

MIP-HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM INDÚSTRIAS CERVEJEIRAS

Tamara A. Baldo

Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção
Via Washington Luiz, km.235, 13565-905, São Carlos-SP, Brasil
tamara@dep.ufscar.br

Maristela O. Santos

Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos-SP, Brasil
mari@icmc.usp.br

Reinaldo Morabito

Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção
Via Washington Luiz, km.235, 13565-905, São Carlos-SP, Brasil
morabito@dep.ufscar.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma nova MIP-heurística para a solução do problema multiestágio de planejamento e programação da produção em indústrias cervejeiras. O objetivo é a obtenção de planos de produção viáveis que otimizam as decisões de planejamento e programação envolvidas durante o processo produtivo. Basicamente, o processo de fabricação de cerveja pode ser dividido em dois estágios principais: preparação do líquido e envase. Este trabalho explora uma heurística que desacopla estes estágios, tentando representar a prática da indústria. As soluções obtidas pela MIP-heurística foram comparadas com as obtidas pelo modelo matemático que integra ambos os estágios, como, também, com outros métodos MIP-heurísticos existentes. A MIP-heurística apresentada neste trabalho foi testada com as mesmas instâncias utilizadas na literatura, que foram geradas com base em dados reais. Os resultados são analisados e a abordagem apresenta-se promissora.

PALAVRAS CHAVE. MIP-heurística, indústria cervejeira, planejamento e programação da produção.

Área Principal: AD & GP, PM.

ABSTRACT

This article presents a new MIP-heuristic for the solution of the multistage planning and scheduling production problem in brewery industries. The objective is to obtain viable production plans that optimize the planning and scheduling decisions involved in the production process. Basically, the brewing process can be divided into two main stages: liquid preparation and filling. This paper explores a heuristic that decouples these stages, trying to represent the practice of industry. The solutions obtained by MIP-heuristic were compared with those obtained by the mathematical model that integrates both stages, as also with other existing MIP-heuristic methods. The MIP-heuristic presented here was tested with the same instances used in the literature that were generated based on real data. The results are analyzed and the approach has to be promising.

KEYWORDS. MIP-heuristic, brewery industry, planning and scheduling problem.

Main Area: AD & GP, PM.

1. Introdução

O processo de fabricação de cerveja pode ser dividido em duas etapas principais, a preparação do líquido que ocorre, em sua maior parte do tempo, dentro de tanques de fermentação e maturação (estágio I) e o envase do líquido para a obtenção do produto final (estágio II). O estágio II começa apenas se houver líquido pronto e disponível para o envase. O problema de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção presente nas indústrias cervejeiras é classificado como multi-estágio. Na produção multiestágio, um item final possui itens predecessores, que também devem ser programados para produção ou compra. Os itens finais possuem suas próprias demandas, chamadas demandas independentes, enquanto que os itens predecessores possuem demandas dependentes (utilizados como componentes de outros itens) e podem possuir demandas independentes. Sendo assim, as decisões tomadas em um estágio depende (ou influencia) diretamente nas decisões de pelo menos um outro estágio. Existem vários trabalhos sobre técnicas de resolução para o problema de dimensionamento de lotes multiestágio considerando variações na estrutura do produto e/ou na limitação de capacidade. Dentre as muitas pesquisas que envolvem este problema, destacamos as seguintes: Billington et al. (1983), Maes et al. (1991), Ferreira et al. (2009) e Toledo et al. (2013).

No processo de produção de cerveja, durante o estágio I, ocorre o problema de dimensionamento de lotes, que consiste em planejar a quantidade de cada líquido a ser produzida durante os períodos ao longo de um horizonte de tempo finito, estabelecer quais tanques serão utilizados durante o processo de fermentação/maturação, qual a quantidade e qual líquido a ser alocado a cada tanque, entre outras decisões, de modo a atender a demanda de líquido, respeitando as limitações dos recursos e otimizando uma função objetivo (minimização de custos). Revisões da literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes podem ser encontradas em Karimi et al. (2003) e Jans & Degraeve (2007).

Para o estágio II, além do problema de dimensionamento de lotes, tem-se o problema de sequenciamento da produção. Para que a produção de determinado lote de um item se inicie, a(s) máquina(s) precisa(m) estar preparada(s). Porém, o custo e o tempo de preparo das máquinas normalmente independem do tamanho deste lote de produção. Com isto, muitas vezes torna-se vantajoso produzir quantidades maiores e estocar, do que produzir um mesmo item por diversas vezes durante o horizonte de planejamento. Além disso, o preparo de máquina pode ser influenciado pela sequência da produção. Ou seja, a capacidade disponível para a produção dependerá tanto do tamanho quanto do sequenciamento dos lotes de produção. Por exemplo, durante a fase de envase da cerveja, o líquido precisa estar pronto para ser envasado e, ainda, a linha de envase preparada para o início da produção. Se o item for uma garrafa retornável de 600ml, esta linha deve estar preparada para lavar e esterilizar a embalagem, enchê-la de líquido, fechar a garrafa, pasteurizar o produto e rotular a embalagem. Se for uma lata de 350ml, esta já vem esterilizada, então deve-se encher, fechar a lata e pasteurizar o líquido. O tempo de preparo das linhas de envase é influenciado pela sequência de produção, por exemplo, se o produto anterior for uma cerveja de puro malte e a próxima cerveja contenha grãos¹ de milho, o tempo de preparação é de 20 minutos, aproximadamente. Porém, se considerarmos a sequência contrária, o tempo de preparo é de 1,5 horas, supondo o mesmo tipo de embalagem para ambas. Na indústria cervejeira, no estágio I tem-se um problema independente da sequência de produção, enquanto no estágio II, a ordem de produção é importante. Algumas revisões bibliográficas sobre problemas de sequenciamento da produção podem ser encontradas em Błażewicz et al. (1996) e Pinedo (1995). Estudos mais recentes mostram que o problema de sequenciamento tem sido tratado de forma conjunta aos problemas de dimensionamento (Drexler & Kimms, 1997; Suerie, 2005), assim como ocorre durante o estágio II do processo de produção de cerveja.

Esta pesquisa aborda o problema multiestágio de planejamento e programação da produção presente na indústria cervejeira, propondo um novo método MIP-heurístico cuja resolução obtém

¹farinha grosseira (Dicionário Michaelis. Editora Melhoramentos.)

planos de produção viáveis. Este problema é pouco explorado pela literatura, sendo o trabalho de Baldo et al. (2014) um dos pioneiros (talvez, o único) que aborda o problema tal como proposto nesta pesquisa.

As demais seções deste trabalho foram organizadas de forma que na Seção 2 apresentasse a revisão da literatura. A Seção 3 faz uma breve descrição do problema e aborda o modelo matemático presente na literatura. A Seção 4 traz a nova MIP-heurística proposta para obter planos de produção viáveis e efetivos para o problema em questão. Na Seção 5 aborda-se os resultados obtidos. E, por fim, as conclusões e perspectivas futuras são mostradas na Seção 6.

2. Revisão da literatura

Na literatura, existem diversos trabalhos que abordam o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção na indústria de bebidas (sucos, água, refrigerantes, etc). Como descrito em Ferreira et al. (2009), em geral, nestas indústrias a produção é dividida em dois estágios principais. No primeiro estágio, ocorre a preparação dos xaropes. No segundo estágio, os xaropes são escoados pelas linhas de envase (para o refrigerante, por exemplo, adiciona-se água carbonatada nesta etapa), resultando no produto final. Um tanque pode produzir apenas um xarope por vez e somente pode ser reabastecido quando estiver vazio. Cada tanque pode suprir mais de uma linha de envase; entretanto, uma linha pode receber líquido de apenas um tanque por vez. Neste aspecto, a indústria cervejeira e a indústria das demais bebidas são bem semelhantes. Descrições pormenorizadas sobre o processo de produção de bebidas podem ser encontradas em Ferreira et al. (2009). Este problema requer modelos específicos para representá-lo, sendo abordado, por exemplo, em Ferreira et al. (2009) e Ferreira et al. (2012).

Segundo Baldo et al. (2014), existem diferenças entre os problemas de dimensionamento de lotes e programação da produção presentes nas indústrias de bebidas (sucos, água, refrigerantes, etc) e nas indústrias cervejeiras; principalmente quando refere-se ao estágio I, preparação do líquido. O tempo de preparação dos líquidos nas indústrias de bebidas, em geral, é de no máximo algumas horas. Por outro lado, na fabricação de cerveja, o estágio I (fermentação e maturação) necessita de vários dias para se completar (de 3 a 41 dias, dependendo do tipo de cerveja). Outra diferença é que na indústria cervejeira, após o período de fermentação e maturação, o líquido pronto pode permanecer armazenado nos tanques durante vários dias, enquanto espera para ser envasado; o que não ocorre na indústria de bebidas devido a perecibilidade dos xaropes. Quando analisa-se o estágio II de ambas as indústrias, nota-se semelhanças entre estas.

Para o problema multiestágio de planejamento e programação da produção de cerveja, foram encontrados poucos trabalhos que abordam explicitamente ambos os estágios, Baldo et al. (2014) é um dos únicos que fez esta integração. Uma outra pesquisa realizada na indústria cervejeira é o trabalho de Guimarães et al. (2012), que aborda o problema da produção anual em uma empresa de bebidas de Portugal, considerando um ambiente multi-planta, a sazonalidade da demanda, entre outras especificidades desta empresa, permitindo transferência de produção entre plantas. Porém, não consideram as decisões presentes durante o estágio I. Guimarães et al. (2012) propõem um algoritmo VNS (*Variable Neighborhood Search*) para a resolução do problema.

Em Baldo et al. (2014), apresenta-se um modelo matemático e duas abordagens MIP-heurísticas que utilizam estratégias *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*, cuja solução fornece planos de produção, que estabelecem a quantidade, a sequência e o tempo que cada um dos líquidos/itens requer em cada um dos estágios e suas respectivas utilizações dos recursos, com a finalidade de atender a demanda. O modelo matemático considera vários tanques e linhas de envase, e o estágio II foi construído com base nos problemas GLSP - *General Lot Sizing and Scheduling Problem* (Fleischmann & Meyr, 1997), semelhante ao de Ferreira et al. (2009) para as indústrias de refrigerantes. A heurística *relax-and-fix* é um procedimento fundamentado na resolução iterativa de subproblemas MIPs, resultantes da decomposição do problema original em problemas menos complexos, sendo estes resolvidos rapidamente e fornecendo boas soluções (Wolsey, 1998). O procedimento

fix-and-optimize busca melhorias à solução corrente.

3. Descrição do problema e modelo matemático

Para Morado (2009), há diversos tipos de cerveja e estas podem ser categorizadas de acordo com a sua coloração, teor alcoólico, ingredientes, tempo e temperatura durante a fermentação, entre outros fatores. Sendo assim, existe um processo de produção distinto e específico para cada tipo de cerveja, porém, as etapas envolvidas durante a produção são as mesmas, distinguindo-se, principalmente, na utilização de determinadas matérias-primas e tempos de processamento em cada uma das etapas, seja tempo de fermentação, maturação, brassagem, etc.

Em Baldo et al. (2014), os autores definem o processo de produção de cerveja composto por dois estágios principais. Sendo o estágio I responsável pela produção do líquido e o estágio II pelo envase. Entretanto, há diversas subetapas que compõem o estágio I e o estágio II, sendo estas descritas a seguir:

⇒ **Preparação do líquido (estágio I):** este estágio é o mais lento, tendo duração de vários dias. As subetapas que o compõem são:

- **Brassagem:** este processo tem por objetivo a obtenção do mosto cervejeiro e sua duração média é de 4 a 6 horas. Mosto cervejeiro é o líquido obtido com junção do malte, água potável e lúpulo após passarem por alguns processos térmicos. Rico em açúcares e pronto para começar o processo de fermentação;
- **Fermentação:** são adicionadas leveduras ao mosto. Durante esta etapa, os fatores mais importantes a serem controlados são: temperatura, duração, contrapressão, escolha das leveduras e a quantidade de leveduras a ser utilizada. Ao término, a levedura flocula sendo recolhida. A fermentação é considerada o gargalo da produção, pois a duração média é de 3 a 41 dias, dependendo da cerveja a ser produzida;
- **Maturação:** o processo de maturação tem início logo após retirada das leveduras e ocorre no mesmo tanque utilizado para o processo de fermentação e sua duração média é entre 2 a 4 dias. Ao término da maturação, a cerveja precisa ser filtrada. Após o término da filtragem, o líquido já está pronto para ser envasado.

⇒ **Envase (estágio II):** Esta é a fase final do processo de produção, onde a cerveja será envasada em garrafas de vidro, latas de alumínio, barris, etc. O processo de envase ocorre sobre uma esteira rolante, conduzindo embalagens em todo seu curso para: **limpeza das embalagens, enchimento, fechamento da embalagens, pasteurização, rotulagem e empacotamento** (as embalagens são agrupadas em *packs*).

Os gargalos presentes em cada um destes estágios são o foco deste trabalho, assim como em Baldo et al. (2014); visto que, as decisões de programação da produção dos demais processos envolvidos durante a produção são deriváveis a partir das decisões da programação da produção estabelecidas para cada um dos processos gargalo em cada um dos estágios. O gargalo da produção na fase I é o processo de fermentação/maturação, pois os tanques ficam ocupados durante vários dias até a cerveja ficar pronta e disponível para o envase. Com relação ao estágio II, o gargalo do processo encontra-se no envase, pois a velocidade em que as embalagens são cheias com líquidos influencia diretamente na liberação (ou não) dos tanques.

O modelo matemático proposto em Baldo et al. (2014), considera o horizonte de planejamento composto por algumas semanas e este é dividido em períodos correspondentes a dias. Sendo assim, durante o estágio I, os períodos somam um total de $|T|$ dias. Para conseguir controlar as decisões envolvidas no estágio II, dividiu-se os $|T|$ dias em duas partes disjuntas, T_1 e T_2 , possuindo uma segmentação de tempo diferente para cada. Logo, a cada dia $t \in T$ há uma subdivisão em um conjunto λ_t , composto por sub-períodos (p) de tamanhos flexíveis (veja Figura 1). Para cada

$t \in T_1$, $|\lambda_t| \leq \Omega$ e para cada $t \in T_2$, $|\lambda_t| = 1$, ou seja, o número de sub-períodos por dia varia apenas na primeira parte (T_1) do horizonte de planejamento, mantendo-se semelhante a divisão utilizada para os tanques na segunda parte T_2 ($T = T_1 \cup T_2$, $T_1 \cap T_2 = \emptyset$). Esta divisão do horizonte de planejamento proporciona um maior detalhamento durante os $|T_1|$ primeiros períodos. A seguir, mais detalhes sobre o modelo.

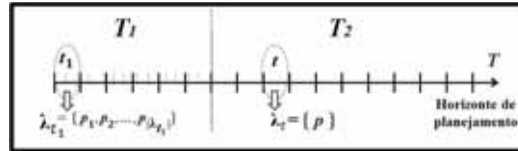


Figura 1: Divisão do horizonte de planejamento (Baldo et al., 2014).

Conjuntos:

N : conjunto de itens (i e $j \in N$);

L : conjunto de líquidos ($l \in L$);

M : conjunto de linhas de envase ($m \in M$);

O : conjunto dos tanques ($o \in O$);

T_1 : conjunto dos períodos pertencentes a primeira parte do horizonte de planejamento ($t \in T_1$);

T_2 : conjunto dos períodos pertencentes a segunda parte do horizonte de planejamento ($t \in T_2$);

T : conjunto dos períodos ($T = T_1 \cup T_2$, $T_1 \cap T_2 = \emptyset$);

γ_l : conjunto de itens que utilizam l em sua composição ($l \in L$);

μ_m conjunto de itens que podem ser produzidos em m ($m \in M$).

Parâmetros:

Δ_l : quantidade de períodos que o líquido l utiliza o recurso (tanque) para seu processamento (tempo de fermentação/maturação e limpeza dos tanques);

d_{it} : demanda do item i no período t ;

h_i^+ : custo de estoque de uma unidade do item i ;

h_i^- : custo de atraso de uma unidade do item i ;

a_{mi} : tempo de produção de uma unidade do item i na linha de envase m ;

C_{mt} : tempo disponível da envasadora m no período t ;

r_{li} : quantidade de líquido l necessária para produzir uma unidade do item i ;

b_{mji} : tempo de preparação da envasadora m ao trocar a preparação do item j para i ;

Cap_{min}^o : capacidade mínima do tanque o ;

Cap_{max}^o : capacidade máxima do tanque o ;

Ω : número máximo de preparações em uma envasadora durante um período;

α : número suficientemente pequeno;

B : número suficientemente grande;

$I_{i0}^+ = 0$: não há estoque no início do horizonte de planejamento para o item i ;

$I_{i0}^- = 0$: não há atraso no início do horizonte de planejamento para o item i .

Variáveis:

Ambos os estágios

X_{omip} : montante de item i produzido na envasadora m no sub-período p , abastecido pelo líquido do tanque o ;

Estágio I

K_{olt} : quantidade (i.e., estoque) de líquido l pronto e disponível no tanque o no período t ;

Q_{olt} : quantidade total de líquido l que fica pronto no tanque o no período t ;

Y_{olt}^I : 1, se o líquido l fica pronto no período t no tanque o ; 0 caso contrário.

Estágio II
 I_{it}^+ : quantidade do item i em estoque no final do período t ;

 I_{it}^- : quantidade do item i em atraso no final do período t ;

 Y_{omip}^{II} : 1 se a linha de envase m está sendo abastecida pelo tanque o e preparada para produzir o item i no sub-período p , 0 caso contrário;

 Z_{mjip} : 1 se existe troca, na linha de envase m , do item j para o i no sub-período p ; 0 caso contrário.

Minimizar

$$\sum_{i \in N} \sum_{t \in T} h_i^+ I_{it}^+ + \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} h_i^- I_{it}^- + \sum_{m \in M} \sum_{j, i \in \mu_m} \sum_{p \in \lambda_t \wedge t \in T_1} \alpha Z_{mjip} \quad (1)$$

Sujeito a:
(Estágios I e II)

$$K_{olt} = K_{ol,t-1} - \sum_{m \in M} \sum_{i \in \gamma_l \cap \mu_m} \sum_{p \in \lambda_t} r_{li} X_{omip} + Q_{olt} \quad o \in O; l \in L; t \in T \quad (2)$$

(Estágio I)

$$\sum_{l'=1}^L \sum_{t'=1}^{\Delta_l+1} K_{ol',t-t'} \leq B(1 - Y_{olt}^I) \quad o \in O; l \in L; t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{t'=0}^{\Delta_l} Y_{ol,t-t'}^I \leq 1 \quad o \in O; t \in T \quad (4)$$

$$Cap_{min}^o Y_{olt}^I \leq Q_{olt} \leq Cap_{max}^o Y_{olt}^I \quad o \in O; l \in L; t \in T \quad (5)$$

(Estágio II)

$$\sum_{o \in O} \sum_{m \in M, p \in \lambda_t} \sum_{i \in \mu_m} X_{omip} + I_{i,t-1}^+ + I_{it}^- = d_{it} + I_{i,t-1}^- + I_{it}^+ \quad t \in T; i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{o \in O} \sum_{i \in \mu_m} \sum_{p \in \lambda_t} a_{mi} X_{omip} + \sum_{j \in \mu_m} \sum_{i \in \mu_m} \sum_{p \in \lambda_t; t \in T_1} b_{mji} Z_{mjip} \leq C_{mt} \quad t \in T; m \in M \quad (7)$$

$$X_{omip} \leq \frac{C_{mt}}{a_{mi}} Y_{omip}^{II} \quad o \in O; m \in M; i \in \mu_m; p \in \lambda_t; t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{o \in O} \sum_{i \in \mu_m} Y_{omip}^{II} = 1 \quad m \in M; p \in \lambda_t; t \in T_1 \quad (9)$$

$$\sum_{o \in O} \sum_{i \in \mu_m} Y_{omip}^{II} \leq \Omega \quad m \in M; p \in \lambda_t; t \in T_2 \quad (10)$$

$$\sum_{o \in O} Y_{om,j,p-1}^{II} = \sum_{i \in \mu_m} Z_{mjip} \quad m \in M; j \in \mu_m; p \in \lambda_t; t \in T_1 \quad (11)$$

$$\sum_{o \in O} Y_{omip}^{II} = \sum_{j \in \mu_m} Z_{mjip} \quad m \in M; i \in \mu_m; p \in \lambda_t; t \in T_1 \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 X_{omip} \geq 0; K_{olt} \geq 0; Q_{olt} \geq 0; Y_{olt}^I \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N; o \in O; l \in L; \\
 I_{it}^+ \geq 0; I_{it}^- \geq 0; Y_{omip}^{II} \in \{0, 1\}; 0 \leq Z_{mjip} \leq 1 \quad m \in M; p \in \lambda_t; t \in T
 \end{aligned} \quad (13)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a soma dos custos de estoque de produto final, de atraso na entrega da demanda e um termo proporcional (α) ao número de trocas de itens nas linhas de envase, evitando trocas desnecessárias nas linhas de envase. As restrições (2), representam as equações de equilíbrio da quantidade de líquido pronto disponível nos tanques; estas integram os estágios I e II. As restrições (3) garantem que, para ter líquido pronto em t ($Y_{olt}^I = 1$), o processo de fermentação/maturação ocorre durante os Δ_l períodos imediatamente anteriores a t e, durante este período, o líquido não está disponível. O tanque deve estar vazio antes de começar o processo de fermentação/maturação no período $t - (\Delta_l + 1)$. As restrições (4) asseguram que, durante todo o período do processo de fermentação/maturação o tanque não tem líquido disponível, ou seja, Y_{olt}^I é igual a zero.

No estágio II (linhas de envase), as restrições (6) asseguram o equilíbrio do estoque, atraso, produção e a demanda. As restrições (7) garantem que a capacidade das linhas de enchimento sejam respeitadas durante T_1 e T_2 , respectivamente. Durante T_1 , o tempo de preparação contribui para o consumo da capacidade, o que não ocorre em T_2 . As restrições (8), garantem que a produção de i ocorre apenas se a linha de envase estiver preparada para produzi-lo. De acordo com as restrições (9), cada linha de envase deve estar preparada para um único item para cada sub-período $p \in \lambda_t, t \in T_1$. As restrições (10) limitam o número de preparações de cada linha de enchimento em Ω a cada sub-período $p \in \lambda_t, t \in T_2$. Lembre-se que na segunda parte do horizonte (T_2) o tamanho de cada sub-período é maior do que em T_1 , e decisões de sequenciamento não são consideradas, mas vários lotes (até Ω) podem ser produzidos na mesma linha de enchimento por sub-período. Finalmente, as restrições (11) e (12) captam a transição de itens nas linhas de enchimento em T_1 . Além disso, as restrições (13) definem o domínio das variáveis. Observe que as variáveis Z_{mjis} podem ter o domínio definido no conjunto dos número reais ($0 \leq Z_{mjis} \leq 1$), por causa da função objetivo e da forma como estas foram utilizadas nas restrições Z_{mjis} , conjuntamente com as variáveis Y_{mis}^{II} .

4. MIP-heurística: decomposição por estágios

O modelo apresentado por Baldo et al. (2014) mostra-se de difícil resolução, não encontrando soluções de boa qualidade, inspirando a busca de novas abordagens para a resolução do problema multistágio de planejamento e programação da produção em indústrias cervejeiras. Então, na tentativa de obter bons planos de produção para o problema, propomos um novo método MIP-heurístico.

A MIP-heurística proposta resolve cada um dos estágios envolvidos durante o processo produtivo de maneira desacoplada. A motivação em desacoplar os estágios é inspirada na forma como as empresas resolvem este problema, onde primeiro monta-se o plano de produção de um dos estágios e, depois, considerando estas informações, constrói-se o plano de produção para o outro estágio. Sendo assim, a nossa MIP-heurística, primeiramente, estabelece os planos de enchimento dos tanques e na sequência os planos de envase, ou seja, resolve-se o estágio I e, na sequência, o estágio II. Este último recebe informações obtidas pela resolução do anterior e estas devem ser respeitadas. O estágio I fornece ao estágio II qual líquido, qual período e a respectiva quantidade deste líquido está pronta em cada um dos tanques durante o decorrer do horizonte de planejamento. Logo, a denominaremos de ‘Decomposição por estágios’.

Algumas restrições foram inseridas ao estágio I, com o intuito de que os líquidos não fiquem todos prontos ao mesmo tempo e sobrecarreguem as linhas de envase. Consequentemente, também evitando a infactibilidade, pois com esta sobrecarga nas linhas, resultava no não esvaziamento completo dos tanques, implicando na situação inviável em que o próximo líquido a ser inserido ao tanque conflitasse com o líquido anterior.

Um tanque demora (em média) 1 período e meio para ser esvaziado quando abastece uma única envasadora ($\varpi = 1, 5$, onde ϖ representa o número de períodos necessários para esvaziar um tanque por uma única envasadora). Ou seja, durante quase dois períodos, uma máquina fica dedicada a este tanque. Sendo assim, esta restrição foi incorporada ao estágio I ($\sum_{o \in O} \sum_{l \in L} \sum_{t'=0}^{\lceil \varpi \rceil} Y_{olt+t'}^I \leq |M|, t \in T$). Para evitar atrasos, adianta-se a demanda de líquido em $\lceil \varpi \rceil$ períodos (ou seja, em um dia), excluindo a possibilidade da demanda de itens ocorrer no mesmo período que o líquido fica

pronto. Assim, inclui-se a restrição $\sum_{t'=0}^{t+\lceil \varpi \rceil} \sum_{i \in \gamma_l \cap \mu_m} r_{li} d_{i,t'} \leq \sum_{t'=0}^t \sum_{o \in O} X_{olt}^I, l \in L; t \in T$.

As demais restrições seguem a mesma definição do problema original. Considere as novas variáveis descritas a seguir.

Variáveis:

Estágio I

K_{olt}^- : quantidade faltante de líquido l pronto no tanque o no período t ;

K_{olt}^+ : quantidade em estoque de líquido l pronto no tanque o no período t ;

X_{olt}^I : demanda de líquido l atendida pelo tanque o no período t .

Estágio I

Minimizar

$$\sum_{i \in N} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \left(K_{olt}^- + \frac{K_{olt}^+}{Cap_{max}^o} \right) \quad (14)$$

Sujeito a:

$$\sum_{o \in O} \sum_{l \in L} \sum_{t'=0}^{\lceil \varpi \rceil} Y_{olt+t'}^I \leq |M| \quad t \in T \quad (15)$$

$$\sum_{t'=0}^{t+\lceil \varpi \rceil} \sum_{i \in \gamma_l \cap \mu_m} r_{li} d_{i,t'} \leq \sum_{t'=0}^t \sum_{o \in O} X_{olt}^I \quad l \in L; t \in T \quad (16)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \gamma_l \cap \mu_m} r_{li} d_{i,t} = \sum_{t \in T} \sum_{o \in O} X_{olt}^I \quad l \in L \quad (17)$$

$$K_{olt}^+ + K_{ol,t-1}^- = K_{ol,t-1}^+ + K_{ol,t}^- - X_{olt}^I + Q_{olt} \quad o \in O; l \in L; t \in T \quad (18)$$

$$\sum_{l'=1}^L \sum_{t'=1}^{\Delta_l+1} K_{ol',t-t'}^+ \leq B(1 - Y_{olt}^I) \quad o \in O; l \in L; t \in T \quad (19)$$

Restrições (4)-(5)

$$X_{olt} \geq 0; K_{olt}^+ \geq 0; K_{olt}^- \geq 0; Q_{olt} \geq 0; Y_{olt}^I \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N; o \in O; l \in L;$$

A função objetivo (14) visa minimizar a falta de líquido nos tanques, penalizando esta falta, e também evitar que o líquido fique estocado dentro dos tanques, entretanto com uma penalidade menor. As restrições (15) garantem, que durante $\lceil \varpi \rceil$ períodos consecutivos, não pode haver mais que $|M|$ tanques com líquidos ficando pronto, pois todas as envasadoras estarão ocupadas. As restrições (16) e (17) calculam a demanda de líquido necessária para cada período.

Após a resolução do estágio I, resolve-se o estágio II. Para resolução do estágio II, utilizamos os resultados obtidos para as variáveis $Q_{olt} = Q_{copia_{olt}}$ e para as variáveis $Y_{olt}^I = Y_{copia_{olt}}^I$,

que agora denominemos de $Qcopia_{olt}$ e $Ycopia_{olt}^I$ para diferenciarmos da variável do estágio anterior.

Estágio II

Função objetivo

Função objetivo do modelo original (1).

Sujeito a:

$$K_{olt} = K_{ol,t-1} - \sum_m \sum_{i \in \gamma_l \cap \mu_m} \sum_{p \in \lambda_t} r_{li} X_{omip} + Qcopia_{olt} \quad \forall o, l, t \quad (20)$$

$$K_{ol,t-1} \leq Cap_{max}^o (1 - Ycopia_{olt}^I) \quad \forall o, l, t \quad (21)$$

Restrições (6) - (13).

As restrições (20) e (21) são semelhantes as (2) e (3), respectivamente.

5. Resultados computacionais

Assim como em Baldo et al. (2014), a MIP-heurística proposta foi implementada utilizando a linguagem de programação C++, conjuntamente com a biblioteca *Concert* do *software* de otimização CPLEX (versão 12.4). Os testes computacionais foram realizados em uma máquina com processador Intel(R) i7 2600 (quatro núcleos, 2 *threads* cada) de 3.4 GHz, 16GB de memória RAM e o sistema operacional utilizado foi o *Windows* 7. As instâncias testes também são as mesmas utilizadas em Baldo et al. (2014). Para cada instância foi analisado o GAP² e o tempo de execução (em segundos). O tempo de execução foi limitado em 1 hora, sendo que, para a MIP-heurística ‘Decomposição por estágios’, 45 minutos (no máximo) podem ser utilizados para a resolução do estágio I e o tempo restante para o estágio II.

Os resultados computacionais são mostrados na Tabela 1, nos quais Proc_Crescente e Proc_Decrescente designam as MIP-heurísticas apresentadas em Baldo et al. (2014). Tanto a Proc_Crescente quanto a Proc_Decrescente utilizam estratégias *relax-and-fix* com *overlapping*, tendo suas partições definidas dentro do horizonte de planejamento, sendo analisadas a partir do início até o final do horizonte, e cada partição *relax-and-fix* com *overlapping* possui o tamanho definido de acordo com o menor e o maior tempo de fermentação relativo a cada instância. Após encontrar uma solução factível, ambas MIP-heurísticas (Proc_Crescente quanto a Proc_Decrescente) executam um procedimento de melhoria da solução, sendo este composto por 5 estratégias *fix-and-optimize*, e elas se diferem em relação a ordem em que são aplicados os procedimentos *fix-and-optimize* à solução.

Analisando os resultados, todas as MIP-heurísticas obtiveram melhores GAPs médios quando comparadas ao modelo. O tempo computacional foi bastante elevado para todos os procedimentos, atingindo o tempo limite de execução (3600 segundos) para a grande maioria dos exemplares testados, entretanto a Decomposição por estágios apresenta um menor tempo médio de execução. Ao analisarmos as instâncias menores (P_1_5_1 a P_4_20_1), o modelo e as MIP-heurísticas Proc_Crescente e Proc_Decrescente obtiveram melhores soluções em comparação a Decomposição por estágio. Para as instâncias de grande dimensão (D_5_35_1 a D_5_40_10), todas as MIP-heurísticas obtiveram GAPs menores que o CPLEX ao resolver o modelo, sendo que, Proc_Crescente e Proc_Decrescente apresentaram GAPs médios melhores. Ao considerarmos o GAP obtido para cada instância

²GAP = $\left(\frac{Fo - Best}{Fo} \times 100\right)$ %, onde *Fo* representa o valor corrente da função objetivo analisada e *Best* o melhor limitante encontrado para o problema, durante a execução do modelo.

de grande dimensão, ao compararmos todas as MIP-heurísticas, tem-se as seguintes porcentagens: Proc.Crescente apresenta melhores soluções para 60% das instâncias, Proc.Decrescente para 5% e Decomposição por estágios para 35%. De acordo com o percentual mostrado, é possível notar que a Decomposição por estágio apresenta melhor desempenho quando comparada a Proc.Decrescente, dessa maneira, pode-se dizer que a Decomposição por estágios é competitiva aos métodos presentes na literatura.

6. Conclusões e perspectivas

Esta pesquisa foi motivada pelo problema de planejamento e programação da produção multiestágio presente no processo de produção em indústrias cervejeiras. Segundo Baldo et al. (2014), o processo de produção de cerveja por ser dividido em dois principais estágios: preparação do líquido (estágio I) e envase (estágio II). As empresas fazem o planejamento e a programação da produção de cada um dos estágios de maneira desacoplada, onde primeiramente há o planejamento do estágio I e depois a programação do estágio II, esta abordagem inspirou o desenvolvimento desta pesquisa. Neste trabalho propomos uma MIP-heurística (Decomposição por estágios) que consiste na resolução de cada um dos estágios envolvidos durante o processo produtivo de maneira desacoplada. Primeiramente, resolve-se o estágio I e, na sequência, o estágio II. Este último recebe informações obtidas pela resolução do anterior e estas devem ser respeitadas. Esta abordagem mostrou-se competitiva e promissora, obtendo bons resultados. Por tratar-se de um problema ainda pouco explorado pela literatura, várias perspectivas interessantes para pesquisas futuras podem ser exploradas. Dentre as principais ideias a serem trabalhadas, encontra-se a aplicação da Decomposição de Dantzig-Wolfe Dantzig & Wolfe (1960), conjuntamente com a geração de colunas e um procedimento de factibilização.

Referências

- BALDO, T. A.; SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, v. 72, n. 0, p. 58 – 71, 2014.
- BILLINGTON, P. J.; MCCLAIN, J. O.; THOMAS, L. J. Mathematical programming approaches to capacity-constrained mrp systems: Review, formulation and problem reduction. *Management Science*, v. 29, p. 1126–1141, 1983.
- BŁAŻEWICZ, J.; DOMSCHKE, W.; PESCH, E. The job shop scheduling problem: Conventional and new solution techniques. *European Journal of Operational Research*, v. 93, n. 1, p. 1–33, 1996.
- DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, v. 8, n. 1, p. pp. 101–111, 1960.
- DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, v. 99, n. 2, p. 221–235, 1997.
- FERREIRA, D.; CLARK, A. R.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, v. 136, n. 2, p. 255–265, 2012.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009.

Tabela 1: Resultados obtidos pelo modelo e pelas MIP-heurísticas: Proc. Crescente, Proc. Decrescente e Decomposição por estágios.

	LB	Modelo			Proc. Crescente			Proc. Decrescente			Decomposição por estágios		
		Fo	GAP	Tempo	Fo	GAP	Tempo	Fo	GAP	Tempo	Fo	GAP	Tempo
P.1.5..1	7.588	7.865,8	3,54%	3600	7787,2	2,56%	1274	7787,2	2,56%	2040	12.438,1	39,00%	3
P.2.5..1	21.641	21.682,1	0,19%	3600	22765,0	4,94%	76	22445,2	3,58%	147	134.690,0	83,93%	20
P.2.10..1	45.976	57.028,1	19,38%	3600	46475,4	1,08%	3150	46473,8	1,07%	2868	298.233,6	84,58%	88
P.4.5..1	29.977	29.985,7	0,03%	3600	29977,6	0,00%	328	29977,6	0,00%	541	125.693,2	76,15%	3
P.4.10..1	90.861	92.213,3	1,47%	3600	91627,6	0,84%	1646	91653,3	0,86%	2242	704.515,9	87,10%	34
P.4.15..1	67.949	79.430,6	14,46%	3600	69515,5	2,25%	3421	69764,3	2,60%	2577	170.311,0	60,10%	919
P.4.20..1	66.918	216.139,8	69,04%	3600	77729,0	13,91%	2414	78230,9	14,46%	3503	140.045,0	52,22%	914
D.5.35..1	59.188	120.305.000,0	99,95%	3600	81.540,2	27,41%	3600	110.519,5	46,45%	3569	183.661,0	67,77%	3600
D.5.35..2	57.519	11.650.000,0	99,51%	3600	70.663,8	18,60%	3600	110.736,7	48,06%	3600	64.155,5	10,34%	1160
D.5.35..3	91.964	146.660.000,0	99,94%	3600	112.332,8	18,13%	3600	155.470,9	40,85%	3600	124.886,9	26,36%	3600
D.5.35..4	117.286	177.041.000,0	99,93%	3600	138.307,8	15,20%	3600	179.001,7	34,48%	3549	220.659,5	46,85%	3600
D.5.35..5	105.471	166.942.000,0	99,94%	3600	242.201,2	56,45%	3600	373.083,7	71,73%	3600	282.485,7	62,66%	3600
D.5.35..6	60.698	101.678.000,0	99,94%	3600	76.797,5	20,96%	3600	100.355,8	39,52%	3559	73.302,1	17,20%	3600
D.5.35..7	103.215	168.716.000,0	99,94%	3600	119.697,9	13,77%	3600	173.180,0	40,40%	3600	453.322,5	77,23%	3468
D.5.35..8	108.150	163.846.000,0	99,93%	3600	130.971,5	17,42%	3594	143.523,9	24,65%	3600	129.951,8	16,78%	956
D.5.35..9	97.464	150.467.000,0	99,94%	3600	113.995,2	14,50%	3600	169.572,4	42,52%	3600	106.841,1	8,78%	3600
D.5.35..10	99.019	152.782.000,0	99,94%	3600	116.784,7	15,21%	3600	152.773,4	35,19%	3600	319.886,3	69,05%	1201
D.5.40..1	125.818	191.352.000,0	99,93%	3600	211.730,7	40,58%	3600	1.383.009,5	90,90%	3600	305.513,9	58,82%	3600
D.5.40..2	114.709	181.043.000,0	99,94%	3600	178.601,1	35,77%	3600	1.108.856,0	89,66%	3600	193.831,1	40,82%	3600
D.5.40..3	109.828	165.632.000,0	99,93%	3600	166.904,0	34,20%	3600	179.181,8	38,71%	3600	122.771,9	10,54%	3600
D.5.40..4	105.376	45.386.100,0	99,77%	3600	132.070,3	20,21%	3600	1.386.154,6	92,40%	3531	131.422,6	19,82%	1535
D.5.40..5	128.913	186.800.000,0	99,93%	3600	799.165,7	83,87%	3588	604.449,5	78,67%	3531	154.739.808,0	99,92%	3600
D.5.40..6	115.862	174.817.000,0	99,93%	3600	164.953,1	29,76%	3600	781.874,7	85,18%	3600	206.737,1	43,96%	3600
D.5.40..7	119.272	182.230.000,0	99,93%	3600	150.279,9	20,63%	3600	421.010,4	71,67%	3600	981.645,4	87,85%	3600
D.5.40..8	131.075	195.971.000,0	99,93%	3600	1.154.190,1	88,64%	3568	3.014.627,3	95,65%	3600	353.253,2	62,89%	3600
D.5.40..9	102.681	158.753.000,0	99,94%	3600	205.512,8	50,04%	3600	516.360,9	80,11%	3548	22.768.434,0	99,55%	3594
D.5.40..10	102.240	159.696.000,0	99,94%	3600	246.198,2	58,47%	3600	257.534,1	60,30%	3600	3.246.987,8	96,85%	3600
Média	88.395	111.195.239	78,01%	3.600	183.658	26,13%	3.121	432.134	45,64%	3.171	6.910.944	55,82%	2.381

- FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997.
- GUIMARÃES, L.; KLABJAN, D.; ALMADA-LOBO, B. Annual production budget in the beverage industry. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 25, n. 2, p. 229 – 241, 2012.
- JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, v. 177, n. 3, p. 1855 – 1875, 2007.
- KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003.
- MAES, J.; MCCLAIN, J. O.; WASSENHOVE, L. N. V. Multilevel capacitated lotsizing complexity and LP-based heuristic. *European Journal Of Operational Research*, v. 53, p. 131–148, 1991.
- MORADO, R. *Larousse da cerveja*. Larousse do Brasil, 2009.
- PINEDO, M. *Scheduling: theory, algorithms, and systems*. Springer, 1995.
- SUERIE, C. *Basic models in lot-sizing - time continuity in discrete time models*. Springer Berlin Heidelberg (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems), 2005.
- TOLEDO, C. F. M.; DE OLIVEIRA, R. R. R.; FRANÇA, P. M. A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 4, p. 910 – 919, 2013.
- WOLSEY, L. A. *Integer programming*. Wiley, New York, 1998.