do estoque de cada item i em cada período t , a limitação, em cada período t , do tempo total de preparação e produção pela capacidade disponível de cada recurso k está descrito em (6), e $x_{it} = 0$ somente se $y_{it} = 0$ (7). Em casos que a demanda pode ser atendida com atraso, deixa-se a variável de estoque I livre e modifica-se o modelo incluindo uma penalidade δ por unidade de demanda não atendida no período t , onde I_{it}^+ representa o estoque do item i no fim do período t e I_{it}^- a falta (*backlogging*) do item i no período t .

O trabalho de Erenguc e Tufekci (1988) utiliza o modelo do transporte para solucionar problemas de planejamento agregado, com duas fontes de produção: regular e horas extras, sendo que o modelo permite demanda variada nos diferentes períodos, custos de estoque e atrasos, limites de estoque e atraso. Entretanto, os autores apresentam um planejamento para um único item e um único recurso, o que não o torna prático, pois é difícil encontrar hoje indústrias que tenham recursos específicos para cada item.

O modelo apresentado no capítulo 3 generaliza o modelo proposto por Erenguc e Tufekci (1988), para múltiplas famílias de itens e múltiplos recursos compartilhados.

3 Modelo Matemático Proposto

A proposta de adaptação do modelo do transporte permite flexibilidade no planejamento da produção quanto a prazos, por exemplo, entrega de pedidos atrasados e uso do estoque para atender as demandas, além de permitir a tomada de decisão em função das diferentes estratégias, avaliando o custo de cada cenário proposto. Por exemplo, em uma situação onde a capacidade disponível não atende a demanda do período, vale a pena contratar horas extras, terceirizar a demanda excedente, entregar o pedido em atraso, ou ainda estocar em períodos anteriores?

Para apresentar a adaptação, uma analogia é considerada, conforme o QUADRO 1.

As origens e destinos no modelo do transporte são substituídos pelos períodos de planejamento do fornecedor e do cliente, os custos de transporte pelos custos de produção, a quantidade x_{ij} a ser transportada da origem i ao destino j é substituída pela quantidade x_{ij} produzida no período i , entregue no período j .

TRANSPORTE	PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO
Origens e Destinos	Períodos de Planejamento
Custo de Transporte	Custo de Produção
Quantidade a ser transportada	Quantidade a ser produzida
Demanda do destino j	Demanda do cliente no período j
Capacidade de fornecimento na origem i	Capacidade de produção em Horas Normal, com Horas Extras ou Terceirizada no período i

QUADRO 1 - Analogia entre modelos do transporte e planejamento da produção

FONTE: Os autores (2015)

A demanda de cada destino passa a ser a demanda de cada período, e por fim a capacidade de cada origem ou fornecedor é substituída pela capacidade de produção disponível em cada período, sendo essa capacidade dividida em 3 modos de produção: capacidade de produção em horas normal de trabalho N , de horas extras H e terceirização T .

Estas informações são facilmente visualizadas no QUADRO 2, considerando um único tipo de item de produção.

		Período					Capacidade	
		1	2	...	n			
Período	1N	x_{1N1} c_{1N1}	x_{1N2} c_{1N2}	...	x_{1Nn} c_{1Nn}	Cp_{1N}	Normal	
	1H	x_{1H1} c_{1H1}	x_{1H2} c_{1H2}	...	x_{1Hn} c_{1Hn}	Cp_{1H}	Hora Extra	
	1T	x_{1T1} c_{1T1}	x_{1T2} c_{1T2}	...	x_{1Tn} c_{1Tn}	Cp_{1T}	Terceiro	
	2N	x_{2N1} c_{2N1}	x_{2N2} c_{2N2}	...	x_{2Nn} c_{2Nn}	Cp_{2N}	Normal	
	2H	x_{2H1} c_{2H1}	x_{2H2} c_{2H2}	...	x_{2Hn} c_{2Hn}	Cp_{2H}	Hora Extra	
	2T	x_{2T1} c_{2T1}	x_{2T2} c_{2T2}	...	x_{2Tn} c_{2Tn}	Cp_{2T}	Terceiro	
	
	nN	x_{nN1} c_{nN1}	x_{nN2} c_{nN2}	...	x_{nNn} c_{nNn}	Cp_{nN}	Normal	
	nH	x_{nH1} c_{nH1}	x_{nH2} c_{nH2}	...	x_{nHn} c_{nHn}	Cp_{nH}	Hora Extra	
nT	x_{nT1} c_{nT1}	x_{nT2} c_{nT2}	...	x_{nTn} c_{nTn}	Cp_{nT}	Terceiro		
Demanda		d_1	d_2	...	d_n			

QUADRO 2 - Quadro de planejamento da produção para único tipo de item

FONTE: Os autores (2015)

As variáveis x_{ij} , com $i = 1N, 1H, 1T, \dots, nN, nH, nT$ e $j = 1, \dots, n$, na adaptação do modelo para planejamento da produção devem ser interpretadas da seguinte forma (QUADRO 3):

QUANDO	ENTÃO
$i < j$	Os itens x_{ij} produzidos no período i são estocados e entregues no período j , independentes do modo de produção
$i = j$	Os itens x_{ij} produzidos no período i são entregues no mesmo período i
$i > j$	Os itens x_{ij} produzidos no período i são entregues com atraso no período i para atender os pedidos do período j

 QUADRO 3 - Interpretação das variáveis x_{ij}

FONTE: Os autores (2015)

A primeira adaptação do modelo do transporte para planejamento da produção, chamado de Modelo I, foi feita para um único item e um único recurso e segue abaixo.

Sejam os dados:

- c_{iwj} - custo unitário de produção no período i e modo de produção w para entrega no período j ;
- ce_{iwj} - custo unitário acumulado de estoque dos produtos produzidos no período i e modo de produção w e entregues no período j , $i < j$;
- cb_{iwj} - custo unitário acumulado de atraso dos produtos produzidos no período i e modo de produção w e entregues no período i para atender com atraso a demanda do período j , $i > j$;
- cap_{iw} - capacidade disponível no período i e modo de produção w em unidades de itens;
- dem_j - demanda requerida no período j .

Supondo que x_{iwj} represente a quantidade a ser produzida no período i e modo de produção w e entregue no período j , conforme interpretação do QUADRO 3, então a função objetivo (8) consiste em minimizar o custo total de produção:

MODELO I

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j=i}^n c_{iwj} x_{iwj} + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j>i}^n (c_{iwj} + ce_{iwj}) x_{iwj} + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j<i}^n (c_{iwj} + cb_{iwj}) x_{iwj} \quad (8)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^n x_{iwj} \leq cap_{iw} \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 x_{iwj} \geq dem_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

$$x_{iwj} \in Z^+ \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, \dots, n)$$

As $3n$ restrições, uma de cada período e modo de produção, garantem que a quantidade produzida no período i e modo de produção w tem que ser menor ou igual à capacidade cap_{iw} disponível naquele período e modo de produção (9), as n restrições de demanda, uma de cada período de entrega, garantem que a quantidade entregue em cada período j tem de ser igual à demanda dem_j requerida (10).

O modelo I gera como resultado um quadro com o formato apresentado QUADRO 4, onde a diagonal em cinza claro representa as quantidades produzidas e entregues no mesmo período, o triângulo superior direito em branco representa quantidades em estoque e o triângulo inferior esquerdo em cinza escuro representa o *backlogging*.

O modelo I considera apenas um item e um recurso e este trabalho pretende ampliá-lo para vários itens e vários recursos. Essa alteração exige o gerenciamento da capacidade, pois um recurso pode ser utilizado para produção de mais de um item, ou seja, pode ser compartilhado, e o tempo de processamento pode variar de acordo com o item, sendo assim a capacidade não pode mais ser expressa em unidades, pois um recurso pode fazer diferentes quantidades de cada item. No novo modelo (Modelo II) a capacidade será expressa em unidade de tempo (horas, minutos ou segundos), para os modos de produção normal e horas extras, para o modo terceiro continua sendo expressa em unidades de item.

	1	2	...	n
1N				
1H				
1T				
2N				
2H				
2T				
...
nN				
nH				
nT				

QUADRO 4 – Apresentação da matriz de resultados do Modelo I
 FONTE: Os autores (2015).

Para inclusão de novas famílias de itens $f = 1, 2, \dots, F$ os períodos foram subdivididos, criando assim novas colunas, conforme (QUADRO 5).

	1				2				...	n			
	1	2	...	F	1	2	...	F	...	1	2	...	F
1N	x_{1N11}	x_{1N21}	...	x_{1NF1}	x_{1N12}	x_{1N22}	...	x_{1NF2}	...	x_{1N1n}	x_{1N2n}	...	x_{1NFn}
1H	x_{1H11}	x_{1H21}	...	x_{1HF1}	x_{1H12}	x_{1H22}	...	x_{1HF2}	...	x_{1H1n}	x_{1H2n}	...	x_{1HFn}
1T	x_{1T11}	x_{1T21}	...	x_{1TF1}	x_{1T12}	x_{1T22}	...	x_{1TF2}	...	x_{1T1n}	x_{1T2n}	...	x_{1TFn}
2N	x_{2N11}	x_{2N21}	...	x_{2NF1}	x_{2N12}	x_{2N22}	...	x_{2NF2}	...	x_{2N1n}	x_{2N2n}	...	x_{2NFn}
2H	x_{2H11}	x_{2H21}	...	x_{2HF1}	x_{2H12}	x_{2H22}	...	x_{2HF2}	...	x_{2H1n}	x_{2H2n}	...	x_{2HFn}
2T	x_{2T11}	x_{2T21}	...	x_{2TF1}	x_{2T12}	x_{2T22}	...	x_{2TF2}	...	x_{2T1n}	x_{2T2n}	...	x_{2TFn}
...
nN	x_{nN11}	x_{nN21}	...	x_{nNF1}	x_{nN12}	x_{nN22}	...	x_{nNF2}	...	x_{nN1n}	x_{nN2n}	...	x_{nNFn}
nH	x_{nH11}	x_{nH21}	...	x_{nHF1}	x_{nH12}	x_{nH22}	...	x_{nHF2}	...	x_{nH1n}	x_{nH2n}	...	x_{nHFn}
nT	x_{nT11}	x_{nT21}	...	x_{nTF1}	x_{nT12}	x_{nT22}	...	x_{nTF2}	...	x_{nT1n}	x_{nT2n}	...	x_{nTFn}

QUADRO 5 - Quadro de planejamento da produção para F itens e vários recursos

FONTE: Os autores (2015).

Ao incluir novos itens e recursos, houve a necessidade de novas informações através de uma matriz chamada de uso (QUADRO 6). Esse quadro relaciona quantas horas de cada recurso é necessária para produzir cada item de cada família.

O Modelo II fornece uma nova interpretação das variáveis:

- c_{iwfj} - custo unitário de produção no período i e modo de produção w da família de itens f para entrega no período j ;
- ce_{iwfj} - custo unitário de estoque dos produtos da família de itens f produzidos no período i e modo de produção w e entregues no período j , $i < j$;
- cb_{iwfj} - custo unitário de atraso dos produtos da família de itens f produzidos no período i e modo de produção w e entregues no período i para atender com atraso a demanda do período j , $i > j$;
- cap_{iw}^k - capacidade disponível no período i e modo de produção w para o recurso k em unidades de tempo para os modos de produção normal e horas extras e unidades de item para o modo de terceirização;
- dem_{fj} - demanda requerida da família de itens f no período j em unidades de itens;
- x_{iwfj} - quantidade a ser produzida da família de itens f no período i e modo de produção w e entregue no período j ;
- u_{ifj}^k - tempo que cada família de item f utiliza do recurso k para ser produzida no período i atendendo a demanda do período j ;

A função objetivo (11) consiste em minimizar o custo total de produção:

MODELO II

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j=i}^n c_{iwfj} x_{iwfj} + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j>i}^n (c_{iwfj} + ce_{iwfj}) x_{iwfj} \\
 + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j<i}^n (c_{iwj} + cb_{iwj}) x_{iwj}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{f=1}^F u_{ifj}^k x_{iwfj} \leq cap_{iw}^k \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3) \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 x_{iwfj} \geq dem_{fj} \quad (f = 1, 2, \dots, F; \quad j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

$$x_{iwfj} \in Z^+ \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3; \quad f = 1, 2, \dots, F; \quad j = 1, 2, \dots, n)$$

A restrição (12) relaciona as capacidades às famílias de itens de acordo com quanto cada unidade de cada família de item f utiliza da capacidade de determinado recurso k para ser produzida. São definidos uma matriz u e um vetor de capacidade cap para cada recurso k . A restrição (13) garante que a quantidade entregue em unidades de itens em cada período j tem que atender a demanda requerida para aquele período.

4 Aplicação do Modelo II

Para mostrar uma aplicação do modelo II foram utilizados dados hipotéticos de forma a aparecerem condições para estoque e *backlogging* ao mesmo tempo. O modelo também foi utilizado em uma empresa do segmento de alimentos com sucesso.

Um aplicativo foi desenvolvido, de fácil utilização, voltado para pequenas empresas, sem nenhum processo formal de planejamento com base neste modelo II. O aplicativo tem como característica trabalhar com um horizonte de planejamento, custos diferenciados por período e modo de produção, permitir ou não estoque e/ou *backlogging*, avaliar alterações no planejamento em casos de alterações da demanda ou capacidade e possibilitar o gerenciamento fornecendo informações ao usuário. Os softwares Microsoft Excel e LINGO foram usados; o Excel como entrada e saída de dados e o LINGO como software de otimização. A automatização no Excel foi feita através do desenvolvedor Visual Basic.

Quanto à entrada de dados, as informações necessárias fornecidas pelo usuário, são: custo de produção, custo de estoque, multa por atraso de entrega, quantidade de períodos, capacidade e demanda de cada período. Como saída de dados tem-se o planejamento da produção. A capacidade agora deve ser informada em unidade de tempo e não mais em unidade de item para os modos de produção normal e horas extras, isso porque dependendo do tempo necessário para produzir um produto, um recurso pode produzir uma determinada quantidade de um produto e uma quantidade diferente de outro produto. E para relacionar as famílias de itens às capacidades dos recursos, e à quais recursos são necessários para produzir uma unidade de produto daquela família, criou-se a matriz de uso, conforme apresentado no capítulo anterior, uma matriz para cada recurso.

4.1 Um Exemplo

Seja um planejamento para 3 períodos, 2 famílias de itens e 2 recursos. Os itens podem ser estocados, terceirizados e entregues ao cliente com atraso. As demandas e capacidades para os períodos são apresentadas nos QUADROS 6 e 7, respectivamente.

Período	1		2		3	
Item	1	2	1	2	1	2
Demanda	100	50	400	80	300	100

QUADRO 6 - Demanda

FONTE: Os autores (2015).

Período	Modo	Capacidade Recurso 1	Capacidade Recurso 2
i=1,2,3	Normal (em unidades de tempo)	44	44
	Hora extra (em unidades de tempo)	10	10
	Terceiro (em unidades de item)	120	120

QUADRO 7 - Capacidade
 FONTE: Os autores (2015).

Os custos de produção são apresentados no QUADRO 8. O valor de 100 u.m. usado no QUADRO 8 significa que não é possível terceirizar no 1º período de planejamento.

Os custos de estoque por modo de produção e período em u.m. é de 0,2/período para o item 1 e 0,4/período para o item 2, independente do modo de produção. Os custos de atraso por modo de produção e período em u.m. considerados foram: 0,3/período por unidade do item 1 e 0,5/período para o item 2.

Período de produção	Período de entrega Item Modo	1		2		3	
		1	2	1	2	1	2
1	normal	2	4	2	4	2	4
	hora extra	4	6	4	6	4	6
	terceiro	100	100	100	100	100	100
2	normal	2	4	2	4	2	4
	hora extra	4	6	4	6	4	6
	terceiro	6	8	6	8	6	8
3	normal	2	4	2	4	2	4
	hora extra	4	6	4	6	4	6
	terceiro	6	8	6	8	6	8

QUADRO 8 – Custos de produção por modo de produção e período em u.m.
 FONTE: Os autores (2015).

A utilização dos recursos 1 e 2 estão representados nos QUADROS 9 e 10, respectivamente. A produção do item 1 utiliza 0,2 unidades do recurso 1, se for no modo normal ou em hora extra. No modo terceirizado como a capacidade disponível está em unidades de itens que a empresa terceirizada pode se comprometer a produzir, o uso do recurso é de 1 unidade por unidade demandada. Da mesma forma analisa-se o recurso 2.

Período de produção	Período de entrega Item Modo	i=1,2,3	
		1	2
i=1,2,3	normal	0,2	0,5
	hora extra	0,2	0,5
	terceiro	1	1

QUADRO 9 – Uso do recurso 1

	Período de entrega	i=1,2,3	
Período de produção	Item	1	2
	Modo		
i=1,2,3	normal	0,15	0,3
	hora extra	0,15	0,3
	terceiro	1	1

QUADRO 10– Uso do recurso 2

O Plano de Produção como resultado do planejamento está apresentado no QUADRO 11. Em nenhum dos períodos a capacidade normal foi suficiente para atender a demanda de qualquer item, mas com as horas extras foi possível atender a demanda do item 1 no 1° período. No 2° e 3° períodos a demanda do item 1 foi atendida utilizando também o estoque. Para tornar mais claro esta informação, no segundo período foram produzidas 220 unidades do item 1, utilizando todo o recurso disponível, sendo que 190 foram utilizados para atender a demanda do 2° período e as 30 unidades restantes foram mantidas em estoque para atender a demanda do 3° período.

Quanto ao item 2, houve atraso na entrega do pedido do 1° período além de que a produção teve que ser terceirizada em todos os períodos. Essa situação pode ser interpretada da seguinte forma: se essa demanda alta acontece frequentemente, deve-se pensar em aumentar a capacidade da empresa, ou manter a terceirização dos produtos, comparando os custos e verificando qual das situações vale a pena, considerando a aquisição de novos recursos e mão de obra. Outra opção pode ser verificar qual o recurso gargalo e se é possível aumentar a capacidade, ou então não aceitar tantos pedidos para esse período. Esta é a função deste modelo de planejamento, discutir o impacto dos custos, da necessidade de ampliação de capacidade ou contratar terceiros, entre outros.

Período de produção	Período de entrega	1		2		3	
	Item	1	2	1	2	1	2
	Modo						
1	normal	60	0	160	0	0	0
	hora extra	40	4	0	0	0	0
	terceiro	0	0	0	0	0	0
2	normal	0	0	190	0	30	0
	hora extra	0	0	50	0	0	0
	terceiro	0	46	0	74	0	0
3	normal	0	0	0	0	220	0
	hora extra	0	0	0	0	50	0
	terceiro	0	0	0	6	0	100
	DEMANDA	100	50	400	80	300	100

QUADRO 11- Plano de Produção

FONTE: Os autores (2015).

5. Conclusões Finais

Durante o desenvolvimento desse trabalho o modelo do transporte foi adaptado para o planejamento da produção. A adaptação para apenas um tipo de item e com um recurso foi simples, encontrada inclusive na bibliografia pesquisada. A ampliação do modelo para vários itens e vários recursos gerou o modelo II, e incluiu a criação de uma nova matriz, chamada de matriz de uso, e de novos vetores de capacidade, além de incluir novas colunas na matriz de custos e decisão, em consequência do planejamento para várias famílias de itens. Um aplicativo foi desenvolvido para resolver o modelo. O modelo proposto permite trabalhar com um horizonte de planejamento, famílias de itens e recursos, custos diferenciados por período e modo de produção, possibilita ao usuário escolher se quer ou não terceirizar, estocar e/ou atrasar pedidos. Para as duas últimas situações se escolher a opção de estocar e/ou atrasar, pode determinar por quantos períodos. Com todas essas características o modelo possibilita o gerenciamento da produção, porque fornece informações confiáveis ao usuário e/ou gestor, mostrando quais as variações no comportamento do planejamento no caso de alterações de capacidade, demanda, políticas de terceirização, estoque e atrasos.

Referências

Arenales, M.; Armentano, V.; Morabito, R.; Yanasse, H. Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

Eregunc, S. S.; Tufekci, S. A transportation type aggregate production model with bounds on inventory and backordering. *European Journal of Operational Research*, 35: 414-425, 1988.

Gaither, N.; Frazier, G. Administração de produção e operações. 8. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

Pizzolato, A. L.; Gandolpho, A. A. Técnicas de Otimização. Rio de Janeiro, LTC, 2012.