

ANALISE DA EFICIÊNCIA SOB RETORNOS VARIÁVEIS DE ESCALA: UM ESTUDO DAS INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR PRIVADO

Juliana Benicio, João Carlos Soares de Mello e Lidia Angulo Meza

RESUMO:

O principal objetivo deste artigo é analisar a eficiência das DMU (*Decision Making Units*) a partir da perspectiva de retornos variáveis de escala. Dois modelos analíticos serão apresentados, o primeiro, o clássico modelo DEA BCC, que apresenta uma fronteira eficiente convexa e o segundo, um novo modelo proposto pelos autores, o FConc, que apresenta uma fronteira eficiente côncava; ambas com retornos variáveis de escala. Um estudo de caso será proposto, em que as eficiências de DMU sofrem variações de acordo com os métodos utilizados na análise. Os modelos DEA BCC e FConc terão seus resultados comparados aos fundamentos clássicos da economia. O estudo de caso irá analisar a eficiência das unidades administrativas selecionadas de Ensino Superior de Graduação.

Palavras-Chave: DEA, BCC, Eficiência de Escala.

ABSTRACT:

The main objective of this paper is to analyze DMUs (*Decision Making Units*) efficiency from the perspective of variable returns to scale. Thus, a case study will be proposed, where the efficiencies of DMUs suffer variation according to the methods used in the analysis. The classic model of DEA, the BCC, and a new model proposed by the authors, will have their results compared to classical foundations of the economy. The case study will examine the efficiency of administrative units selected of Undergraduate Higher Education.

Key-words: DEA, BCC, scale efficiency.

1. INTRODUÇÃO

A análise de eficiência na ciência econômica tem seu ponto de partida para o conceito de Pareto-Koopmans (Koopmans, 1951; Pareto, 1909) que diz que uma unidade de produção é totalmente eficiente, se e somente se, você não pode melhorar qualquer entrada (*input*) (ou saída (*output*)), sem reduzir qualquer outro *output* (ou *input*) (Cooper, 1985). Assim, uma unidade é considerada ineficiente, no sentido Pareto Koopmans, se podem produzir os mesmos *outputs* reduzindo, pelo menos, um dos *inputs*; ou se você pode usar os mesmos *inputs* para produzir mais *outputs*.

Neste sentido, a construção de uma fronteira eficiente de produção tem como objetivo definir um limite onde a produção mais eficiente será localizada. Assim como a produção ineficiente será situada na zona abaixo da fronteira (Vasconcellos, 2000). A forma da fronteira eficiente define a tecnologia utilizada na produção analisada.

DEA (*Data Envelopment Analysis*) é capaz de avaliar o nível de eficiência das unidades de produção (DMU - *Decision Making Units*) que executam a mesma atividade. A medida de eficiência é obtida pela razão da soma ponderada dos *outputs* pela a soma ponderada dos *inputs*. O modelo permite analisar o desempenho da DMU em produzir vários *outputs* a partir de múltiplos *inputs* através da comparação com o resultado das outras DMUs (Jubran, 2006).

O objetivo do modelo original DEA CCR (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978) é construir uma fronteira de produção eficiente, de modo que a DMU que apresente a melhor relação "*output/input*" são consideradas eficientes e estará localizada nesta fronteira. As DMUs ineficientes estarão situadas abaixo da região da fronteira, conhecida como envelope (Périco, 2009).

Como o progresso analítico, estudos de DEA começaram a incorporar o conceito de escala em sua análise. Ou seja, através do aumento do volume de *inputs* de produção, a DMU considerada eficiente pode ter ganho, perda ou constância de produtividade. Como argumentou Farrell (1957) é um erro considerar apenas a produtividade média (relação entre *inputs* e *outputs*) como medida de eficiência. Isto porque, algumas DMUs, por terem suas produções em escalas diferentes, podem ter a mesma eficiência, mas produtividades diferentes. Isto é, a fronteira que determina as DMUs eficientes começa a reconhecer a possibilidade de melhoria ou deterioração da produtividade DMU por alteração da quantidade produzida (Varian, 2000).

Banker, Charnes e Cooper (1984) desenvolveram o modelo DEA BCC cujo objetivo é calcular eficiências que levem em conta o retorno de escala da DMU observada. Neste modelo a condição de proporcionalidade da CCR não é garantida, ou seja, uma DMU que atua em uma escala em que o retorno é crescente (ou decrescente), não tem de apresentar uma relação de *output/input* virtual como a DMU mais eficiente para estar na fronteira (Banker e Thrall, 1992).

Este artigo tem por objetivo analisar diferentes modelos na definição de DMUs eficientes, baseado em um estudo de caso, a partir do conceito de retornos variáveis de escala. Com uma base de dados reais, os resultados dos modelos DEA CCR e BCC serão comparados com os resultados do novo modelo de fronteira côncava, o FConc.

É importante destacar que o modelo apresentado neste artigo foi inicialmente apresentado em Benicio e Soares de Mello (2014). Contudo, este artigo traz melhorias e correções no algoritmo do artigo original.

O estudo de caso proposto será baseado na análise da eficiência do setor administrativo de diferentes unidades de ensino superior em gerenciar seus alunos matriculados.

2. REVISÃO DE RETORNOS VARIÁVEIS DE ESCALA: PERSPECTIVA ECONÔMICA

A produtividade média de um fator (P_m) é calculada como a razão entre o *output* (y) e a quantidade utilizada de *input* (x). Algebricamente:

$$= \frac{y}{x} \quad (1)$$

A produtividade marginal de um fator (Pmg) é calculada como a razão entre a variação do *output* (*y*) e a variação de *input* (*x*), a saber:

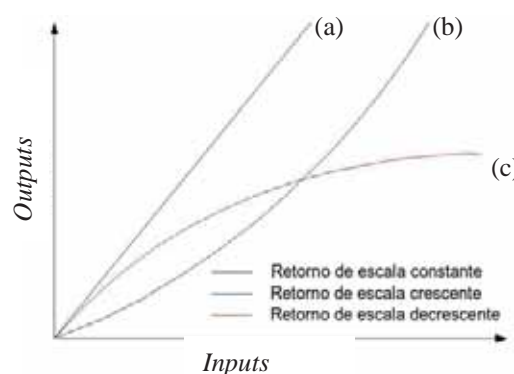
$$= \Delta y / \Delta x \quad (2)$$

Dessa forma define-se:

- Se a variação dos *inputs* é a mesma que a variação dos *outputs*, a produção tem retornos constantes de escala. Isto é, a produtividade marginal é igual a 1.
- Se a variação dos *inputs* é menor que a variação dos *outputs*, a produção tem retornos crescentes de escala. Isto é, a produtividade marginal é maior que 1.
- Se a variação dos *inputs* é maior que a variação dos *outputs*, a produção tem retornos decrescentes de escala. Isto é, a produtividade marginal é menor que 1.

A Figura 1 mostra os diferentes comportamentos da curva fronteira eficiente de produção conforme mudança na quantidade de insumos utilizados (Varian, 1992).

Fig. 1. (a) Retorno Constante de escala; (b) Retorno Crescente de escala; (c) Retorno Decrescente de escala



Barbot e Castro (1997) destacam as seguintes razões que contribuem para a que a tecnologia de produção apresentem retornos crescentes de escala:

- Existência de indivisibilidades técnicas ou custos fixos, que são diluídas com o aumento da escala de produção (por exemplo, os custos de rede móvel telefone, design de produto, música ou filmes).
- A divisão do trabalho e especialização podem permitir ganhos de eficiência (por exemplo, linha de produção).
- Necessidades de inventário normalmente aumentam menos do que a escala (por exemplo, hipermercados).
- Relações geográficas: por exemplo, duplicar as paredes de um armazém, quadruplica a área disponível.

Barbot e Castro (1997) descreveram também razões que contribuem para a existência de retornos decrescentes de escala:

- Excesso de divisão do trabalho e perda de visão geral da empresa e dos seus objetivos (fruto de grande complexidade organizacional);
- Dificuldades de supervisão/gestão: À medida que a escala de produção aumenta, o número de supervisores tende a aumentar e sua eficiência diminuir (também resultado da maior complexidade organizacional);
- Limitação do produto (indústrias extrativas).

A definição clássica apresentada para retornos de escala, também chamada de retorno de escala local, encontrou na literatura reinterpretação de autores que passaram a incorporar o conceito de retorno de escala global (Katzner, 2006; Podinovski, 2004; Quinzii, 1992). O retorno de escala

global é verificado quando apenas um tipo de retorno de escala é verificado pela tecnologia de produção (Quinzii, 1992). Para que o retorno de escala global possa ser verificado, a fronteira eficiente deve apresentar um único padrão de incremento de produtividade marginal. Sabendo que:

Então o retorno de escala global pode ser definido como:

- Retorno crescente de escala global (GIRS): $\Delta PMg/\Delta x > 0$
- Retorno decrescente de escala global (GDRS): $\Delta PMg/\Delta x < 0$
- Retorno constante de escala global (GCRS): $\Delta PMg/\Delta x = 0$

O modelo a ser proposto, que define uma fronteira eficiente côncava, apresenta, ao longo de sua fronteira eficiente GIRS.

3. MODELOS ESTUDADOS

a. DEA CCR

O modelo DEA CCR introduzido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) assume retornos constantes de escala, ou seja, qualquer mudança nos *inputs* deve produzir uma mudança proporcional nos *outputs*. O modelo determina a eficiência de uma DMU (*Decision Making Units*) dividindo a soma ponderada das saídas (*output virtual*) pela soma ponderada das entradas (*input virtual*), generalizando assim definição de Farrel (1957) apresentado acima.

O modelo clássico CCR com orientação a *input* (ou seja, minimiza os *inputs* e mantém o nível de *output*), considera unidade de análise DMU a ser comparado de acordo com a sua eficiência com base no seguinte modelo (3), chamado de modelo de Multiplicadores:

$$o = \frac{\sum_{=1}}{\sum_{=1}}$$

Sujeito a

$$\frac{\sum_{=1}}{\sum_{=1}} \leq 1, \quad = 1, \dots, \quad (3)$$

$$\geq 0 \forall ,$$

De tal modo que, u_j e v_i são os pesos dos *outputs* e *inputs*, respectivamente; x_{ik} , y_{jk} são os *outputs* e *inputs* da DMU j e x_{i0} , y_{j0} são os *outputs* e *inputs* da DMU observada.

Este modelo pode ser definido como um problema de programação fracionada, que pode ser transformado em um de programação linear (PPL), em que o denominador da função objetivo deve, necessariamente, ser igual a uma constante (Chang e Guh, 1991).

Este modelo, segundo a definição apresentada, apresenta retorno constante de escala global.

B. DEA BCC

O modelo BCC, introduzido por Banker, Charnes e Cooper (1984) apresentou uma mudança na formulação da CCR, a fim de analisar retornos variáveis de escala na DEA. Ou seja, o modelo BCC queria dar conta de interpretar o fato de que, em diferentes escalas, o DMU poderiam ter diferentes produtividades e ainda ser considerado eficiente. O objetivo desta análise proposta pelo modelo de BCC é de considerar que em situações diferentes a produtividade máxima é variável. Como mencionado na introdução, diferentes tecnologias de produção têm suas produtividades influenciadas pela escala em que as DMUs estão operando (Banker e Thrall,

1992). Quando a fronteira de produção apresenta rendimentos constantes de escala, as DMU eficientes têm a mesma produtividade; no entanto, quando a linha de produção tem rendimentos variáveis as DMU eficientes não precisam de ter a mesma produtividade (Panzar e Willing, 1977).

A formulação (4) do BCC introduz uma restrição no PPL do CCR modelo original. A fronteira deste conjunto convexo é restrito por $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$, tornando a área de possibilidades de produção BCC menor que a do modelo CCR. Conseqüentemente, qualquer projeção ineficiente da DMU no hiperplano eficiente, pode ser representado por uma combinação linear do segmento da fronteira, onde a soma das contribuições das DMU eficientes (λ_j) devem resultar em um (1) (Banker, Charnes e Cooper, 1984). Assim, a eficiência BCC é inferior ou igual à eficácia-CCR.

Na formulação do modelo são introduzidas as variáveis v^* (fator de escala na orientação output) e u^* (fator de escala na orientação input) para a função e restrições objetivo. Essas variáveis, de acordo com (Banker e Thrall, 1992) indicam o tipo de retorno de escala que a DMU observada se encontra. Nos modelos orientados a *input*, quando positivo, indicando retornos crescentes de escala; quando negativo, indica retornos decrescentes de escala; se eles forem nulos, a situação é de retorno constante de escala. Segue o modelo (4) de multiplicadores DEA BCC com orientação a *input*:

$$0 = \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj}}{\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{kj}} - v^*$$

Sujeito a

$$\frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{kj}}{\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{kj}} - v^* \leq 1, \quad k = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$v^* \geq 0 \quad \forall k$$

De tal modo que, u_j e v_i são os pesos dos *outputs* e *inputs*, respectivamente; x_{ik} , y_{jk} são os *outputs* e *inputs* da DMU j e x_{i0} , y_{j0} são os *outputs* e *inputs* da DMU observada; u^* é o fator de escala. Este modelo, segundo definição apresentada, apresenta retorno decrescente de escala global.

C. NOVO MODELO: FRONTEIRA CÔNCAVA (FCONC)

Este algoritmo não paramétrico é projetado para assegurar que fronteira eficiente apresente retornos crescentes de escala global. A forma da fronteira eficiente gerada neste modelo é côncava, portanto, complementar à fronteira eficiente do BCC.

Para garantir os retornos crescentes de escala, a DMU eficiente deve apresentar um aumento constante da eficiência CCR. Considere as seguintes convenções:

- As DMUs são ordenadas pelo número de *inputs* utilizados;
- θ_0 é a Eficiência CCR da DMU observada;
- θ_j é Eficiência CCR de TODA DMU eficiente que antecede a DMU observada;
- A DMU1 (a DMU com a menor quantidade de *inputs*) considera θ_1 igual a zero.

Algoritmo:

Passo 1: calcular a eficiência CCR da DMU analisada.

Passo 2: CALCULAR Δ_j , de tal modo que $\Delta_j = \left(\frac{\theta_j - \theta_0}{\theta_j - \theta_1} \right)$, para todo j .

Passo 3: Definir ineficientes as DMUs que: $\Delta_j < 0$, para qualquer j .

Passo 4: Definir EFICIENTES as DMUs que: $\Delta_j > 0$, para todos j .

Considere de resultado de F_{con} a razão entre a e b , de tal modo que k é a Eficiência CCR da DMU mais eficiente que antecede a observada.

4. EFICIÊNCIA DO SETOR ADMINISTRATIVO NO ENSINO SUPERIOR: UM ESTUDO DE CASO

As instituições educacionais ocupam um papel central nas economias do mundo. Sua capacidade de transformar a sociedade faz desta atividade importante foco de pesquisa para diferentes áreas do conhecimento. O estudo da eficiência em instituições educacionais deve ser bastante cuidadoso. Primeiro pois a busca pela competitividade não pode vir em detrimento da qualidade do serviço, visto que, neste caso, trata-se da qualidade da formação do aluno. Em segundo lugar, deve-se considerar que a complexidade desta atividade está relacionada com o tempo necessário para consolidar uma política estratégica de educação; conseqüentemente, o julgamento dos resultados no presente deve ser amadurecido durante um período de tempo e ainda assim pode-se considerar como uma análise subjetiva. Posto isso, a complexidade da análise deste serviço deve considerar como uma informação relevante a análise da eficiência do setor administrativo. Tal análise pode agregar valor no entendimento da capacidade destas instituições para gerirem a rotina acadêmica (Benicio e Soares de Mello, 2012).

Na bibliografia especializada encontra-se duas abordagens principais objetivando medir a eficácia das instituições de ensino. A primeira pesquisa de avaliação da qualidade da educação, com foco na avaliação do desenvolvimento dos alunos (Martins e Soares de Mello, 2003; Sampaio e Guimarães, 2009; Soares de Mello et al., 2006; Thanassoulis, 1999). Neste grupo, os *inputs* estão relacionados com os anos de estudo e os recursos do estudante, entre outros. Os *outputs* estão relacionados com os resultados destes estudantes após conclusão do curso, o número de estudantes empregados, o número de estudantes que ingressam na faculdade (no caso da avaliação das escolas do ensino médio), o número de novos alunos em cursos de graduação (no caso da avaliação de universidades). O segundo grupo busca a avaliação da qualidade da educação com foco na estrutura consolidada das diferentes universidades (Allencastro e Fochezatto, 2006; Meng et al., 2008). Neste caso, é levado em consideração como *output*: quantidade de pesquisas realizadas pela instituição, publicação e titulação dos professores, número de alunos, entre outros.

Neste artigo foram analisadas 21 unidades de ensino superior da mesma rede de ensino no Brasil; o *input* é o número de empregados no setor administrativo dessas DMUs em 2014 e, o *output* é o número total de alunos matriculados em 2014.

a. RESULTADOS CCR

A Tabela 1 mostra os resultados do modelo CCR.

Tabela 1 DMU observadas e seus inputs e outputs, produtividade média e eficiência CCR.

DMU	Unidade	No de funcionários administrativos	Número de estudantes	Pme	CCR
1	SALVADOR	1	1	1	0.0202
2	RONDONOPOLIS	1	0	0.00	0.002
3	NOVA PETROPOLIS	9	140	15.56	0.3151
4	VILA VELHA	13	251	19.31	0.3911
5	ITABORAI	19	379	19.95	0.4041
6	ILHA GOVERNADOR	19	268	14.11	0.2857
7	CAPIVARI	19	395	20.79	0.4212
8	ITABORAI	20	536	26.80	0.5429

9	RIO BONITO	22	130	5.91	0.1197
10	RIO DAS OSTRAS	27	928	34.37	0.6963
11	ITAJAI	27	546	20.22	0.4097
12	CAMPO LARGO	28	606	21.64	0.4384
13	BENTO GONCALVES	28	1,382	49.36	1
14	FARROUPILHA	28	611	21.82	0.4421
15	SETE LAGOAS	29	250	8.62	0.1746
16	GRAVATAI	41	1,135	27.68	0.5608
17	JOINVILLE	53	1,371	25.87	0.524
18	SANTO ANGELO	61	2,214	36.30	0.7353
19	UNAI	94	1,158	12.32	0.2495
20	VARGINHA	124	1,790	14.44	0.2924
21	OSORIO	125	3,038	24.30	0.4924

Pelos resultados mostrados na Tabela 1 observa-se que o DMU 13 de Bento Gonçalves é a mais eficiente, e tem a maior produtividade média.

B. RESULTADOS CCR

A Tabela 2 mostra os resultados do modelo BCC.

Tabela 2 DMU observadas e seus inputs e outputs, produtividade média e eficiência BCC orientada a *input* e *output*.

DMU	Unidade	No de funcionários administrativos	Número de estudantes	Pme	BCC_i	BCC_o
1	RONDONOPOLIS	1	-	-	1	0.1
2	SALVADOR	1	1	1	1	1
3	NOVA PETROPOLIS	9	140	15.56	0.413	0.3413
4	VILA VELHA	13	251	19.31	0.4529	0.4082
5	ITABORAI	19	379	19.95	0.4415	0.4112
6	RIO DE JANEIRO	19	268	14.11	0.3273	0.2907
7	CAPIVARI	19	395	20.79	0.458	0.4285
8	ITABORAI	20	536	26.80	0.5729	0.5509
9	RIO DE JANEIRO	22	130	5.91	0.16	0.1209
10	RIO DE JANEIRO	27	928	34.37	0.7082	0.6972
11	ITAJAI	27	546	20.22	0.4316	0.4102
12	CAMPO LARGO	28	606	21.64	0.4581	0.4384
13	BENTO GONCALVES	28	1,382	49.36	1	1
14	FARROUPILHA	28	611	21.82	0.4616	0.4421

15	SETE LAGOAS	29	250	8.62	0.2023	0.1776
16	GRAVATAI	41	1,135	27.68	0.5651	0.6638
17	JOINVILLE	53	1,371	25.87	0.5242	0.6813
18	SANTO ANGELO	61	2,214	36.30	1	1
19	UNAI	94	1,158	12.32	0.2512	0.4388
20	VARGINHA	124	1,790	14.44	0.3563	0.5917
21	OSORIO	125	3,038	24.30	1	1

A partir da Tabela 2 conclui-se que as DMUs 1, 2, 13, 18 e 21 são eficientes. Ao separar analiticamente, as DMU eficientes das ineficientes, observa-se que:

- Da DMU1 à DMU13 a produtividade média cresce.
- Da DMU13 à DMU21 a produtividade média diminui.
- As DMUs 1 e 2 podem ser consideradas eficientes por default.

C. RESULTADOS FCONC

A Tabela 3 mostra os resultados do modelo FConc.

Tabela 3 DMU observadas e seus inputs e outputs, produtividade média e eficiência FConc

DMU	Unidades	No funcionários administrativos	No de estudantes	Pme	Fconc
1	SALVADOR	1	1	1	1
2	RONDONOPOLIS	1	-	-	0.1
3	NOVA PETROPOLIS	9	140	15.56	1
4	VILA VELHA	13	251	19.31	1
5	ITABORAI	19	379	19.95	1
6	RIO DE JANEIRO	19	268	14.11	0.71
7	CAPIVARI	19	395	20.79	1
8	ITABORAI	20	536	26.80	1
9	RIO DE JANEIRO	22	130	5.91	0.22
10	RIO DE JANEIRO	27	928	34.37	1
11	ITAJAI	27	546	20.22	0.59
12	CAMPO LARGO	28	606	21.64	0.63
13	BENTO GONCALVES	28	1,382	49.36	1
14	FARROUPILHA	28	611	21.82	0.44

15	SETE LAGOAS	29	250	8.62	0.17
16	GRAVATAI	41	1,135	27.68	0.56
17	JOINVILLE	53	1,371	25.87	0.52
18	SANTO ANGELO	61	2,214	36.30	0.74
19	UNAI	94	1,158	12.32	0.25
20	VARGINHA	124	1,790	14.44	0.29
21	OSORIO	125	3,038	24.30	0.49

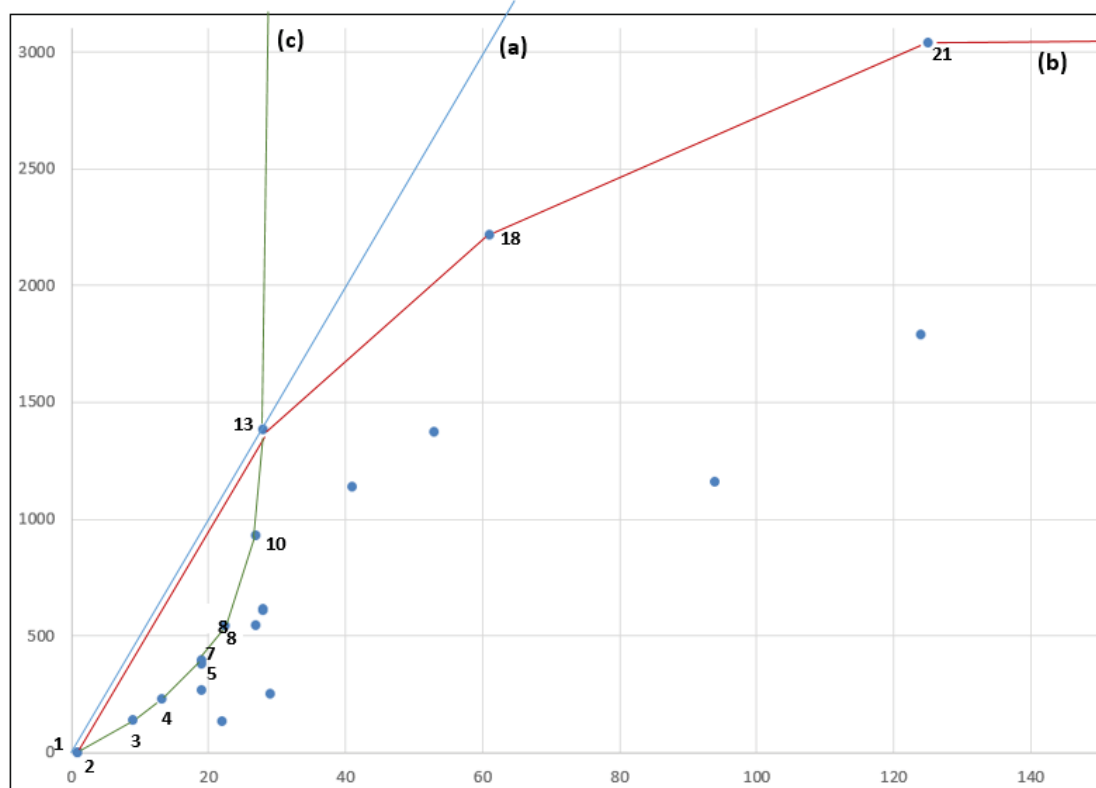
Ao contrário dos resultados apresentados pelo BCC a Tabela 3 mostra que o modelo FConc apresenta o DMU eficiente: 1, 3, 4, 5, 7, 8, 10 e 13.

Como é pressuposto pelo modelo, essa fronteira não apresenta retornos decrescentes de escala. Observando SOMENTE as DMUs eficientes pode-se concluir que, ao aumentar o volume de insumos, a produtividade dessas DMU sempre cresce.

5. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

As fronteiras eficientes geradas pelos diferentes modelos apresentados podem ser verificadas na Figura 2.

Fig. 2. Fronteiras eficientes de (a) DEA CCR; (b) DEA BCC; (c) Fconc



Conforme pressuposto básico da proporcionalidade, o modelo DEA CCR apresentou apenas uma DMU eficiente. As outras DMUs não atingiram a produtividade necessária.

Nos modelos que assumem retornos variáveis de escala, pode ser verificada divergência nos resultados.

Pode-se verificar que o modelo da fronteira côncava apresenta formato diferente da fronteira do BCC mesmo quando este também apresenta retornos crescentes de escala. Observa-se que a fronteira FConc, de facto, tem rendimentos de escala crescente. As DMUs eficientes 1, 3, 4, 5, 7, 8, 10 e 13 aumentaram a produtividade média (1; 15,56; 19,31; 19,95; 20,79; 26,28 e 34,37, respectivamente). No entanto, salvo no caso de DMU13, essas DMUs foram negligenciadas na fronteira do BCC.

6. CONCLUSÕES

A partir dos resultados do estudo de caso apresentado verifica-se que existem inconsistências na análise teórica proposto pelo modelo DEA BCC. Isso porque o modelo não identificou DMUs que, segundo rendimento crescente de escala, seriam verificadas como eficientes.

Já o modelo da fronteira côncava foi capaz de identificar as DMUs com retornos crescentes de escala, conforme a comparação de seus resultados com as produtividades calculada, garantindo portanto, o retorno global crescente de escala.

Como um estudo futuro, sugerimos a expansão da aplicação de FConc, a fim de comparar com os resultados do modelo BCC para consolidar ou não essa fragilidade do modelo BCC.

7. REFERÊNCIAS

- Allencastro, L.; Fochezatto A. Eficiência técnica na gestão de recursos em instituições privadas de ensino superior. *Análise*, 17 (2), 234-242, 2006.
- Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W. W. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092, 1984.
- Banker, R.; Thrall, R. Estimation of Returns to Scale Using Data Envelopment Analysis. *European Journal Of Operational Research*, vol. 62, p. 74-84, 1992.
- Barbot, C.; Castro, A. *Microeconomia*, 2a ed., McGrawHill. 1997.
- Benicio, J.; Soares de Mello, J.C. A Análise da Eficiência DEA em Departamentos de Graduação Universitária. *Anais de Congresso do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro, 2012.
- Benicio, J.; Soares de Mello, J.C. Retornos de Escala em DEA: Críticas ao BCC e novo modelo. *Anais de Congresso do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro, 2014.
- Chang, K.P.; Guh, Y.Y. Linear Production Functions and the Data Envelopment Analysis. *European Journal Of Operational Research*, 52, 215-223, 1991.
- Charnes, A.; Cooper, W. W. Preface to Topics in Data Envelopment Analysis. *Annals of Operations Research*, 2, 59-94, 1985.
- Charnes, A.; Cooper, W. W.; Rhodes, E. Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal Of Operational Research*, 2(6), 429-444, 1978.
- Farrell, M.J. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistic Society*, série A, parte 3, p. 253-290, 1957.
- Jubran, A. J. Modelo de análise de eficiência na administração pública: estudo aplicado às prefeituras brasileiras usando a análise envoltória de dados. São Paulo : Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2006. Tese de Doutorado em Sistemas Eletrônicos. [acesso 2014-05-25]. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3142/tde-13122006-180402/>>.
- Katzner, D. *An Introduction to the Economic Theory of Market Behavior: Microeconomics from Walrasian Perspective*. Edward Elgar Publishing, 2006.
- Martins, F., Soares de Mello, J.C. Avaliação educacional aplicando Análise envoltória de dados e apoio multicritério à decisão. In: XXIII Encontro Nac. de Eng. de Produção, Ouro Preto (MG), 2003.
- Meng, W., Zhang, D., Qi, L., Wenbin Liu, W. Two-level DEA approaches in research evaluation. *The International Journal of Management Science*, 36 (6), 2008.

- Panzar, J. C.; Willing, R.D. Economies of scale in multi-output Production. *Quartely Journal of Economics*. Vol. 9, pp. 481-494, 1977.
- Koopmans, T. *Activity analysis of production and allocation*. John Wiley & Sons, New York, 1951.
- Pareto V. *Manuel d'Economie Politique*. Giars & Briere, Paris, 1909.
- Périco, A. E. A relação entre as infraestruturas produtivas e o produto interno bruto (PIB) das regiões brasileiras: uma análise por envoltória de dados. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção, 2009.
- Podinovski, V. Local and Global Returns to Scale in Performance Measurement. *The Journal of the Operational Research Society*. Vol. 55, No. 2, Part Special Issue: Intelligent Management Systems in Operations, pp. 170-178, 2004.
- Quinzii, M. *Increasing Returns and Efficiency*. Oxford University Press, 1992.
- Sampaio, B.; Guimarães, J. Diferenças de eficiência entre ensino público e privado no Brasil. *Economia Aplicada*, 13, 2009.
- Soares de Mello, J.C.; Gomes, E.; Angulo Meza, L.; Soares de Mello, M.H.; Soares de Mello, A.J. Engineering post-graduate programmes: A quality and productivity analysis. *Studies in Educational Evaluation*, 32 (2), 136-152, 2006.
- Thanassoulis, E. Setting Achievement Target for School Children. *Education Economics*, 7 (2), 101-119, 1999.
- Varian, H. *Microeconomic Analysis*. London: W.W. Norton & Company, 1992.
- Varian, H. *Microeconomia: Princípios Básicos*. Rio de Janeiro: Campus, 2000.
- Vasconcellos, M. A. S. et Oliveira, R. G. *Manual de Microeconomia*, São Paulo: Atlas, 2000.