

UMA ABORDAGEM METAHEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM JANELAS DE TEMPO E MÚLTIPLOS ENTREGADORES

Aldair Álvarez

Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção
Rod. Washington Luís - km 235, São Carlos - SP, Brasil
aldair@dep.ufscar.br

Pedro Munari

Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção
Rod. Washington Luís - km 235, São Carlos - SP, Brasil
munari@dep.ufscar.br

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma abordagem metaheurística baseada em Busca em Vizinhança Grande - LNS (*Large Neighborhood Search*) para resolver o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores, recentemente proposto na literatura. O objetivo é definir rotas para atender grupos de clientes minimizando o número de veículos usados, o número de entregadores designados e a distância total percorrida. O desempenho da abordagem proposta é testado utilizando conjuntos de instâncias disponíveis na literatura. Os resultados obtidos foram competitivos quando comparados com os obtidos por outras abordagens metaheurísticas encontradas na literatura.

PALAVRAS CHAVE. Roteamento de veículos com múltiplos entregadores. Busca em Vizinhança Grande. Metaheurística.

Área Principal: L&T-Logística e Transportes, MH-Metaheurísticas

ABSTRACT

In this work, we propose a metaheuristic approach based on Large Neighborhood Search (LNS) to solve the vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen, a problem recently proposed in the literature. The objective is to define routes to serve customer clusters minimizing the fleet size, the total number of deliverymen and the total distance traveled. The performance of the approach is evaluated using sets of instances from the literature. The results obtained were competitive with those found by other metaheuristic approaches found in the literature.

KEYWORDS. Vehicle routing with multiple deliverymen. Large Neighborhood Search. Metaheuristic.

Main Area: L&T-Logistics and Transportation, MH-Metaheuristics

1. Introdução

Processos de transporte estão envolvidos em múltiplas formas nos sistemas de produção, especialmente naqueles que envolvem atividades de distribuição. Tais processos têm impacto na competitividade e nos níveis de serviço das indústrias. Por exemplo, processos de transporte podem representar entre 10% e 20% dos custos finais dos bens produzidos por uma empresa (Toth & Vigo, 2002). Adicionalmente, estima-se que os custos de distribuição podem representar até três quartos dos custos de logística de uma organização (Bräysy & Gendreau, 2005), tornando necessário investir esforços para o aprimoramento desses processos. Dentre as atividades de distribuição encontra-se o problema roteamento de veículos (PRV), uma atividade enfrentada por centenas de empresas na entrega e coleta de produtos ou pessoas. Portanto, a solução deste problema é parte importante da gestão eficiente das operações das organizações. Dada a complexidade desta atividade e a necessidade de uma análise integrada, é importante que a tomada de decisões neste contexto tenha o apoio de abordagens quantitativas, em particular aquelas oferecidas pela Pesquisa Operacional (PO).

Recentemente, alguns estudos foram apresentados na literatura explorando uma nova variante do PRV, que envolve decisões de alocação do tamanho da tripulação nos veículos (Pureza et al., 2012; Ferreira & Pureza, 2012). Esta variante, chamada de problema de roteamento de veículos com múltiplos entregadores (PRVME) tem aplicações em muitos contextos industriais, principalmente em situações nas quais se faz necessária a entrega regular de produtos em centros urbanos bastante congestionados. Exemplos típicos são fábricas de refrigerantes, cervejas e cigarros que precisam reabastecer regularmente (diariamente ou a cada poucos dias) pequenos e médios estabelecimentos como lojas de conveniência, restaurantes, mercearias, entre outros. Estes estabelecimentos se encontram tipicamente em regiões com alta concentração comercial, nas quais se torna difícil até mesmo estacionar os veículos de entrega. Assim, os veículos estacionam em pontos estratégicos de uma região que possua um grupo de clientes, e as entregas são feitas a pé até esses clientes. Com isso, o tempo de serviço no grupo pode ser relativamente longo quando realizado por apenas um entregador, podendo inviabilizar o atendimento de outros grupos durante o horário permitido. Em contextos assim, o uso de múltiplos entregadores se torna importante, pois reduz o tempo de serviço em cada visita a um grupo de clientes e agiliza a entrega dos produtos.

Apesar da importância prática desta variante, existem poucos trabalhos na literatura abordando o problema e, além disso, a variante não é contemplada nem pelos softwares comerciais especializados em logística. Por isso no presente trabalho propomos uma abordagem metaheurística para resolver o problema, baseada na metaheurística Busca em Vizinhança Grande (a partir de agora LNS). Conforme observado para outras variantes do PRV, acredita-se que usando uma abordagem baseada em buscas locais possa se obter soluções de boa qualidade em tempos de execução aceitáveis. Usando instâncias encontradas na literatura, comparamos o desempenho da abordagem com outras abordagens metaheurísticas propostas na literatura.

As demais seções deste documento estão organizadas da seguinte forma. Na seção 2, é descrito o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores. Depois, na seção 3, é apresentada a abordagem de solução proposta. Na seção 4 são descritos os experimentos computacionais realizados e discutidos os resultados obtidos. Finalmente, na seção 5, apresentamos as principais conclusões e os próximos passos desta pesquisa.

2. Descrição do problema

A variante do PRV estudada neste trabalho é o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores (PRVJTME), uma variante do clássico problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (PRVJT). Esta variante além de tratar as decisões de roteirização e programação dos veículos, respeitando restrições de capacidade e janelas de tempo, envolve a decisão adicional da definição do tamanho da tripulação a ser alocada em cada veículo. O PRVJTME é um problema de otimização que surge em situações práticas, como por exemplo na distribuição de bens em centros urbanos congestionados, em que, devido aos tempos de serviço relativamente longos, pode ser difícil atender a todos os clientes durante o horário normal de trabalho. Nesse

problema, o tempo de serviço necessário para o atendimento de um grupo de clientes é dependente do número de entregadores designados à rota e, portanto, o uso de entregadores adicionais favorece para que o atendimento de todos os clientes possa ser realizado dentro do horário permitido.

Em termos práticos, o problema envolve dois estágios: inicialmente deve-se agrupar os clientes em torno de sítios de estacionamento para finalmente estabelecer rotas para visitar esses grupos. Cada cliente deve receber sua entrega dentro de sua janela de tempo, enquanto o custo total de entrega é minimizado (número de veículos, alocação de entregadores e distância percorrida). No entanto, dada a complexidade do problema completo, as atividades de roteamento e agrupamento são tratadas de forma separada (Senarclens de Grancy & Reimann, 2014). Assim, no que tange ao PRVJTME, os sítios de estacionamento dos grupos são assumidos como dados de entrada, cada um dos quais tem uma demanda acumulada e um tempo de serviço que inclui o transporte dos produtos desde o sítio de estacionamento até os clientes do grupo. Além disso, é assumido que o tempo de serviço é linearmente dependente do número de entregadores designados à rota.

Formalmente, o PRVJTME pode ser definido como segue. Dada uma frota de veículos disponível em um único depósito, ela deve ser usada para visitar n grupos de modo a atender as demandas d_i de cada um deles, $i = 1, \dots, n$. O objetivo é determinar rotas que tenham custo total mínimo e satisfaçam os seguintes requisitos: cada grupo deve ser visitado exatamente uma única vez e a visita deve satisfazer a janela de tempo $[w_i^a, w_i^b]$, isto é, o veículo não pode chegar no grupo após o instante w_i^b e deve esperar até w_i^a para iniciar o serviço, caso chegue antes deste instante. O tempo de serviço necessário para atender o grupo i com l entregadores é conhecido *a priori* e denotado por s_{il} . O tempo de viagem entre dois grupos i e j é dado por t_{ij} . Os veículos devem retornar ao depósito após realizarem as rotas designadas. Cada veículo tem uma capacidade máxima q , o que limita o número de grupos que ele pode visitar. Assume-se que os veículos sejam idênticos e que haja um número suficiente de veículos para atender a demanda de todos os grupos.

A função que define o custo de uma solução S é definida como

$$f(S) = p_1V + p_2E + p_3D \quad (1)$$

onde, V é o número de veículos usados, E é o número total de entregadores e D é a distância total percorrida na solução S . Os valores p_1 , p_2 e p_3 são os custos por veículo usado, entregador designado e unidade de distância percorrida, respectivamente. Os custos serão definidos com os mesmos valores usados por Pureza et al. (2012), assim: $p_1 = 1,0$; $p_2 = 0,1$ e $p_3 = 0,0001$; os quais priorizam a minimização do número de veículos seguido da minimização do número de entregadores e finalmente na minimização da distância total percorrida.

3. Método de solução

Nesta seção é descrita a abordagem de solução proposta para o problema. Ela é baseada na metaheurística LNS e é apresentada na seção 3.2. Na seção 3.1 é descrita a heurística de construção utilizada e na seção 3.3 são descritas heurísticas adicionais usadas para melhorar o desempenho da abordagem metaheurística.

3.1. Heurística construtiva

Para determinar a heurística de construção mais adequada, duas delas foram implementadas e testadas. A primeira heurística foi baseada na heurística proposta por Pureza et al. (2012) enquanto a segunda foi a heurística usada por Senarclens de Grancy & Reimann (2014). Ambas são baseadas na heurística de inserção II de Solomon (1987), porém utilizando distintas formas de inicialização das rotas. Após a realização de testes preliminares determinou-se que, em média, se obteve melhores resultados utilizando a segunda heurística e portanto decidiu-se utilizá-la como heurística de construção para a abordagem metaheurística proposta nesta pesquisa. Em nossa aplicação da heurística proposta por Senarclens de Grancy & Reimann (2014), as rotas são construídas sequencialmente inicializando-as com o grupo mais distante em relação ao depósito e que ainda não foi

atendido, definindo a tripulação inicial do veículo como a máxima tripulação possível (3 entregadores). Uma vez que não podem ser inseridos mais grupos, uma nova rota é inicializada e o processo é repetido até que todos os grupos sejam atendidos por alguma rota.

3.2. Abordagem metaheurística baseada em LNS

A abordagem proposta é baseada na metaheurística LNS, introduzida por Shaw (1998). A metaheurística LNS foi projetada visando superar as dificuldades das buscas locais tradicionais, as quais só fazem pequenas modificações nas soluções e, conseqüentemente, não são capazes de se deslocar entre áreas promissoras do espaço de soluções. Na metaheurística LNS, a solução incumbente é iterativamente melhorada através de operações alternadas de destruição e reparação através da aplicação de um conjunto de algoritmos simples que são usados para modificar a solução. Para informação mais detalhada sobre LNS veja Pisinger & Ropke (2010).

Na aplicação da abordagem ao PRVJTME, a metaheurística LNS é utilizada como método de melhoria global, acompanhado de um conjunto de heurísticas adicionais de melhoria. A estrutura geral da abordagem é mostrada no Algoritmo 1. A abordagem é executada iterativamente até completar o critério de parada, executando múltiplas vezes a metaheurística LNS. Em cada iteração da abordagem, é gerada uma solução inicial por meio da heurística construtiva (linha 2), a qual é armazenada como a melhor solução atual. Em seguida, a abordagem entra num ciclo de melhoria (linhas 5-14), em que inicialmente são aplicados os operadores de destruição e reparação (linha 6). Em nossa implementação, a solução incumbente é destruída por meio de um dos operadores de destruição da seção 3.2.1 e reparada utilizando um dos dois operadores de inserção da seção 3.2.2. Em ambos os casos, os operadores são escolhidos aleatoriamente. Depois, são aplicadas as heurísticas de redução de rotas, de redução de entregadores e a heurística de busca de vizinhança variável com ordenação aleatória (RVND) (linhas 7-9). Ao final do ciclo, é atualizada a melhor solução da execução atual, aceitando só soluções melhoradas (linhas 10-12). Finalmente, toda vez que a metaheurística executa *MaxIterLNS* iterações, a melhor solução global da abordagem é atualizada (linhas 15-17) e a abordagem é reiniciada.

Algoritmo 1: Abordagem baseada em LNS aplicada.

```

Entrada: Instância, Parâmetros;
Saída: Melhor solução  $S^*$ ;
1 repita
2   Gerar solução inicial ( $S_0$ );
3    $S^+ \leftarrow S_0$ ;
4    $iterLNS \leftarrow 0$ ;
5   enquanto  $iterLNS < MaxIterLNS$  faça
6     Aplicar um operador de remoção e inserção em  $S^+$  para obter  $S'$ ;
7      $S^{+'} \leftarrow$  Redução rotas( $S'$ );
8      $S^{+'} \leftarrow$  Redução entregadores( $S^{+'}$ );
9      $S^{+'} \leftarrow$  RVND( $S^{+'}$ );
10    se  $f(S^{+'}) < f(S^+)$  então
11      |  $S^+ \leftarrow S^{+'}$ ;
12    fim
13     $iterLNS \leftarrow iterLNS+1$ ;
14  fim
15  se  $f(S^+) < f(S^*)$  então
16    |  $S^* \leftarrow S^+$ ;
17  fim
18 até atingir o critério de parada;

```

3.2.1. Operadores de remoção

A metaheurística LNS proposta usa quatro operadores de remoção diferentes. Cada um deles toma como entrada uma solução completa e retorna uma solução da qual foram extraídos q grupos. Todos os operadores são descritos a seguir.

- **Remoção aleatória:** este operador escolhe q grupos de forma aleatória e os remove da solução. Como apontado por Pisinger & Ropke (2007), este procedimento claramente tem o efeito de diversificar a busca.
- **Remoção da pior posição:** a ideia deste procedimento é remover os grupos que são muito caros, ou que de alguma maneira aumentam o custo da solução. Seja i um grupo qualquer, i^- seu predecessor e i^+ seu sucessor na rota. Em nossa aplicação, o custo c_i do grupo i é computado como

$$c_i = d_{i^-,i} + d_{i,i^+} - d_{i^-,i^+} \quad (2)$$

onde d_{ij} é a distância entre dois grupos i e j . Depois, o operador de remoção escolhe repetidamente um grupo i com maior custo até remover q grupos. A escolha do grupo i tem um componente aleatório controlado por um parâmetro p , como descrito a seguir. Seja L o número de grupos que ainda estão na solução. Toda vez que um novo grupo vai ser removido, é gerado um número aleatório y , entre zero e um, e calcula-se k tal que $k = \lceil y^p L \rceil$. Em seguida, o k -ésimo grupo com maior custo é removido e o número L é atualizado. Esse procedimento é repetido até remover q grupos da solução. Note que se p for grande, grupos de maior custo têm maior probabilidade de serem removidos, enquanto grupos de menor custo podem ser escolhidos para menores valores de p . Essa estratégia é usada com a intenção de evitar situações nas quais os mesmos grupos são removidos uma e outra vez.

- **Remoção relacionada:** o propósito deste procedimento é remover grupos que de alguma maneira estão relacionados e conseqüentemente são fáceis de trocar. Na implementação, a medida de relação entre dois grupos i e j foi tomada como a distância d_{ij} entre eles, sendo a remoção realizada da seguinte forma. O algoritmo inicialmente seleciona um grupo i de forma aleatória. Em seguida, escolhe um dos grupos previamente selecionados e seleciona um novo grupo que esteja mais relacionado com ele. O procedimento se repete até selecionar q grupos, os quais são removidos. Do mesmo modo que no operador de remoção da pior posição, o processo de seleção dos grupos relacionados tem um componente probabilístico controlado pelo parâmetro p .
- **Remoção orientada por tempo:** este procedimento é uma variação do procedimento de remoção relacionada. Neste, tenta-se remover grupos que são atendidos aproximadamente no mesmo tempo, pois espera-se que eles sejam fáceis de trocar. O procedimento funciona como segue. Um grupo r é escolhido aleatoriamente e os B grupos mais próximos dele, em termos de distância, são marcados como potenciais grupos a serem escolhidos. A medida de proximidade em tempo entre os grupos r e i é medida como

$$\Delta_{ri} = |t_r - t_i| \quad (3)$$

onde t_r e t_i são os tempos de início do serviço nos grupos r e i respectivamente. Dentre os B grupos marcados, são escolhidos os $q - 1$ grupos mais próximos de r de acordo com a medida Δ_{ri} . Ao final r e os $q - 1$ grupos escolhidos são removidos da solução. Semelhante ao operador de remoção relacionada, o processo de seleção dos grupos mais próximos tem um componente probabilístico controlado pelo parâmetro p .

3.2.2. Operadores de inserção

Uma vez que a solução foi destruída, deve-se efetuar a reparação dela para torná-la factível novamente. Para isso foram utilizados dois operadores de inserção. Cada um deles toma como entrada uma solução incompleta e retorna uma solução completa, inserindo os q grupos que foram extraídos na fase de remoção. Os dois operadores de inserção utilizados são descritos a seguir.

- **Inserção gulosa:** como indicado por seu nome, o procedimento de inserção gulosa insere os grupos na posição mais barata possível. Formalmente pode ser definido da seguinte forma. Seja Δf_{ir} o incremento na função objetivo ao inserir o grupo i na melhor posição possível na rota r . Se o grupo i não pode ser inserido na rota r , Δf_{ir} é definido como infinito. Seguindo o procedimento guloso, determina-se

$$(i', r') = \arg \min_{i, r} \Delta f_{ir} \quad (4)$$

e insere-se o grupo i' na melhor posição da rota r' . O procedimento continua até inserir todos os grupos ou não existir inserção factível para algum grupo. Nesse último caso, novas rotas são criadas (inicializadas com 3 entregadores) para alocar os grupos sem inserção factível até completar uma solução atendendo 100% dos grupos.

- **Inserção tipo *regret*:** este procedimento surge como resultado dos inconvenientes do procedimento de inserção gulosa, pois ele tende a deixar para o final a alocação de grupos de difícil inserção, quando não se tem muitas possibilidades de inserção. A inserção tipo *regret* tenta contornar essa dificuldade através da incorporação de um componente de antecipação no processo de seleção do grupo a ser inserido. Seja Δf_i^q o incremento na função objetivo ao inserir o grupo i na q -ésima melhor inserção possível na solução. Seguindo o procedimento, em cada iteração é escolhido um grupo i' tal que

$$i' = \arg \max_i (\Delta f_i^2 - \Delta f_i^1) \quad (5)$$

e o grupo é inserido na posição correspondente à rota de menor custo de inserção. Em outras palavras, o procedimento maximiza a diferença do custo de inserção entre a segunda melhor e a melhor inserção do grupo i' . O procedimento continua até inserir todos os grupos ou não existir inserção factível restante para os grupos. Como ocorre no procedimento de inserção gulosa, se no final ainda restarem grupos sem inserção factível, são criadas novas rotas para alocar esses grupos.

3.3. Heurísticas complementares

A fim de melhorar o desempenho da abordagem LNS, foi utilizado um conjunto adicional de heurísticas, as quais serão descritas nas subseções a seguir. A primeira é uma heurística de busca de vizinhança variável com ordenação aleatória que é descrita na seção 3.3.1. A segunda é uma heurística de redução de rotas que será descrita na seção 3.3.2. Finalmente, foi proposta uma heurística de redução de entregadores, que é descrita na seção 3.3.3.

3.3.1. Busca de vizinhança variável com ordenação aleatória

Esta heurística aplica iterativamente um conjunto de buscas locais simples, conhecidas como estruturas de vizinhança, para tentar melhorar a solução incumbente. Ela é uma heurística de Busca de Vizinhança Variável (Mladenovic & Hansen, 1997) com ordenação aleatória, sendo conhecida por RVND. Seu funcionamento é descrito a seguir. Dado um conjunto de estruturas de vizinhança $V = \{v^1, \dots, v^n\}$, a heurística escolhe aleatoriamente uma delas para melhorar a solução. Se a estrutura de vizinhança não melhora a solução, ela é eliminada do conjunto V e a busca continua com as outras estruturas. Por outro lado, toda vez que uma estrutura melhora a solução incumbente o conjunto V é restabelecido a sua forma inicial. O algoritmo termina quando o conjunto V se

torna vazio. Só movimentos factíveis são admitidos e a estratégia de primeira melhoria é utilizada nas estruturas de vizinhança. Além disso, sempre que uma estrutura de vizinhança consegue melhorar a solução, é executado o procedimento de redução de rotas, descrito na seção 3.3.2, para aprimoramento adicional.

No algoritmo proposto, o conjunto de estruturas de vizinhança é composto pelos movimentos apresentados a seguir:

- Estruturas de vizinhança *inter-rotas*:
 - **Shift(k,0)**: k grupos adjacentes são transferidos de uma rota r_1 para a rota r_2 .
 - **Swap(1,1)**: Troca o grupo c_1 da rota r_1 com o grupo c_2 da rota r_2 .
 - **Swap(2,1)**: Troca dois grupos adjacentes c_1 e c_2 da rota r_1 com o grupo c_3 da rota r_2 .
 - **Swap(2,2)**: Troca dois grupos adjacentes c_1 e c_2 da rota r_1 com dois grupos adjacentes c_3 e c_4 da rota r_2 .
- Estruturas de vizinhança *intra-rotas*:
 - **Or-opt-1**: Tenta melhorar a rota por meio do reposicionamento de um grupo para outra posição na rota.
 - **2-opt**: Dados dois pares de grupos consecutivos (i, i^+) , (j, j^+) , esses arcos são trocados pelos arcos (i, j) , (i^+, j^+) e a direção entre os grupos i^+ e j é invertida.

3.3.2. Heurística de redução de rotas

Levando em consideração a prioridade dos objetivos do problema e que, diminuindo a quantidade de veículos utilizados pode-se reduzir também o número total de entregadores designados, foi implementada uma extensão da heurística utilizada por Senarclens de Grancy & Reimann (2014) para redução de rotas. Tomando como entrada uma solução completa, a heurística toma uma rota por vez, remove todos os grupos dela e tenta reinseri-los em sua melhor posição factível nas rotas restantes. Se todos os grupos foram realocados, a solução incumbente com número de rotas reduzido é atualizada. No caso de não poder realocar algum grupo, as tripulações das rotas são temporariamente aumentadas em uma unidade, com a intenção de aumentar a folga delas e facilitar a inserção factível desses grupos. Se aumentando a tripulação das rotas os grupos são inseridos, as tripulações temporárias são mantidas. A heurística continua até alocar todos os grupos da rota inicialmente eliminada ou até todas as rotas terem experimentado o máximo tamanho de tripulação e ainda ter grupos não atendidos.

3.3.3. Heurística de redução de entregadores

Levando em conta que as rotas de uma solução podem ter mais entregadores que o necessário, seja por construção ou devido aos movimentos de melhoria, uma simples heurística foi projetada com o intuito de reduzir o número total de entregadores dela. A heurística reduz iterativamente o número de entregadores de cada rota até atingir o número mínimo que a rota pode utilizar sem se tornar infactível. A heurística é aplicada para cada uma das rotas da solução toda vez que é executada.

4. Experimentos computacionais

Nesta seção se faz uma comparação dos resultados obtidos pela abordagem proposta com outras abordagens metaheurísticas propostas na literatura para o PRVJTME. Para os experimentos foram usadas as instâncias propostas por Pureza et al. (2012) envolvendo 100 grupos de clientes cada uma. As instâncias são baseadas nas conhecidas instâncias de Solomon (1987) para o PRVJT. Nessas instâncias, os tempos de serviço foram modificados de forma a representar o tempo de entrega da demanda acumulada de cada grupo, sendo que as entregas devem ser feitas a pé pelos entregadores designados à rota. No total, se usaram 56 instâncias, agrupadas em seis conjuntos, a saber:

R1, R2, C1, C2, RC1 e RC2. As instâncias dos tipos R1 e R2 apresentam grupos distribuídos aleatoriamente no espaço bidimensional, enquanto as instâncias dos tipos C1 e C2 apresentam grupos distribuídos de maneira aglomerada. As instâncias dos tipos RC1 e RC2 apresentam uma mistura das características dos dois primeiros tipos (aleatória e aglomerada). As instâncias dos tipos R1, C1 e RC1 se caracterizam por horizontes de planejamento curtos. Por outra parte, as instâncias dos tipos R2, C2 e RC2 se caracterizam por horizontes de planejamento longos e veículos de grande capacidade.

O algoritmo foi empiricamente calibrado e os parâmetros foram fixados como segue. Para a metaheurística LNS o parâmetro *MaxIterLNS* foi fixado em 1000 iterações. O parâmetro usado como componente de aleatorização nos operadores de remoção foi $p = 3$ e o número q de elementos a serem removidos pelos algoritmos de remoção foi definido aleatoriamente no intervalo $[0, 1n; 0, 4n]$ cada vez que um operador de remoção é executado, onde n é o número de grupos da instância. Para o operador de remoção orientada por tempo, o parâmetro B foi definido como $2q$. Nas estruturas de vizinhança, usaram-se valores de $k \in \{1, 2, 3\}$ para a estrutura *shift*($k, 0$).

Todos os algoritmos foram implementados em linguagem C++ e os experimentos foram realizados em um computador com processador Intel Core i7 3.40 GHz com 16 GB de memória RAM. O critério de parada para todas as execuções da abordagem foi o tempo, usando um tempo limite de execução de 600 segundos para cada instância. Cada instância foi resolvida 5 vezes e os resultados são reportados e analisados a seguir.

Os resultados obtidos foram comparados com os resultados das abordagens de Busca Tabu (TS-PMR) e Otimização por Colônia de Formigas (ACO-PMR) de Pureza et al. (2012) em um computador com processador Intel Core2 2.40 GHz com 2 GB de memória RAM, e com os resultados da Otimização por Colônia de Formigas (ACO-SR) reportados em Senarclens de Grancy & Reimann (2014) em um computador com processador Intel E8400. Vale esclarecer que os resultados mostrados nas tabelas a seguir, correspondem aos reportados nos artigos dos respectivos autores.

Inicialmente, analisamos e comparamos o desempenho global da abordagem em todos os conjuntos de instâncias testadas em termos de qualidade das soluções obtidas. Nesse sentido, só é possível comparar com os resultados obtidos na pesquisa de Pureza et al. (2012) já que no artigo de Senarclens de Grancy & Reimann (2014) só se reportam os resultados para o conjunto de instâncias R1. A Tabela 1 mostra as médias dos melhores resultados obtidos pelas abordagens para cada uma das instâncias, agrupadas nos distintos conjuntos. Para cada conjunto e abordagem, as linhas Veic, Entr, Dist, Custo e Tempo mostram o número médio de veículos usados, entregadores designados, a distância total percorrida, custo total das soluções e tempo de execução (em segundos), respectivamente. Os melhores resultados para cada conjunto, considerando o custo total das rotas, são destacados em negrito. No caso de empate entre abordagens, considerando precisão de duas casas decimais, destaca-se aquela com menor distância total percorrida. Observa-se que a abordagem proposta superou em termos de qualidade das soluções obtidas, em todos os conjuntos de instâncias, as abordagens TS-PMR e ACO-PMR de Pureza et al. (2012).

A Tabela 2 apresenta os resultados médios obtidos pelas abordagens, considerando as 5 execuções de cada uma delas, agrupados para cada conjunto de instâncias. Nesta tabela, as linhas Veic, Entr, Dist, Custo e Tempo têm o mesmo significado da tabela anterior. Semelhante à tabela anterior, os resultados indicam que a abordagem proposta nesta pesquisa supera em todos os conjuntos os resultados médios das abordagens ACO-PMR e TS-PMR.

Os resultados encontrados para o conjunto R1 serão detalhados para cada instância, pois estas instâncias são caracterizadas por janelas de tempo apertadas, distribuição geográfica dos grupos gerada aleatoriamente e horizontes de planejamento curtos, o que faz com que elas representem mais acertadamente a importância dos tempos de serviço. Este conjunto de instâncias foi detalhadamente abordado nos trabalhos encontrados sobre o PRVJTME. A Tabela 3 mostra as melhores soluções encontradas pela abordagem LNS assim como também as melhores soluções encontradas pelas melhores abordagens de Pureza et al. (2012) e Senarclens de Grancy & Reimann (2014).

Abordagem		Conjunto					
		R1	R2	C1	C2	RC1	RC2
TS-PMR (melhor de 5)	Veic	12,33	2,90	10,00	3,00	13,00	3,40
	Entr	32,42	7,50	10,00	3,00	34,90	9,30
	Dist	1258,00	1034,00	830,70	597,20	1527,90	1230,40
	Custo	15,70	3,75	11,08	3,36	16,64	4,45
	Tempo	640,10	425,40	265,10	236,80	677,10	419,10
ACO-PMR (melhor de 5)	Veic	12,50	3,10	10,00	3,00	13,00	3,60
	Entr	31,40	6,50	10,00	3,00	35,50	8,50
	Dist	1261,50	1064,20	833,60	609,30	1480,10	1296,00
	Custo	15,77	3,86	11,08	3,36	16,70	4,58
	Tempo	575,80	600,60	375,20	243,30	508,60	462,00
LNS (melhor de 5)	Veic	12,25	3,00	10,00	3,00	12,88	3,50
	Entr	31,25	6,27	10,00	3,00	35,63	8,00
	Dist	1250,24	997,72	827,64	587,51	1500,24	1213,11
	Custo	15,50	3,73	11,08	3,36	16,59	4,42
	Tempo	630,42	647,00	624,00	630,13	621,75	640,50

Tabela 1: Melhores resultados agrupados obtidos pelas abordagens.

Abordagem		Conjunto					
		R1	R2	C1	C2	RC1	RC2
TS-PMR (média de 5)	Veic	12,80	3,00	10,00	3,00	13,40	3,40
	Entr	32,70	7,90	10,00	3,00	35,70	9,70
	Dist	1272,40	1046,80	847,70	653,50	1511,40	1251,30
	Custo	16,20	3,89	11,08	3,37	17,12	4,50
	Tempo	658,20	393,00	245,70	261,90	686,50	400,50
ACO-PMR (média de 5)	Veic	12,60	3,10	10,00	3,00	13,40	3,70
	Entr	31,70	6,80	10,00	3,00	35,30	8,60
	Dist	1263,20	1070,30	838,80	623,70	1496,30	1307,90
	Custo	15,90	3,89	11,08	3,36	17,08	4,69
	Tempo	508,80	527,50	389,10	263,80	472,80	455,60
LNS (média de 5)	Veic	12,42	3,07	10,00	3,00	13,18	3,53
	Entr	31,58	6,67	10,00	3,00	35,38	8,40
	Dist	1254,47	988,95	827,64	587,51	1487,83	1207,07
	Custo	15,70	3,84	11,08	3,36	16,87	4,49
	Tempo	630,10	646,55	647,61	649,78	620,60	645,10

Tabela 2: Resultados médios agrupados obtidos pelas abordagens.

Neste último, foram propostas duas abordagens metaheurísticas, uma baseada em ACO e outra baseada em GRASP. Na presente pesquisa se comparou apenas com a abordagem ACO (ACO-SR) pois apresentou melhores resultados para o conjunto R1. Para cada instância e abordagem, as linhas Veic, Entr, Dist, Custo e Tempo têm o mesmo significado das tabelas anteriores. Pode-se observar que a abordagem proposta nesta pesquisa conseguiu superar ligeiramente o desempenho da TS-PMR, reduzindo em 0,65% e 3,61% o número médio de veículos e entregadores utilizados, respectivamente. Em relação a ACO-SR, nossa abordagem obteve resultados que ultrapassam em 0,66% e 1,63% o número médio de veículos e entregadores, respectivamente.

Vale ressaltar que para a instância R101, cuja solução ótima é conhecida, a abordagem LNS encontrou uma solução usando a quantidade ótima de veículos e entregadores, com um incremento de 1% na distância total percorrida.

Finalmente, com o intuito de mostrar uma visão da robustez do método de solução e, considerando que a abordagem tem componentes aleatórios, na Tabela 4 são mostrados os resultados médios e os desvios padrão (entre parênteses) do número de veículos, número de entregadores, distância total percorrida, custo total da solução e os tempos de execução (em segundos), considerando as 5 execuções da abordagem para o conjunto R1. Note que os desvios padrão são

		Instância													
		R101	R102	R103	R104	R105	R106	R107	R108	R109	R110	R111	R112	Média	Soma
TS-PMR (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	14	12	10	10	12	11	10	10	12,33	148
	Entr	45	39	32	28	37	31	29	27	33	30	30	28	32,42	389
	Dist	1740,00	1520,00	1285,00	1057,00	1446,00	1323,00	1112,00	967,00	1296,00	1217,00	1137,00	996,00	1258,00	15096,00
	Custo	23,67	21,05	16,33	12,91	17,84	15,23	13,01	12,80	15,43	14,13	13,12	12,91	15,70	188,44
	Tempo	645	655	959	692	463	492	473	953	428	620	616	686	640,17	7682
ACO-SR (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	14	12	10	9	12	11	10	9	12,17	146
	Entr	45	38	28	26	35	30	27	26	30	28	29	27	30,75	369
	Dist	1725,46	1533,40	1371,63	1045,68	1412,52	1301,34	1108,92	967,18	1229,72	1154,95	1134,16	996,32	1248,44	14981,28
	Custo	23,67	20,95	15,94	12,70	17,64	15,13	12,81	11,70	15,12	13,92	13,01	11,80	15,37	184,40
	Tempo	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960	960,00
LNS (melhor de 5)	Veic	19	17	13	10	14	12	10	9	12	11	11	9	12,25	147
	Entr	45	38	29	27	35	30	29	26	32	30	27	27	31,25	375
	Dist	1738,46	1544,76	1344,2	1043,3	1412,52	1311,42	1116,84	987,776	1207,35	1163,11	1158,86	974,248	1250,24	15002,84
	Custo	23,67	20,95	16,03	12,80	17,64	15,13	13,01	11,70	15,32	14,12	13,82	11,80	15,50	186,00
	Tempo	607	609	632	658	607	623	642	657	608	642	623	657	630,42	7565

Tabela 3: Melhores soluções obtidas para o conjunto de instâncias R1.

relativamente pequenos quando comparados com os valores das médias.

Inst	Resultados médios (desvio padrão)				
	Veic	Entr	Dist	Custo	Tempo
R101	19,00(0,00)	46,40(0,80)	1727,00(7,83)	23,81(0,08)	610,40(6,74)
R102	17,00(0,00)	38,00(0,00)	1552,03(3,84)	20,96(0,00)	626,80(9,50)
R103	13,00(0,00)	29,40(0,49)	1344,79(17,13)	16,07(0,05)	628,00(15,45)
R104	10,40(0,49)	27,00(0,89)	1069,15(22,36)	13,21(0,41)	635,40(12,24)
R105	14,00(0,00)	35,60(0,49)	1419,48(7,29)	17,70(0,05)	613,20(8,26)
R106	12,00(0,00)	30,80(0,40)	1305,13(15,66)	15,21(0,04)	625,40(2,94)
R107	10,40(0,49)	28,20(0,98)	1135,09(17,13)	13,33(0,39)	628,20(12,42)
R108	9,40(0,49)	26,40(0,49)	979,67(8,70)	12,14(0,46)	653,60(4,22)
R109	12,00(0,00)	32,00(0,00)	1213,34(4,77)	15,32(0,00)	627,00(12,99)
R110	11,00(0,00)	30,20(0,40)	1176,96(24,81)	14,14(0,04)	637,60(15,58)
R111	11,00(0,00)	28,00(0,63)	1124,88(19,38)	13,91(0,06)	625,40(4,41)
R112	9,80(0,40)	27,00(0,00)	1006,09(28,54)	12,60(0,40)	650,20(18,13)

Tabela 4: Resultados médios e desvios padrão das soluções obtidas pela abordagem LNS para o conjunto de instâncias R1.

5. Conclusões

Neste trabalho abordou-se o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e múltiplos entregadores (PRVJTME) por meio de uma abordagem metaheurística. A abordagem proposta é baseada na metaheurística Busca em Vizinhaça Grande (*Large Neighborhood Search*), acompanhada de um conjunto adicional de heurísticas de melhoria. Dada a aplicabilidade do problema e a dificuldade na resolução do mesmo, se faz necessário o desenvolvimento de métodos heurísticos rápidos para abordar este problema.

A abordagem foi testada utilizando seis conjuntos de instâncias e seu desempenho foi comparado com outras abordagens propostas na literatura. Os testes computacionais mostraram que a abordagem é capaz de produzir bons resultados quando comparada com outras abordagens propostas por outros autores, cujos resultados encontram-se disponíveis na literatura. Próximos passos nesta pesquisa serão focados na combinação desta abordagem com métodos exatos, especificamente com o método de geração de colunas, e na incorporação de outras características ao problema como múltiplos depósitos ou frota heterogênea.

6. Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo número 2014/00939-8, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, processo número 482664/2013-4, por financiar este trabalho.

Referências

- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*, v. 39, p. 104–118, 2005.
- FERREIRA, V.; PUREZA, V. Some experiments with a savings heuristic and a tabu search approach for the vehicle routing problem with multiple deliverymen. *Pesquisa Operacional*, v. 32, p. 443–463, 2012.
- SENARCLENS DE GRANCY, G.; REIMANN, M. Vehicle routing problems with time windows and multiple service workers: a systematic comparison between ACO and GRASP. *Central European Journal of Operations Research*, 2014.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, v. 24, p. 1097–1100, 1997.
- PISINGER, D.; ROPKE, S. A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers and Operations Research*, v. 34, p. 2403–2435, 2007.
- PISINGER, D.; ROPKE, S. Large neighborhood search. In: *Handbook of Metaheuristics*, v. 146, Springer US, p. 1–22, 2010.
- PUREZA, V.; MORABITO, R.; REIMANN, M. Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW. *European Journal of Operational Research*, v. 218, n. 3, p. 636–647, 2012.
- SHAW, P. Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems. In: *Principles and Practice of Constraint Programming - CP98*, 1998, p. 417–431.
- SOLOMON, M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The vehicle routing problem*, v. 9. SIAM, 367 p., 2002.