

## MODELO MULTICRITÉRIO DE SELEÇÃO DE FORNECEDORES COM BASE NO MÉTODO TOPSIS COM NÚMEROS GREY

**Lucia Reis Peixoto Roselli**

UFPE- Universidade Federal de Pernambuco  
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N-Cidade universitária-Recife-PE  
e-mail: luciarpr@hotmail.com

**Adiel Teixeira de Almeida**

UFPE- Universidade Federal de Pernambuco  
Av. Acadêmico Hélio Ramos, S/N-Cidade universitária-Recife-PE  
e-mail: almeidaatd@gamil.com

### RESUMO

O estudo desenvolvido considerou o Método Topsis e a Teoria dos Números Cinza ou Números Grey para construir um modelo de apoio à decisão em problemas multicritério inseridos em ambiente com informação imprecisa. Para construção do modelo, foi desenvolvida uma formulação que procurou ajustar os números cinza a estrutura analítica tradicional do Topsis, objetivando alterações mínimas. Ao final, uma aplicação numérica em seleção de fornecedores é apresentada para ilustrar o uso do modelo proposto.

**PALAVARAS CHAVE. Problema de Decisão Multicritério, Método Topsis, Números Cinza.**

**Apoio à Decisão Multicritério.**

### ABSTRACT

This study considers Topsis Method concepts and Theory of Grey Numbers, in order to build a model that aid decision-makers in multiple criteria decision making (MCDM), in which an environment of imprecise information is accounted for. To build this model, was developed a formulation that sought to adjust the grey numbers and the traditional analytical structure of Topsis, with minimal changes. Finally, a supplier selection numerical application demonstrates the use of the proposed model.

**KEYWORDS. Multiple Criteria Decision Making, Method Topsis, Grey Numbers. Multiple Criteria Decision Edge.**

## 1. Introdução

Tomada de decisão, é uma atividade diária realizada por todos. Porém dependendo da situação a qual esteja aplicada, nem sempre esta é realizada de maneira simples e objetiva. Segundo Almeida (2013), problemas de decisão multicritério são caracterizados por situações onde há pelo menos duas alternativas de ação para se escolher, e essa escolha é conduzida pelo desejo de se atender a múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes entre si. Dessa forma, situações que envolvem problemas de decisão multicritério, são complexas e geralmente implicam em um maior grau de dificuldade na tomada de decisão.

Na tentativa de auxiliar os decisores a solucionarem tais problemas de decisão, diversos métodos foram desenvolvidos e hoje se encontram presentes na literatura. Dentre os métodos existentes, o Topsis foi o escolhido para o desenvolvimento deste estudo.

Aliado aos conceitos do Topsis, a Teoria dos Números Grey, também foi escolhida para o desenvolvimento desta abordagem. Esta teoria apresenta grande importância, pois em sua formulação, lida com dados imprecisos. Sendo então, muito utilizada para retratar problemas cotidianos dentro das organizações, visto que estes estão geralmente inseridos em um ambiente instável e bastante dinâmico, onde a falta de informações se faz presente.

Dessa forma, sendo composto por conceitos de Topsis e de Números Cinza, o estudo em questão teve como objetivo propor um modelo que a partir da integração destes conceitos, servisse de auxílio aos decisores para resolução de problemas multicritério. Ao final, uma aplicação numérica de um problema de seleção de fornecedor foi desenvolvida para ilustrar o modelo proposto.

## 2. Método TOPSIS e Números Grey

Este item dividido em três sessões e tem como objetivo apresentar um referencial teórico e prático das abordagens utilizadas para o desenvolvimento do artigo. A primeira sessão é composta por informações referentes ao Método Topsis, a sessão seguinte é composta por uma abordagem teórica sobre os Números Grey e por fim, a última sessão é composta por uma integração teórica e prática de Grey-Topsis.

### 2.1 Método TOPSIS

TOPSIS é um método de auxílio na resolução de problemas multicritérios, conhecido como técnica de ordem de preferência por semelhança a uma solução ideal. Este método tanto pode ser abordado individualmente, em função de dados de entrada precisos e previamente determinados pelos decisores, como também em conjunto com outros métodos existentes na literatura. Em situações onde a falta de informação se faz presente nos problemas, o Topsis, deve ser integrado com outras abordagens para sua aplicação.

O Topsis é um método que após ser aplicado na resolução de problemas do tipo MCDM, produz como resultado uma ordenação das alternativas existentes. Sendo esta ordenação baseada na idéia de que a melhor alternativa deve ser aquela que apresente mínima distância à solução ideal e máxima distância à solução anti-ideal ou "nadir".

O método, objetiva gerar uma ordenação decrescente dos coeficientes das distâncias calculadas. Este coeficiente é conhecido na literatura como proximidade relativa. Sendo assim, aquela alternativa que apresentar maior proximidade relativa (RC), será classificada na primeira posição do ranking.

Segundo Almeida (2013), o valor de  $RC_j$  será tanto maior quanto mais próxima a alternativa  $a_j$  for do ponto ideal, conhecido também como positive ideal solution (PIS), e mais distante for do ponto anti-ideal, negative ideal solution (NIS).

Diversos problemas de decisão podem ser solucionados com o Topsis, podendo ser estes do tipo único decisor ou decisão em grupo. Antes de seguir com a metodologia de cálculos necessários para a geração de resultados no Topsis, um breve estudo bibliográfico foi realizado apresentando alguns estudos que serviram como base para avaliação deste método.

Shih et al. (2007) utilizaram dos conceitos de Topsis para auxiliar na resolução de um problema de decisão multicritério em grupo. Na abordagem realizada, além de utilizar-se dos

conceitos básicos do Topsis, o estudo incluiu também a agregação das preferências dos decisores. O modelo desenvolvido nesta abordagem pode ser utilizado em muitas situações reais de decisão. Ao final, foram apresentados os efeitos da agregação das preferências externas e internas dos decisores com diferentes combinações, sendo uma comparação destes efeitos realizada com o uso de uma aplicação numérica.

Bilbao-Terol et al. (2014) desenvolveram uma metodologia baseada no Topsis para avaliar a sustentabilidade dos investimentos governamentais em questões importantes. A proposta apresentada buscou desenvolver uma solução para o problema de decisão multicritério apresentado sobre a dificuldade de encontrar uma medida para avaliar os investimentos em sustentabilidade.

Zanakis et al. (1998) apresentaram um estudo que procurava investigar a performance para oito métodos utilizados nos estudos de teoria da decisão, que são: Electre, Topsis, MEW, SAW, AHP. As similaridades e diferenças de desempenho de performance de cada método foram analisadas, observando que tanto a quantidade de alternativas utilizadas quanto a distribuição dos pesos dos critérios afetavam essa performance.

Para a aplicação do TOPSIS, uma sequência de cálculos deve ser executada, seguindo a ordem tradicional, estes são: desenvolvimento da matriz de decisão normalizada, desenvolvimento da matriz de decisão ponderada, distância ao ponto positivo ideal (PIS) e ao ponto negativo ideal (NIS) e proximidade relativa. A seguir, são apresentadas as equações necessárias para a aplicação do método Topsis.

De acordo com a formulação básica realizada nos diversos estudos avaliados para o desenvolvimento desta abordagem, foram tomadas como base as equações desenvolvidas por Almeida (2013) em seu livro.

- Normalização da Matriz de Consequência

Para os critérios crescentes, deve ser feito:

$$V(x) = \frac{x - \text{Max}_i}{\text{Max}_i - \text{Min}_i} \quad (1)$$

Para os critérios decrescentes, deve ser feito:

$$V(x) = \frac{x - \text{Min}_i}{\text{Min}_i - \text{Max}_i} \quad (2)$$

Onde

$V(x)$  valor da consequência normalizada.

$x$  valor da consequência

$\text{Min}_i$  valor mínimo do critério  $i$

$\text{Max}_i$  valor máximo do critério  $i$ .

- Matriz Ponderada

$$V(x)'_i = w_i \times V(x)_i \quad (3)$$

Onde

$V(x)'$  valor da consequência ponderada

$V(x)$  valor da consequência normalizada

$W_i$  constante de escala do critério  $i$

- Distância até o (PIS) e (NIS)

A distância de cada alternativa ao PIS

$$D_j^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (V(x)'_i - V(x)_i^*)} \quad (4)$$

Onde

$V(x)'$  valor da consequência ponderada para o critério  $i$

$V(x)^*$  valor da consequência ponderada melhor para o critério  $i$   
 $J$  alternativa

A distância de cada alternativa ao NIS

$$D_j^0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V(x)_i' - V(x)_i^0)^2} \quad (5)$$

Onde

$V(x)'$  valor da consequência ponderada para o critério  $i$   
 $V(x)^0$  valor da consequência ponderada pior para o critério  $i$   
 $J$  alternativas

- Proximidade Relativa

$$RC_j = \frac{D_j^0}{(D_j^0 + D_j^*)} \quad (6)$$

Onde

$D_j^0$  distância ao NIS para a alternativa  $j$   
 $D_j^*$  distância ao PIS para a alternativa  $j$   
 $J$  alternativas

## 2.2 Números Grey

Muitas situações cotidianas envolvem problemas complexos e que trazem consigo algum tipo de imprecisão quanto aos seus dados de entrada. No cenário empresarial, a falta de certeza em informações cruciais é algo comum e que afeta a tomada de decisão de muitos gestores.

Diversos problemas de decisão, além de apresentarem em sua maior parte informações de entrada que não são conhecidas com exatidão, envolvem também atributos quantitativos e qualitativos que em muitas situações são conflitantes. Dessa forma, muitos decisores encontram dificuldades em definir preferências e valores de consequências em tais problemas de decisão.

Neste contexto, como forma de auxiliar em situações como as apresentadas, a Teoria dos Números Grey, desenvolveu-se. Números Grey, são caracterizados por um conjunto de dados incertos, utilizados para expressar valores de consequências que não são especificadas precisamente pelos decisores. Sendo expressos em intervalos, um número grey é composto por um valor inferior e um valor superior, e dessa forma, o valor de uma consequência pode ser representado por qualquer um daqueles contidos na faixa.

A Teoria dos Números Cinza pode ser combinada com outros métodos clássicos, para auxiliar na resolução de problemas de decisão multicritério inseridos em ambiente dinâmico. Pela importância desta teoria, uma análise em abordagens tradicionais, foi desenvolvida e é apresentada a seguir.

Gong et al. (2014) desenvolveram um modelo de consenso com base no custo mínimo do ponto de vista do moderador e um modelo de consenso com base no retorno máximo do ponto de vista do decisor. Este trabalho transformou pela primeira vez uma opinião cinza em dois números discretos, além disso, construiu um modelo primal de programação linear com intervalo de preferência cinza para obter a opinião consensual ideal.

Sadeghi et al. (2013) propôs um modelo multi-objetivo para lidar com o problema de planejamento, em que os parâmetros do modelo foram expressos sob a forma de números cinza. Devido ao fato de tratar-se de planejamento agregado, o qual está inserido no médio prazo, o grau de imprecisão quanto aos parâmetros é mais elevado. Nesta perspectiva, foi sugerido no estudo, a resolução do modelo cinza por meio de uma meta de programação com níveis de aspiração incertos. O modelo foi aplicado em um problema real, e seus resultados foram ilustrados.

Wei (2010) desenvolveu um estudo cujo objetivo foi investigar problemas de decisão

multicritério que apresentava pesos de critérios incertos. A fim de obter o vetor de ponderação dos atributos, foi estabelecido um modelo de otimização baseado na análise relacional cinza (GRA). O grau de relação cinza entre todas as alternativas e solução ideal e anti-ideal foi calculado no estudo.

Como apresentado no referencial teórico, o desenvolvimento da Teoria de Números Grey, é de bastante importância para auxílio em tomadas de decisão. Porém, para a aplicação destes números em problemas de decisão multicritério, algumas definições quanto as suas modelagens devem ser observadas.

Definição 1. Operações com Grey Numbers

De acordo com Lin et al (2008), sejam dois grey numbers  $\otimes a = [\underline{a}, \bar{a}]$  e  $\otimes b = [\underline{b}, \bar{b}]$

$$\otimes a + \otimes b = [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}] \quad (7)$$

$$\otimes a - \otimes b = [\underline{a} - \underline{b}, \bar{a} - \bar{b}] \quad (8)$$

$$\otimes a \times \otimes b = [\min(\underline{a} \times \underline{b}, \bar{a} \times \underline{b}, \bar{a} \times \bar{b}, \underline{a} \times \bar{b}), \max(\underline{a} \times \underline{b}, \bar{a} \times \underline{b}, \bar{a} \times \bar{b}, \underline{a} \times \bar{b})] \quad (9)$$

$$\otimes a \div \otimes b = \otimes a \times \left[ \frac{1}{\underline{b}}, \frac{1}{\bar{b}} \right] \quad (10)$$

$$k \times \otimes a = [k \times \underline{a}, k \times \bar{a}], \text{ onde } k \text{ é uma constante} \quad (11)$$

Definição 2. Distância entre dois Grey Numbers

De acordo com Lin et al (2008), sejam dois grey numbers  $\otimes a = [\underline{a}, \bar{a}]$  e  $\otimes b = [\underline{b}, \bar{b}]$

$$d(\otimes a, \otimes b) = \sqrt{\frac{1}{2} [(\underline{a} - \underline{b})^2 + (\bar{a} - \bar{b})^2]} \quad (12)$$

### 2.3 Uso de Números Grey com o Método TOPSIS

Assim como abordado acima, o Método Topsis é um dos métodos apresentados na literatura para auxílio na resolução de problemas de tomada de decisão MCDM. Este método é de fácil aplicabilidade e entendimento, sendo caracterizado pelo cálculo de um coeficiente baseado na distância que cada alternativa apresenta aos pontos de solução ideal e anti-ideal. Neste contexto, o Topsis foi escolhido dentre os métodos existentes para ser utilizado na elaboração de um modelo de auxílio na resolução de problemas multicritério.

A Teoria dos Números Grey, também foi utilizada para o desenvolvimento deste estudo. Devido ao fato de inúmeros problemas apresentados no cotidiano real das organizações estarem inseridos em ambientes que apresentam informações imprecisas, estes quando retratados, não são expresso de maneira coerente pelos decisores. Sendo assim, a Teoria dos Números Cinza foi abordada por trabalhar com dados imprecisos e tornar o modelo proposto mais conciso e real.

Dessa forma, após a apresentação dos conceitos específicos sobre o Método Topsis e a Teoria dos Números Cinza, é necessário que uma integração destes conceitos seja desenvolvida para a sua aplicabilidade em problemas.

A integração dos conceitos do Topsis e Números Grey foi avaliada por diversos estudos tradicionais existentes na literatura. Como forma de apoio para o desenvolvimento do modelo proposto, uma revisão bibliográfica foi realizada com o objetivo de demonstrar as diversas formas de integração destes conceitos.

Chen et al.(2014) desenvolveram uma abordagem sobre o sistema de transporte das grandes cidades, onde a realização de avaliações destes sistemas é uma tarefa difícil, pois se envolve atributos quantitativos e qualitativos, em diferentes escalas. Para auxiliar na solução

deste problema, utilizou-se o método Topsis e avaliações cinza em multi-nível (MGE). Um estudo de caso sobre a estação Beijing South na China foi desenvolvido para demonstrar o mérito do método proposto.

Peng et al. (2011) desenvolveram um estudo para solucionar um tipo de problema que envolve decisão multicritério muito comum nas organizações, a seleção de fornecedores. Utilizando dos conceitos de GRA (grey relational analysis) e o Topsis, o estudo desenvolveu um método para auxiliar na tomada de decisão. Um exemplo foi demonstrado para ilustrar o método proposto no estudo.

Zavadskas (2010) desenvolveu em seu estudo aplicações de teoria grey para definir a utilidade das alternativas. A abordagem envolveu o ramo da construção civil avaliando a importância desta para a vida das pessoas e para a economia mundial. Dois métodos foram apresentados, sendo eles: Grey-Topsis e SAW-G, para auxiliar na problemática de seleção de empreiteiros.

Jin et al (2007) desenvolveram uma abordagem que analisou a situação interna da rede de transportes públicos urbanos. O transporte público é algo necessário para o desenvolvimento econômico da cidade e da vida das pessoas, e por esse motivo é um fator de estudo muito influente dentro da área de planejamento. No estudo, se fez uso da teoria grey-topsis para a construção de modelo de avaliação. Um levantamento da proximidade relativa cinza entre cada projeto com a solução positiva ideal (PIS) e a solução ideal negativo (NIS) foi realizado dentro da abordagem.

Lin et al. (2008) desenvolveram um estudo que aborda um problema de decisão multicritério dinâmico. Para auxílio na modelagem e resolução do problema, o estudo apresentou conceitos do Método Topsis e Teoria Grey. Um problema de seleção de fornecedores para um empresa de engenharia foi ilustrado para demonstrar a aplicabilidade e eficiência do modelo proposto.

Como apresentado nos estudos, a seleção de fornecedores é uma questão abordada com frequência no cotidiano das organizações. Dessa forma, o estudo em questão desenvolveu também um problema de seleção de fornecedores para aplicar o modelo proposto.

Por meio da competitividade e da globalização, as cadeias de suprimentos atualmente são compostas de diversas redes, que por sua vez apresentam muitas alternativas e muitos atributos. Sendo assim, a tomada de decisão quanto à escolha de um fornecedor, se comporta como um problema de decisão multicritério.

Além disso, a seleção estruturada de uma cadeia de suprimentos vem se tornando cada vez mais uma questão de extrema importância para as organizações, sendo caracterizada como estratégica. Muitos métodos são abordados para lidar com problemas como este, e é nesse sentido que o estudo propõe um modelo de auxílio para a resolução deste problema combinando o Método Topsis com a Teoria dos Números Cinza.

O modelo proposto foi desenvolvido procurando seguir a construção dos cálculos da mesma maneira que o método Topsis tradicional o realiza, porém apresentando as aplicações de números grey no lugar de números precisos. As sequências de equações foram formuladas com base nas apresentadas nos itens anteriores.

As abordagens de formulação Grey-Topsis de diversos estudos foram analisadas, sendo então algumas das equações desenvolvidas baseadas em formulações antigas e outras adaptadas com base nelas.

- Normalização da Matriz de Consequência

Uma adaptação das equações apresentadas por Peng et al (2011) foi desenvolvida para a formulação das equações para os cálculos de normalização da matriz de consequências. As adaptações foram realizadas para garantir que a normalização adeque os valores das consequências dentro do intervalo de [0,1], seguindo a normalização do tipo 1 de acordo com Almeida (2013).

Para os critérios crescentes, deve ser feito:

$$V(\underline{x}) = \frac{\underline{x} - \underline{x}_i^0}{\bar{x}_i^* - \underline{x}_i^0} \quad (13)$$

$$V(\bar{x}) = \frac{\bar{x} - \underline{x}_i^0}{\bar{x}_i^* - \underline{x}_i^0} \quad (14)$$

Para os critérios decrescentes, deve ser feito:

$$V(\underline{x}) = \frac{\underline{x} - \bar{x}_i^*}{\underline{x}_i^0 - \bar{x}_i^*} \quad (15)$$

$$V(\bar{x}) = \frac{\bar{x} - \bar{x}_i^*}{\underline{x}_i^0 - \bar{x}_i^*} \quad (16)$$

Onde:

$V(\bar{x})$  valor da consequência normalizada para os valores superiores.

$\bar{x}$  valor da consequência superior

$V(\underline{x})$  valor da consequência normalizada para os valores inferiores .

$\underline{x}$  valor da consequência inferior

$\underline{x}_i^0$  valor mínimo do critério i (Mínimo valor entre os valores inferiores)

$\bar{x}_i^*$  valor máximo do critério i (Máximo valor entre os valores superiores).

- .Matriz Ponderada

Para a construção da matriz ponderada, foi seguida a mesma formulação desenvolvida por Sadegui M (2013) e baseada na equação (9).apresentada acima.

$$\otimes V(x)' = \otimes w_i \times \otimes V(x) \quad (17)$$

Onde

$\otimes V(x)'$  valor da consequência ponderada representada na forma intervalar

$\otimes V(x)$  valor da consequência normalizada representada na forma intervalar

$\otimes w_i$  constante de escala para o critério

- Distância à positive ideal solution (PIS) e à negative ideal solution (NIS)

Duas formas de ordenação foram realizadas neste estudo.

Formulação referente à ordenação que realiza uma combinação dos valores inferiores e superiores de grey-numbers.

Para esta formulação, a construção das equações de distância foi desenvolvida seguindo como base a equação (12) apresentada acima.

A distância de cada alternativa ao ponto PIS

$$D_j^* = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n [ (V(\underline{x})'_i - V(\underline{x})^*_i)^2 + (V(\bar{x})'_i - V(\bar{x})^*_i)^2 ]} \quad (18)$$

Onde

$V(\underline{x})'_i$  valor da consequência ponderada inferior para o critério i

$V(\bar{x})'_i$  valor da consequência ponderada superior para o critério i

$V(\underline{x})^*_i$  valor da consequência ideal inferior para o critério i

$V(\bar{x})^*_i$  valor da consequência ideal superior para o critério i

J alternativas

A distância de cada alternativa ao ponto NIS

$$D_j^0 = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(V(\underline{x})'_i - V(\underline{x})^0_i)^2 + (V(\bar{x})'_i - V(\bar{x})^0_i)^2]} \quad (19)$$

Onde

$V(\underline{x})'_i$  valor da consequência ponderada inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})'_i$  valor da consequência ponderada superior para o critério  $i$   
 $V(\underline{x})^0_i$  valor da consequência anti-ideal inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})^0_i$  valor da consequência anti-ideal superior para o critério  $i$   
 $J$  alternativas

Formulação referente à ordenação individual dos valores inferiores e superiores de números grey. Para esta formulação, a construção das equações de distância foram adaptadas do Método Topsis, seguindo as equações (5) e (6)

Para a distância ao PIS

$$D(\bar{x})_j^* = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V(\bar{x})'_i - V(\bar{x})^*_i)^2} \quad (20)$$

$$D(\underline{x})_j^* = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V(\underline{x})'_i - V(\underline{x})^*_i)^2} \quad (21)$$

Onde

$V(\underline{x})'_i$  valor da consequência ponderada inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})'_i$  valor da consequência ponderada superior para o critério  $i$   
 $V(\underline{x})^*_i$  valor da consequência ideal inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})^*_i$  valor da consequência ideal superior para o critério  $i$

Para a distância ao NIS

$$D(\bar{x})_j^0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V(\bar{x})'_i - V(\bar{x})^0_i)^2} \quad (22)$$

$$D(\underline{x})_j^0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V(\underline{x})'_i - V(\underline{x})^0_i)^2} \quad (23)$$

Onde

$V(\underline{x})'_i$  valor da consequência ponderada inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})'_i$  valor da consequência ponderada superior para o critério  $i$   
 $V(\underline{x})^0_i$  valor da consequência anti-ideal inferior para o critério  $i$   
 $V(\bar{x})^0_i$  valor da consequência anti-ideal superior para o critério  $i$   
 $J$  alternativas

- Proximidade Relativa

$$RC_j = \frac{D_j^0}{(D_j^0 + D_j^*)} \quad (24)$$

Onde

- $D_j^0$  distância ao NIS para a alternativa j  
 $D_j^*$  distância ao PIS para a alternativa j  
 J alternativas

### 3. O Problema de Seleção de Fornecedores

Para ilustrar a aplicação do método proposto, uma aplicação numérica em seleção de fornecedores baseado no estudo de Barla (2003) foi desenvolvida. Esta aplicação ilustra a situação de uma organização que procura escolher o melhor fornecedor para realizar a entrega de insumos de produção. Com a disponibilidade de dez alternativas de fornecedores, o decisor deseja escolher qual deles é o melhor, avaliando-os em relação a sete atributos, os quais são: qualidade, serviço, capacidade, condições financeiras, localização, confiabilidade e preço.

Tratando-se de um problema de único decisor, sendo este caracterizado pelo gestor da organização, ao final é desejado a obtenção de uma ordenação dos fornecedores apresentados, sendo posteriormente avaliado pelo gestor qual deles adequa-se melhor às suas necessidades

Como informação de entrada para o problema, uma matriz de consequência é apresentada. A matriz ilustrada é então composta por dados que representam a avaliação de cada alternativa em relação a cada critério. Deve ser lembrado que tanto a matriz de consequência, quanto as constantes de escala apresentam tais valores na forma intervalar, por se tratarem de números grey, ou seja, números que não são conhecidos na sua forma exata. Sendo assim, a matriz de consequências (tabela1) e as constantes de escala (tabela2) são apresentadas a seguir.

*Tabela 1: Matriz de Consequências*

	Qualidade	Serviço	Capacidade	Condições Financeiras	Localização	Confiabilidade	Preço
S1	[57,1;62,1]	[61,5;66,5]	[52,5;57,5]	[77,5;82,5]	[97,5;102,5]	[58,5;63,5]	[37,5;42,5]
S2	[57,8;62,8]	[7,5;12,5]	[67,5;72,5]	[97,5;102,5]	[97,5;102,5]	[80,8;85,8]	[37,5;42,5]
S3	[48,8;53,8]	[41,5;46,5]	[52,5;57,5]	[77,5;82,5]	[97,5;102,5]	[64,1;69,1]	[37,5;42,5]
S4	[55,1;60,1]	[51;56]	[42,5;47,5]	[57,5;62,5]	[97,5;102,5]	[36,8;41,8]	[37,5;42,5]
S5	[57,1;62,1]	[20;25]	[77,5;82,5]	[97,5;102,5]	[97,5;102,5]	[55,8;60,8]	[37,5;42,5]
S6	[47,1;52,1]	[38,5;43,5]	[67,5;72,5]	[77,5;82,5]	[97,5;102,5]	[16,8;21,8]	[37,5;42,5]
S7	[55,8;60,1]	[43;48]	[49;54]	[57,5;62,5]	[97,5;102,5]	[33,1;38,1]	[37,5;42,5]
S8	[54,1;59,1]	[68,5;73,5]	[49;54]	[57,5;62,5]	[97,5;102,5]	[50,1;55,1]	[37,5;42,5]
S9	[56,5;61,5]	[68,5;73,5]	[80,5;85,5]	[57,5;62,5]	[97,5;102,5]	[34,1;39,1]	[37,5;42,5]
S10	[58,8;63,8]	[54,5;59,5]	[41;46]	[77,5;82,5]	[97,5;102,5]	[40,1;45,1]	[37,5;42,5]

*Tabela 2: Constantes de escala*

Qualidade	Serviço	Capacidade	Condições Financeiras	Localização	Confiabilidade	Preço
[0,151;0,177]	[0,149;0,163]	[0,145;0,151]	[0,145;0,149]	[0,145;0,153]	[0,128;0,132]	[0,103;0,109]

### 4. Sistema de Apoio a Decisão e Aplicação

#### 4.1. Aplicação do Sistema de Apoio a Decisão

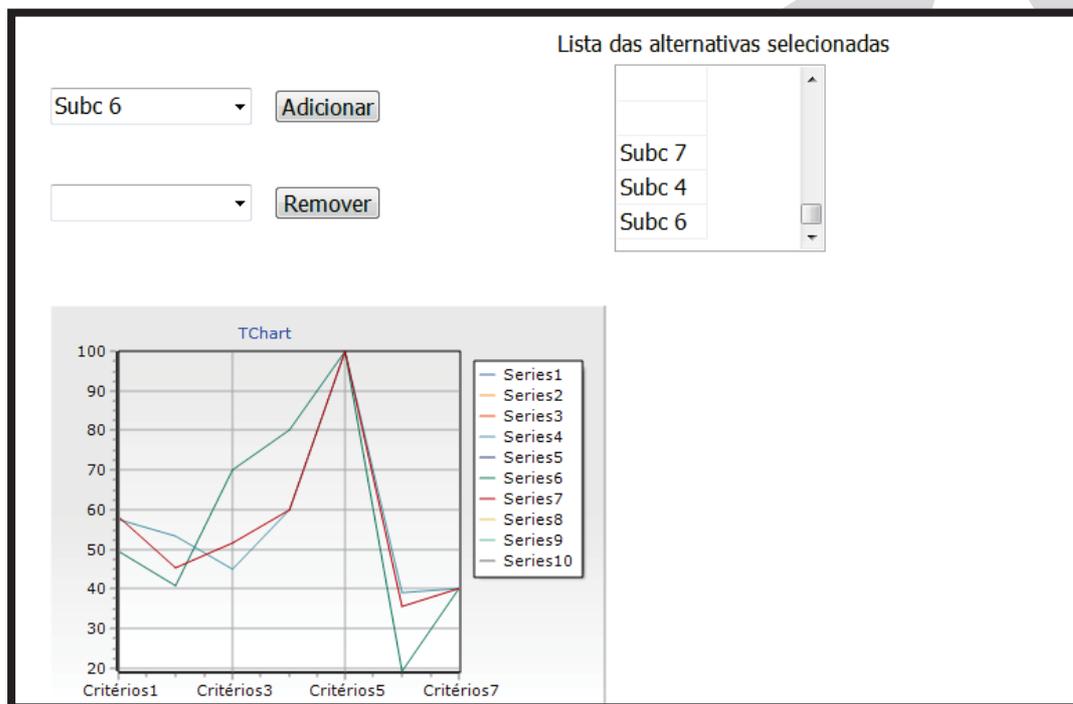
Para o desenvolvimento do estudo, um software para auxílio na busca de resultados foi elaborado. Sendo este composto por três partes, a primeira parte desenvolveu a metodologia do Topsis com dados de entrada precisos, resultando em uma ordenação. Na segunda parte, uma análise de sensibilidade sobre o método Topsis foi elaborada. E por fim, na última parte integrou-se os valores de Grey-Topsis, e com as o uso das equações apresentadas acima, três ordenações distintas foram encontradas.

A partir das três ordenações obtidas pelo uso do software, uma tabela foi desenvolvida para agrupar estes resultados. Sendo apresentada a seguir (tabela3), esta é composta então pela classificação que cada fornecedor apresenta e também pelo respectivo valor de proximidade relativa (RC) destes.

*Tabela3: Ordenações obtidas*

Ordenação Valores Inferiores	RC	Ordenação Valores Superiores	RC	Ordenação Combinada	RC	Ordenação Topsis sem Números grey	RC
Sub5	0,64	Sub5	0,63	Sub5	0,64	Sub5	0,65
Sub1	0,61	Sub1	0,62	Sub1	0,61	Sub1	0,62
Sub2	0,60	Sub2	0,60	Sub2	0,60	Sub2	0,61
Sub9	0,57	Sub9	0,58	Sub9	0,58	Sub9	0,58
Sub10	0,50	Sub10	0,52	Sub10	0,51	Sub10	0,54
Sub8	0,48	Sub8	0,49	Sub8	0,49	Sub8	0,48
Sub3	0,47	Sub3	0,46	Sub3	0,46	Sub3	0,43
Sub6	0,40	Sub4	0,40	Sub6	0,40	Sub7	0,41
Sub4	0,39	Sub6	0,40	Sub4	0,39	Sub4	0,31
Sub7	0,38	Sub7	0,39	Sub7	0,39	Sub6	0,38

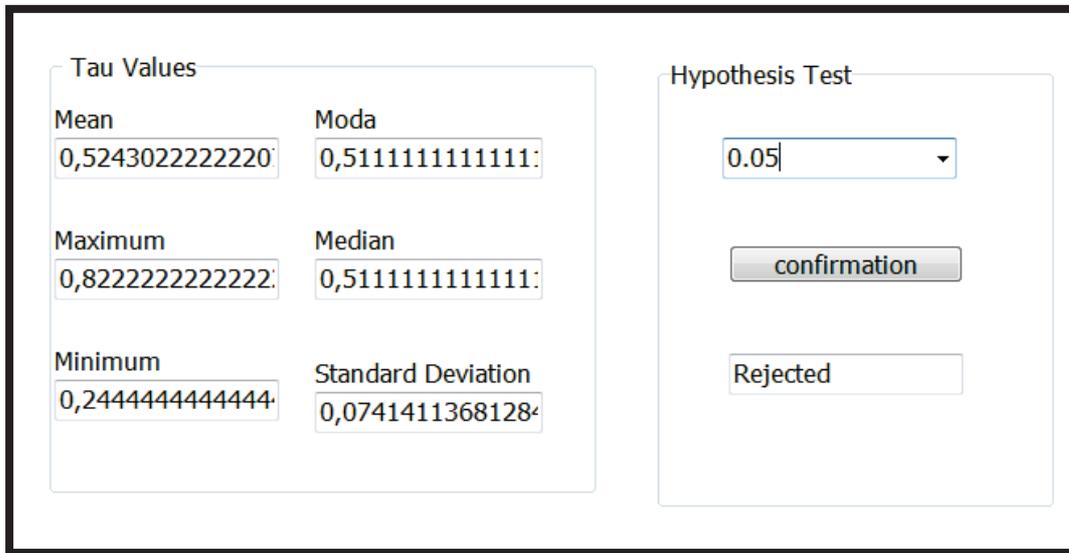
Com a comparação dos resultados das ordenações apresentadas acima, é evidenciado que aquelas de classificação mais baixa são as que apresentam maior distinção em relação às formas distintas de cálculos. Sendo assim, um gráfico foi desenvolvido e ilustra a performance de tais alternativas em relação aos valores de consequências para cada critério (figura1)



*Figura 1: Performance das alternativas*

Uma análise de sensibilidade foi também desenvolvida utilizando do teste de hipótese Tau de Kendall para avaliar a relação entre diversas ordenações aleatórias obtidas a partir de mudanças nos valores iniciais fixos para a matriz de consequência do método Topsis, e é apresentada na

(figura 2). No próximo item tais resultados obtidos e apresentados serão discutidos e dessa forma uma avaliação sobre o desempenho do modelo proposto será realizada.



Tau Values		Hypothesis Test
Mean	0,52430222222220	0.05
Moda	0,51111111111111	confirmation
Maximum	0,82222222222222	Rejected
Median	0,51111111111111	
Minimum	0,24444444444444	
Standard Deviation	0,0741411368128	

*Figura 2: Análise de Sensibilidade*

#### 4.2 Discussão de Resultados

O método Topsis, realiza em sua formulação uma combinação entre as distâncias em busca da melhor solução, como já mencionado. Por essa razão, a ordenação obtida é produzida a partir de uma análise tanto das compensações positivas que uma alternativa apresenta em determinado atributo como também as negativas que a mesma apresenta em outro, realizando assim um balanço.

Por essa característica, algumas formas diferentes de realizar este balanço são formuladas por em diferentes estudos. Por exemplo, na abordagem de Sadegui (2013) realiza-se a ordenação olhando para os valores de máximo calculados, e comparando estes com os valores das alternativas individuais. Já na abordagem de Lin et al(2008) o desenvolvimento da ordenação é realizado a partir do cálculo da distância com pesos, distância Minkowshi, diferindo da Euclidiana.

De acordo, com as ordenações obtidas, uma análise foi desenvolvida. Com relação às duas primeiras, estas se referem às ordenações individuais dos valores inferiores e superiores e foram obtidas a partir da abordagem Grey-Topsis com auxílio das equações (20),(21),(22) e (23). Com relação à terceira ordenação, esta é caracterizada por ser originada da combinação dos valores superiores e inferiores das distâncias, realizando assim uma compensação, de acordo com as equações (18) e (19). Por fim, com relação à última ordenação apresentada, esta é caracterizada por ser obtida a partir do método Topsis, sem ser necessário o uso de números grey a partir das equações (4) e (5). Deve ser ressaltado, que cada uma das ordenações, foram desenvolvidas a partir de valores de entrada relacionados. Sendo as três primeiras, obtidas por números em intervalos, estes compostos então de valores inferiores e superiores E a última desenvolvida a partir de valores centrais, os quais serviram de base para a criação dos intervalos.

A partir de análise individual de cada uma destas ordenações, observa-se que mudanças significativas nos resultados não ocorrem, tanto as classificações das alternativas, quanto o valor das proximidades relativas diferem pouco de uma coluna para outra. Porém com maior detalhamento, se avalia mudanças nas alternativas finais para cada uma das ordenações. As alternativas Sub4,Sub6 e Sub7 apresentam classificações distintas para cada uma das colunas, aparecendo em posições iguais apenas nas colunas 1 e 3

Para um melhor estudo dos resultados, um software utilizando o conceito de Simulação Monte Carlo foi desenvolvido, e dessa forma uma análise de sensibilidade foi aplicada aos dados de entrada correspondentes aos valores centrais. A análise utilizou do teste de hipótese Tau de

Kendall, o qual procura avaliar a correlação entre duas amostras, para avaliar o quanto variações aleatórias nos dados de entrada modificariam a ordenação original.

Com a utilização de dados aleatórios, derivados dos valores centrais a partir da distribuição uniforme, sendo esta distribuição escolhida por se assemelhar com os conceitos de números grey foram realizadas cem mil simulações. Ao final, com um nível de confiança de 95%, foi mostrado que a hipótese  $H_0$ , correspondente a falta de correlação, foi rejeitada. Dessa forma, pelo teste realizado, se concluiu que existe então correlação entre as diversas ordenações calculadas e a original.

## 5. Conclusão

Após estudos sobre o Métodos Topsis e Números Grey e o desenvolvimento de três sistemas de aplicação, pode-se concluir com este estudo que o modelo proposto para o auxílio na resolução de um problema de decisão referente a seleção de fornecedor é eficaz, pois além de trabalhar de maneira objetiva com dados imprecisos, os quais são de difícil entendimento para os decisores, resulta em uma ordenação que com nível de confiança alto, não apresenta grandes variações em relação a original, se correlacionando com ela.

Porém pelas diversas formas de desenvolvimento da proximidade relativa, e pelas diversas maneiras como as ordenações podem ser alteradas, o método Topsis combinado com Números Grey requer ainda muito estudo e aplicação. Além disso, o comportamento de constantes de escala com números grey, é algo recente, o que merece também uma ênfase para estudos futuros.

## Referências

- Almeida, T.A.**, Processo de Decisão nas Organizações-Construindo modelos de decisão multicritério, Atlas, São Paulo, 2013.
- Barla, S. B.**, A case study of supplier selection for lean supply by using a mathematical model, Logistics Information Management, 16,451-459, 2003.
- Bilbao-Terol, A., Arena-Para, M., Canal-Fernandez, V., et al**, Using TOPSIS for assessing the sustainability of government bond funds, Omega,49,1-17,2014.
- Chen, S., Leng, Y., Mao, B., et al**, Integrated weight-based multi-criteria evaluation on transfer in large transport terminals: A case study of the Beijing South Railway Station, Transportation Research Part, 66,13-26.2014.
- Gong, Z. W., Xu, C., Xu, X., Zhang, H., Tang, B.**, On the Consensus Modeling with the Grey Interval Preferences, Journal of grey system, 26, 49-60, 2014.
- Jin, F., Liu, P., Zhang, X.**, The evaluation study of urban public traffic line network based on interval number and grey relating TOPSIS method, Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems-Series B- Applications & Algorithms,14,1042-1046,2007.
- Lin, Y. H., Lee, P.C., Ting H.I.**, Dynamic multi-attribute decision making model with grey number evaluations, Expert Systems with Applications, 35, 1638-164,2008.
- Peng, A., Wang, Z.**, GRA-Based TOPSIS Decision-making Approach to Supplier Selection with Interval Number, Chinese Control and Decision Conference, 1742-1747, 2011.
- Sadegui, M., Razavi, S. H., Saberi, N.**, Application of Grey TOPSIS in Preference Ordering of Action Plans in Balanced Scorecard and Strategy Map,Informatica,24,619-635,2013.
- Shih, H. S., Shyur, H. J., Lee, E. S.**, An extension of TOPSIS for group decision making, Mathematical and Computer Modelling,45, 801-813,2007.
- Wei, W. G.**, GRA method for multiple attribute decision making with incomplete weight information in intuitionistic fuzzy setting, Knowledge-Based Systems,23, 243-247,2010.
- Zanakis, S. H., Solomon, A., Wishart, N., et al**, Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods, European Journal of Operational Research, 107,507-529,1997.