

COMPARAÇÃO DE METODOLOGIAS DE PESOS SUBSTITUTOS PARA O MÉTODO PROMETHEE II

Thárcylla Rebecca Negreiros Clemente
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
Caixa Postal 7471, Recife - PE, 50.630-971.
thnegreiros@ymail.com

Adiel Teixeira de Almeida
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
Caixa Postal 7462, Recife - PE, 50.630-971.
almeidaatd@gmail.com

Adiel Teixeira de Almeida Filho
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
Caixa Postal 7471, Recife - PE, 50.630-971.
atalmeidafilho@yahoo.com.br

RESUMO

Uma das principais etapas no processo de modelagem de decisão multicritério é a definição de pesos para os critérios de avaliação, que representam as preferências do decisor no contexto de decisão. No entanto, em muitas situações, o decisor pode apresentar fatores que o impeçam de definir valores exatos para os pesos, e o incentive a utilizar informações parciais na modelagem do problema. A proposta deste trabalho é estudar o desempenho de metodologias de pesos substitutos e indicar a mais adequada para representar o grau de importância dos critérios na aplicação do método PROMETHEE II. Para isto, é apresentado um processo de simulação que analisa diferentes estruturas de decisão geradas aleatoriamente com base na simulação Monte Carlo, através de testes condicionais e de correlação para verificar a proporção de casos em que a concordância do desempenho das metodologias de pesos substitutos é verdadeira em relação a um resultado de referência aleatório.

PALAVRAS CHAVE. Decisão Multicritério, Pesos Substitutos, PROMETHEE II.

ADM – Apoio à Decisão Multicritério

ABSTRACT

One of the main steps in the multi-criteria decision modeling process is the definition of weights for the evaluation criteria, which represent the decision-maker's preferences in the decision context. However, in many situations, the decision-maker may presents factors that prevent him/her to set exact values for the weights, and it can to incentive the using of partial information in the problem modeling. The purpose of this work is to study the performance of methodologies of surrogate weights and indicate the most appropriate to represent the degree of importance of the criteria in the application of PROMETHEE II method. For this, a simulation process that analyzes various random decision structures generated from Monte Carlo simulation is presented through correlation and conditional tests to verify the proportion of cases in which the correlation performance of the surrogate weights is true with respect to a random result of reference.

KEYWORDS. Multicriteria Decision. Surrogate weights. PROMETHEE II.

ADM – Multicriteria Decision Support

1. Introdução

A estrutura de um problema de decisão multicritério pode ser modelada quando o(s) decisor(es) enfrenta(m) uma situação em que deve(m) escolher uma alternativa, dentro de um conjunto viável, assumindo diversos critérios, que representam seus interesses de avaliação. Além das alternativas e dos critérios, essa estrutura deve inserir informações que representem a influência, ou importância, destes elementos para o contexto e o método de agregação capaz de computar os valores e contribuições das avaliações obtidas e indicar o resultado mais adequado para o contexto de decisão (Winterfeldt & Edwards, 1986; Almeida, 2013; Almeida *et al.*, 2015). Em especial, os critérios de avaliação devem representar todos os interesses do decisor sem redundâncias, e seus valores representativos devem ser definidos com exatidão. Para este trabalho, os valores representativos dos critérios serão referenciados por “pesos”, que expressam o valor de contribuição de um critério (Solymosi & Dombi, 1986; Roy & Mousseau, 1996; Choo *et al.*, 1999), e podem assumir diferentes interpretações dependentes do contexto de decisão.

A definição dos pesos dos critérios pode ser efetuada de forma direta, junto ao decisor, ou por metodologias de elicitación de preferências. Contudo, a definição exata dos valores para os pesos pode se tornar uma tarefa difícil para o decisor, devida a flexibilidade de inserir o número de critérios e alternativas que melhor represente o cenário de decisão, evidenciando a complexidade do contexto (Edwards, 1977). Em geral, quando o número de critérios envolvidos no problema é pequeno, o decisor é capaz de definir valores exatos para os pesos com maior facilidade. No entanto, à medida que o número de critérios aumenta, o decisor pode apresentar argumentos para não definir esses valores, tais como não sentir-se confortável, não possuir conhecimentos suficientes, ou não desejar fazê-lo.

Apesar das dificuldades apresentadas no processo de definição de valores exatos, o decisor é capaz de fornecer informações parciais sobre suas preferências, e a extração do mínimo de informações permite que o analista de decisão utilize metodologias que representem estes valores na estrutura multicritério (Stillewell *et al.*, 1981; Kirkwood & Sarin, 1985; Llamazares & Peña, 2013). Uma atribuição comumente utilizada para a indicação das preferências do decisor é a informação ordinal sobre os critérios, em que é exigida, apenas, a ordem de prioridade sobre os elementos do conjunto. Com este tipo de informação, é possível aplicar metodologias que ofereçam suporte na substituição de pesos, transformando a informação ordinal em valores cardinais para a inserção em modelos de decisão.

Alguns estudos avaliam e propõem a utilização de metodologias de substituição de pesos para representar os valores dos critérios em problemas de decisão com aplicação do modelo de agregação aditiva (Barron & Barret, 1996; Sarabando & Dias, 2009; Anh & Park, 2008; Kao, 2010; Ahn, 2011). Com base nesta contribuição, o presente trabalho se propõe a apresentar e avaliar o desempenho de diferentes metodologias para pesos substitutos, utilizando diferentes estruturas de decisão, com aplicação do método PROMETHEE II (Brans e Vincke, 1985), se diferencia do modelo aditivo por ser um método de sobreclassificação com racionalidade não compensatória no processo de avaliação das alternativas e oferecer uma pré-ordem completa entre as alternativas como resultado final, possibilitando o estudo sobre a ordenação das alternativas e sobre a escolha de uma alternativa, considerando os fluxos de desempenho obtidos pelas interações efetuadas.

Para a realização do estudo, foram assumidas estruturas de dados aleatórios com base na simulação Monte Carlo para verificar o desempenho de diferentes metodologias de pesos substitutos, com aplicação do método PROMETHEE II. O estudo é formulado por um processo de simulação de números aleatórios que permite comparar os resultados obtidos com o uso dos pesos substitutos a um resultado de referência, e calcular medidas de desempenho capazes de indicar as contribuições das metodologias selecionadas. As medidas de desempenho contribuem para a indicação da melhor metodologia assumindo a problemática de ordenação das alternativas e a escolha de uma alternativa, e considerando diferentes estruturas de decisão. Para isto, são realizados testes de hipóteses para verificar a correlação entre as ordenações com utilização do coeficiente de Kendall, e testes condicionais para verificar a proporção de casos semelhantes na indicação das alternativas alocadas em primeira posição.

Para a elaboração do trabalho, a Seção 2 apresenta um resumo sobre a aplicação das metodologias de pesos substitutos em problemas de decisão multicritério, a Seção 3 apresenta a estrutura do PROMETHEE II e a perspectiva dos pesos para este método, a Seção 4 descreve o processo de simulação realizado e apresenta os resultados que indicam a metodologia mais adequada para a proposta do estudo e, por fim, na Seção 5, são elaboradas as conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

2. Metodologias de Pesos Substitutos em Problemas de Decisão Multicritério

Em geral, numa estrutura de decisão multicritério, geralmente, os pesos dos critérios são representados por uma escala constante em que todos os elementos respeitam as restrições de serem maiores ou iguais a zero e a soma de todos os valores é igual a um. Com isso, assumindo-se que $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ é o conjunto de todos os pesos e $w_i \geq 0$ com $i = 1, 2, \dots, n$ sendo o número de critérios, tem-se que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Para as estruturas de decisão multicritério, é importante que os pesos dos critérios sejam definidos com exatidão para garantir a representatividade destes elementos no problema. No entanto, o decisor pode apresentar fatores que dificultem a execução desta atividade. Uma alternativa para representar os pesos dos critérios e minimizar o esforço do decisor sobre a definição dos valores exatos é a utilização da informação ordinal sobre o conjunto de critérios, e utilizar esta informação para representar a influência dos critérios através de metodologias de substituição de pesos em problemas de decisão multicritério.

Dessa forma, pode-se expressar a informação ordinal como $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n \geq 0$, em que w_1 é o critério de maior relevância e os elementos w_i podem ser definidos numa escala normalizada entre (0,1). Este tipo de informação permite que as preferências do decisor sejam mantidas pela preservação da ordem de prioridade sobre os critérios.

Existem várias metodologias que utilizam a informação ordinal para representar o valor dos pesos em problemas de decisão (Wang & Zionts, 2006). Para este trabalho foram utilizadas quatro metodologias. A primeira delas é a metodologia mais simples que assume a ausência de qualquer informação em relação à prioridade entre os critérios, ou seja, todos os critérios têm a mesma relevância para o problema de decisão (Dawes & Corrigan, 1974). Com isso, a recomendação é manter todos os critérios com pesos iguais (em inglês, *Equal Weights* – EW), assumindo-se a Equação (1), sendo n o número total de critérios em uma estrutura de decisão.

$$w_i(EW) = \frac{1}{n} \quad (1)$$

A segunda metodologia, utilizada neste estudo, assume a ordem dos critérios para oferecer pesos normalizados a partir da relação entre a posição do ordenamento do critério e a soma das posições, sendo reconhecida por *Rank-Sum* (RS) (Stillwell *et al.*, 1981). De acordo com o número de critérios, o intervalo dos pesos é normalizado pela escala que define o critério de maior importância com valor $n/(soma\ das\ posições)$ e o critério de menor importância com valor $1/(soma\ das\ posições)$, como expresso pela Equação 2.

$$w_i(RS) = \frac{2(n+1-i)}{n(n+1)} \quad (2)$$

Com base na metodologia *Reciprocal of the Ranks* (RR) (Stillwell *et al.*, 1981), é possível obter valores a partir da posição do critério no ordenamento, dividindo-se cada valor não normalizado pela soma dos critérios, obtendo-se valores que respeitam a restrição da soma igual a um. Esta metodologia é expressa pela Equação (3), em que $i = 1, 2, \dots, n$ é a posição do critério no ordenamento, e $j = 1, 2, \dots, n$ é o número de critérios.

$$w_i(RR) = \frac{1/i}{\sum_{j=1}^n 1/j} \quad (3)$$

A quarta metodologia adotada para este trabalho, é *Rank-Order Centroid* (ROC) (Barron, 1992). ROC utiliza os vértices de um simplex para definir o peso centroide para cada critério. O simplex é uma figura geométrica limitada por vértices de um conjunto convexo, útil para a representação de valores para a solução de problemas de programação linear (Deming, 1981). A partir da Equação (4) é possível atribuir os valores para cada posição dos critérios no ordenamento definido, em que n é o número de critérios, e $j = 1, 2, \dots, n$ é a posição dos critérios no ordenamento.

$$w_i(ROC) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{j} \quad (4)$$

As metodologias apresentadas para pesos substitutos oferecem estruturas simples, de fácil compreensão e aplicação. O objetivo deste trabalho é avaliar a eficiência destas metodologias através de um processo de simulação comparativo sobre o desempenho de EW, RS, RR e ROC, com aplicação do método PROMETHEE II, quando evidenciadas as intenções de obter uma ordem de prioridade entre as alternativas, baseado na problemática de ordenação e de selecionar a primeira melhor alternativa, baseado na problemática de escolha. Por esta perspectiva, é oportuna a apresentação do método selecionado.

3. Uma Visão Geral sobre o Método PROMETHEE II

Os métodos multicritério de sobreclassificação são caracterizados pela metodologia que define a superação entre o desempenho das alternativas. Estes métodos utilizam a comparação par a par para estabelecer a relação de superação entre o desempenho das alternativas, assumindo a possibilidade de haver incomparabilidade na estrutura de preferências do decisor (Almeida, 2013, Almeida *et al.*, 2015). Dentre os métodos de sobreclassificação, destaca-se a família de métodos PROMETHEE, que apresentam aplicações e contribuições em diversos contextos, tais como gestão de portfólios (Vetschera & Almeida, 2012; Almeida & Vetschera, 2012), gestão da manutenção em plantas produtivas (Cavalcante *et al.*, 2010), gestão da produção (Rao & Patel, 2010) e gestão de redes hidrográficas (Morais & Almeida, 2007; Maher & Mareschal, 1995; Fontana & Morais, 2013).

Dentre os métodos da família, destaca-se o PROMETHEE II. Este método é apresentado em dois módulos de operação: (i) construção das relações de sobreclassificação e (ii) exploração dessas relações para o apoio a decisão (Brans & Mareschal, 2002). No primeiro módulo, os atributos dos critérios do problema de decisão são avaliados para indicar o intervalo de diferenças entre as contribuições de cada critério. Assim, cada critério é associado a um tipo de função que descreve os limiares de preferências do decisor. O tipo de função para cada critério pode assumir uma das seis opções: (i) usual, (ii) quase-critério, (iii) limiar de preferência, (iv) pseudo-critério, (v) área de indiferença, e (vi) critério gaussiano. Ainda, no primeiro módulo são estabelecidas as relações de sobreclassificação.

Assim, considera-se o grau de sobreclassificação $\pi(a,b)$, calculado com base na comparação entre duas alternativas a e b , descrita por $P_i(a,b)$, relacionado a um critério particular e o intervalo de preferência entre (0,1). Este índice é definido por Brans & Vincke (1985) e expresso pela Equação (5), onde $w_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, representa a importância relativa de cada critério (que, por vezes, é referenciado por “peso” dos critérios) e $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

$$\pi(a,b) = \sum_{i=1}^n P_i(a,b) \cdot w_i \quad (5)$$

No segundo módulo do método, são definidos os fluxos de sobreclassificação que indicam as relações positiva e negativa a partir do resultado da comparação par a par entre as alternativas. O fluxo positivo é expresso pela Equação (6), e indica a relação em que o desempenho de a supera o desempenho de b . Enquanto o fluxo negativo é expresso pela Equação (7), e indica a superação de b em relação à alternativa a . Nestas expressões, $(m-1)$ é o número de

alternativas comparadas com uma alternativa de referência a . Os fluxos são calculados para cada uma das alternativas definidas pela estrutura de decisão (Brans & Mareschal, 2002).

$$\phi^+(a) = \frac{1}{m-1} \sum_{b \in A} \pi(a, b) \quad (6)$$

$$\phi^-(a) = \frac{1}{m-1} \sum_{b \in A} \pi(b, a) \quad (7)$$

A utilização dos fluxos positivos e negativos apresentados pelas Equações (6) e (7) oferece resultados normalizados para o valor da análise, mantendo os valores dentro do intervalo (0,1), independentemente do número de alternativas consideradas pela estrutura de decisão.

O PROMETHEE II oferece uma pré-ordem completa, através do cálculo do fluxo total líquido do desempenho de cada alternativa, obtido pela diferença entre os fluxos positivo e negativo de cada alternativa (Brans & Mareschal, 2002). O fluxo total líquido é expresso pela Equação (8), e apresenta valores dentro do intervalo (-1,1).

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad (8)$$

O PROMETHEE II é um método baseado na racionalidade não compensatória para avaliar as alternativas, e utiliza parâmetros como os pesos dos critérios para representar as preferências do decisor. Este método não oferece uma regra específica para a determinação dos pesos dos critérios, mas assume que o decisor é capaz de determinar valores apropriados para representar a importância destes, pelo menos em situações em que o número de critérios não seja tão grande, ou em situações em que não há fatores que dificultem o processo de definição destes valores. Quando a complexidade do problema é maior e o número de critérios é extenso, o decisor pode apresentar insegurança, desconforto, pouco conhecimento ou optar por não definir valores exatos e, por isso, recorrer a métodos analíticos que auxiliam o processo de elicitação ou substituição destes valores é uma alternativa para contornar estas dificuldades. Alguns desses processos são discutidos por Keeney & Raiffa (1976), Edwards (1977), Winterfeldt & Edwards (1986), Edwards & Barron (1994) e Wang & Zionts (2006).

A flexibilidade oferecida pelo PROMETHEE II quanto à definição dos pesos dos critérios permite a utilização de várias técnicas para representar as preferências do decisor. Assim, considerando-se as situações de incerteza em que o decisor dispõe apenas de informação ordinal sobre os critérios, a utilização de metodologias de pesos substitutos é coerente e suas integrações com o método PROMETHEE II são consistentes.

Por esta perspectiva, é oportuna a apresentação do estudo que identifica a metodologia de pesos substitutos, mais adequada para o método PROMETHEE II.

4. Estudo sobre Pesos Substitutos para o PROMETHEE II

Em linhas gerais, o estudo foi formulado por um experimento que consiste em gerar diferentes estruturas de dados aleatórios, obtidos pela simulação Monte Carlo, para a matriz de consequência e vetor de pesos, e aplicar o método PROMETHEE II para obter, em primeira instância, resultados de referência que serão comparados aos resultados da aplicação do método com estruturas de dados que utilizam pesos substitutos. Os resultados de referência assumem valores aleatórios reconhecidos como “verdadeiros”, que serão o alicerce para as comparações. O experimento é suportado por recurso computacional e simula várias estruturas de dados aleatórios por milhares de vezes, e os desempenhos das metodologias de pesos substitutos são computados por medidas capazes de avaliar a qualidade da informação oferecida por cada metodologia de representação de valores.

As medidas de desempenho utilizadas pelo estudo são definidas para identificar a proporção de casos em que os resultados simulados são compatíveis com a referência assumida. Desta forma, quanto melhor a conformidade (correlação, para a análise das ordenações, ou

semelhança, para a seleção de uma alternativa) dos resultados obtidos por cada uma das metodologias de pesos substitutos, mais adequada esta será para o estudo considerado.

4.1. Desenho do Experimento de Simulação

A Figura 1 representa a estrutura lógica do experimento, em que podem ser entendidas as etapas vivenciadas pelo processo de simulação.

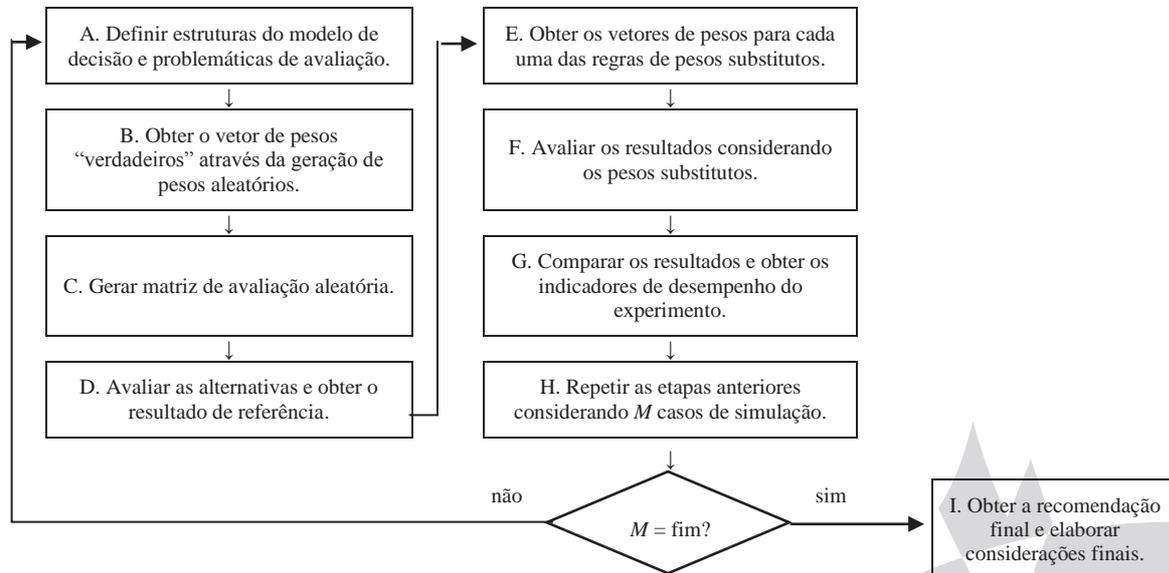


Figura 1. Estrutura Lógica do Experimento

A. Definir estruturas do modelo de decisão e problemáticas de avaliação: São considerados cinco diferentes números de critérios e cinco diferentes números de alternativas para a construção de diferentes matrizes de avaliação. Assim, as matrizes são construídas por 3, 6, 9, 12 ou 15 critérios, em que cada matriz tem 5, 10, 15, 20 ou 25 alternativas, configurando um cenário com 25 tipos de entrada de dados.

B. Obter o vetor de pesos "verdadeiros" através da geração de pesos aleatórios: O vetor de pesos "verdadeiros" é definido de forma aleatória em que os pesos podem assumir qualquer valor, com igual probabilidade de ocorrência, dentro do espaço de pesos, mantendo valores normalizados e concentrados no intervalo (0,1). Os critérios são ordenados de forma consecutiva e todos apresentam tipo de função usual. Quanto mais alta a posição de um critério no ranking, maior será seu peso. O vetor de pesos "verdadeiros" será a referência para a comparação de desempenho dos pesos substitutos.

C. Gerar matriz de avaliação aleatória: A matriz de consequências é definida com base na simulação Monte Carlo e pode assumir a distribuição triangular ou a distribuição uniforme como referência para a geração de dados aleatórios.

D. Avaliar as alternativas e obter o resultado de referência: Nesta etapa, o método PROMETHEE II é aplicado com os pesos "verdadeiros" para a obtenção do resultado "verdadeiro" que será a referência de comparação dos resultados obtidos pelos pesos substitutos.

E. Obter os vetores de pesos para cada uma das regras de pesos substitutos: As instruções matemáticas de cada uma das metodologias, EW, RS, RR e ROC, são executadas para a obtenção dos pesos representativos. Os vetores obtidos mantêm a informação ordinal original sobre os critérios de avaliação.

F. Avaliar os resultados considerando os pesos substitutos: O PROMETHEE II é executado assumindo-se cada um dos vetores obtidos pelas metodologias EW, RS, RR e ROC.

G. Comparar os resultados e obter os indicadores de desempenho do experimento: Os resultados obtidos pelos EW, RS, RR e ROC na aplicação do PROMETHEE II são comparados ao resultado definido como "verdadeiro".

H. *Repetir as etapas anteriores considerando M casos de simulação:* Para este estudo, foram analisados 1.000.000 de casos, em que cada resultado compreende uma parcela da avaliação geral sobre o desempenho das metodologias para pesos substitutos.

I. *Obter a recomendação final e elaborar as considerações finais:* O método da simulação requer recursos tecnológicos que demandam esforços computacionais robustos. Os resultados são calculados e apresentados em tabelas e recursos gráficos que facilitam seu entendimento e interpretação.

A proposta de analisar a escolha de uma alternativa com base na problemática de escolha e a problemática de ordenação é coerente com a utilização do método PROMETHEE II que oferece uma pré-ordem completa como resultado da sua aplicação. O modelo de simulação apresentado permite que as medidas de desempenho utilizadas sejam facilmente computadas e analisadas para avaliar as problemáticas selecionadas. Com base nestas medidas, é possível calcular o percentual de sucesso avaliando os resultados obtidos pelas comparações realizadas no experimento apresentado.

4.2. Resultados do Experimento sobre Pesos Substitutos para o PROMETHEE II

O objetivo do experimento é verificar o desempenho das metodologias EW, RS, RR e ROC como opções de representação para os pesos de critérios em problemas de decisão multicritério. Para a apresentação dos resultados, foram considerados dois tipos de problemáticas e para cada uma delas foram identificadas as medidas de desempenho assumidas para a avaliação da qualidade do objetivo proposto. Para todos os cenários, os dados de entrada para as matrizes de consequências foram simulados assumindo-se a distribuição triangular e a distribuição uniforme e considerando-se 1.000.000 casos. Desta forma, é possível analisar a contribuição mais adequada das regras de decisão para cada problemática de decisão.

Para a problemática de selecionar uma alternativa, a simulação foi limitada na avaliação da primeira posição dos resultados obtidos em cada evento simulado. A primeira medida de desempenho, denominada *Taxa de Sucesso*, é capaz de indicar o percentual de casos em que as indicações obtidas pelos EW, RS, RR e ROC foi igual àquela indicada pelo resultado “verdadeiro”. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 1 – Parâmetros Estatísticos sobre a Taxa de Sucesso

	Distribuição Triangular				Distribuição Uniforme			
	EW	RS	RR	ROC	EW	RS	RR	ROC
Média	47,09	72,70	75,47	80,95	48,56	73,75	76,55	81,63
Variância	67,83	19,97	14,05	7,68	51,54	11,59	10,18	9,07
Mínimo	29,00	59,56	68,92	72,66	38,06	68,26	71,69	75,93
Máximo	63,65	81,56	83,64	85,68	63,77	80,90	83,34	87,55

A Taxa de Sucesso indica que a metodologia mais adequada será aquela que apresentar o maior percentual de casos com semelhança entre os resultados. Considerando-se o valor da média dos percentuais obtidos pelas estruturas de dados gerados a partir da distribuição triangular, tem-se que o valor de $ROC = 80,95 > RR = 75,47 > RS = 72,70 > EW = 47,09$. Da mesma forma, para os elementos simulados pela distribuição uniforme o $ROC = 81,63 > RR = 76,55 > RS = 73,75 > EW = 48,56$. Estas relações destacam o ROC como mais adequado pela proporção de casos verificados, como destacado na Tabela 1.

Ainda, para selecionar uma alternativa, a simulação calcula a *Média do Valor de Perda* que verifica a diferença absoluta entre o fluxo total do resultado “verdadeiro” e o fluxo total obtido pela utilização de EW, RS, RR e ROC. Por esta medida, é possível indicar os resultados com aplicação de pesos substitutos que mais se aproximam dos resultados “verdadeiros”, avaliando-se as alternativas alocadas na primeira posição. A partir desta medida, quanto menor for essa diferença média, mais adequada será a regra de decisão para o cenário considerado. A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 2 – Parâmetros Estatísticos sobre a Média do Valor de Perda

	Distribuição Triangular				Distribuição Uniforme			
	EW	RS	RR	ROC	EW	RS	RR	ROC
Média	0,12392	0,07352	0,06272	0,05112	0,12468	0,07352	0,06120	0,05024
Variância	0,00052	0,00013	0,00021	0,00019	0,00030	0,00008	0,00016	0,00016
Mínimo	0,079	0,058	0,044	0,032	0,083	0,059	0,047	0,035
Máximo	0,164	0,104	0,105	0,091	0,162	0,103	0,103	0,089

Com base na Tabela 2, para os dados simulados pela distribuição triangular, pode-se observar que o valor da média de $ROC = 0,05112 < RR = 0,06272 < RS = 0,07352 < EW = 0,12392$ e para elementos simulados pela distribuição uniforme, $ROC = 0,05024 < RR = 0,07352 < RS = 0,07352 < EW = 0,12468$. Estas relações confirmam a adequação do ROC para os casos simulados, considerando-se a seleção de uma alternativa.

Em segunda instância, a problemática de ordenação foi analisada com base em testes estatísticos de verificação da proporção de casos em que há a ocorrência de correlação entre os resultados obtidos. Para esta medida, foi considerado o teste de hipóteses com indicação do coeficiente de correlação de Kendall (Siegel, 1975). Em primeira instância, considerou-se a proporção de casos em que a adequação é verificada sobre os níveis de significância $\alpha = 0,01$; $\alpha = 0,05$; $\alpha = 0,10$ e $\alpha = 0,15$. As proporções de casos computados para os dados simulados pela distribuição triangular e pela distribuição uniforme são semelhantes, considerando cada metodologia de pesos substitutos e os níveis de significância. A Tabela 3 apresenta os resultados.

Tabela 3 – Proporção de casos com correlação confirmada para cada nível de significância

Alfa	Distribuição Triangular				Distribuição Uniforme			
	EW	RS	RR	ROC	EW	RS	RR	ROC
0,01	57,9	76,9	78,4	79,5	57,4	76,9	78,5	79,4
0,05	71,8	85,9	87,1	89,3	71,6	86,5	87,9	90,0
0,10	80,7	93,3	94,5	96,4	80,9	94,1	95,4	96,9
0,15	87,2	97,0	97,9	98,9	87,6	97,5	98,3	99,1

Para esta medida, quanto maior a proporção de casos com correlação confirmada para cada nível de significância, mais adequada é a metodologia. A partir da Tabela 3, pode-se verificar o melhor desempenho para o ROC.

Ainda, é possível considerar a proporção de casos em que, dada a ordenação obtida com a utilização de pesos “verdadeiros”, a posição de cada alternativa foi mantida nas ordenações obtidas com a aplicação de cada metodologia de pesos substitutos. Ou seja, é possível computar a proporção de casos em que cada alternativa permaneceu em sua posição “original”, assumindo as ordenações “verdadeiras” como referência, quando aplicados os EW, RS, RR e ROC. Para isso, foi estabelecido um procedimento que analisou o conjunto de resultados por número de alternativas considerando as estruturas com 5, 10, 15, 20 e 25 alternativas agrupadas, assumindo-se a distribuição triangular e a distribuição uniforme para a geração dos dados aleatórios para a matriz de avaliação em cada caso. Os resultados são resumidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Média de Permanência das Alternativas considerando cada Estrutura de Decisão

n	Distribuição Triangular					Distribuição Uniforme				
	05	10	15	20	25	05	10	15	20	25
03	63,38	50,80	38,98	28,96	28,63	66,31	48,36	38,45	32,04	27,50
06	61,78	48,45	37,70	32,93	26,18	65,06	46,85	36,73	30,34	25,79
09	63,03	47,93	35,79	29,12	24,96	64,44	46,24	36,23	29,82	25,36
12	61,78	43,65	34,19	30,57	23,25	63,86	45,49	35,62	29,30	24,91
15	60,74	41,98	36,47	29,07	24,14	63,28	44,93	35,10	28,83	24,53

A partir da Tabela 4, a regra geral consiste em quanto menor o número de critérios, maior é a proporção em que as alternativas se mantêm nas posições originais. Enquanto que, quanto menor o número de alternativas, maior é o percentual considerado. Avaliando a média de permanência das alternativas em relação à ordem “original”, a metodologia para pesos substitutos que apresentou melhores resultados foi a ROC, cujas médias foram superiores as da RR, RS e EW, respectivamente, para a maioria dos casos. Esta perspectiva é relevante para avaliar a robustez dos dados e verificar o grau de coesão entre as ordenações obtidas.

Em complemento, o estudo permite a elaboração de mais indicadores sobre a análise de correlação entre as ordenações das alternativas. Desta forma, é possível considerar a média de casos em que as alternativas apresentam mudanças de posições no resultado final das ordenações. Para verificar a mudança de ordem, foi computado o percentual de vezes em que cada alternativa alterou uma, duas ou mais de duas posições, considerando postos superiores ou inferiores, em relação à ordenação “original”. Para esta medida, foram computados os valores médios de mudança para cada cenário simulado, apresentados pela Figura 2, que ilustra os percentuais médios considerados para a aplicação de cada metodologia de peso substituto, considerando a mudança de uma, duas ou mais de duas posições no resultado das ordenações.

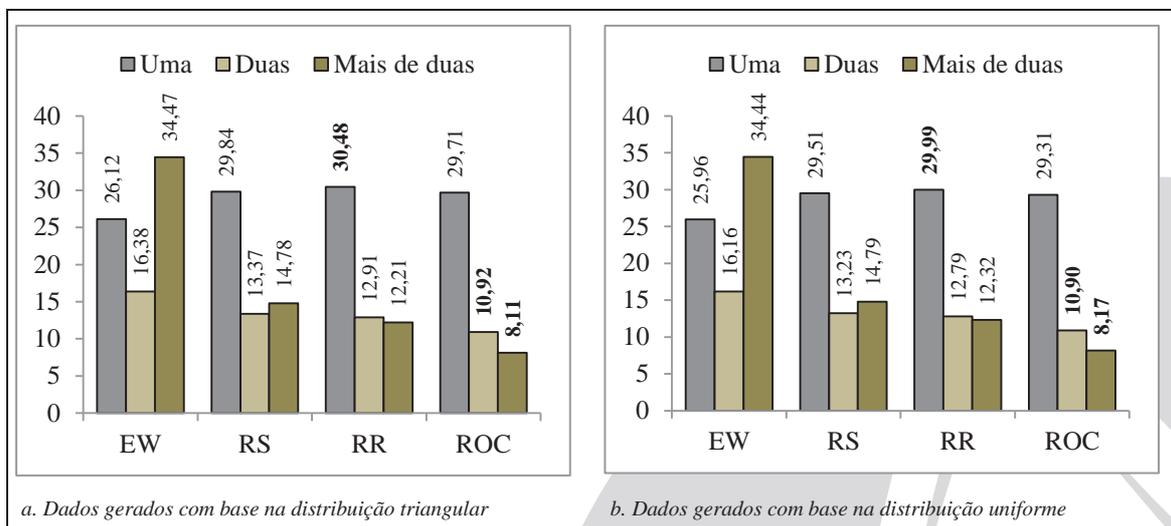


Figura 2. Percentual Médio referente à Alteração de Posições para cada Peso Substituto

Para o caso em que as mudanças podem ocorrer em apenas uma posição no ordenamento, a metodologia que apresenta melhor desempenho é a RR. Por outro lado, o ROC apresenta melhores indicadores quando analisados os contextos de alteração de duas ou mais posições na ordenação das alternativas. O percentual apontado para o ROC na avaliação da mudança de uma posição é muito próximo do melhor indicador e, em adição, seu percentual é relevante para as duas últimas observações. Com isso, pode-se assumir o ROC como a recomendação mais adequada, levando-se em consideração esta medida de avaliação.

Os resultados do presente estudo apontaram que o EW não apresenta uma contribuição significativa na representação de pesos, em especial quando a ponderação dos critérios é importante para definir as preferências do decisor em um processo de decisão. Por outro lado, os resultados evidenciaram a eficiência do ROC sobre o RR, RS e EW para representar os pesos dos critérios na seleção de uma melhor alternativa e na problemática de ordenação, com a aplicação do PROMETHEE II. Ainda, a contribuição do experimento permite assumir uma hierarquia sobre as metodologias para pesos substitutos, quando evidenciados os desempenhos destas na aplicação do método multicritério utilizado, e permite o desenvolvimento de novas contribuições para os diferentes contextos de decisão multicritério.

A aplicação do PROMETHEE II com a representação de pesos ROC apresenta contribuições eficientes para o processo de decisão em diversos contextos. Em destaque, Almeida

et al. (2014) e *Morais et al.* (2015) utilizam a metodologia PROMETHEE-ROC para o tratamento do problema de avaliação e priorização de tecnologias críticas para a geração de energia elétrica no território brasileiro. Os resultados obtidos pelos autores satisfazem os interesses estratégicos deste setor e confirmam a contribuição da integração dos pesos ROC e métodos de decisão multicritério com racionalidade não compensatória.

5. Conclusões

A utilização das regras de decisão para representar os pesos de critérios em problemas de decisão multicritério é eficiente. Essa situação é comumente exemplificada quando o decisor não se sente seguro para indicar valores exatos sobre suas preferências e limita-se a entregar informações parciais sobre o contexto. Existem muitos recursos capazes de facilitar essa representação e apresentam influências significativas para aplicações em problemas multicritério.

O estudo proposto avaliou o desempenho dos EW, RS, RR e ROC para verificar a escolha de uma alternativa e a problemática de ordenação, aplicando o método PROMETHEE II. Essas metodologias foram selecionadas por apresentarem relevância para a literatura e terem suas eficiências comprovadas em estudos comparativos com aplicação de modelos multicritério de agregação aditiva (Barron & Barret, 1996). A escolha do PROMETHEE II foi motivada pela análise sobre a racionalidade não compensatória em métodos multicritério e pela oferta de uma pré-ordem completa que favorece o tratamento das problemáticas relacionadas à escolha de uma melhor alternativa e à ordenação das alternativas disponíveis.

Para assumir medidas de desempenho significativas para indicar a metodologia mais adequada, foram realizadas simulações que permitem a oferta de argumentos referentes informação parcial sobre os pesos. A partir das medidas utilizadas pelo estudo proposto, é possível indicar o ROC como a metodologia que apresenta desempenho satisfatório para a representação de pesos de critérios em problemas de decisão e na aplicação do método PROMETHEE II. Com isso, os resultados do experimento permitem a apresentação de uma nova metodologia: o PROMETHEE-ROC (Almeida *et al.*, 2014; *Morais et al.*, 2015). Pela flexibilidade apresentada por esta nova metodologia, esta pode ser aplicada de forma coerente, robusta e com fácil compreensão em diferentes contextos de decisão.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio parcial do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Referências

- Ahn, B.S. e Park, K.S.** (2008), Comparing methods for multiattribute decision making with ordinal weights. *Computers & Operations Research*, 35, 1660-1670.
- Ahn, B.S.** (2011), Compatible weighting method with rank order centroid: Maximum entropy ordered weighted averaging approach. *European Journal of Operational Research*, 212, 552-559.
- Almeida, A.T.** *Processo de Decisão nas Organizações: Construindo Modelos de Decisão Multicritério*. 1. ed. Editora Atlas, São Paulo: 2013.
- Almeida, A.T. e Vetschera, R.** (2012), A note on scale transformations in the PROMETHEE V method. *European Journal of Operational Research*, 219, pp.198–200.
- Almeida, A.T., Morais, D.C., Alencar, L.H., Clemente, T.R.N., Krym, E.M. e Barboza, C.Z.** (2014), A Multicriteria Decision Model for Technology Readiness Assessment for Energy Based on PROMETHEE method with surrogate weights. In: IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM) 2014, Bandar Sunway. *Proceeding's IEEM 2014*.
- Almeida, A.T. de; Cavalcante, C.A.V.; Alencar, M.H.; Ferreira, R.J.P.; Almeida-Filho, A.T. e Garcez T.V.** *Multicriteria and Multiobjective Models for Risk, Reliability and Maintenance Decision Analysis*. International Series in Operations Research & Management Science, v. 231. New York: Springer, 2015.
- Barron, F.H.** (1992), Selecting a best multiattribute alternative with partial information about attribute weights, *Acta Psychologica*, 80, 91-103.

- Barron, F.H. e Barret, B.E.** (1996), Decision quality using ranked attribute weights, *Management Science*, 42, 1515–1523.
- Brans, J.P. e Mareschal, B.** *PROMÉTHÉE – GAIA: une méthodologie d'aide à la décision en présence de critères multiples*. Bruxelles: Éditions de L'Université de Bruxelles, 2002.
- Brans, J.P. e Vincke, P.** (1985), A preference ranking organization method, *Management Science*, vol.31, pp.647–656.
- Cavalcante, C.A.V., Ferreira, R.J.P. e Almeida, A.T.** (2010) A preventive maintenance decision model based on multicriteria method PROMETHEE II integrated with Bayesian approach. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20, 1-16.
- Choo, E.U., Schoner, B., Wedley, W.C.** (1999). Interpretation of criteria weights in multicriteria decision making. *Computers & Industrial Engineering*, 37, 527-541.
- Dawes, R.M. e Corrigan, B.** (1974), Linear Models in Decision Making. *Psych. Bul*, 81, 91-106.
- Deming, S.N.** (1981), The Role of Optimization Strategies in the Development of Analytical Chemical Methods, *American Laboratory*, 13, 42.
- Edwards, W.** (1977), How to use multivariate utility measurement for social decision making. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, vol.7, pp.326-340.
- Edwards, W. e Barron, F.H.** (1994), SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Org. Behavior and Human Decision Processes*, 60, 306-325.
- Fontana, M.E e Morais, D.C.** (2013) Using PROMETHEE V to Select Alternatives so as to Rehabilitate Water Supply Network with Detected Leaks. *Water R. Manag.*, 27, 4021-4037.
- Kao, C.** (2010), Weight determination for consistently ranking alternatives in multiple criteria decision analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 34, 1779-1787.
- Keeney R.L. e Raiffa, H.** *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, New York: 1976.
- Kirkwood, C.W. e Sarin, R.K.** (1985), Ranking with partial information: A method and an application, *Operations Research*, 33, 38–48.
- Llamazares, B. e Peña, T.** (2013), Aggregating preferences rankings with variable weights. *European Journal of Operational Research*, 230, 348–355.
- Maher, A-T.F. e Mareschal, B.** (1995) Water resources planning in the Middle East: Application of the PROMETHEE V multicriteria method. *Eur. J. of Oper. Res.*, 81, 500-511.
- Morais, D.C. e Almeida, A.T.** (2007) Group decision-making for leakage management strategy of water network. *Resources, Conservation and Recycling*, 52, 441-459.
- Morais, D.C., Almeida, A.T., Alencar, L.H., Clemente, T.R.N. e Cavalcanti, C.Z.B.** (2015), PROMETHEE-ROC Model for Assessing the Readness of Technology for Generating Energy. *Mathematical Problems in Engineering (Print)*, 1-11.
- Rao, R.V. e Patel, B.K.** (2010) Decision making in the manufacturing environment using an improved PROMETHEE method. *International Journal of Production Research*, 48, 4665-4682.
- Roy, B. e Mousseau, V.** (1996), A theoretical framework for analysing the notion of relative importance of criteria. *Journal od Multi-Criteria Decision Analysis*, 5, 145-159.
- Sarabando, P. e Dias, L.C.** (2009), Multiattribute choice with ordinal information: A comparison of different decision rules. *IEEE Trans. Syst., Man, & Cybern. (P. A)*, 39, 545–554.
- Siegel, S.** *Estatística não-paramétrica: para as ciências do comportamento*. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo: 1975.
- Solymosi, T. e Dombi, J.** (1986), A method for determining the weights of criteria: The centralized weights. *European Journal of Operational Research*, vol.26, pp.35-41.
- Stillwell, W. G., Seaver, D.A. e Edwards, W.** (1981), A Comparison of Weight Approximation Techniques in Multiattribute Utility Decision Making. *Org. Behav. & Hum. Performc.*, 28, 62-77.
- Vetschera, R. e Almeida, A.T.** (2012), A PROMETHEE-based approach to portfolio selection problems. *Computers & Operations Research*, 39, pp.1010-1020.
- Wang, J. e Zionts, S.** (2006), Random-weight generation in multiple criteria decision models. *MCDM 2006*, Chania, Greece, June 19-23.
- Winterfeldt, D. von e Edwards, W.** *Decision Analysis and Behavioral Research*, Cambridge University Press, NY, 1986.