

## **ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE RODÍZIO DE TRIPULAÇÕES**

**Leandro do Carmo Martins**

Universidade Federal de Ouro Preto – Departamento de Computação  
Campus Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG – Brasil - 35400-000  
leandro.cm@live.com

**Gustavo Peixoto Silva**

Universidade Federal de Ouro Preto – Departamento de Computação  
Campus Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG – Brasil - 35400-000  
gustavo@iceb.ufop.br

### **RESUMO**

Este trabalho aborda o Problema de Rodízio de Tripulações do Sistema de Transporte Público (PRT). O PRT consiste em definir sequências de jornadas de trabalho para um dado horizonte de planejamento, realizadas pelos motoristas de uma empresa. A solução do PRT deve minimizar o total de tripulações e equilibrar a carga de trabalho, compensando horas extras com horas ociosas das jornadas diárias. Na resolução deste problema são consideradas restrições operacionais e trabalhistas. O PRT foi resolvido em duas etapas: na primeira são definidos os dias de folga das tripulações e a segunda etapa é realizada a alocação das jornadas executadas pelas tripulações. Ambas as etapas foram resolvidas utilizando um Algoritmo Genético, abordagem ainda inédita na literatura brasileira. Os algoritmos foram testados com dados reais de uma empresa de médio porte e gerou resultados melhores do que a solução adotada pela empresa e muito próximos das soluções exatas apresentadas na literatura.

**PALAVRAS CHAVE.** Problema de Rodízio de Tripulações, Programação de Funcionários, Algoritmos Genéticos.

**Área principal:** Logística e Transportes, Metaheurísticas

### **ABSTRACT**

This paper addresses the Crew Rostering Problem in Public Transport System (CRP). The CRP consists on assigning duties to crew members of a company over a given planning horizon, minimizing the number of crews required to perform all journeys and also balancing the workload of crews, reducing the total of accumulated overtime hours and idle hours for each crew considering the planned period. In solving this problem, must be considered the operational and labor constraints. The CRP was solved in two steps. In the first stage are defined the days off from crews. In the second stage are allocated the journeys that must be performed by crews. Both steps were solved using a Genetic Algorithm. The use of the Genetic Algorithms for the CRP is a novel approach and was tested with data from a medium size company and showed to be as efficient as exact method presented in literature.

**KEYWORDS.** Crew Rostering Problem, Staff Scheduling, Genetic Algorithms.

**Main area:** Logistic & Transport, Metaheuristics

## 1. Introdução

O planejamento do Sistema de Transporte Público Urbano é um processo complexo e dividido em etapas, que envolve tanto as empresas de transporte público quanto o poder público. Este planejamento é composto por cinco etapas: *i*) definição das rotas dos ônibus, *ii*) criação dos quadros de horários das linhas para todos os dias da semana, *iii*) programação dos veículos que realizarão as viagens, *iv*) programação diária das tripulações que conduzirão a frota em operação, e *v*) rodízio das tripulações ao longo de um dado período de planejamento.

Dentre as etapas do planejamento, ficam a cargo das empresas a programação dos veículos, a programação diária das tripulações e o rodízio das tripulações. Assim, as empresas de transporte público devem executar regularmente um conjunto de viagens contidas no quadro de horários das linhas. Devido à variação da demanda diária por viagens, é definido um quadro de viagens para cada tipo de dia: os dias úteis, os sábados e os domingos/feriados (Mayrink e Silva, 2013).

A realização das viagens previstas para um período de planejamento, normalmente de um mês, leva à definição de uma escala de trabalho dos motoristas e cobradores, denominada *Rodízio de Tripulações*. Esta é composta por sequências de jornadas diárias que devem ser atribuídas às *duplas* ou *tripulações*, compostas por um motorista e um cobrador. Uma *jornada* trata-se de um conjunto de viagens que devem ser realizadas por uma mesma tripulação ao longo de um dia. As jornadas tem duração normal de seis horas e quarenta minutos e pertencem a um turno, que depende de seu horário de início. As jornadas com duração inferior ou superior à duração normal resultam em jornadas com *horas extras* ou *horas ociosas*. Além disso, uma jornada pode ser do tipo *simples*, *dupla pegada* ou do tipo *noturna*. Uma jornada do tipo dupla pegada é aquela na qual ocorre um intervalo superior a duas horas entre duas viagens, caso contrário ela será do tipo simples. Uma jornada noturna tem início entre as 22:00 e 05:00 horas, e as atividades executadas dentro desse período tem uma remuneração diferenciada.

A definição da escala mensal/periódica de trabalho deve satisfazer as restrições trabalhistas e operacionais da empresa, e ao mesmo tempo, minimizar os custos com o pagamento dos salários fixos e das horas extras. Desta maneira, é possível obter uma carga de trabalho mais equilibrada, seja na alocação das folgas, como também com a compensação das horas ociosas. Assim, pode ser gerada uma economia para empresa e um ambiente de trabalho mais saudável, com cargas horárias mais homogêneas. Por outro lado, o rodízio das tripulações é um método de planejamento das escalas mensais onde se prevê a execução de diferentes jornadas ao longo do período, com o intuito de compensar as horas extras com as horas ociosas de jornadas posteriores de uma dada tripulação. Assim, o Problema de Rodízio das Tripulações (PRT) consiste em definir de escalas mensais de trabalho das tripulações, respeitando as leis trabalhistas e regras operacionais, e gerando rodízios mais equilibrados e que reduzam os custos fixos e variáveis com a mão de obra das empresas.

Ao definir uma escala mensal de trabalho, as seguintes restrições operacionais e trabalhistas devem ser consideradas: 1) O horizonte de planejamento tem início numa segunda-feira; 2) Todas as tripulações têm direito a uma folga no domingo a cada sete semanas; 3) As tripulações que fazem dupla pegada têm direito de folgar no domingo; 4) Uma tripulação não pode trabalhar mais do que seis dias consecutivos sem uma folga; 5) No decorrer de todos os dias do horizonte de planejamento, as tripulações devem realizar somente um tipo de jornada: *i*) simples, *ii*) duplas pegadas ou *iii*) noturnas; 6) Dentro de uma mesma semana, as tripulações devem executar jornadas dos dias úteis pertencentes ao mesmo turno de trabalho, exceto para duplas pegadas; 7) O tempo mínimo de descanso entre o término de uma jornada e o início da próxima jornada deve ser maior ou igual a onze horas e; 8) As horas extras de uma tripulação podem ser compensadas com horas ociosas ocorridas no mesmo período de planejamento.

O *Banco de Horas*, previsto na Lei 9.601/98, permite a compensação de horas extras de uma jornada com horas ociosas de outra jornada realizadas por uma mesma tripulação dentro de um horizonte de planejamento.

No presente trabalho é apresentada a resolução do PRT utilizando a metaheurística Algoritmo Genético. A resolução do PRT foi dividida em duas etapas, de acordo com Caprara *et al.*, (2003). A primeira etapa consiste em definir os dias de folga das tripulações e a quantidade de tripulações necessária para realizar todas as jornadas do horizonte de planejamento. A segunda etapa consiste na alocação das jornadas a serem realizadas pelas tripulações nos seus respectivos dias de trabalho. A alocação das jornadas é realizada a partir da solução gerada na primeira etapa, que define os dias de folga e a quantidade de tripulações necessárias. Ambas as etapas foram resolvidas utilizando um Algoritmo Genético – AG (Goldberg, 1989), que é uma abordagem ainda inédita.

Na Seção 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o PRT. Na Seção 3 é descrito como um Algoritmo Genético foi implementado para resolver o PRT. Na Seção 4 são apresentados os resultados obtidos nos experimentos computacionais, assim como uma discussão destes resultados. Finalmente, na Seção 5, são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2. Revisão Bibliográfica

No trabalho clássico de Carraresi e Gallo (1984), o PRT é tratado por meio da abordagem *Multi-level Bottleneck Assignment Problem*, e os autores mostram que o problema é *NP-completo*. No modelo apresentado, é atribuído um peso para cada jornada, representando seu custo. O problema de encontrar um equilíbrio das jornadas ao longo de um determinado intervalo de tempo é então formulado por meio do seguinte problema de gargalo: minimizar a soma dos pesos das jornadas designadas à tripulação que tem a pior configuração. A metodologia utilizada formula o PRT para um horizonte de planejamento de  $m$  dias, tendo cada dia uma quantidade  $n$  de jornadas. As  $m$  sequências de jornadas são encontradas resolvendo-se um problema de fluxo em redes, em uma rede  $G = (N, A)$ , sendo  $m$  o número de dias e  $n$  é o número máximo de jornadas.

Bianco *et al.* (1992) formulam o PRT por meio de um modelo de Programação Linear Inteira - PLI. Nesse trabalho é descrita uma nova heurística que utiliza um limitante inferior, proveniente de uma formulação matemática, para reduzir as dimensões do problema. Na heurística, dita HRP, e a cada iteração é resolvido um problema de designação multinível com gargalo, para o qual é proposta uma nova heurística que produz soluções convergentes para o ótimo.

Caprara *et al.* (2003) apresentam modelos matemáticos e algoritmos de solução para problemas de alocação de pessoal de casos reais. Nesses problemas são dadas as tarefas diárias a serem executadas. A duração dos períodos de trabalho e de descanso dos empregados é especificada *a priori* no horizonte de planejamento, constituindo os padrões de folga a serem considerados. Entretanto, a sequência em que os períodos de trabalho e descanso ocorrem, assim como a atribuição diária de cada tarefa, é determinada pelo modelo. O objetivo é minimizar o número de funcionários necessários para executar todas as tarefas do horizonte de planejamento. O problema é decomposto em duas etapas: na primeira são definidas as sequências dos períodos de descanso para cada empregado. Este problema é formulado como um Problema Linear Inteiro (PLI) e resolvido pela técnica de *branch-and-bound*. Na segunda etapa são definidas as tarefas para os dias de trabalho. Este problema é tratado como um problema de viabilidade resolvido heurísticamente por uma sequência de problemas de transporte.

Ernst *et al.* (2004) apresentam uma revisão bibliográfica sobre problemas de programação e rodízio de funcionários de diferentes áreas de trabalho e de diferentes métodos de resolução. São abordadas diversas aplicações, desde sistemas de transporte a sistemas de saúde, serviços civis e de emergências. São apresentadas técnicas de resolução tais como: Inteligência Artificial, Programação por Restrições, abordagens matemáticas e metaheurísticas. O trabalho traz um esquema de classificação para descrever problemas de rodízio de funcionários. Os autores tem foco principal nos algoritmos apresentados na literatura para gerar rodízios e programações de pessoal, cobrindo áreas relacionadas, como planejamento da força de trabalho e estimativa do número de funcionários necessários para executar um determinado conjunto de tarefas.

Toffolo *et al.* (2005) resolvem o PRT por meio de duas metaheurísticas: *Simulated Annealing* e *Iterated Local Search* (ILS). Nesse trabalho, uma estrutura de vizinhança é definida pela troca das jornadas entre duas tripulações. Desta forma, para um referido dia, tenta-se trocar as jornadas entre duas tripulações  $i$  e  $j$ . Uma função de avaliação é construída levando em consideração restrições essenciais, ou de viabilidade, e restrições não essenciais: de qualidade da solução. Os autores mostram que para a resolução do PRT, o método heurístico ILS foi mais eficiente do que o *Simulated Annealing*, encontrando soluções melhores em um tempo reduzido.

Mayrink e Silva (2013) também abordam o PRT em duas etapas. Na primeira etapa é desenvolvido um modelo de designação baseado no trabalho de Carraresi e Gallo (1984). Assim, cada nó representa uma jornada diária, e os arcos ligam jornadas de um dia à jornadas do dia seguinte que podem ser cumpridas por uma mesma tripulação. A cada arco é atribuído um custo em função do acúmulo ou compensação de horas extras com horas ociosas. O problema de designação é resolvido de forma iterativa para os dias do período. O modelo tem como objetivo minimizar os custos atribuídos às sequências de jornadas construídas iterativamente. A cada iteração, as jornadas do próximo dia são acrescentadas ao rodízio até formarem o rodízio. Definidas as sequências de jornadas, é aplicado um modelo de PLI para corrigir possíveis inviabilidades. Este segundo modelo faz a alocação de *folguistas* minimizando o total de tripulações.

Boas e Silva (2014) resolvem o PRT através de um modelo de PLI. O modelo proposto busca atender os seguintes objetivos: minimizar o total de funcionários e maximizar a compensação entre as horas extras e ociosas realizadas pelos funcionários. De acordo com os testes computacionais, o modelo se mostrou eficiente para a resolução do PRT ao reduzir consideravelmente o número de tripulações, a quantidade total de horas extras e horas ociosas, e a diferença entre a carga de trabalho das tripulações, quando comparado à escala realizada pela empresa.

Silva e Prates (2014) tratam o PRT através da metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS), tendo como método de busca local o *Variable Neighborhood Descent* (VND). A metaheurística VNS foi implementada em três versões, considerando diferentes estruturas de vizinhança. Na primeira estrutura de vizinhança são fixadas aleatoriamente duas tripulações, realizando-se a troca de suas jornadas em  $k$  dias diferentes. Na segunda estrutura é fixado um dia, variando os  $k$  pares de tripulações que terão suas jornadas trocadas. A terceira estrutura de vizinhança é uma combinação das duas estruturas anteriores. A primeira estrutura é utilizada para gerar um vizinho da solução corrente e a segunda estrutura é utilizada para realizar a busca local. Esta última estrutura de vizinhança foi a mais eficiente na resolução do problema.

### 3. Algoritmo Genético Aplicado ao Problema de Rodízio de Tripulações

O PRT foi dividido em duas etapas, ambas resolvidas por um AG. A representação da solução, o mecanismo de seleção e as operações de *crossover* são iguais nas duas etapas. A construção da população inicial, a operação de mutação e a função objetivo foi implementada para cada etapa da resolução, visto que os respectivos objetivos são distintos.

#### 3.1. Representação da Solução

Para o PRT, um indivíduo, ou seja, uma solução, é representado por uma matriz bidimensional. Cada coluna da matriz representa um dia do horizonte ou período de planejamento, e cada linha representa uma tripulação em atividade no período. Desta maneira, cada elemento  $a_{ij}$  da matriz contém uma referência à jornada a ser executada pela tripulação  $i$  no dia  $j$ . Esta representação possibilita aplicar os mecanismos inerentes aos Algoritmos Genéticos.

#### 3.2. População Inicial

Conforme sugerido na literatura, a população inicial foi gerada utilizando-se fatores aleatórios. Isto possibilita a construção de uma população bastante diversificada, impedindo a convergência prematura da população de soluções (Talbi, 2009). Após definido um tamanho  $t$

da população inicial, é iniciado o procedimento de construção da próxima geração, que cria os novos indivíduos e corrige as inviabilidades por ventura causadas.

### 3.2.1. Primeira Etapa da Resolução

Cada matriz é criada com  $l$  linhas e  $c$  colunas, que representam, respectivamente, a quantidade de jornadas a serem executadas em um dia útil e a quantidade de dias considerada no período. Como a demanda de viagens do transporte público é maior nos dias úteis do que nos fins de semana, o tamanho da matriz fica definido pela quantidade de jornadas executadas nos dias úteis e pela quantidade de dias no horizonte de planejamento. Assim, a matriz é capaz de acomodar a alocação de todas as jornadas que devem ser realizadas no período a ser planejado.

Posteriormente são distribuídas aleatoriamente as folgas durante todo o período, considerado os padrões de folga 5/1 e 6/1. No padrão 5/1 são trabalhados cinco dias consecutivos com uma folga no sexto dia e no padrão de folga 6/1 são trabalhados seis dias consecutivos com uma folga no sétimo dia. Como as tripulações do tipo dupla pegada devem folgar aos domingos, o padrão 6/1 sempre é atribuído às mesmas. Já o padrão de folga 5/1 é distribuído ao restante das tripulações, com seus dias iniciais de distribuição escolhidos aleatoriamente. Ambos os padrões de folga respeitam a regra do número máximo de dias trabalhados consecutivamente, mas podem falhar na alocação das folgas aos domingos. Na representação de uma solução, uma folga é representada pelo valor -1 na matriz de solução.

O próximo passo consiste na alocação das folgas naturais que surgem nos sábados e nos domingos. Estas folgas são necessárias para cobrir as posições da matriz que não são preenchidas por uma jornada nos finais de semana, visto que o total de jornadas dos dias úteis é maior do que nos finais de semana. O total destas folgas é obtido através da diferença entre as jornadas dos dias úteis,  $du$ , e as jornadas dos sábados e dos domingos,  $ds$  e  $dd$ , respectivamente. As folgas naturais dos sábados, dadas por  $du - ds$ , e as dos domingos, dadas por  $du - dd$ , são distribuídas aleatoriamente.

Como a alocação das folgas pode gerar rodízios que desrespeitam a regra de haver pelo menos uma folga no domingo, um novo procedimento é executado para corrigir as possíveis falhas. Os rodízios que infringem tal regra são deslocados para a direita até que, ao menos uma folga já alocada ocorra em um domingo do período.

Devido às folgas atribuídas ao longo do período, se faz necessário acrescentar um número  $qtf$  de tripulações do tipo *folguista*. Uma tripulação deste tipo deve ser alocada à medida que surge a necessidade de se cobrir as tripulações que encontram-se de folga naquele dia. Estas são tripulações iguais às demais, exceto pelo fato de não pertencerem a um determinado turno. O total de tripulações deste tipo corresponde ao número máximo de jornadas não atendidas dentre todos os dias do período.

O total de folguistas é acrescido ao rodízio, assim como as novas linhas na matriz, que passa a ter  $du + qtf$  linhas. As novas posições são inicializadas com as jornadas não atribuídas anteriormente, provenientes da alocação das folgas.

No último passo da criação da população inicial, é aplicado um procedimento que tenta reduzir a quantidade de tripulações do tipo *folguista* na solução. Este procedimento troca aleatoriamente uma jornada alocada para um *folguista* por uma folga alocada a uma tripulação convencional num mesmo dia. A troca é realizada se todas as restrições forem respeitadas. Este procedimento é executado até que não seja possível realizar mais trocas, e os rodízios que tenham apenas folgas nas suas linhas são removidos da matriz de solução.

Após a execução dos procedimentos descritos acima, a solução é inserida na população inicial. Esta sequência é executada até que a população inicial alcance o tamanho desejado. Devido aos fatores de aleatoriedade utilizados, a população inicial é diversificada.

### 3.2.2. Segunda Etapa da Resolução

A população inicial desta etapa da resolução do PRT parte de uma solução obtida na etapa anterior, na qual são definidos os dias de folga e a quantidade de tripulações necessárias para realizar todas as jornadas do período planejado. Nesta etapa deve ser realizada a alocação das jornadas a serem realizadas em cada dia útil, nos sábados e nos domingos/feriados das tripulações.

O PRT tem como dados de entrada o conjunto das jornadas a serem realizadas durante os dias úteis, sábados e domingos/feriados. Nesta etapa devem ser distribuídas as jornadas às tripulações em operação em cada dia do horizonte, minimizando o total de horas extras e de horas ociosas da escala. Nesta alocação, as horas extras de uma jornada realizada em um dia podem ser compensadas com as horas ociosas realizadas pela mesma tripulação em um outro dia do período. Esse sequenciamento ou *rodízio* deve respeitar todas as restrições do problema.

No primeiro dia do período de planejamento, as jornadas são distribuídas aleatoriamente. A partir das jornadas definidas no primeiro dia, são realizadas então as alocações nos dias subsequentes. Deste ponto em diante, as restrições devem ser respeitadas em face à alocação já realizada.

Para cada tripulação (linha da matriz), verifica-se o conjunto das possíveis jornadas a serem alocadas àquela tripulação no dia seguinte. Todas as jornadas que fazem parte deste conjunto devem respeitar as restrições do problema. Ao final desta verificação, para cada tripulação tem-se um conjunto das jornadas viáveis para o dia seguinte, do qual deve ser escolhida uma jornada. O tamanho destes conjuntos varia de acordo com a quantidade de jornadas possíveis de serem alocadas às tripulações e que não violam as restrições. Para garantir a geração de uma solução viável, inicia-se a alocação gulosa a partir das jornadas com mais restrições de alocação, ou seja, aquelas que possuem a menor quantidade de opções de jornadas a serem alocadas no dia seguinte. Ao alocar a jornada de menor custo, esta é removida dos demais conjuntos de jornadas onde estiver presente. Ao final da distribuição, tem-se mais um dia do horizonte de planejamento com suas jornadas e folgas definidas. O processo de repete até o final do período.

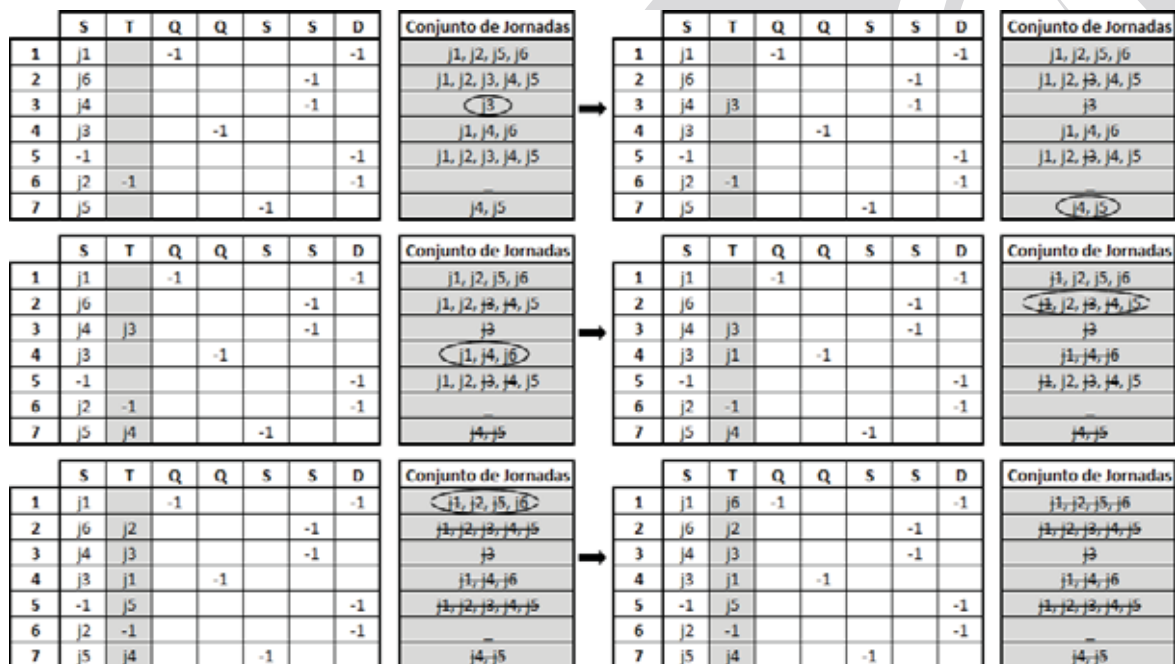


Figura 1. Processo de alocação das jornadas

Na Figura 1 é mostrado o processo de alocação das jornadas para um período de 1 semana, considerando 6 jornadas a serem executadas nos dias úteis, 5 no sábado e 4 no domingo. Para a execução dos 7 rodízios, são necessárias 7 tripulações (primeira coluna) devido às folgas.

Realizando-se o processo acima para todos os dias do horizonte de planejamento, obtém-se uma solução viável para o PRT, com os dias de folgas e as jornadas definidas para as tripulações durante o período planejado. Esta sequência é executada  $t$  vezes, uma para cada solução, até que a população inicial alcance o tamanho desejado.

Cada solução a ser inserida na população inicial possui os mesmos dias de folgas definidos na primeira etapa, variando-se apenas a alocação das jornadas. A alocação das jornadas do primeiro dia do horizonte de planejamento é realizada aleatoriamente. Isto torna a distribuição das jornadas posteriores dependentes das alocações prévias. Devido ao fator de aleatoriedade utilizado, a população inicial desta etapa também é diversificada.

### 3.3. Mecanismo de Seleção

A partir da população inicial, o Algoritmo Genético inicia sua busca onde os melhores indivíduos, ou seja, aqueles com os menores valores da função objetivo são selecionados para gerar filhos através da operação de *crossover*, e em seguida são submetidos à operação de mutação. No *crossover*, dois pais são necessários para efetuar a recombinação de seus genes e gerar dois filhos. Para definir os pais, foi utilizado o mecanismo de seleção por torneio, onde  $k$  indivíduos são escolhidos aleatoriamente. Dentre estes indivíduos, é escolhido aquele que apresenta a melhor função de aptidão. Para o PRT foram considerados três indivíduos ( $k = 3$ ).

### 3.4. Operação de *Crossover*

Após a seleção dos pais, seus genes são combinados de forma a gerar dois novos filhos, tendo cada um deles, um conjunto de genes de cada um dos cromossomos pais. Para tanto, foi utilizado o operador *crossover* OX, adaptado ao problema. Este operador é caracterizado por escolher aleatoriamente dois pontos de cortes em cada cromossomo pai, e em seguida recombinando as parcelas dos pais gerando dois filhos que herdam as faixas de valores entre os cortes de seus respectivos pais (Talbi, 2009). Os cortes são realizados verticalmente, permitindo que os indivíduos possam ser cruzados e as jornadas pré-definidas para cada dia do horizonte de planejamento sejam mantidas. Cruzamentos de matrizes com números diferentes de rodízios (linhas) podem ser realizados, visto que os novos indivíduos gerados passam a ter a mesma quantidade de rodízios da solução com o maior número de linhas. O cruzamento é finalizado completando a(s) parte(s) proveniente(s) da matriz com o menor número de linhas com valores que representam folgas e não alteram a execução das jornadas.

O *crossover* é exemplificado nas Figuras 2 e 3, entre duas soluções pais, gerando dois novos filhos. Neste exemplo, os pais representam um horizonte de 7 dias, contendo, respectivamente, 5 e 7 rodízios. Os valores negativos representam uma folga e os valores positivos representam as jornadas a serem executadas. Os dois pontos de cortes escolhidos aleatoriamente determinam as faixas de jornadas que cada solução descendente herdará de seus pais. Após o cruzamento, as novas soluções passam a ter 7 rodízios. As jornadas que completam as novas soluções são preenchidas com um valor negativo, representando uma folga, de modo a não alterar a solução. A seguir, cada nova solução é submetida aos procedimentos que reparam inviabilidades que possam ser causadas pelo *crossover*.

### 3.5. Operação de Mutação

A operação de mutação é realizada de acordo com uma dada probabilidade, definida a priori. Esta operação difere para cada uma das etapas da resolução do PRT. Na primeira etapa do PRT, o processo de mutação adotado é caracterizado pela troca de uma folga por uma jornada de

trabalho realizada por uma tripulação em um dado dia. Na segunda etapa do PRT, o processo de mutação é caracterizado pela troca de jornadas em um dia entre duas tripulações quaisquer.

S	T	Q	Q	S	S	D
-1	1	1	1	1	-1	1
1	2	2	2	-1	1	2
2	-1	3	3	2	2	-1
-1	3	4	4	3	-1	3
3	4	-1	5	4	3	4

S	T	Q	Q	S	S	D
1	-1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	-1
-1	2	3	3	3	-1	2
3	3	-1	4	4	3	3
4	4	4	-1	5	4	4
5	5	5	5	6	-1	5
-1	6	6	6	7	5	-1

Figura 2. Soluções pais submetidas ao crossover

S	T	Q	Q	S	S	D
-1	1	1	1	1	-1	1
1	2	2	2	2	1	2
2	-1	3	3	3	2	-1
-1	3	-1	4	4	-1	3
3	4	4	-1	5	3	4
-1	-1	5	5	6	-1	-1
-1	-1	6	6	7	-1	-1

S	T	Q	Q	S	S	D
1	-1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	-1	2	-1
-1	2	3	3	2	-1	2
3	3	4	4	3	3	3
4	4	-1	5	4	4	4
5	5	-1	-1	-1	-1	5
-1	6	-1	-1	-1	5	-1

Figura 3. Soluções filhas geradas pelo crossover

### 3.6. Função Objetivo

Para o cálculo da FO de uma solução para a primeira etapa do PRT foram consideradas seis características de grande influência para o problema:

- 1)  $qtc$  e  $qtf$ : a quantidade de tripulações convencionais e de tripulações do tipo *folguista*, respectivamente, necessárias para cumprir todas as jornadas;
- 2)  $qfp$ : número de folgas fora dos padrões especificados: 5/1 ou 6/1;
- 3)  $qftf$ : número de ocorrências de uma jornada de trabalho entre duas folgas;
- 4)  $qdnf$ : quantidade de rodízios sem a ocorrência de folga no domingo;
- 5)  $qf7d$ : quantidade de ocorrência de sete ou mais dias trabalhados consecutivamente.

Os dois últimos itens listados acima fazem parte das leis trabalhistas e devem ser necessariamente satisfeitos nas soluções. Desta maneira, seus coeficientes receberam valores elevados. Os seis itens que caracterizam uma solução são multiplicados pelos seus respectivos coeficientes  $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$  e  $w_6$  utilizados para ajustar a qualidade de uma solução do ponto de vista prático. O custo de uma solução  $s$ ,  $Custo(s)$ , é dado pelo somatório dos itens ponderados de cada tripulação convencional e folguista necessárias,  $N$ .

$$Custo(s) = \sum_{i \in N} w_1 \times qtc_i + w_2 \times qtf_i + w_3 \times qfp_i + w_4 \times qftf_i + w_5 \times qdnf_i + w_6 \times qf7d_i \quad (1)$$

A expressão (1) representa a função de custo utilizada na implementação da primeira etapa da metaheurística. Os valores considerados para os coeficientes  $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$  e  $w_6$  foram 100, 500, 10, 50, 700 e 700, respectivamente. Estes valores foram escolhidos após testes empíricos.

O objetivo da segunda etapa do PRT é realizar a alocação das jornadas às tripulações, respeitando as folgas alocadas na primeira etapa. As jornadas são caracterizadas pelo seu tipo: dupla pegada ou simples; seu turno; e o total de horas extras ou ociosas. Para o cálculo da FO são considerados o total de horas extras e horas ociosas acumuladas pelas tripulações durante o período.

Cada rodízio, ou seja, cada sequência de jornadas na solução é formada por um conjunto de jornadas e dias de folga. Ao final de cada rodízio, tem-se um número de horas extras,  $nHe$ , ou de horas ociosas,  $nHo$ , resultantes da compensação e acúmulo das mesmas no período.



O Banco de Horas é utilizado para compensar  $nHe$  com  $nHo$ . A compensação de um rodízio  $r$  é dada pela expressão  $compensacao(r) = nHe - nHo$ . Como resultado, obtém-se um valor positivo quando o número de horas extras for superior ao número de horas ociosas, um valor negativo quando o número de horas extras for inferior ao número de horas ociosas e zero quando o número de horas extras for igual ao número de horas ociosas.

Como cada rodízio da solução é avaliado pela função de compensação, deve-se obter um valor que represente toda a solução. Assim, realiza-se um somatório das horas extras e outro das horas ociosas, obtendo os valores  $sumHe$  e  $sumHo$ , respectivamente. Para cada série são calculados seus respectivos Desvios Padrões Amostrais,  $dpHe$  e  $dpHo$ . A inclusão destes fatores na FO levam a uma distribuição mais homogênea da carga horária de trabalho dos rodízios.

Por fim, com os Desvios Padrões e os somatórios das compensações calculados, é obtida a FO para a segunda etapa do PRT. Cada parcela considerada é multiplicada pelo seu coeficiente  $w_1, w_2, w_3$  e  $w_4$ . Os valores considerados para estes coeficiente foram unitários. A expressão (3) representa a função de custo utilizada na implementação da segunda etapa da metaheurística.

$$Custo(s) = w_1 \times sumHe + w_2 \times sumHo + w_3 \times dpHe + w_4 \times dpHo \quad (3)$$

### 3.7. Seleção da Nova População

Uma vez selecionadas as soluções pais através da seleção por torneio, são geradas as soluções filhas através da operação de *crossover*. São criadas  $2n$  soluções, sendo  $n$  o tamanho da população inicial. Estas soluções são submetidas ao processo de mutação e avaliação, e posteriormente são inseridas na nova população. A seleção por torneio é utilizada para selecionar  $n$  indivíduos do total  $2n$  gerados. Para cada geração, uma nova população é criada a partir dos métodos mencionados acima.

## 4. Experimentos Computacionais

Para testar o AG foram utilizados dados reais de uma empresa de transporte público que opera na cidade de Belo Horizonte. Os experimentos foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-2600, 8 GB de RAM, Sistema Operacional Windows 7. O algoritmo foi desenvolvido na linguagem de programação C++.

Os dados fornecidos pela empresa são: a quantidade de jornadas a serem executadas nos dias úteis, nos sábados e nos domingos, com os seus respectivos horários de início e de término. Assim, para cada jornada de trabalho, é possível calcular o seu tempo de duração, sua quantidade de horas extras ou ociosas de trabalho, sua caracterização como jornada simples ou como dupla pegada e seu turno. Estes dados são apresentados na Tabela 1, que mostra ainda o total de horas extras e ociosas em cada tipo de dia. O período de planejamento considerado foi de 7 semanas.

**Tabela 1.** Quantidade de jornadas e suas características fornecidas pela empresa

Dias da Semana	Total de Jornadas	Dupla Pegada	Noturno	HE	HO
<b>Dia Útil</b>	104	4	13	62:46	78:36
<b>Sábado</b>	70	0	11	45:37	26:54
<b>Domingo</b>	53	0	9	27:41	16:01

Foi considerada a restrição operacional de que as tripulações devem se manter em um único turno. Desta forma, o problema pode ser dividido em 4 turnos independentes, gerando 4 subproblemas, sendo um para cada turno. Esta divisão do problema possibilitou a comparação dos resultados obtidos neste trabalho com aqueles obtidos por Boas e Silva (2014).

Com a divisão do problema, são obtidas novas quantidades de jornadas a serem executadas nos dias úteis, sábados e domingos, cada qual relacionada ao seu respectivo turno. Assim, cada subproblema foi resolvido independentemente. Estes dados são apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2.** Quantidade de jornadas para cada subproblema gerado, caracterizados como T1, T2, T3 e T4

Turno	Dia Útil	Sábado	Domingo	Dupla Pegada
T1	49	28	20	4
T2	38	26	20	0
T3	12	11	10	0
T4	5	5	3	0

A fim de medir a eficácia do AG, foram realizados testes computacionais variando-se seus parâmetros para escolher aqueles que devem gerar as melhores soluções. Dentre os parâmetros do AG, foram calibradas a taxa de *crossover* e de mutação. O tamanho da população inicial foi definido mediante testes executados anteriormente e a quantidade de gerações foi definida por tempo de processamento. Assim, o tamanho da população considerado foi de 1200, 2000, 100 e 200 para T1, T2, T3 e T4 na primeira etapa, respectivamente, e de 2000, 1200, 250 e 250, para os subproblemas T1, T2, T3 e T4 na segunda etapa, respectivamente. O tempo de processamento variou de trinta minutos a duas horas, dependendo do tamanho do subproblema tratado. Considerado a taxa de *crossover* dada por *txc*, a taxa de mutação fica definida como  $1 - txc$  (Whitley, 1994). Assim, os valores considerados para a taxa de *crossover* foram de 45%, 60%, 75% e 90%, e de 55%, 40%, 25% e 10% para a taxa de mutação, em ambas as etapas da resolução do PRT.

Para cada etapa da resolução do PRT, os parâmetros foram calibrados independentemente, uma vez que a função objetivo difere de uma etapa para outra. A calibração das etapas feita de forma independente possibilita uma melhor solução final para o problema, uma vez que na primeira etapa são definidos os padrões de folga e o número mínimo de tripulações e na segunda etapa é minimizada a quantidade de horas extras e ociosas da escala.

#### 4.1. Resolução do Problema

Utilizando os valores definidos anteriormente para o tamanho da população inicial e o número de gerações, foram executados testes computacionais para encontrar a melhor taxa de *crossover* e consequentemente de mutação para o problema. Para cada combinação de parâmetros foram executados 3 testes. Para os turnos 1 e 2, que são maiores, o tempo de processamento foi fixado em 2 horas em ambas as etapas da resolução. Para os turnos 3 e 4, que são menores, o tempo de processamento considerado foi fixado em 30 minutos em ambas as etapas da resolução.

Foi escolhida a taxa de *crossover* que gerou o menor valor da FO e também o menor valor médio. Os resultados encontrados nas etapas 1 e 2 são apresentados nas Tabelas 3 e 4, para cada turno e taxa de *crossover* considerados. Os valores em negrito são as melhores soluções encontradas e suas respectivas as taxas de *crossover* foram selecionadas.

**Tabela 3.** Melhor valor da FO por turno e taxa de crossover na primeira etapa

Turno	0,45	0,60	0,75	0,90
T1	7.980	6.980	7.010	<b>6.970</b>
T2	7.390	7.170	6.380	<b>6.220</b>
T3	<b>3.320</b>	3.350	3.370	3.430
T4	<b>1.200</b>	1.210	1.230	1.240

**Tabela 4.** Melhor valor da FO por turno e taxa de crossover na segunda etapa

Turno	0,45	0,60	0,75	0,90
T1	69.936,9	69.954,6	69.922,6	<b>69.915,6</b>
T2	43.858,8	43.826,6	<b>43.826,1</b>	43.830
T3	13.601,5	13.659,9	13.586,4	<b>13.584,1</b>
T4	8.116,87	8.116,82	<b>8.115,48</b>	8.115,99

Após serem escolhidas as melhores taxas de *crossover* para cada etapa e turno do PRT, foram realizados 10 novos testes para medir o desempenho do AG com tais parâmetros. Os melhores valores da FO obtidos são apresentados na Tabela 5 a seguir, juntamente ao seu Desvio Médio, DM, dado por  $(fo\_média - melhor\_fo)/fo\_média$ , em relação às demais soluções obtidas. Estes não são significativamente melhores do que os melhores resultados obtidos anteriormente.

**Tabela 5.** Melhor valor da FO e Desvio Médio por etapa e turno nos novos testes executados

	T1		T2		T3		T4	
	FO	DM	FO	DM	FO	DM	FO	DM
<b>Etapa 1</b>	6.970	0,0049	6.180	0,0341	3.300	0,0099	1.200	0,0109
<b>Etapa 2</b>	69.887,30	0,0003	43.826,10	5,475e-5	13.584,10	0,0003	8.114,60	0,0003

Na Tabela 6 é apresentado um resumo dos melhores resultados obtidos para cada subproblema. Esta Tabela contém, para cada turno, a quantidade de jornadas para os dias úteis, sábados e domingos/feriados, a quantidade de tripulações necessária para executá-las, a quantidade de horas extras e horas ociosas acumuladas no período e o Desvio Padrão Amostral (em minutos), que reflete a homogeneidade da distribuição das tarefas aos funcionários.

**Tabela 6.** Resumo geral dos resultados obtidos para todos os subproblemas considerados

Turno	DU	SAB	DOM/FER	Tripulações	Horas Extras	Horas Ociosas	DP
<b>1</b>	49	28	20	51	00:00	1.162:00	167,26
<b>2</b>	38	26	20	41	729:52	00:00	33,52
<b>3</b>	12	11	10	15	225:52	00:00	4,13
<b>4</b>	5	5	3	6	00:00	135:13	1,60
<b>Total</b>	104	70	53	113	955:44	1.297:13	

Como pode-se notar na Tabela 6, em todos os turnos foram encontradas as compensações ótimas, ou seja, foi realizada toda a compensação possível entre horas extras e ociosas. As horas extras foram zeradas nos turnos 1 e 4 e as horas ociosas foram zeradas nos turnos 2 e 3.

Na Tabela 7, o melhor resultado obtido é apresentado juntamente com a solução realizada pela empresa e pelo modelo exato proposto por Boas e Silva (2014). Nesta tabela, para cada modelo proposto, é apresentado o número de tripulações e o total de horas extras e horas ociosas.

**Tabela 7.** Resultados obtidos com o AG, a escala da empresa e por um modelo exato

	Tripulações	Horas Extras	Horas Ociosas
<b>Modelo Proposto</b>	<b>113</b>	<b>955:44</b>	<b>1.297:13</b>
Empresa	244	1.106:39	1.695:52
Boas and Silva (2014)	110	955:44	1.297:13

Analisando o número de tripulações, o modelo proposto obteve um resultado bastante satisfatório comparado à escala realizada pela empresa, alcançando uma redução de 53,7% do número de condutores. Comparando com os resultados obtidos por Boas e Silva (2014), o presente modelo também se mostra bastante competitivo, visto que resultou na mesma quantidade de horas extras e horas ociosas, e uma diferença de apenas 3 tripulações (2,7%) em relação à solução ótima obtida por um modelo de PLI. A comparação realizada entre os dois métodos visa destacar a qualidade da solução encontrada pelo método proposto, visto que o modelo exato proposto por Boas e Silva (2014) encontra a melhor solução possível. Por outro lado, o modelo exato de Boas e Silva (2014) é limitado na resolução de problemas maiores, o que não acontece com o AG proposto. A única implicação na abordagem de problemas maiores se refere ao tempo de processamento que deve ser maior. Comparando os resultados obtidos com a solução da empresa, o modelo alcançou uma quantidade menor no montante de horas extras e de horas ociosas.

## 5. Conclusão

Este trabalho apresenta a implementação da metaheurística Algoritmos Genéticos (AG) para resolver o Problema de Rodízio de Tripulações do Sistema de Transporte Público Brasileiro (PRT). O problema foi dividido em duas etapas, sendo que na primeira são definidos os dias de folga de cada tripulação, considerando suas respectivas restrições operacionais e trabalhistas. A segunda etapa consiste na alocação das jornadas propriamente ditas, que devem ser realizadas por cada tripulação nos seus respectivos dias de trabalho. A alocação das jornadas é realizada a partir da solução gerada na primeira etapa, que define os dias de folga e a quantidade de tripulações necessárias. A metaheurística foi modelada para resolver um caso prático da realidade brasileira.

O AG foi calibrado, testando diferentes parâmetros e obtendo a combinação mais eficiente para cada subproblema e etapa considerada. Definidos os parâmetros, foram executados novos testes de eficiência do AG. O algoritmo foi testado com os dados reais de uma empresa brasileira e mostraram que a solução produzida é capaz de reduzir em 53,7% o total de tripulações necessárias para a execução de todas as jornadas, quando comparado com a escala realizada pela empresa. Além disso, verificou-se também que o modelo proposto obtém a compensação máxima entre as horas extras e ociosas de cada turno. Em relação ao número de tripulações, o AG ficou a 2,7% da solução ótima, o que mostra ser um algoritmo bastante eficiente na resolução do problema. Os resultados mostram também que houve uma excelente distribuição da carga de trabalho para as tripulações, visto que o Desvio Padrão da carga de trabalho variou entre 1,6 e 167,26 minutos para os diferentes problemas resolvidos.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPq, à FAPEMIG e à UFOP pelo apoio recebido no desenvolvimento deste trabalho.

## Referências

- Bianco, L., Bielli, M., Mingozzi, A., Ricciardelli, S. e Spadoni, M.** (1992), A heuristic procedure for the crew rostering problem, *European Journal of Operations Research*, 58(2), 272–283.
- Boas, M. G. V. e Silva, G. P.** (2014). Modelos de Programação Inteira para o Problema de Rodízio de Tripulações de Ônibus Urbano. *Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1–12.
- Caprara, A., Monaci, M., e Toth, P.** (2003), Models and algorithms for a staff scheduling problem, *Mathematical Programming*, 98(1–3), 445–476.
- Carraresi, P. e Gallo, G.** (1984), A multi-level bottleneck assignment approach to the bus drivers rostering problem, *European Journal of Operational Research*, 16(2), 163–173.
- Ernst, A. T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M. e Sier, D.** (2004) Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models, *European Journal of Operational Research*, 153, 3–27.
- Goldberg, D. E.**, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Berkeley, 1989.
- Mayrink, V. T. M. e Silva, G. P.** (2013), Otimização do rodízio de tripulações do sistema de transporte público, *Journal of Transport Literature*, 7(3), 192–213.
- Silva, G. P. e Prates, R. F. C.** (2014), Otimização da Escala Mensal de Motoristas de Ônibus Urbano Utilizando a Metaheurística *Variable Neighborhood Search*, *TRANSPORTES*, 22(1), 31–43.
- Talbi, E. G.** *Metaheuristics: from design to implementation*, John Wiley & Sons, 2009.
- Toffolo, T. A., Souza, M. J. F. e Silva, G. P.** (2005), Resolução do Problema de Rodízio de Tripulações de Ônibus Urbano via *Simulated Annealing* e *Iterated Local Search*, *Anais do XIX Congresso de pesquisa e Ensino em Transportes, ANPET*, 2, 657–668.
- Whitley, D.** A Genetic Algorithm Tutorial, *Computer Science Department, Colorado State University*, Fort Collins, CO 80523, 1994.