

HEURÍSTICA BASEADA EM MODELO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE BEBIDAS DE FRUTAS

Alyne Toscano

Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Av. Doutor Randolpho Borges Jr, 1250, Univerdecidade - Uberaba-MG - CEP:38064-200
alyne@icte.uftm.edu.br

Deisemara Ferreira

Universidade Federal de São Carlos
Rodovia João Leme dos Santos (SP 264), Km 110, Bairro Itinga - Sorocaba-SP - CEP:18052-780
deise@ufscar.br

Reinaldo Morabito

Universidade Federal de São Carlos
Rod. Washington Luís, Km 235 - São Carlos-SP - CEP:13565-905
morabito@ufscar.br

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o problema de programação da produção de bebidas de frutas, mais especificamente, néctares e refrescos. Trata-se de um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em dois estágios com algumas particularidades interessantes tais como a presença de um estoque de segurança entre os dois estágios e a necessidade de limpezas obrigatórias. Até onde se pesquisou na revisão bibliográfica, este problema não foi abordado pela literatura. Para resolvê-lo é proposta uma heurística baseada em modelo que resolve o problema de maneira desagregada. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais. A heurística mostra-se promissora na resolução de instâncias reais.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes, Bebida de fruta, Otimização Combinatória.

Área Principal: (Otimização Combinatória , PO na Indústria)

ABSTRACT

This paper presents the problem of programming production of fruit drinks, more specifically, nectars and refreshments. This is a two stage lot sizing and scheduling problem with some interesting characteristics such as the presence of a safety stock between the two stages and the need for required cleanings. With the research in the literature review, this issue has not been addressed in the literature. To solve it, we propose a model-based heuristic that solves the problem in a disaggregated way. Computational tests were performed with instances based on real data. The heuristic seems to be promising in solving real instances.

KEYWORDS. Lot Sizing and Scheduling, Fruit drinks, Combinatorial Optimization.

Main Area: (Combinatorial Optimization, OR at Industry)

1. Introdução

A programação da produção é uma das tarefas mais importantes em uma empresa. Em muitos casos ela é difícil de ser executada em virtude do alto número de considerações que se deve fazer, como demanda, capacidades, insumo, entre outros, mas, sobretudo em casos onde é necessário decidir sobre o dimensionamento (quanto produzir) e o sequenciamento de lotes (em que ordem produzir). Em alguns processos produtivos há ainda a necessidade de programar e sincronizar mais de um estágio de produção, como é o caso da produção de bebidas de frutas, o que torna essa tarefa ainda mais complexa.

Motivada pela importância e pela aplicabilidade dos problemas de programação da produção (dimensionamento e sequenciamento de lotes) a comunidade científica vêm dando grande atenção para este tipo de problema (Karimi, 2003; Brahimi *et al.*, 2006; Glock *et al.*, 2013), tanto do ponto de vista teórico quanto prático *e.g.* aplicação na indústria de vidros (Almada-lobo *et al.*, 2008), de fundição (Araujo *et al.*, 2008), ração animal (Toso *et al.*, 2008), papel (Furlan *et al.*, 2015), têxtil (Camargo *et al.*, 2012), entre outras (Jans e Degraeve, 2008).

Uma aplicação de dimensionamento e sequenciamento de lotes que é bem estudada na literatura é a produção de refrigerantes. Nesse processo produtivo, os líquidos são preparados em um primeiro estágio e o envase da bebidas realizado em um segundo estágio. Algumas dificuldades desse problema são a consideração do tempo de *setup* dependente da sequência e da sincronização dos estágios de preparo e envase da bebida. Esse problema foi bastante estudado na literatura via modelo e com heurísticas do tipo *relax and fix* para resolver os modelos propostos, como pode ser observado nos seguintes trabalhos: Toledo *et al.* (2007, 2009), Ferreira *et al.* (2008, 2009, 2010, 2012), Defalque *et al.* (2011) e Maldonado *et al.* (2014). Uma abordagem mais recente foi tentar resolver o problema via metaheurística, como é o caso de Toledo *et al.* (2014) que resolvem o problema através de um algoritmo genético.

Ao contrário da produção de refrigerantes, para a produção de bebidas de frutas (Seção 2) são encontrados apenas dois trabalhos na literatura. Leite (2008) e Pagliarussi (2013) observaram algumas características inerentes a esse processo produtivo: a existência de estoques intermediários; um processo de pasteurização; limpezas regulares; e a perecibilidade dos itens.

Para tratar desse problema Leite (2008) apresentou três modelos de dimensionamento de lotes baseados no modelo de Ferreira *et al.* (2008). Os três modelos consideraram apenas uma máquina na linha de produção e um único estágio de produção (envase). As únicas restrições do estágio de preparo consideradas foram as de lote mínimo e máximo do tanque. A diferença entre os modelos foi a maneira de considerar estoque de segurança dos produtos finais, que era uma característica da fábrica que inspirou o trabalho de Leite (2008).

Pagliarussi (2013), considera o problema tratando o caso de múltiplas máquinas e também propõe três modelos, um para maximização da produção, baseado no GLSP (*General Lot Sizing and Scheduling Problem*) (Fleischmann e Meyr, 1997) e outros dois para minimização de custos, sendo um deles baseado no GLSP e ou outro no CLSP (*Capacitated Lot Sizing Problem*). A autora não considera mais estoque de segurança como feito em Leite (2008), mas também modela apenas o estágio de envase.

Tanto Leite (2008) quanto Pagliarussi (2013) conseguiram resultados significativos e competitivos com a realidade, porém os dois trabalhos modelam de maneira simplificada esse processo de produção, pois ambos não consideram o primeiro estágio. Note que esses trabalhos não são comparáveis entre si pois modelam situações diferentes.

No setor de bebidas alcoólicas alguns trabalhos buscam resolver a programação da produção das indústrias de cerveja. Esse processo difere-se da produção de refrigerantes principalmente no primeiro estágio em que os tanques podem ficar ocupados entre 3 e 41 dias para fazer a maturação da cerveja. O envase é parecido com a produção de refrigerantes, sendo assim, Baldo *et al.* (2014) apresentam um modelo dois estágios em que as decisões do segundo estágio são baseadas no modelo de Ferreira *et al.* (2009). Para resolver o modelo os autores propuseram heurísticas

baseadas em modelos que encontram soluções de boa qualidade. Guimarães *et al.* (2012) também propõem a resolução do problema de programação da produção de uma indústria cervejeira porém com um trabalho mais no nível estratégico.

Observando essa breve revisão de literatura, é possível notar que apesar de haver uma gama de trabalhos que estudaram programação da produção de bebidas muito pouco foi feito para o setor de bebidas de frutas, e além disso os trabalhos que foram realizados para esse setor fizeram apenas uma extensão do problema de refrigerantes. Entretanto, observando esse processo produtivo mais de perto, percebe-se que o problema não se trata apenas de uma extensão dos modelos de refrigerantes ou de cerveja, e que existem particularidades do problema que merecem ser exploradas.

Portanto, nesse trabalho é estudado um novo processo produtivo, que até onde é sabido pouco foi explorado na literatura. Na Seção 2 será apresentada a descrição do problema e suas particularidades. Um método de solução para o problema é mostrado na Seção 3 e os testes computacionais na Seção 4. Por fim, conclusões e próximos passos estão na Seção 5.

2. Processo de Produção de Bebidas de Frutas e Definição do Problema

No Brasil, para ser chamada de suco, a bebida deve conter 100% da fruta. No caso do néctar, sua composição deve ter um percentual mínimo do suco ou polpa estabelecido pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA, 2015). Caso a bebida tenha um valor menor de fruta do que do néctar, essa bebida é classificada como refresco ou bebida de fruta.

De maneira geral, os néctares e refrescos seguem basicamente o mesmo processo de produção: preparo da bebida, pasteurização, envase e empacotamento. Essas etapas de produção são divididas em dois estágios. No primeiro estágio de produção é realizado o preparo da bebida. O setor da fábrica onde esse preparo acontece é a Xaroparia, assim como na produção de refrigerantes (Ferreira *et al.*, 2009). Os processos de pasteurização, envase e empacotamento compõem o segundo estágio, e esses três procedimentos ocorrem no setor da fábrica denominado Linha. O envase é do tipo asséptico, com o uso de embalagens cartonadas (pré tratadas com agentes antissépticos físicos e/ou químicos), em máquinas de alta capacidade e ambientes que assegurem as condições de higiene requeridas (Venturini, 2008).

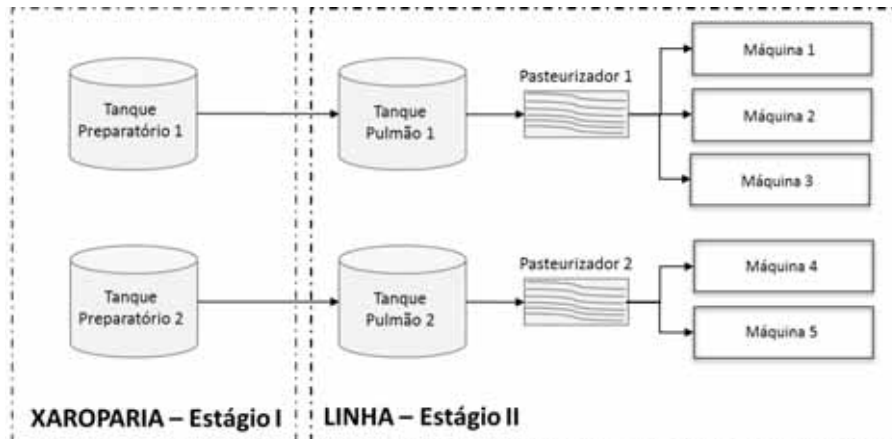
Uma outra característica do envase asséptico é a necessidade da realização de limpezas (CIP - *Clear in Place*) regulares. Essas limpezas são realizadas: na xaroparia e na linha quando ocorre troca de sabor; na xaroparia a cada TP_{max} horas de produção contínua do mesmo sabor; na linha a cada TL_{max} horas de produção contínua do mesmo sabor. Os CIPs da Xaroparia e da Linha são independentes e com durações diferentes.

Os itens se diferenciam apenas pelo sabor da bebida. Sendo assim, o tempo de troca entre os itens nada mais é que o tempo de CIP, uma vez que a troca de embalagem pode ser realizada juntamente com o CIP.

A Figura 1 apresenta um esboço simplificado das ligações entre os elementos do processo de produção de bebida mista de suco (que se trata de um refresco) de uma fábrica característica do setor. Na xaroparia estão os tanques preparatórios 1 e 2, na linha estão os tanques pulmões 1 e 2, os pasteurizadores 1 e 2 e as máquinas de 1 a 5. Por questão de simplificação, considera-se que cada tanque preparatório está dedicado a um único tanque pulmão, ou seja, os tanques da xaroparia estão dedicados um a cada conjunto tanque pulmão e pasteurizador da linha. Também é estabelecido *a priori* as máquinas que estão ligadas a cada pasteurizador. Como a bebida passa pelo pasteurizador antes de ir para as máquinas, cada pasteurizador é considerado como uma única máquina cuja velocidade é a soma das velocidades das máquinas ligadas a este. A ligação entre tanque pulmão e pasteurizador é biunívoca, ou seja, um tanque pulmão se liga a um único pasteurizador e cada pasteurizador é ligado a um único tanque pulmão.

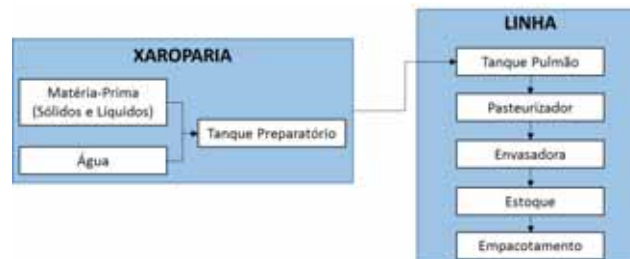
Na Figura 2 é apresentado um fluxograma das etapas do processo de produção das bebidas de frutas. A produção se inicia na Xaroparia onde acontece a mistura de água com os ingredientes nos tanques preparatórios 1 e 2. Os ingredientes são compostos por partes líquidas e sólidas, e que quando misturados com água resultarão na bebida pronta para envasar. Para cada sabor existe um

Figura 1: Processo de produção de bebida mista de fruta.



Fonte: os autores.

Figura 2: Fluxograma representando o processo de produção de bebidas de fruta.



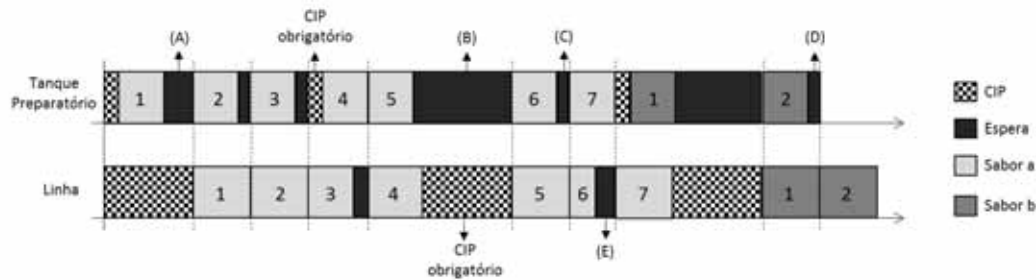
Fonte: os autores.

lote mínimo de ingredientes para serem misturados. Já o lote máximo fica limitado pela capacidade do tanque. Depois de pronta, a bebida é enviada em tubulações próprias para os tanques pulmões. Saindo do tanque pulmão a bebida passa pelo pasteurizador antes de ser envasada. A principal função do tanque pulmão nesse tipo de processo de produção é receber de volta a bebida que é pasteurizada e não envasada. Depois de ser pasteurizada, a bebida é finalmente envasada pelas máquinas de envase e em seguida empacotadas.

Diferente do que acontece na produção de refrigerantes (Ferreira *et al.*, 2009), o tanque pulmão garante um lote de folga para a xaroparia. Porém essa folga não é suficiente para evitar que ocorram esperas do tanque pela linha e da linha pelo tanque. Ou seja, da mesma forma que na produção de refrigerantes e cerveja, para que seja possível encontrar uma programação da produção factível para esse problema, é preciso considerar a sincronia entre os estágios. Ou seja, é preciso ser contabilizado nas restrições de capacidade os tempos em que o tanque preparatório (Xaroparia - Estágio I) fica ocioso esperando para despejar o suco pronto no tanque pulmão e os tempos em que o tanque pulmão (Linha - Estágio II) fica vazio, e portanto a linha ociosa, esperando o tanque preparatório enviar suco para ser pasteurizado e envasado.

Na Figura 3 é apresentada uma programação da produção de um exemplar ilustrativo em que são representadas essas esperas, denotadas por (A), (B), (C), (D) e (E). Por simplificação, considera-se que um tanque preparatório está totalmente dedicado a um tanque pulmão, e que este, por sua vez, está ligado a um único pasteurizador. Note que a soma das velocidades das máquinas ligadas ao pasteurizador determina a velocidade de produção (Figura 1). As linhas pontilhadas representam o momento em que o lote está sendo transferido do tanque preparatório para o tanque pulmão. O tempo de transferência é contabilizado no tempo de preparo. Os tempos de preparo são sempre os mesmos, independente do tamanho do lote que está sendo preparado.

Figura 3: Exemplar ilustrativo de uma programação da produção factível.



Fonte: os autores.

Logo, as esperas que podem acontecer nesse processo de produção, e que estão representadas na Figura 3, são:

- (A) é a primeira espera do tanque pela linha. Tanto no tanque preparatório quanto na linha de produção, o planejamento é iniciado com o CIP, logo essa espera acontece pois o CIP do tanque preparatório é mais rápido que o CIP da linha;
- (B) quando ocorre o CIP obrigatório na linha, se o tanque preparatório estiver um lote adiantado com relação à linha (devido ao estoque intermediário definido pelo tanque pulmão), acontece essa espera, pois o CIP da linha inclui a limpeza do tanque pulmão;
- (C) e (D) são as esperas mais naturais e acontecem quando o tempo para as máquinas envasarem um lote é maior do que o tempo do tanque de preparar um outro lote;
- (E) é um exemplo de espera da linha pelo tanque preparatório que acontece quando o tempo para as máquinas envasarem um lote é menor do que o tempo do tanque de preparar outro lote, seja porque o lote é pequeno ou porque a máquina é veloz.

Considerando essas esperas é possível notar que o gargalo de produção pode alternar entre os dois estágios. Caso a máquina seja mais lenta pra envasar que o preparo dos tanques, o gargalo aparece no segundo estágio (Linha). Se, por outro lado, as máquinas de envase são muito velozes, os tanques preparatórios não conseguem abastecê-las, gerando assim espera das linhas pelo tanque, ou seja, o gargalo passa a ser no primeiro estágio (Xaroparia).

Na Figura 3 também é possível observar que no Estágio I (tanque preparatório) os tempos de preparo são dependentes da sequência. Sempre que estão sendo preparados lotes do mesmo sabor não há tempo nenhum de troca, exceto o CIP obrigatório. Já quando é mudado o sabor da próxima batelada, obrigatoriamente é necessário fazer um CIP, ou seja, entre bateladas de mesmo sabor não há nenhum tempo de troca e entre bateladas de sabores diferentes o tempo de troca é o tempo de um CIP.

Diferentemente do que acontece no tanque preparatório, em que os preparos são em bateladas, a produção na linha é contínua, sendo interrompida somente quando há espera da linha pelo tanque preparatório, ou quando há necessidade de realização de CIP obrigatório ou ainda quando existe a troca de sabor. Ou seja, na linha o tempo de troca dos lotes não é dependente da sequência e sempre será o tempo de um CIP.

O processo produtivo estudado nesse trabalho trata da produção de bebidas que possuem em sua característica de produção: dois estágios de produção, estoque intermediário entre os estágios, pasteurização e envase asséptico em embalagens cartonadas, cujo controle de qualidade exige CIPs regulares. E, cabe mais uma vez ressaltar que com todas essas características peculiares a programação da produção desse processo produtivo não é naturalmente adaptável dos trabalhos que tratam programação da produção de refrigerantes e cerveja.

A grande dificuldade para programação da bebida de fruta é conseguir realizar uma programação que atenda a demanda, respeitando a capacidade de tempo que é consumida tanto pela produção como pelos CIPs de tempos razoavelmente altos. Além de que, essa programação deve levar em consideração a sincronia entre os dois estágios de produção. Na próxima seção é apresentada uma heurística para resolução desse problema.

3. Heurística Baseada em Modelo

Para resolver o problema descrito na Seção 2 é proposta uma heurística baseada em modelo matemático que será denominada de Heurística Estágio I (H-EI). A proposta dessa heurística foi baseada na prática de uma fábrica característica do setor de produção de refresco. No problema descrito na Seção 2 foi discutido que o gargalo pode alternar entre os estágios de produção, assim, nessa heurística a aposta é que o gargalo se encontra no estágio I. Para resolver o problema é utilizado inicialmente um modelo para dimensionar e sequenciar os lotes nos tanques preparatórios, uma vez que no primeiro estágio o preparo é dependente da sequência. Dada a resposta do modelo, a segunda parte da heurística consiste em dimensionar os lotes do segundo estágio, de acordo com a solução obtida pelo modelo, e fazer a sincronia entre os dois estágios.

O fluxograma da HE-I é apresentado na Figura 4. A heurística inicia transformando as demandas de itens d_{jt}^{II} em demandas em litros para o primeiro estágio d_{jt} . Considerando que cada item, independente do sabor, contém ρ litros de bebida, essa transformação é dada por: $d_{jt} = \rho * d_{jt}^{II}$.

Além disso, para tentar garantir que após a sincronia seja encontrado um plano de produção factível, o modelo é inicialmente resolvido com apenas 90% da capacidade de produção original, ou seja, inicialmente $K_{mt}^I = 0,9 * K_{mt}^I$. Esse valor pode ser reduzido sem perda de generalidade, pois com os dados reais de uma fábrica do setor foi possível perceber que o tempo de um CIP da máquina representa aproximadamente 3,5% da capacidade, em tempo, do tanque preparatório. Além disso, baseado nos dados da Seção 4, como um período tem 142 horas e $TL_{max} = 48$ horas, dentro de um período é possível produzir na linha, de maneira contínua, no máximo três sabores, e considerando o tempo de CIP da Linha muito maior que o da Xaroparia, podemos estimar que o tanque preparatório ficará $3 * 3,5\% \cong 10\%$ de sua capacidade esperando a linha realizar CIPs. Logo, depois desses pré processamentos, o modelo (1)-(14) é resolvido.

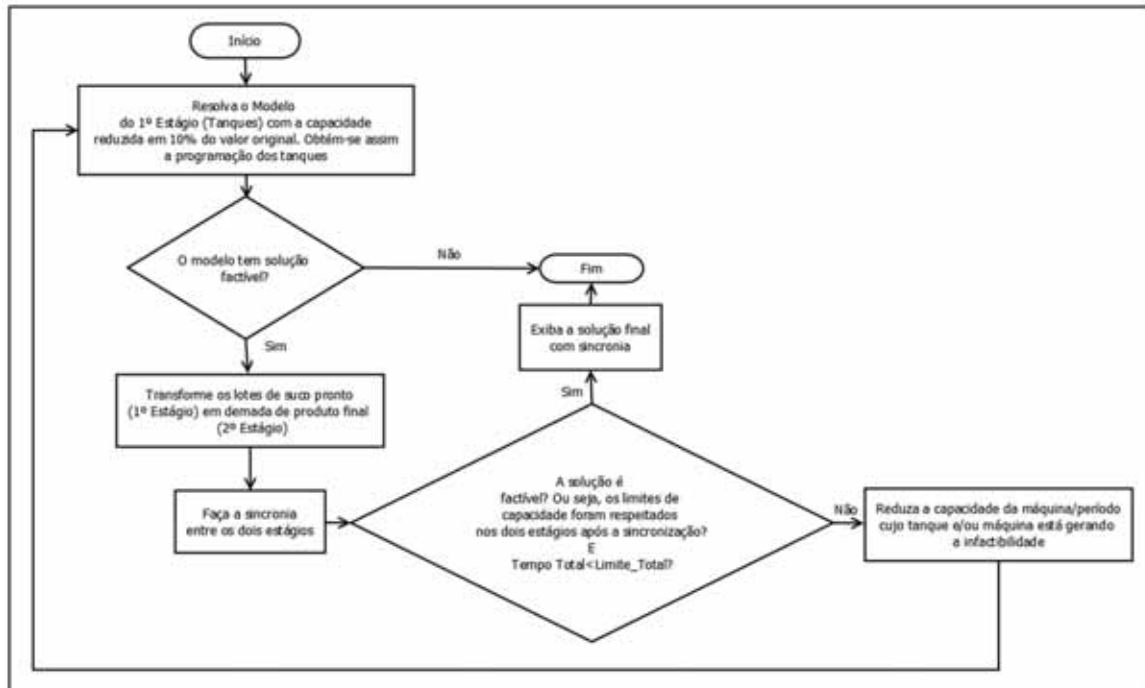
Com o resultado do modelo dá-se início a construção da sincronia entre os dois estágios. Partindo dos tamanhos dos lotes de bebida da Xaroparia e da sequência encontrada com a resolução do modelo, esses lotes vão sendo um a um “encaixados” na programação da produção da linha. Juntamente com esses lotes, são inseridos, de maneira construtiva, os CIPs da linha e do tanque preparatório e as esperas entre esses dois estágios.

Depois de realizada a sincronia a heurística verifica se o programa de produção é factível tanto do ponto de vista da linha, como do ponto de vista do tanque preparatório, pois uma vez que são acrescentadas as esperas ao plano de produção, a solução agora encontrada para a Xaroparia não é mais a solução inicialmente apresentada pelo modelo (1)-(14). Caso o plano de produção seja factível, com relação à capacidade, a heurística termina e exibe a solução sincronizada. Caso contrário, verifica-se quais foram os períodos t e os conjuntos máquina/tanque preparatório m em que a capacidade foi extrapolada, em seguida o valor da capacidade do tanque preparatório K_{mt}^I é reduzida para os respectivos m e t . O modelo é resolvido novamente, agora com a capacidade K_{mt}^I reduzida em 25% do valor ultrapassado, e o processo se repete até que seja encontrada uma solução factível ou até que o tempo total de execução da heurística ultrapasse o limite de tempo pré-determinado (Limite_Total). A maneira como a redução da capacidade é realizada foi determinada após vários testes empíricos.

O modelo (1)-(14) de dimensionamento e sequenciamento de lotes para o primeiro estágio é um CLSP que foi baseado nos trabalhos Toso *et al.* (2008), Defalque *et al.* (2011) e Ferreira *et al.* (2012).

Considere os seguintes conjuntos: J é o conjunto de itens (sabores) (i e $j \in J$); M tanques preparatórios (máquinas) ($m \in M$) e T períodos ($t \in T$).

Figura 4: Fluxograma da Heurística Estágio I (H-EI).



Fonte: os autores.

Os dados de entrada para o problema são: h_j^+ e h_j^- são os custos de estoque e atraso, respectivamente, de uma unidade do item j ; I_{j0}^+ e I_{j0}^- são o estoque e o atraso, respectivamente, do item j no início do período primeiro período do horizonte de planejamento; $I_{j0}^- = I_{j0}^+ = 0$ são os estoques e atrasos no início do horizonte de planejamento; d_{jt} é a demanda em litros do item j no final do período t ; i_0 é um item fictício para o qual a máquina é preparada no início de cada período (item fantasma); Cip^I é custo de um CIP de troca de sabor; C é uma pequena penalização para os CIPs realizados obrigatoriamente; Tp é o tempo fixo de preparo de um lote no tanque preparatório, independente de sabor e quantidade; $TCip^I$ é o tempo de um CIP do tanque preparatório; K_{mt}^I é a capacidade total disponível, em tempo, do tanque preparatório m no período t ; B_{min_j} é a quantidade mínima de produção, em litros, do item j em um tanque preparatório; B_{max_j} é a quantidade máxima possível de produzir, em litros, do item j em um tanque preparatório; S_m é a velocidade de envase da máquina m do 2º estágio (na verdade é a soma das velocidades das máquinas ligadas ao pasteurizador m); $MaxTqs_m$ é o número máximo de tanques que podem ser preparados em um período de TL_{max} horas de produção contínua do mesmo sabor (este parâmetro é indexado a m devido à agregação do tanque preparatório à máquina, pois o tanque preparatório não pode produzir além do que a máquina consegue envasar); LS_m é um número grande.

As variáveis do modelo são:

- I_{jt}^+ = estoque do item j no final do período t ;
- I_{jt}^- = atraso do item j no final do período t ;
- X_{mjt} = quantidade produzida do item j pela máquina m no final do período t ;
- Z_{mijt} = 1 se existe uma troca do item i para o item j no final do período t ; 0 caso contrário;
- Z_{mjjt} = 0 para todos os itens j no período t ;
- ξ_{mjt} = número de tanques preparados do item j no período t ;
- α_{mjt} = número de cips obrigatórios a cada 24 horas de produção contínua do mesmo sabor;
- V_{mjt} = garante o sequenciamento os itens na máquina m no período t .

O modelo utilizado para dimensionar e sequenciar os itens no estágio I é denominado

Modelo-Tanque e apresentado a seguir pelas equações (1)-(14).

$$\text{Min } Z^I = \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (h_j^+ I_{jt}^+ + h_j^- I_{jt}^-) + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} C_{ip}^I Z_{mijt} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} C \alpha_{mjt} \quad (1)$$

s.a.:

$$I_{j(t-1)}^+ + I_{jt}^- + \sum_{m \in M} X_{mjt} = d_{jt} + I_{jt}^+ + I_{j(t-1)}^- \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (2)$$

$$I_{jT}^- = 0, \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} T_p \xi_{mjt} + \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} TC_{ip}^I Z_{mijt} + \sum_{j \in J} TC_{ip}^I \alpha_{mjt} \leq K_{mt}^I, \quad \forall m \in M, \forall t \in T \quad (4)$$

$$\alpha_{mjt} \geq \frac{\xi_{mjt}}{MaxTqs} - 1, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (5)$$

$$X_{mjt} \geq B_{min_j} \xi_{mjt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (6)$$

$$X_{mjt} \leq B_{max_j} \xi_{mjt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} X_{mjt} \leq K_{mt}^I S_m, \quad \forall m \in M, t \in T \quad (8)$$

$$\xi_{mjt} \leq LS_m \sum_{i \in J} Z_{mijt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt} = \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mjit}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt} \leq 1, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{\substack{j \in J \\ j \neq i_0}} Z_{miojt} \geq \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq k}} Z_{mikt}, \quad \forall m \in M, \forall k \in J, \forall t \quad (12)$$

$$V_{mjt} \geq (V_{mit} + 1) - (|J| - 1)(1 - Z_{mijt}), \quad \forall t \in T, \quad \forall m \in M, \forall i, j \in J \setminus i_0, i \neq j \quad (13)$$

$$Z_{mijt} \in \{0, 1\}, \alpha_{mjt}, \xi_{mjt} \in \mathbb{Z}_+; X_{mjt}, I_{jt}^+, I_{jt}^-, V_{mjt} \geq 0 \quad \forall t \in T, \forall m \in M, \forall i, j \in J. \quad (14)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos de estoque, atraso e CIP. A restrição (2) controla o balanceamento de estoque e demanda. A restrição (3) exige que não haja atraso para nenhum item no último período. A restrição (4) controla a capacidade de produção, em tempo, do tanque preparatório. Nessa restrição estão somados os tempos gastos com preparos das bateladas, os CIPs de troca de sabor e os CIPs obrigatórios. A restrição (5), juntamente com a penalização de α_{mjt} na função objetivo, garantem a contabilização do número de CIPs obrigatórios a cada TP_{max} horas de produção contínua do mesmo sabor. As restrições de lote mínimo e máximo do tanque preparatório são (6) e (7), respectivamente.

A restrição (8) calcula um limitante superior para que não seja produzido mais bebida do que as máquinas de envase são capazes de processar. A restrição (9) garante que não pode ocorrer preparo se não houver troca para o item. Essa restrição associada ao fato das variáveis $Z_{mijt}, i \neq j$, estarem sendo minimizadas na função objetivo garante que só haverá troca se houver preparo e vice-versa. O valor de LS_m é dado por uma estimativa de quantos lotes podem ser preparados no tanque preparatório ao longo de um período. Esse dado é relacionado com o parâmetro $MaxTqs_m$.

A restrição de fluxo é dada por (10). Como sabemos que na solução ótima não haverá mais de uma troca de i pra j no período t , a restrição (11) é um corte para o modelo. Note que na restrição (12) é exigido que toda sequência tenha início com o item fantasma i_0 , que é um item fictício apenas para garantir que um caminho pelos itens começa e termina nesse mesmo item. O CIP de i_0 para o primeiro item da sequência é contabilizado para garantir o CIP obrigatório do início do horizonte de planejamento. A restrição (10) juntamente com a restrição de eliminação de *subtour* (13) garantem o sequenciamento dos itens.

Uma reformulação do Modelo Tanque pode ser realizada trocando a variável que conta o número de preparos, ξ_{mjt} , pelas variáveis Z_{mjjt} , que nesse caso deixam de ser binárias e passam a ser inteiras. Essa reformulação foi testada e, apesar de apresentar limitantes inferiores melhores, ao longo da heurística não houveram ganhos significativos, chegando para algumas instâncias piorar o resultado. Logo o modelo utilizado na heurística é o (1)-(14) tal como foi apresentado.

Na próxima seção são apresentados os testes computacionais realizados para analisar o desempenho da heurística proposta.

4. Testes Computacionais

Para analisar o desempenho da heurística H-EI foram realizados testes computacionais com um conjunto de 10 instâncias baseadas em dados reais e com uma instância real de fato. As instâncias são divididas em pequenas médias e grandes e algumas das características dessas instâncias são apresentadas na Tabela 1: número de produtos (J), número de períodos (T), número de máquinas/tanques (M), se a instância é considerada Ociosa, Moderada ou Restrita de acordo com a demanda em relação à capacidade, a demanda de todos os produtos e algumas outras observações sobre as instâncias.

As instâncias pequenas são utilizadas apenas para testar a validade do modelo e da heurística. As instâncias P1, P2 e P3 são idênticas, exceto pela capacidade. Na instância P2 a capacidade do tanque é reduzida em torno de 10% com relação à capacidade das máquinas e na instância P3 a capacidade do tanque se mantém original e capacidade da máquina é reduzida em 10%. A instância M1 é real. A instância M4 é idêntica à M3, exceto pela demanda. O mesmo acontece com as instâncias M5 e M6 e G1 e G2.

Tabela 1: Descrição das instâncias utilizadas na realização dos experimentos computacionais.

| Classificação | Exemplar | J | T | M | Capacidade | Demanda | Observações |
|--------------------|----------|---|---|---|------------|-----------|--------------------------|
| Pequenas (Toys) | P1 | 3 | 2 | 2 | Moderada | 808.699 | Cap_Maq = Cap_Tq |
| | P2 | 3 | 2 | 2 | Moderada | 808.699 | Cap_Maq > Cap_Tq |
| | P3 | 3 | 2 | 2 | Moderada | 808.699 | Cap_Maq < Cap_Tq |
| Médias | M1 | 5 | 4 | 2 | Ociosa | 1.125.395 | Instância Real |
| | M2 | 4 | 5 | 2 | Restrita | 1.893.196 | - |
| | M3 | 3 | 6 | 2 | Ociosa | 1.406.700 | - |
| | M4 | 3 | 6 | 2 | Restrita | 2.571.300 | M3 com demanda aumentada |
| | M5 | 5 | 6 | 2 | Ociosa | 1.371.700 | - |
| | M6 | 5 | 6 | 2 | Restrita | 2.645.920 | M5 com demanda aumentada |
| Grandes | G1 | 6 | 8 | 4 | Ociosa | 3.774.880 | - |
| | G2 | 6 | 8 | 4 | Restrita | 7.115.910 | G1 com demanda aumentada |

Para todas as instâncias o tamanho de cada período foi considerado de 142 horas. O tempo de CIP no tanque preparatório é de 50 minutos e na linha é de 5 horas. O parâmetro TP_{max} é considerado 24 horas, e o TL_{max} é 48 horas. O tempo de preparo de um tanque é de 100 minutos. Em todas as instâncias pequenas e médias são considerados dois conjuntos de máquinas (como na Figura 1) com velocidades de envase de 112,92 litros/min e 45 litros/min. Nas instâncias grandes, esses dois conjuntos de máquinas (que será mencionado apenas como máquina) são duplicados passando a ter 4 máquinas. Para o tanque preparatório ligado à máquina mais veloz considera-se

que é possível preparar no máximo 14 tanques, desconsiderando as esperas, em um período de $TL_{max} = 24hs$. Já para o tanque preparatório ligado à máquina mais lenta é possível preparar no máximo 6 tanques. Os custos de estoque, atraso, CIP e a penalização C são meramente ilustrativos e são tomados como \$1, \$10, \$0,1 e \$0,01, respectivamente.

O modelo e a heurística foram implementados em linguagem de modelagem AMPL e resolvidos pelo sistema de otimização CPLEX 12.5. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i7 com dois núcleos de 1.8GHz e 8GB de memória RAM. O tempo de execução do modelo foi limitado em 300 segundos e o tempo total de execução da heurística foi limitado em 1850 segundos (em torno de 30 minutos) para cada instância.

Os resultados são apresentados na Tabela 2. Na coluna FO_FINAL é apresentado o valor final da função objetivo. Em ITER é apresentado quantas iterações foram realizadas. Quando o número de iterações é zero significa que na primeira resolução do modelo já foi encontrada uma solução factível para o problema. EST e ATR são os valores monetários de estoque e atraso, respectivamente. O valor da função objetivo utilizado com os CIPS realizados na linha e no tanque preparatório são apresentados em CIPS I e CIPS II respectivamente. A coluna TEMPO traz o tempo total em segundos de execução da heurística.

A primeira conclusão interessante que pode ser tirada da Tabela 2 é que as instâncias pequenas e médias, inclusive a instância real, podem ser resolvidas em menos de 2 minutos. Isso é muito importante pois na indústria o tempo requerido para encontrar uma solução manual é de aproximadamente 2 horas.

Não foi possível encontrar solução factível em tempo hábil para as instâncias M6 e G2. Note que essas duas instâncias apresentam em comum a maior demanda entre as instâncias da mesma classe. Ou seja, quando a capacidade é muito restrita a H-EI não se comporta muito bem. Isso se deve a dificuldade de resolver o modelo tanque o que acaba fazendo com que poucas iterações da heurística sejam executadas. Além disso, quanto mais apertada a capacidade mais difícil é alocar as esperas nas soluções.

Tabela 2: Resultados dos testes computacionais.

| | FO_FINAL | ITER | EST | ATR | CIPS I | CIPS II | TEMPO |
|----|------------|------|-----------|------------|--------|---------|---------|
| P1 | 3,40 | 0 | 0 | 0 | 2,30 | 1,10 | 2,38 |
| P2 | 3,60 | 19 | 0 | 0 | 2,40 | 1,20 | 8,73 |
| P3 | 4.128,62 | 34 | 4.124,62 | 0 | 2,40 | 1,30 | 20,5 |
| M1 | 6,20 | 1 | 0 | 0 | 4,20 | 2,00 | 4,1 |
| M2 | 405.469,78 | 29 | 61.782,58 | 343.677,60 | 6,00 | 3,60 | 28,73 |
| M3 | 5,70 | 0 | 0 | 0 | 3,40 | 2,30 | 3,22 |
| M4 | 703.248,74 | 11 | 2.000,00 | 701.237,54 | 7,50 | 3,70 | 52,04 |
| M5 | 6,40 | 3 | 0 | 0 | 3,80 | 2,60 | 13,59 |
| M6 | - | 14 | - | - | - | - | 1928,45 |
| G1 | 13,50 | 1 | 0 | 0 | 8,80 | 4,70 | 157,62 |
| G2 | - | 5 | - | - | - | - | 1860,66 |

Para os exemplares pequenos é possível perceber que a H-EI apresenta melhores resultados quando o gargalo se encontra no tanque (P2) do que quando este está na linha (P1), o que já era esperado uma vez que essa heurística privilegia a programação do tanque.

Os resultados encontrados pela heurística são satisfatórios e motivadores para dar continuidade nas pesquisas desse problema.

5. Conclusões e Próximos Passos

O presente trabalho teve como objetivo estudar um processo produtivo pouco estudado na literatura. Além disso, para resolução desse problema foi proposta uma heurística baseada em

modelo. Os testes comprovam que é possível encontrar soluções coerentes com a realidade de uma empresa característica do setor em tempo hábil. Através dos testes computacionais pode-se observar que a heurística encontrou dificuldades para resolver instâncias de grande porte, mas mostrou-se promissora na resolução de instâncias de pequeno e médio porte, inclusive para resolução de uma instância real.

Os resultados encorajam a continuar a pesquisa da programação da produção desse tipo de indústria. Um próximo passo natural agora é fazer uma heurística, parecida com a H-E1, mas que utiliza um modelo matemático para resolver as linhas, ou seja, apostar desta vez que o gargalo está na linha. Além disso, pretende-se criar instâncias aleatórias e fazer mais testes com instâncias reais para comprovar a eficácia dessas heurísticas e comparar os resultados das duas abordagens.

Um estratégia que também será estudada é a a realização da sincronia entre os dois estágios através de um modelo matemático integrado para de fato comparar os resultados obtidos com as heurísticas.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP (processo 2010/10133-0). A primeira autora agradece à Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) pelo apoio financeiro. A segunda autora agradece à bolsa de pesquisa CNPq (processo 312569/2013-0).

Referências

- Almada-Lobo, B., Oliveira, J. F. e Carravilla, M. A.** (2008), Production planning and scheduling in the glass container industry: A VNS approach, *International Journal of Production Economics*, 114(1), 363-375.
- Araujo S. A., Arenales M. N. e Clark A. R.** (2008), Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. *Computers & Operations Research*, 35(3), 916-932.
- Baldo, T. A., Santos, M. O., Almada-Lobo, B. e Morabito, R.** (2014), An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry, *Computers & Industrial Engineering*, 72, 58-71.
- Brahimi, N., Dauzere-Peres, S., Najid, N. M. e Nordli, A.** (2006), Single item lot sizing problems, *European Journal of Operational Research*, 168(1), 1-16.
- Camargo, V. C. B., Toledo, F. M. B. e Almada-Lobo, B.** (2012). Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries, *Journal of the Operational Research Society*, 63, 1613-1630.
- Defalque, C. M., Rangel, S. e Ferreira, D.** (2011), Usando o ATSP na Modelagem do Problema Integrado de Produção de Bebidas, *TEMA - Tendências Em Matemática Aplicada E Computacional*, 12(3), 195-209.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2008), Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. *Produção*, 18(1), 76-88.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2009), Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, 196(2), 697-706.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2010), Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants, *Computers & Operations Research*, 37(4), 684-691.
- Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B. e Morabito, R.** (2012), Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production, *International Journal of Production Economics*, 136(2), 255-265.
- Fleischmann, B. e Meyr, H.** (1997), The general lotsizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, 19(1), 11-21.

- Glock, C. H., Grosse, E. H., e Ries, J. M.** (2013), The lot sizing problem: A tertiary study, *International Journal of Production Economics*, 155, 39-51.
- Guimarães, L., Klabjan, D. e Almada-Lobo, B.** (2012), Annual production budget in the beverage industry, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(2), 229-241.
- Furlan, M., Almada-Lobo, B., Santos, M. e Morabito, R.** (2015), Unequal individual genetic algorithm with intelligent diversification for the lot-scheduling problem in integrated mills using multiple-paper machines. *Computers & Operations Research*, 59, 33-50.
- Jans, R. e Degraeve, Z.** (2008), Modeling Industrial Lot Sizing Problems: A Review. *International Journal of Production Research*, 46(6), 1619-1643.
- Karimi, B.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5), 365-378.
- Leite, R. P. M.** *Um estudo sobre o problema de dimensionamento e seqüenciamento da produção no setor de bebidas.* Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção), Departamento de Engenharia de Produção, UFScar, São Carlos, 2008.
- Maldonado, M., Rangel, S. e Ferreira, D.** (2014), A study of different subsequence elimination strategies for the soft drink production planning. *Journal of Applied Research and Technology*, 12(4), 1-10.
- MAPA - Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento.** (2015), Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/legislacao>, último acesso em 19 de março de 2015.
- Pagliarussi, M.** *Contribuições para a Otimização da Programação da Produção de Bebidas a Base de Frutas*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFScar - São Carlos, 2013.
- Toledo, C. F. M., França, P. M., Morabito, R. e Kimms, A.** (2007), Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes, *Pesquisa Operacional*, 27, 155-186.
- Toledo, C. F. M., França, P. M., Morabito, R. e Kimms, A.** (2009), Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem, *International Journal of Production Research*, 47(11), 3097-3119.
- Toledo, C. F. M., de Oliveira, L., de Freitas Pereira, R., França, P. M. e Morabito, R.** (2014), A genetic algorithm/mathematical programming approach to solve a two-level soft drink production problem. *Computers & Operations Research*, 48, 40-52.
- Toso, E. A. V., Morabito, R. e Clark, A.** (2008), Combinação de abordagens GLSP e ATSP para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de suplementos para nutrição animal, *Pesquisa Operacional*, 28, n.3, 423-450.
- Venturini, W. G. F.** (coordenador), *Indústria de bebidas: inovação, gestão e produção, volume 2*, Blucher, São Paulo - SP, 2010.