

## **META-HEURÍSTICA BVNS ESPECIALIZADA PARA RESOLVER O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO OPERANDO EM VÁRIOS NÍVEIS DE DEMANDA**

**Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo**

[leohfmp@gmail.com](mailto:leohfmp@gmail.com)

**Rubén Augusto Romero Lázaro**

[ruben@dee.feis.unesp.br](mailto:ruben@dee.feis.unesp.br)

Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE  
Departamento de Engenharia Elétrica – UNESP – Ilha Solteira  
Avenida Brasil, 56 – Centro  
15.385-000 ILHA SOLTEIRA, SP, BRASIL

### **RESUMO**

Neste trabalho, apresenta-se uma metodologia especializada, baseada na meta-heurística de busca em vizinhança variável, para resolver o problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica, considerando a operação em vários níveis de demanda. O problema consiste-se em determinar a topologia radial da rede, que pode ser obtida por meio da abertura e fechamento de chaves, de forma que um objetivo seja atingido, no caso, a redução do custo das perdas de energia no sistema no período considerado. Além disto, a topologia ótima deve cumprir com restrições operacionais, como o limite de tensão nas barras e os limites de correntes nos circuitos. Foram realizados testes em dois sistemas de distribuições apresentados na literatura: de 84 e 136 barras. Os resultados indicam que melhores configurações podem ser obtidas quando se considera a característica variável da demanda no problema de reconfiguração.

**PALAVRAS CHAVE.** Busca em vizinhança variável. Reconfiguração de sistemas de distribuição. Demanda variável.

**Área principal:** EN – PO na Área de Energia.

### **ABSTRACT**

This work presents a specialized methodology, based on the variable neighborhood search metaheuristic, to solve the electric distribution systems reconfiguration problem, considering the operation with variable demand. The problem consists in determining the network radial topology that can be obtained by opening and closing switches, so that an objective is achieved, in this case, the reduction of the cost of energy losses in the considered period. Additionally, the optimal topology must satisfy operational constraints, such as voltage levels on nodes and current magnitude limits on circuits. Tests were performed using two distribution systems presented in the literature: the 84 and 136-node systems. The results indicate that better configurations can be obtained when it is considered the characteristic of variable demand in the reconfiguration problem.

**KEYWORDS.** Variable neighborhood search. Distribution systems reconfiguration. Variable load.

**Main area:** EN – OR Area of Energy.

## 1. Introdução

Neste trabalho é proposto um algoritmo especializado, baseado na meta-heurística de busca em vizinhança variável (VNS, do inglês *Variable Neighborhood Search*), mais especificamente o VNS Básico (BVNS), para resolver de forma eficiente o problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE) operando com demanda variável, com o objetivo da minimização do custo das perdas de energia no período de operação. A consideração de demanda variável no problema de RSDEE é mais realista que considerar um único perfil de demanda constante, o que proporciona uma solução mais adequada para o problema real.

Para ser factível, uma solução do problema de RSDEE deve ser radial (deve ter a estrutura de uma árvore geradora mínima, do ponto de vista de teoria de grafos), e deve cumprir com as seguintes restrições operacionais: 1) limites de tensão nas barras do sistema; 2) capacidade de corrente dos alimentadores e 3) as duas leis de Kirchhoff.

Existem vários trabalhos que abordam o problema de RSDEE, propondo várias técnicas de solução, como heurísticas (MERLIN E BACK, 1975; CIVANLAR *et al.*, 1988; SHIRMOHAMMADI E HONG, 1989; BARAN E WU, 1989), meta-heurísticas (CHIANG E JEAN-JUMEAU, 1990; MENDOZA *et al.*, 2006; CARREÑO, ROMERO E FELTRIN, 2008; ELDURSSI E O'CONNELL, 2015) e modelos aproximados ou relaxados para serem resolvidos com métodos exatos (BORGES, FRANCO E RIDER, 2013). Entretanto, são poucos os trabalhos que consideram cargas com o perfil variável no tempo, o que é uma característica inerente dos sistemas de distribuição. Considerar a demanda variável leva a uma modelagem mais realista do problema, contanto, o modelo torna-se mais complexo.

O trabalho de Lee e Brooks (1988) foi o primeiro a considerar o problema de RSDEE com vários níveis de demanda. Nele também se considera alocação de bancos de capacitores. Verifica-se que alterar a configuração da rede quando ocorrem variações significativas da carga é vantajoso.

Broadwater *et al.* (1993) consideram a carga variando no tempo, obtida através de estimação de carga, para a redução das perdas. O algoritmo calcula padrões de chaveamento em função do tempo. Variações de carga sazonais e diárias são analisadas. Uma metodologia de troca de ramos é utilizada para determinar a configuração com perdas mínimas.

López *et al.* (2004) comparam os resultados obtidos para o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda (reconfiguração de hora em hora) e apenas um único nível de demanda, considerando demanda média e demanda máxima. Os resultados mostram que a reconfiguração horária não é eficiente, pois muitas operações de chaveamento são realizadas para cada nível de demanda.

Queiroz e Lyra (2009) encontram uma única topologia que minimiza as perdas de energia no sistema em um determinado intervalo de tempo, considerando demanda variável. A técnica de solução empregada é um algoritmo genético adaptativo híbrido.

Abordar o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda e topologia única para todo o período de operação demonstrou-se ser a opção mais viável, pois as operações de chaveamento devem ser evitadas. Entretanto, considerar vários níveis de demanda leva a um problema de otimização muito mais complexo do que o com apenas um perfil de demanda.

O algoritmo BVNS foi escolhido neste trabalho, por se tratar de uma meta-heurística que apresenta excelentes resultados na área de Pesquisa Operacional, mas que é pouco utilizada na otimização de sistemas elétricos de potência.

As contribuições do trabalho são: 1) método eficiente para a RSDEE operando em vários níveis de demanda, com o objetivo de reduzir o custo das perdas de energia no sistema; 2) heurística de Prim especializada para gerar uma solução de boa qualidade com esforço computacional baixo e 3) estratégia eficiente de geração de propostas de solução radiais.

## 2. Modelo do Problema de Reconfiguração com Demanda Variável

A formulação matemática do problema de RSDEE para minimizar o custo das perdas de energia, considerando vários níveis de demanda, configuração radial única e sistema simétrico e equilibrado, assume a forma mostrada em (1)–(7):

$$\min v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{LS} \Delta_d [G_{ij} x_{ij} (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d} V_{j,d} \cos \theta_{ij,d})] \quad (1)$$

Sujeito a:

$$P_{i,d}^S - P_{i,d}^D - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} x_{ij} P_{ij,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (2)$$

$$Q_{i,d}^S - Q_{i,d}^D - \sum_{j \in \Omega_{b_i}} x_{ij} Q_{ij,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3)$$

$$\underline{V} \leq V_{i,d} \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (4)$$

$$I_{r_{ij,d}}^2 + I_{m_{ij,d}}^2 \leq x_{ij} \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (5)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} x_{ij} = |\Omega_b| - 1 \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

No modelo (1)–(7), a função objetivo (FO)  $v$  representa o custo total das perdas ativas de energia no período de operação,  $c_d^{LS}$  é o custo das perdas no nível de demanda  $d$ ,  $\Delta_d$  é o período de duração do nível de demanda  $d$ ,  $G_{ij}$  é a condutância do ramo  $ij$ ,  $x_{ij}$  representa o estado da chave do ramo  $ij$  e vale 1 se a chave estiver fechada e 0 em caso contrário,  $V_{i,d}$  é o módulo da tensão na barra  $i$ , no nível de demanda  $d$ ,  $\theta_{ij,d}$  é a diferença angular entre as tensões das barras  $i$  e  $j$ , no nível de demanda  $d$ ,  $P_{i,d}^S$  e  $Q_{i,d}^S$  representam as potências ativa e reativa fornecidas pela subestação na barra  $i$ , no nível de demanda  $d$ ,  $P_{i,d}^D$  e  $Q_{i,d}^D$  representam as demandas ativa e reativa na barra  $i$ , no nível de demanda  $d$ ,  $P_{ij,d}$  e  $Q_{ij,d}$  representam os fluxos de potência ativa e reativa pelo ramo  $ij$ , no nível de demanda  $d$ ,  $\underline{V}$  e  $\bar{V}$  representam os limites dos módulos de tensão inferior e superior nas barras do sistema elétrico,  $I_{r_{ij,d}}$  e  $I_{m_{ij,d}}$  representam as partes real e imaginária do fluxo de corrente no ramo  $ij$ , no nível de demanda  $d$ ,  $\bar{I}_{ij}$  representa o fluxo máximo de corrente permitido no ramo  $ij$ ,  $\Omega_b$  é o conjunto de barras do sistema de distribuição,  $\Omega_{b_i}$  é o conjunto de barras conectadas à barra  $i$ ,  $\Omega_l$  o conjunto de ramos do sistema e  $\Omega_d$  é o conjunto de níveis de demanda.

As restrições (2) e (3) correspondem ao balanço de potência ativa e reativa, respectivamente, (4) representa os limites de módulo de tensão nas barras e (5) é a restrição de corrente máxima nos ramos. A restrição (6) é uma condição necessária para a radialidade do sistema e (7) indica a natureza binária da variável de decisão  $x_{ij}$ . Além disto,  $P_{ij,d}$ ,  $Q_{ij,d}$ ,  $I_{r_{ij,d}}$  e  $I_{m_{ij,d}}$  são calculados usando (8)–(11),  $\forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d$ :

$$P_{ij,d} = V_{i,d}^2 G_{ij} - V_{i,d} V_{j,d} (G_{ij} \cos \theta_{ij,d} + B_{ij} \sin \theta_{ij,d}) \quad (8)$$

$$Q_{ij,d} = -V_{i,d}^2 B_{ij} - V_{i,d} V_{j,d} (G_{ij} \sin \theta_{ij,d} - B_{ij} \cos \theta_{ij,d}) \quad (9)$$

$$I_{r_{ij,d}} = G_{ij} (V_{i,d} \cos \theta_{i,d} - V_{j,d} \cos \theta_{j,d}) - B_{ij} (V_{i,d} \sin \theta_{i,d} - V_{j,d} \sin \theta_{j,d}) \quad (10)$$

$$I_{m_{ij,d}} = G_{ij} (V_{i,d} \sin \theta_{i,d} - V_{j,d} \sin \theta_{j,d}) + B_{ij} (V_{i,d} \cos \theta_{i,d} - V_{j,d} \cos \theta_{j,d}) \quad (11)$$

Em (8)–(11),  $B_{ij}$  é a susceptância do condutor entre as barras  $i$  e  $j$ . A formulação matemática do problema de RSDEE (1)–(11) é um modelo de programação não linear inteira mista, de difícil solução e com características de apresentar explosão combinatória e comportamento multimodal. A FO não é diferenciável e as restrições não formam um conjunto convexo.

### 3. Meta-heurística de Busca em Vizinhança Variável Básica

Métodos de busca local para otimização combinatória realizam uma sequência de modificações locais em uma solução inicial, melhorando o valor da FO até que um ótimo local seja encontrado. Isto é, em cada iteração, uma solução melhorada  $x'$  da vizinhança  $\mathcal{N}(x)$  da solução corrente  $x$  é obtida, até que nenhuma melhoria possa ser obtida. Vários tipos de meta-heurísticas, que estendem este esquema de várias formas, evitando que o processo fique preso em um ótimo local de baixa qualidade, já foram propostas (GLOVER E KOCHENBERGER, 2003).

De acordo com Mladenović e Hansen (1997), uma meta-heurística simples e eficiente pode ser obtida realizando-se trocas sistemáticas de vizinhanças, em conjunto com um algoritmo de busca local. Eles denominam esta técnica de busca em vizinhança variável e apresentam no artigo um algoritmo VNS básico, o BVNS. Ao contrário da maioria das técnicas de busca local, a

meta-heurística VNS não segue uma trajetória, mas explora vizinhanças cada vez mais distantes da solução incumbente corrente, e muda da incumbente corrente para uma nova se, e somente se, uma melhoria é obtida. Desta forma, geralmente as características favoráveis de uma solução incumbente, como quando quase todas as variáveis já estão em seus valores ótimos, será mantida e usada para obter soluções vizinhas promissoras.

Denote por  $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$  um conjunto finito de estruturas de vizinhanças pré-definidas, e por  $\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$  o conjunto formado por soluções da  $k$ -ésima vizinhança de  $\mathbf{x}$ . Heurísticas de busca local geralmente utilizam apenas uma estrutura de vizinhança, ou seja,  $k_{max} = 1$ . Quando se utiliza mais de uma estrutura de vizinhança, as seguintes questões devem ser respondidas:

- i. Qual  $\mathcal{N}_k$  deve ser utilizado e quantas estruturas devem ser utilizadas?
- ii. Qual deve ser a ordem das estruturas de vizinhança na busca?
- iii. Qual estratégia deve ser utilizada para realizar as trocas de vizinhanças?

As respostas para estas perguntas são apresentadas em Mladenović e Hansen (1997) através do algoritmo BVNS apresentado na Figura 1.

**Inicialização:** Selecione o conjunto de estruturas de vizinhança  $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max}$ , que será utilizado na busca; encontre uma solução inicial  $\mathbf{x}$ ; defina um critério de parada;

**Repita** os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça  $k \leftarrow 1$ ;
- (2) **Repita** os passos a seguir até  $k = k_{max}$ :
  - (a) **Agitação:** Gere aleatoriamente uma solução  $\mathbf{x}'$  da  $k$ -ésima vizinhança de  $\mathbf{x}$  ( $\mathbf{x}' \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ );
  - (b) **Busca local:** Aplique algum método de busca local com  $\mathbf{x}'$  como solução inicial; denote por  $\mathbf{x}''$  o ótimo local obtido por esta busca;
  - (c) **Mover ou não:** Se o ótimo local  $\mathbf{x}''$  é melhor que a incumbente  $\mathbf{x}$ , mova para lá ( $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}''$ ) e continue a busca em  $\mathcal{N}_1$  ( $k \leftarrow 1$ ); caso contrário faça  $k \leftarrow k + 1$ .

**Figura 1:** Algoritmo BVNS.

De acordo com o esquema apresentado na Figura 1, inicialmente a série de estruturas de vizinhança, as quais definem vizinhanças em torno do ponto  $\mathbf{x} \in X$ , são selecionadas. Depois se encontra uma solução inicial  $\mathbf{x}$ , podendo ser aplicada uma busca local para melhorá-la. O ponto  $\mathbf{x}'$  é selecionado aleatoriamente dentro da primeira estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$  de  $\mathbf{x}$  e uma descida é realizada a partir de  $\mathbf{x}'$  utilizando uma rotina de busca local. Isto leva a um novo ótimo local  $\mathbf{x}''$ . Neste ponto, três resultados são possíveis: (i)  $\mathbf{x}'' = \mathbf{x}$ , isto é,  $\mathbf{x}$  já era ótimo local da vizinhança, neste caso o procedimento continua na estrutura de vizinhança seguinte  $\mathcal{N}_k(\mathbf{x}), k \geq 2$ ; (ii)  $\mathbf{x}'' \neq \mathbf{x}$  e  $v(\mathbf{x}'') \geq v(\mathbf{x})$ , ou seja, outro ótimo local foi encontrado, o qual não é melhor que a melhor solução anterior (ou incumbente); neste caso o procedimento também vai para a próxima estrutura de vizinhança; (iii)  $\mathbf{x}'' \neq \mathbf{x}$  e  $v(\mathbf{x}'') \leq v(\mathbf{x})$ , ou seja, outro ótimo local, melhor que a incumbente foi encontrado; neste caso, a busca é retomada em  $\mathbf{x}''$  e inicia novamente com a primeira vizinhança. Se a última vizinhança for alcançada sem que uma solução melhor que a incumbente tenha sido alcançada, a busca é reiniciada na primeira estrutura de vizinhança  $\mathcal{N}_1(\mathbf{x})$ , até que o critério de parada seja satisfeito. O critério de parada do algoritmo BVNS pode ser, por exemplo, um número máximo de iterações, ou máximo número de iterações entre duas melhorias.

#### 4. Metodologia Especializada Proposta

São apresentados, nesta seção, os detalhes do algoritmo BVNS especializados para resolver o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda.

##### 4.1. Algoritmo de Prim para Geração da Solução Inicial

Um algoritmo de Prim, para geração de uma solução inicial para o problema de RSDEE operando em vários níveis de demanda, é apresentado na Figura 2. Nele, em cada passo, fecha-se uma chave do sistema, considerando-se um índice obtido a partir do cálculo do ponto de operação do sistema malhado (SHIRMOHAMMADI *et al.*, 1988), onde  $S_{ij,d}$  é a potência aparente no ramo  $ij$ , no nível de demanda  $d$ . O número de problemas de fluxo de carga (FC) fracamente malhados que devem ser resolvidos nesta proposta é o mesmo que o número de níveis de demanda. Os resultados mostram que esta metodologia obtém bons resultados, com um baixo esforço computacional.

**Inicialização:** Considere, inicialmente, todas as chaves fechadas. Calcule um FC para redes fracamente malhadas para cada nível de demanda e adote como valor do peso de cada ramo o seguinte índice:  $\sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d S_{ij,d}$ . Abra todas as chaves do sistema. Marque o nó da subestação;

**Repita** os passos (1) e (2) até que todos os nós tenham sido marcados:

- (1) De todos os ramos que tenham um nó terminal marcado e outro não marcado, escolha aquele com o maior peso e feche a chave;
- (2) Marque o nó terminal não marcado do ramo escolhido.

**Calcule** a função objetivo da solução obtida (resolver um FC radial para cada nível de demanda).

**Figura 2:** Algoritmo de Prim modificado para o problema de RSDEE.

#### 4.2. Função Objetivo e Restrições de Operação

Após a resolução de  $|\Omega_d|$  problemas de FC radiais (SHIRMOHAMMADI *et al.*, 1988) para uma dada configuração, passam a ser conhecidos os fluxos de corrente nos ramos e as tensões nas barras do sistema para todos os níveis de demanda. Estes valores são utilizados para o cálculo da FO (12) e para a verificação da factibilidade de uma proposta de solução.

$$v = \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{ij \in \Omega_l} c_d^{ls} \Delta_d R_{ij} I_{ij,d}^2 \quad (12)$$

Em (12),  $R_{ij}$  é a resistência do ramo  $ij$  e  $I_{ij,d}$  é a corrente no ramo  $ij$ , no nível de demanda  $d$ . As restrições de balanço de potência (2) e (3), do problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda, são satisfeitas pelo algoritmo de FC radial, e por isto não necessitam ser analisadas (considerando que toda topologia obtida seja radial). Entretanto, as restrições de limite de tensão nas barras (4) e de corrente máxima nos ramos (5) devem ser verificadas. Neste trabalho estas restrições são penalizadas na FO. Em (13) mostra-se a FO penalizada:

$$v' = v + \rho \sum_{d \in \Omega_d} \left[ \sum_{i \in \Omega_b} \beta_{i,d} (\underline{V} - V_{i,d}) + \sum_{ij \in \Omega_l} \gamma_{ij,d} (I_{ij,d} - \bar{I}_{ij}) \right] \quad (13)$$

Em (13),  $\rho$  é um fator de penalização, e deve ser grande (utiliza-se  $\rho = 10^8$ , de forma a descartar no processo de busca toda solução infactível que venha a aparecer),  $\beta_{i,d}$  vale 0 se a tensão em uma barra  $i$  do sistema, no nível de demanda  $d$ , não estiver violando o limite inferior e vale 1 em caso contrário, e  $\gamma_{ij,d}$  vale 0 se a corrente em um ramo  $ij$  do sistema, no nível de demanda  $d$ , não estiver violando o limite superior e vale 1 em caso contrário. Somente o limite mínimo das tensões deve ser analisado, pois a maior tensão no sistema será a da subestação, a qual é conhecida.

#### 4.3. Obtenção de Soluções Radiais

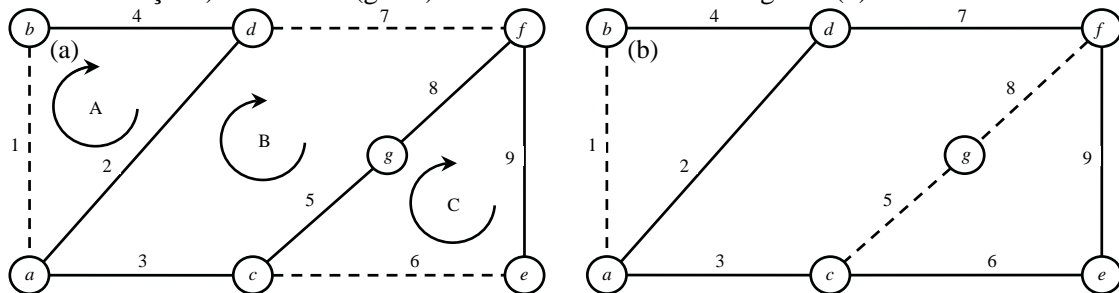
A Figura 3(a) mostra um grafo com 7 nós e 9 ramos. Fazendo uma analogia com o problema de RSDEE, considere que o nó  $a$  seja a barra da subestação e os outros nós sejam barras de consumidores. Considere também que as chaves dos ramos 1, 6 e 7 estejam inicialmente abertas e todos os ramos possuam chaves. Desta forma uma topologia radial é formada pelos ramos 2, 3, 4, 5, 8 e 9. Um caminho fechado em um grafo é denominado laço. Da teoria de grafos é conhecido que laços que contêm apenas um ramo de ligação são independentes, e são chamados de laços básicos (STAGG E EL-ABIAD, 1968). No grafo da Figura 3(a) podem ser formados 3 laços básicos, A (formado pelos ramos 1, 2 e 4), B (ramos 2, 3, 5, 7 e 8) e C (ramos 5, 6, 8 e 9).

Pode-se verificar que, considerando a topologia corrente do sistema representado no grafo da Figura 3(a), com as chaves dos ramos 2, 3, 4, 5, 8 e 9 fechadas e as chaves dos ramos 1, 6 e 7 abertas, ao se fechar uma chave, por exemplo, a do ramo 6, um laço será formado. Para que o sistema volte a ser radial, uma chave correspondente a um ramo do laço C deve ser aberta.

Seguindo o raciocínio descrito anteriormente é possível considerar nas meta-heurísticas formuladas neste trabalho, a restrição de radialidade de forma implícita, ou seja, se para uma dada topologia uma chave do sistema é fechada, então uma chave do mesmo laço independente formado, correspondente ao ramo que estava aberto, deve ser aberta.

Entretanto, se for necessário realizar duas ou mais trocas, esta metodologia não pode ser aplicada diretamente. Considere o seguinte contraexemplo: deseja-se fechar as chaves dos ramos

6 e 7 do sistema da Figura 3(a). De acordo com o que foi exposto, se forem abertas uma chave de um ramo pertencente ao laço B e uma pertencente ao laço C, o sistema deveria continuar sendo radial. Desta forma, abre-se a chave do ramo 5 (pertencente ao laço B) e a chave do ramo 8 (pertencente ao laço C). O sistema (grafo) resultante é mostrado na Figura 3(b).



**Figura 3:** (a) Grafo com três laços independentes. (b) Sistema com uma barra ilhada.

O grafo da Figura 3(b) claramente não é radial (possui um laço e o nó  $g$  está desconectado). Desta forma, para realizar duas ou mais trocas de ramos, deve-se, após cada abertura, atualizar os conjuntos dos laços existentes. O algoritmo para este propósito é apresentado na Figura 4.

**Inicialização:** Feche  $k$  chaves do sistema de distribuição;

**Repita** os passos seguintes  $k$  vezes:

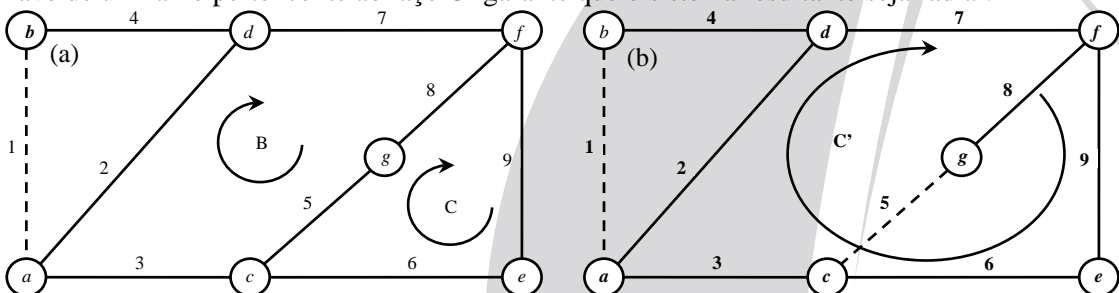
- (1) Identifique todos os laços independentes do sistema e os ramos a eles pertencentes;
- (2) Abra a chave desejada desde que esta pertença a um ramo identificado no passo anterior.

**Figura 4:** Metodologia para obtenção de configurações radiais.

Para exemplificar o procedimento descrito na Figura 4, considere novamente o fechamento das chaves dos ramos 6 e 7. O grafo resultante é mostrado na Figura 5(a).

Os laços criados são: B (formado pelos ramos 2, 3, 5, 7 e 8) e C (formado pelos ramos 5, 6, 8 e 9). Assim, a abertura de apenas uma chave, de ramos pertencentes a algum destes dois laços garante que o sistema mantenha-se conexo.

Suponha que deseja-se abrir a chave do ramo 5. O sistema resultante é mostrado na Figura 5(b), na qual o laço remanescente é  $C'$  (formado pelos ramos 2, 3, 6, 7 e 9). A abertura de qualquer chave de um ramo pertencente ao laço  $C'$  garante que o sistema resultante seja radial.



**Figura 5:** Grafo resultante (a) do fechamento de duas chaves e (b) com um laço.

Assim, sempre que o algoritmo obtiver uma nova incumbente, como será apresentado, o conjunto de laços independentes deve ser atualizado, de forma a considerar os novos ramos desconectados. Além disto, em níveis de vizinhança que considerem duas ou mais trocas de ramos, a cada chaveamento feito, devem ser montados os conjuntos de laços independentes, de forma que no próximo chaveamento (que depende do anterior) tenha-se a garantia de que uma topologia radial será obtida. Esta proposta apresentada, para gerar somente soluções radiais, possibilita que todas as árvores geradoras possíveis do grafo sejam obtidas, e desta forma, qualquer solução da região factível do problema de RSDEE, com relação a restrição de radialidade, pode ser obtida.

#### 4.4. Representação de uma Proposta de Solução

A proposta de codificação mais adequada neste caso, baseado no que foi explicado na subseção anterior, consiste em codificar sempre uma topologia radial. Esta proposta significa que

na codificação são fixados um conjunto de  $|\Omega_b| - 1$  variáveis  $x_{ij} = 1$ , de forma que representem uma topologia radial e as outras variáveis são fixadas no valor zero. Desta forma, para ter a informação completa da proposta radial de operação é necessário resolver um problema de FC para conhecer as perdas e se existe alguma restrição violada, relacionada com o valor das correntes nos circuitos ou com o módulo de tensão nas barras do sistema. Toda proposta infactível (uma solução vizinha, por exemplo) que é penalizada usando-se (13), é geralmente descartada, já que no processo de otimização do problema de RSDEE aparecem muito poucas propostas radiais infactíveis e geralmente representam propostas de baixa qualidade (perdas elevadas).

A codificação da topologia da rede é feita através de um vetor, denominado  $x$ , que contém a numeração dos ramos cujas chaves estão abertas. Na Figura 6 é mostrada a codificação da configuração radial do exemplo da Figura 3(a).

$$x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 6 & 7 \\ \hline \end{array}$$

**Figura 6:** Codificação da topologia inicial do grafo da Figura 3(a).

Esta forma de codificação sempre cumpre a restrição (6) do modelo do problema. A estratégia de trocas de ramos descrita anteriormente garante que toda proposta de solução  $x$  seja factível topologicamente. O vetor  $x$  sempre será de comprimento  $|\Omega_l| - |\Omega_b| + 1$ . Desta forma a codificação é compacta, pois não é necessário codificar os ramos cujas chaves estão fechadas.

#### 4.5. Estruturas de Vizinhaça

Para apresentar as estruturas de vizinhaça utiliza-se o sistema da Figura 3(a). Nele podem-se identificar 3 laços independentes: A, B e C. A proposta inicial de estruturas de vizinhaça pode ser sistematizada da seguinte forma:

- Vizinhaça  $\mathcal{N}_1$ : Fechar o ramo de ligação de um laço, por exemplo, do laço A, e abrir um ramo deste laço.
- Vizinhaça  $\mathcal{N}_2$ : Fechar os ramos de ligação de dois laços, por exemplo, dos laços A e B, e abrir um ramo em cada um destes laços.
- Vizinhaça  $\mathcal{N}_3$ : Fechar os ramos de ligação de três laços, por exemplo, dos laços A, B e C, e abrir um ramo em cada um destes laços.
- Vizinhaça  $\mathcal{N}_k$ : Fechar os ramos de ligação de  $k$  laços e abrir um ramo em cada um destes  $k$  laços.

Cabe salientar que toda vez que for feita uma mudança de topologia em que são realizadas trocas em elementos de dois laços (vizinhaça  $\mathcal{N}_2$  ou superiores), devem-se, após cada troca, montar os conjuntos de laços independentes novamente.

#### 4.6. Mudança de Estrutura de Vizinhaça

No algoritmo BVNS considera-se como busca local apenas a estrutura de vizinhaça  $\mathcal{N}_1$  aqui descrita, com a redução explicada adiante. No esquema geral da meta-heurística BVNS, foi considerado como maior nível de vizinhaça o mínimo entre o número de ramos de ligação do sistema e cinco, isto é, o maior nível de vizinhaça é  $\mathcal{N}_{|\Omega_l| - |\Omega_b| + 1}$ , se  $|\Omega_l| - |\Omega_b| + 1 < 5$ , ou  $\mathcal{N}_5$  em caso contrário.

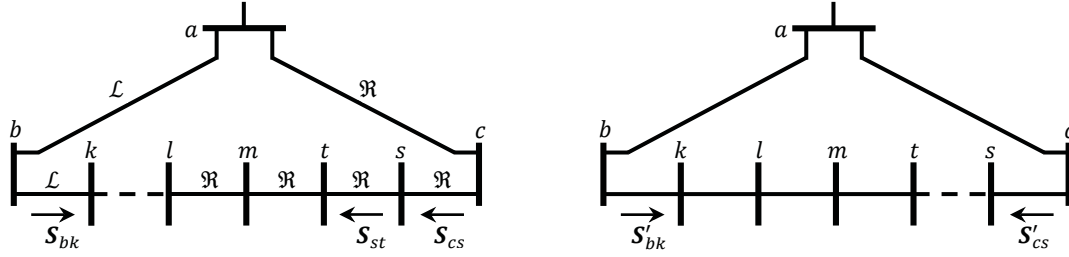
#### 4.7. Critério de Parada

Neste trabalho, o critério de parada escolhido foi parar o processo após um número máximo de iterações. Este número é determinado de acordo com a dimensão do problema.

#### 4.8. Estimação da Variação do Custo das Perdas Devido a uma Troca de Ramos

As estruturas de vizinhaça definidas anteriormente, em conjunto com a metodologia que gera topologias radiais, garantem a factibilidade de uma proposta de solução quanto as restrições topológicas. Entretanto, a qualidade de uma proposta de solução, com relação ao valor da FO e restrições de operação, só é conhecida após a resolução de um FC para redes radiais para cada nível de demanda. Avaliar todas as soluções utilizando o algoritmo de FC pode tornar o processo lento, devido ao grande número de soluções vizinhas que devem ser testadas. Assim, a estratégia utilizada

neste trabalho consiste em estimar o valor da FO devido às trocas de ramos, visando reduzir o número de cálculos de FC. A proposta é uma extensão da metodologia de Baran e Wu (1989).



**Figura 7:** Transferência de cargas devido a uma troca de ramos.

Uma estimativa para variação das perdas no sistema, após a troca do ramo  $st$  pelo  $kl$ , (Figura 7),  $\Delta PL_{st-kl}$ , é mostrada na equação (14) (FRANCO *et al.*, 2012):

$$\Delta PL_{st-kl} = 2P_{st} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} P_{ij} + 2Q_{st} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} Q_{ij} + \left( R_{kl} + \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} \right) (P_{st}^2 + Q_{st}^2) \quad (14)$$

Em (14)  $P_{ij}$  e  $Q_{ij}$  são, os fluxos de potência ativa e reativa no ramo  $ij$ . O conjunto  $\mathcal{L}$  (lado esquerdo), como mostrado na Figura 7, é formado pelos ramos pertencentes ao mesmo laço do ramo  $kl$ , mas apenas os conectados entre as barras  $a$  e  $k$ , enquanto que o conjunto  $\mathcal{R}$  (lado direito) é formado pelos ramos deste mesmo laço, mas apenas os conectados entre as barras  $a$  e  $l$ . A variável  $w_{ij}$  indica o lado do laço em que é feita a troca, define-se  $w_{ij} = 1$  se  $ij \in \mathcal{L}$  e  $w_{ij} = -1$  se  $ij \in \mathcal{R}$ .

A extensão da equação (14) para considerar vários níveis de demanda pode ser obtida de forma trivial. A expressão (15) mostra esta extensão, que fornece o valor da variação do custo das perdas de energia,  $\Delta C_{st-kl}$ , devido a troca do ramo  $st$  pelo  $kl$ .

$$\Delta C_{st-kl} = 2 \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d \left( P_{st,d} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} P_{ij,d} + Q_{st,d} \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} w_{ij} Q_{ij,d} \right) + \left( R_{kl} + \sum_{ij \in \mathcal{L} \cup \mathcal{R}} R_{ij} \right) \sum_{d \in \Omega_d} c_d^{ls} \Delta_d (P_{st,d}^2 + Q_{st,d}^2) \quad (15)$$

A equação (15) é obtida a partir de (14) multiplicando-se as perdas estimadas em cada nível de demanda pelos respectivos valores dos custos das perdas de energia e da duração de cada nível de demanda, e realizando-se o somatório para o período considerado.

#### 4.9. Redução das Vizinhanças

Para reduzir o tamanho das vizinhanças, neste trabalho, utiliza-se um argumento semelhante ao apresentado por Baran e Wu (1989), que visa reduzir o número de trocas a serem analisadas pela busca local. Em Baran e Wu (1989) verificou-se que, partindo do ramo que entra no laço e analisando primeiro os ramos adjacentes (no laço formado), quando ocorre um aumento nas perdas devido a uma troca de ramos, as trocas com os ramos restantes em cada lado do laço também levam a um incremento das perdas, e desta forma não necessitam ser analisadas. Neste trabalho, percorre-se a lista dos ramos pertencentes a cada lado do laço formado por um fechamento de chave, partindo dos ramos mais próximos, e realizam-se trocas até que ocorra a um aumento do custo (estimado) das perdas de energia.

#### 4.10. Algoritmo BVNS Especializado

O algoritmo BVNS especializado para resolver o problema de RSDEE operando com vários níveis de demanda é mostrado na Figura 8. Nele, o passo inicial consiste-se em definir as estruturas de vizinhança, a solução inicial e o critério de parada. Além disto, um sinalizador ( $\varphi \leftarrow 1$ ) é utilizado, de forma que a busca local (passo 2(b)) seja aplicada diretamente a solução inicial gerada pelo algoritmo de Prim. O passo 2(b) deve ser repetido enquanto a solução da busca  $\mathbf{x}''$  for melhor que a solução inicial da busca  $\mathbf{x}'$ , sempre atualizando o ponto inicial da próxima busca com o resultado da anterior ( $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}''$ ). Note que a FO exata deve ser calculada apenas uma vez durante a etapa da busca local (o que equivale a resolver um problema de FC para cada nível de demanda), para cada nova solução  $\mathbf{x}'$ . Todas as soluções da vizinhança  $\mathcal{N}_1(\mathbf{x}')$  tem a FO estimada pela equação (33).



**Inicialização:** Defina as estruturas de vizinhança  $\mathcal{N}_k, k = 1, \dots, k_{max} = \min(|\Omega_l| - |\Omega_b| + 1, 5)$ , como descrito na seção 4.5; encontre uma solução inicial  $\mathbf{x}$  usando o algoritmo de Prim; defina um critério de parada, de acordo com a dimensão do problema; faça  $\varphi \leftarrow 1$ .

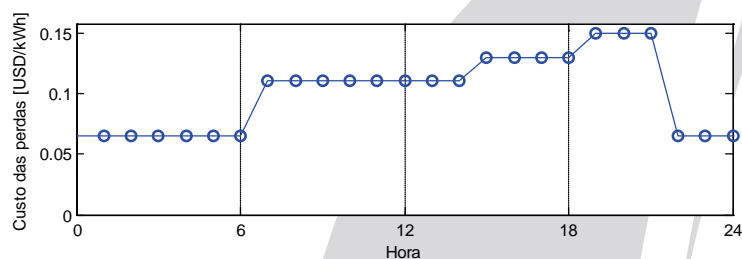
**Repita** os passos seguintes até que o critério de parada esteja satisfeito:

- (1) Faça  $k \leftarrow 1$ ;
- (2) **Repita** os passos a seguir até  $k = k_{max}$ :
  - (a) **Agitação:** Se  $\varphi = 0$ , gere aleatoriamente uma topologia radial da rede ( $\mathbf{x}'$ ) a partir de  $k$  trocas de ramos em  $\mathbf{x}$ , utilizando o algoritmo da Figura 4; calcule a função objetivo penalizada exata (13) para a solução obtida; se  $\varphi = 1$ , faça  $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}$  e  $\varphi \leftarrow 0$ ;
  - (b) **Busca local:** Aplique a busca local de troca de ramos em  $\mathbf{x}'$  (analisar todas as topologias de  $\mathcal{N}_1(\mathbf{x}')$ ), estimando a variação do custo das perdas de energia com (15); considere neste passo a redução de vizinhança descrita na seção 4.9; calcule a função objetivo penalizada exata (13) para a solução obtida  $\mathbf{x}''$ ; se  $\mathbf{x}''$  é melhor que  $\mathbf{x}'$  faça  $\mathbf{x}' \leftarrow \mathbf{x}''$  e repita o passo 2(b), caso contrário vá para 2(c);
  - (c) **Mover ou não:** Se o ótimo local  $\mathbf{x}'$  é melhor que a incumbente  $\mathbf{x}$ , mova para lá ( $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$ ) e continue a busca em  $\mathcal{N}_1(k \leftarrow 1)$ ; caso contrário faça  $k \leftarrow k + 1$ .

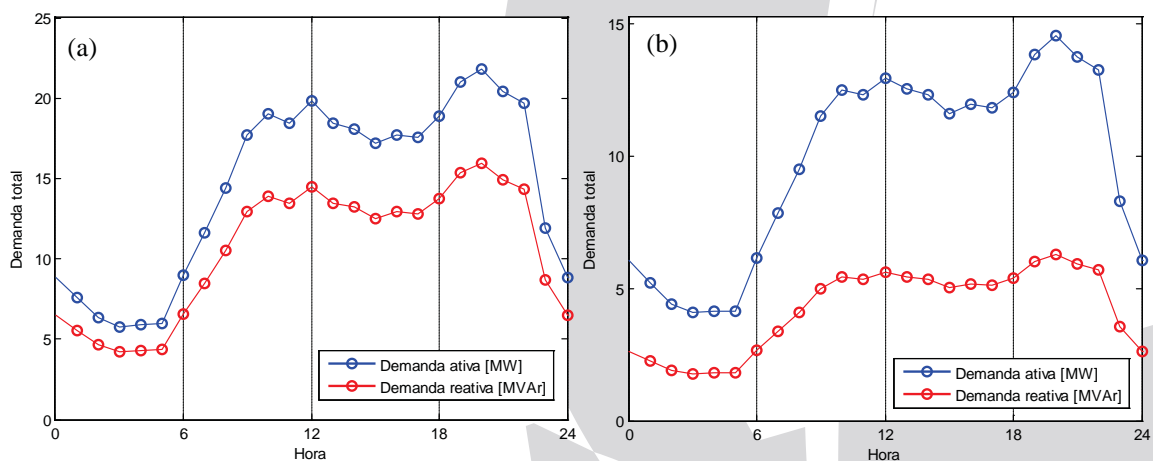
**Figura 8:** Algoritmo BVNS para o problema de RSDEE com demanda variável.

## 5. Resultados

Os algoritmos VNS propostos para resolver o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda foram implementados em linguagem FORTRAN 77 e executados em um microcomputador com processador Intel Core i7-4770 de 3,4 GHz e 16 GB de RAM. Para validar as metodologias propostas, foram realizados testes nos sistemas de 84 barras, apresentado em Chiou *et al.* (2005) e 136 barras, apresentado em Mantovani *et al.* (2000), considerando 24 níveis de demanda, com duração de uma hora cada. Assume-se como limite mínimo de tensão no sistema 0,93 pu em todos os testes. A Figura 9 ilustra uma variação hipotética dos custos das perdas, em um período de 24 horas. A Figura 10 ilustra as demandas totais de potência ativa e reativa, no período analisado, para o sistema de (a) 84 barras e (b) 136 barras.



**Figura 9:** Curva de custos das perdas.



**Figura 10:** Demandas totais do sistema de (a) 84 barras e (b) 136 barras.

### 5.1. Sistema teste de 84 barras

Na Tabela 1 mostram-se o estado inicial, a melhor solução conhecida para um único perfil de demanda (FRANCO *et al.*, 2012), o resultado do algoritmo de Prim e o resultado da meta-heurística BVNS para o sistema de 84 barras considerando a operação com vários níveis de demanda. São apresentados também o número de execuções de fluxos de carga para redes fracamente malhadas (FCRFM) e radiais (FCRR).

**Tabela 1:** Resultados da heurística para o sistema de 84 barras com demanda variável.

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
<b>Inicial</b>	84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96	456,41	-	-
<b>Solução para um nível de demanda</b>	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	417,29	-	-
<b>Prim</b>	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	411,08	24 FCRFM + 24 FCRR	0,001
<b>BVNS</b>	7, 34, 39, 63, 72, 83, 84, 86, 88, 89, 90, 92, 95	410,53	240 (72)	0,016

O algoritmo de Prim obtém uma solução com custo diário das perdas de energia de 411,08 USD, o que representa uma redução de 9,9324% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9560 pu, no período de análise executando 24 FC para sistemas fracamente malhados e 24 FC para sistemas radiais.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim, foi aplicada a meta-heurística BVNS, para tentar encontrar a solução do problema. O algoritmo BVNS obtém uma solução, com custo diário das perdas de energia de 410,53 USD, que representa uma melhoria de 10,0529% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, 1,6205% em relação a melhor solução conhecida para um nível de demanda e 0,1338% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9560 pu. Na quarta coluna da Tabela 1 é mostrado, o número total de cálculos da FO e até encontrar a melhor solução (número entre parênteses). Verifica-se que o algoritmo BVNS, encontrou a melhor solução conhecida do problema após calcular três vezes a FO (o que corresponde a 72 cálculos de FC para redes radiais).

### 5.2. Sistema teste de 136 barras

Na Tabela 2 mostram-se o estado inicial, a melhor solução conhecida para um único perfil de demanda (FRANCO *et al.*, 2012), o resultado do algoritmo de Prim e o resultado da meta-heurística BVNS para o sistema de 136 barras considerando vários níveis de demanda.

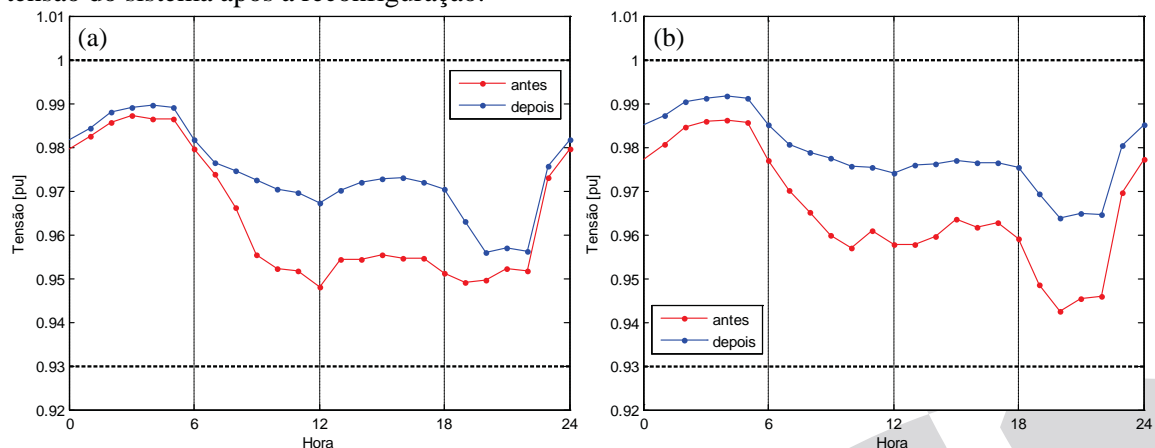
**Tabela 2:** Resultados das heurísticas para o sistema de 136 barras, demanda variável.

Configuração	Circuitos abertos	Custo diário das perdas [USD]	# de cálculos de FC	Tempo [s]
<b>Inicial</b>	136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156	288,50	-	-
<b>Solução para um nível de demanda</b>	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	272,96	-	-
<b>Prim</b>	9, 35, 50, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 126, 135, 136, 138, 143, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	267,31	24 FCRFM + 24 FCRR	0,002
<b>BVNS</b>	7, 38, 51, 54, 84, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 144, 145, 147, 148, 150, 151, 155	256,89	240 (168)	0,063

O algoritmo de Prim gera uma solução com custo diário das perdas de energia de 267,31 USD, o que representa uma redução de 7,3425% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial, e tensão mínima nas barras de 0,9553 pu, executando 24 FC para sistemas

fracamente malhados e 24 para sistemas radiais.

A partir da solução inicial obtida pelo algoritmo de Prim, foi aplicada a meta-heurística BVNS para tentar encontrar a solução do problema. O algoritmo BVNS obteve uma solução, com custo diário das perdas de energia de 256,89 USD, que representa uma melhoria de 10,9548% em relação ao custo diário das perdas de energia da configuração inicial e 3,8985% em relação a solução da heurística de Prim. A tensão mínima no sistema para a solução final, considerando todos níveis de demanda, é de 0,9639 pu. Verifica-se que o algoritmo BVNS encontra a melhor solução conhecida do problema após calcular sete vezes a FO (o que corresponde a 168 cálculos de FC para redes radiais). Na Figura 58 mostram-se os perfis de tensão mínima no sistema de (a) 84 barras e (b) 136 barras antes e depois da reconfiguração, onde pode-se verificar uma melhoria no perfil de tensão do sistema após a reconfiguração.



**Figura 11:** Perfis da tensão mínima no sistema de (a) 84 barras e (b) 136 barras.

Os resultados dos testes para o problema de RSDEE com demanda variável demonstram que melhores topologias radiais da rede podem ser obtidas ao considerar vários níveis de demanda no problema de RSDEE, quando se comparam os resultados com os obtidos considerando demanda fixa. Para ambos sistemas testados, a melhor topologia de operação, encontrada considerando demanda variável, difere-se da melhor topologia quando se considera demanda fixa. No caso do sistema de 136 barras, por exemplo, ao considerar demanda variável, obtém-se uma solução que é 5,89% de melhor qualidade que a melhor solução conhecida para o problema com demanda fixa, quando se considera no problema a operação com demanda variável.

Desta forma, conclui-se que, considerar vários níveis de demanda no problema de RSDEE leva a uma representação mais precisa do problema real, o que possibilita a obtenção de soluções de melhor qualidade que a modelagem que considera demanda fixa. Outro ponto que merece destaque é o desempenho da meta-heurística BVNS, para resolver o problema de RSDEE. Excelentes resultados são obtidos com um número relativamente baixo de cálculos da FO. Isto se deve principalmente a estratégia adotada para estimar a FO quando ocorre uma troca de ramos.

## 6. Conclusões

Neste trabalho apresenta-se a formulação de um algoritmo BVNS para resolver de forma eficiente, isto é, considerando um espaço de busca reduzido, o problema de RSDEE para a minimização do custo das perdas de energia, considerando vários níveis de demanda no período de operação e topologia única. São apresentadas estratégias para geração de soluções somente radiais e de redução das vizinhanças. Um ponto forte do método é a necessidade de poucos parâmetros, quando comparado com outras meta-heurísticas. A partir dos resultados obtidos para dois sistemas de distribuição testados, verifica-se que o algoritmo BVNS apresenta um excelente desempenho, executando um número relativamente pequeno de cálculos de fluxos de carga. Verifica-se também que a heurística de Prim, que gera a solução inicial, apresenta uma eficiência bastante grande, pois em todos os sistemas foi capaz de encontrar soluções de qualidade, com um esforço computacional muito baixo. Todos estes fatores fazem com que a técnica proposta seja muito eficiente para resolver o problema de RSDEE considerando vários níveis de demanda.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2014/23741-9, pelo apoio financeiro.

## Referências

- Baran, M. E. e Wu, F. F.** (1989), Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, *IEEE Trans. on Power Del.*, vol. 4, no. 2, p. 1401–1407.
- Borges, M. C. O., Franco, J. F. e Rider, M. J.** (2013), Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming, *J. of Control Autom. Elect. Syst.*, v. 1, n. 2, p. 1–9.
- Broadwater, R. P., Khan, A. H., Shaalan, H. E. e Lee, R. E.** (1993), Time varying load analysis to reduce distribution losses through reconfiguration, *IEEE Trans. on Power Del.*, v. 8, n. 1, p. 294–300.
- Carreño, E. M., Romero, R. e Feltrin, A. P.** (2008), An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem, *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 23, no. 4, p. 1542–1551.
- Chiang, H.-D. e Jean-Jumeau, R.** (1990), Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 1, *IEEE Trans. on Power Del.*, v. 5, n. 4, p. 1902–1909.
- Chiou, J. P., Chang, C. F. e Su, C. T.** (2005), Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems, *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 20, no. 2, p. 668–674.
- Civanlar, S., Grainger, J. J., Yin, H. e Lee, S. S. H.** (1988), Distribution feeder reconfiguration for loss reduction, *IEEE Trans. on Power Del.*, vol. 3, no. 3, p. 1217–1223.
- Eldurssi, A. M. e O’Connell, R. M.** (2015), A fast nondominated sorting guided genetic algorithm for multi-objective power distribution system reconfiguration problem, *IEEE Trans. on Power Syst.*, v. 30, n. 2, p. 593–601.
- Franco, J., Lavorato, M., Rider, M. J. e Romero, R.** (2012), An efficient implementation of tabu search in feeder reconfiguration of distribution systems, *Proceedings of 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, p. 1–8.
- Glover, F. e Kochenberger, G.**, *Handbook of metaheuristics*, Kluwer Academic, Boston, 2003.
- Lee, R. E. e Brooks, C. L.** (1988), A method and its application to evaluate automated distribution control, *IEEE Trans. on Power Del.*, v. 3, n. 3, p. 1232–1240.
- López, E., Opazo, H., García, L. e Bastard, P.** (2004), Online reconfiguration considering variability demand: applications to real networks, *IEEE Trans. on Power Syst.*, v. 19, n. 1, p. 549–553.
- Mantovani, J. R. S., Casari, F. e Romero R.**, (2000), Reconfiguração de sistema de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão, *SBA Contr. e Autom.*, vol. 11, no. 2, p. 150–159.
- Mendoza, J., Lopez, R., Morales, D., Lopez, E., Dessante, P. e Moraga, R.** (2006), Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real applications, *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 21, no. 2, p. 948–954.
- Merlin, A. e Back, H.** (1975), Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system, *Proceedings of Power Syst. Comp. Conf.*, p. 1–18.
- Mladenović, N. e Hansen, P.** (1997), Variable neighborhood search, *Comp. and Op. Res.*, vol. 11, no. 24, p. 1097–1100.
- Queiroz, L. M. O. e Lyra, C.** (2009), Adaptive hybrid genetic algorithm for technical loss reduction in distribution networks under variable demands, *IEEE Trans. on Power Syst.*, v. 24, n. 1, p. 445–453.
- Shirmohammadi, D. A., Hong, H. W., Semlyen, A. e Luo, G. X.** (1988), A Compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, *IEEE Trans. on Power Syst.*, vol. 3, no. 2, p. 753–762.
- Shirmohammadi, D. e Hong, H. W.** (1989), Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction, *IEEE Trans. on Power Del.*, vol. 4, no. 2, p. 1492–1498.
- Stagg, G. W. e El-Abiad, A. H.** *Computer methods in power system analysis*, McGraw-Hill, New York, 1968.