

Modelagem e simulação de mina a céu aberto utilizando rede de Petri

Cesar M. Ribeiro, Carlos A. Maia, Gabriela M. Rodrigues, Rodney R. Saldanha

UFMG - PPGEE

Av. Antônio Carlos 6627 - Pampulha - Belo Horizonte - MG - Brasil

cesar@cpdee.ufmg.br, maia@cpdee.ufmg.br, rodney@cpdee.ufmg.br

Adriano C. Lisboa, Douglas A. G. Vieira

ENACOM

Rua Professor José Vieira de Mendonça 770 - Engenho Nogueira - Belo Horizonte - MG - Brasil

adriano.lisboa@enacom.com.br, douglas.vieira@enacom.com.br

Felipe L. B. Castro

VALE S.A.

Avenida de Ligação 3580 - Nova Lima - MG - Brasil

felipe.castro@vale.com

RESUMO

Este trabalho investiga a aplicação de redes de Petri para modelar e simular uma rede a céu aberto. Uma rede de Petri pode ser representada por um grafo bipartido direcionado, fornecendo uma base matemática padrão e consistente, com simulação fácil e potencialmente rápida. Os processos de carga, transporte e descarga de uma mina a céu aberto são modelados por uma rede de 28 nós e os resultados divergem em menos de 5% em relação ao mesmo modelo simulado com a linguagem de simulação SIMAN (do inglês *SIMulation ANalysis*), só que são obtidos cerca de 3 vezes mais rápido. Simplicidade, rapidez e capacidade de modelagem colocam redes de Petri como alternativas promissoras para modelar e simular minas a céu aberto, especialmente em cenários onde tempo de simulação é um gargalo, como em otimização.

PALAVRAS CHAVE. Simulação. Mineração a céu aberto. Rede de Petri.

Área Principal: SIM – Simulação. MP – Modelos Probabilísticos.

ABSTRACT

This work investigates Petri nets applied to modeling and simulating an open pit mine. A Petri net can be represented by a bipartite graph, providing an elegant mathematical framework of easy and potentially fast simulation. The loading, transport, unloading processes of an open pit mine are modeled by a Petri net with 28 nodes and the results agree within 5% relatively to the same model implemented in SIMAN (*SIMulation ANalysis*), but they were obtained about 3 times faster. Simplicity, time performance and modeling ability place Petri nets as a promising alternative for modeling and simulating open pit mines, specially when simulation time is a bottleneck, like in optimization.

KEYWORDS. Simulation. Open pit mining. Petri net.

Main Area: SIM – Simulation. MP – Probabilistic models.

1. Introdução

Minação é uma área que apresenta alto custo, tanto de implantação e quanto de operação, e os seus processos são complexos devido à incerteza intrínseca desse ambiente de produção. As operações em minas a céu aberto envolvem principalmente as operações básicas de perfuração, desmonte, carregamento e transporte conforme descrito por Hustrulid e Fernberg (2008).

Do ponto de vista de custo, Subtil, Silva e Alves (2011) mencionam que as operações de carregamento e transporte são as mais críticas dentro dos processos de lavra, já que representam cerca de 50% dos custos operacionais dentre os outros processos do ambiente de mineração. Dessa forma, modelar essa parte é crítica para o projeto, pois representa grande parte da medida de produtividade.

Este trabalho tem como objetivo apresentar um modelo computacional que representa o ambiente de mineração, sendo capaz de apresentar resultados numéricos do comportamento dos diversos processos que compõem as operações de carregamento e transporte, levando em considerações as peculiaridades e as restrições de cada processo. Por exemplo, um modelo simplificado do processo de carregamento e transporte está ilustrado na Figura 1. Nesse modelo, as filas no britador e na carregadeira modelam a restrição desses equipamentos serem ocupados por um só caminhão por vez. Torkamani e Askari-Nasab (2012) apresentam um modelo de simulação para analisar o sistema caminhões-carregadeira em mina a céu aberto e sua relação com planejamentos de curto prazo. Aplicação do modelo de carregamento e transporte é apresentada por Krause e Musingwini (2007) e Eskandari, Darabi e Hosseinzadeh (2013) para modelagem e simulação de uma mina de cobre. Eskandari, Darabi e Hosseinzadeh (2013) apresentam uma particularidade no modelo, onde os caminhões podem seguir para destinos diferentes para serem carregados dependendo da necessidade da produção da mina. Juliá (2010) apresenta um modelo de simulação utilizado em um sistema pátio-porto na cadeia de minério de ferro. Molck (2002) aplica um modelo de simulação para avaliar os métodos heurísticos desenvolvidos para o agendamento de atividades de pátios de estocagem de uma mineradora.

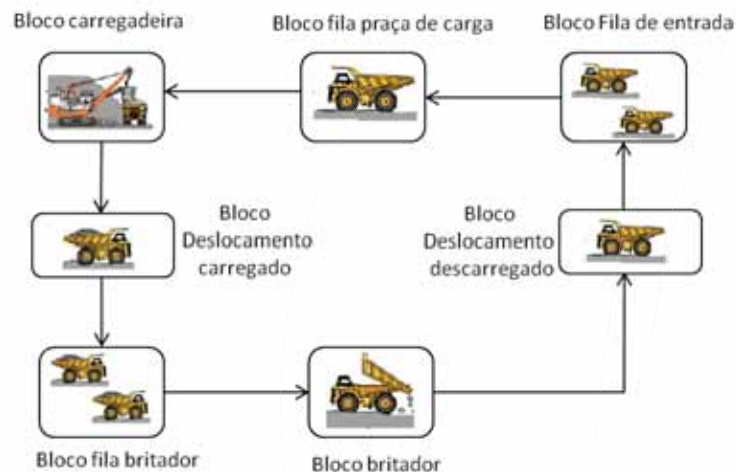


Figura 1: Carregamento e transporte em uma mina a céu aberto.

A grande maioria dos tempos gastos nos processos de mineração a céu aberto são estocásticos, e tipicamente são modelados por distribuições de probabilidades.

El-Moslmani, Alkassa e Al-Hussein (2002) apresentam um estudo de caso utilizando distribuição exponencial para o tempo de viagem dos caminhões e a distribuição de Erlang (ver Zukerman (2015)) para o tempo de carga. Farid e Koning (1994) mencionam que as distribuições de probabilidades Erlang ou beta (ver Walck (2007)) são mais adequadas para a modelagem dos processos de carga e tempo de viagem para construção de um modelo real ao invés do uso de distribuição

exponencial atualmente aplicadas. A modelagem dos processos usando distribuição exponencial, ao invés de beta, implica em subestimação da produção e superestimação do custo de 4 até 7% (ver Farid e Koning (1994)).

Diversas técnicas de simulação podem ser aplicados em cima de um mesmo modelo. Cada técnica de simulação apresenta características e limitações específicas que as diferenciam das demais. Burt e Caccetta (2013) apresentam uma revisão de trabalhos relacionados ao problema de seleção de equipamentos para mineração. As minas podem ser modeladas analiticamente (ver Topal e Ramazan (2010), Naoum e Haidar (2000), especialmente em otimização), com teoria de filas (ver Raman et al. (2009), May (2012), Karshenas (1989)), com lógica nebulosa (ver Bitarafan e Ataei (2004)), com redes neurais (ver Marinelli, Lambropoulos e Petroutsatou (2014), Jonak (2002), Kapageridis (2002)), com simulação a eventos discretos (ver Dahl e Derigs (2011), Gambardella, Rizzoli e Zaffalon (1998), Booch (1994)).

Redes de Petri são uma forma padrão e consistente de modelar um sistema a eventos discretos, cuja simulação é simples e direta. Segundo Brahma (2007), redes de Petri possibilitam a decomposição hierárquica e modular de projetos de mineração, possibilitando a redução da complexidade do projeto. Menciona que as incertezas de tempo e estimativas de custo podem ser modeladas usando distribuições de probabilidade adequadas. A rede de Petri é utilizada na alocação caminhão-carregadeira. No seu estudo, Brahma (2007) mostra que a rede de Petri pode ser utilizada para substituir ferramentas atuais de controle: PERT (do inglês *program evaluation and review technique*) e CPM (do inglês *critical path method*) que também utilizam conceitos de grafos. Porém, redes de Petri permitem maior análise e possibilitam a simulação dos processos. Prata, Junior e Barroso (2005) apresentam um estudo de modelagem via redes de Petri dos principais processos de operação carregadeira-caminhão empregadas em obras de terraplenagem de uma rodovia. O resultado da simulação mostra o custo operacional, tempo de ciclo para as combinações de carregadeiras e caminhões. Konyukh e Davidenko (1999) utilizam rede de Petri para modelar e simular uma mina subterrânea de carvão. Este trabalho investiga a simulação de uma mina a céu aberto com processos envolvendo incertezas com redes de Petri, pela sua elegância na modelagem e potencial eficiência computacional. A teoria de suporte e o modelo da mina utilizando redes de Petri serão detalhados nas próximas seções.

2. Redes de Petri

A teoria inicial das redes de Petri foi desenvolvida e apresentada pelo alemão Carl Adam Petri na sua tese de doutorado *Kommunikation MIT Automaten* (Comunicação com Autômatas) em 1962 na faculdade de Matemática e Física da Universidade de Darmstadt. Segundo Murata (1989), rede de Petri é uma técnica de especificação formal bem estabelecida, largamente difundida sendo adequada para modelagem de sistemas que tenha atividades paralelas, concorrentes, assíncronas e não determinísticas.

A análise de uma rede de Petri permite avaliar a estrutura e o comportamento dinâmico do sistema modelado. De acordo com Maciel, Lins e Cunha (1996), a representação gráfica das redes de Petri tem se mostrado muito útil, pois permite a visualização dos processos e comunicação entre eles.

2.1. Conceitos e blocos funcionais

Rede de petri é um grafo bipartido e direcionado. A ideia fundamental é que objetos, chamados de fichas, percorram o grafo segundo eventos. É uma forma bem padrão e consistente de escrever um modelo matemático e simular sistemas a eventos discretos.

O grafo bipartido de uma Petri possui dois tipos de nós: lugares e transições. O lugar representa a condição da variável que se deseja modelar. A transição representa uma ação realizada pelo sistema. Fichas, também chamadas de marcas ou tokens, são associadas a cada lugar e mudam de lugar quando eventos ocorrem nas transições. A quantidade de fichas em um lugar é representada por um número inteiro não negativo e representa a condição verdadeira da variável. A cada

transição, é associada uma função de disparo que é a regra que define o tempo entre a habilitação da transição e a execução da ação (disparo da transição). Uma transição torna-se habilitada quando existem fichas suficientes em cada lugar conectado a ela através de um arco. Um peso é associado a cada arco para indicar o número de fichas para habilitar a respectiva transição. Por outro lado, os arcos que partem de uma transição indicam quantas fichas são geradas no lugar de destino quando a respectiva transição é disparada. Sendo assim, as fichas circulam na direção dos arcos e lugares só se conectam a outros lugares através de transições, e vice-versa.

O desenho padrão do grafo de uma rede Petri considera que cada lugar é representado por um círculo, e cada transição é representada por um retângulo, conforme mostrado na Figura 2.

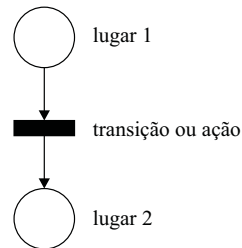


Figura 2: Grafo de uma rede de Petri composta de 2 lugares (círculos) e 1 transição (retângulo).

Cada ficha é representada por um ponto dentro de um lugar. As condições de habilitação de uma transição são definidas pelos números associados aos arcos que ligam lugares a ela, onde cada número representa a quantidade de fichas no respectivo lugar. Por exemplo, como mostrado na Figura 3, a transição t_1 está habilitada devido ao atendimento da condição de habilitação para todos os arcos, ou seja, a quantidade de fichas nos lugares p_1 , p_2 e p_3 é igual ao peso dos respectivos arcos que ligam os lugares p_1 , p_2 e p_3 à transição t_1 . Após o disparo, uma ficha é gerada no lugar p_4 .

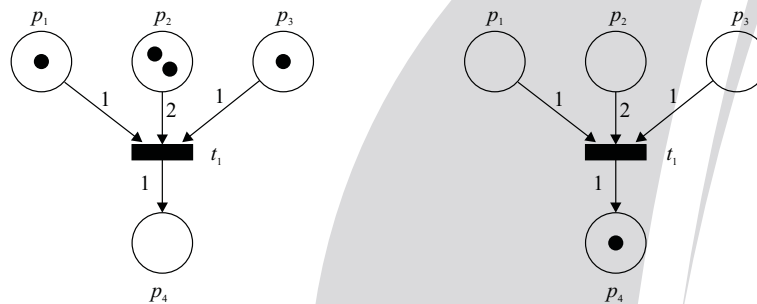


Figura 3: Transição habilitada (esquerda) e estado depois do disparo (direita).

2.2. Simulação com redes de Petri

A simulação de uma rede de Petri se inicia com a identificação das transições habilitadas. Após a identificação das transições habilitadas, é montada uma lista ordenada pelo tempo de disparo, chamada de calendário de eventos por Cassandras e Lafortune (2008). Nesse sentido, o calendário de eventos mantém a transição a ser disparada e o respectivo tempo de disparo.

As transições são então disparadas na ordem indicada pelo calendário de eventos. Depois de cada disparo, novas transições podem habilitar e outras podem desabilitar, de forma que o calendário de eventos deve ser atualizado.

2.3. Formulação matemática

Uma rede de Petri pode ser completamente representada por um conjunto $\mathbb{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_P\}$ de P lugares, por um conjunto $\mathbb{T} = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$ de T transições, por uma matriz de incidência

$W^- \in \mathbb{N}^{P \times T}$ entre lugares e transições com número de fichas necessárias em cada lugar para habilitar cada transição, por uma matriz de incidência $W^+ \in \mathbb{N}^{P \times T}$ entre transições e lugares com número de fichas criadas para cada lugar depois de um disparo em cada transição, por um vetor $x = (x_1, x_2, \dots, x_P) \in \mathbb{N}^P$ com o número de fichas em cada lugar, e por um vetor de funções $f = (f_1, f_2, \dots, f_T)$, $f_i(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, T$, com a função de disparo de cada transição. De forma curta, uma rede de Petri é representada por

$$\mathcal{P}(\mathbb{P}, \mathbb{T}, W^-, W^+, x, f) \quad (1)$$

Por exemplo, a rede de Petri representada na Figura 4 antes do disparo pode ser representada por

$$\begin{aligned} \mathbb{P} &= \{p_1, p_2, p_3\} \\ \mathbb{T} &= \{t_1, t_2, t_3\} \\ W^- &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad W^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad f(t) = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

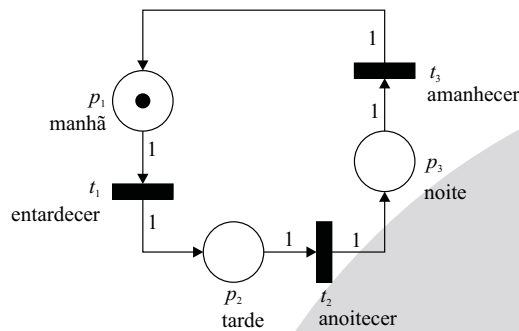


Figura 4: Exemplo de rede de Petri para os períodos de um dia.

O disparo de uma transição t_i causa mudança de estado na rede de Petri, i.e. alteração em x . Considere $e_i \in \{0, 1\}^T$ o vetor com todos elementos nulos, exceto a posição i que é unitária. O novo estado é então dado por

$$x_k = x_{k-1} + (W^+ - W^-)e_i \quad (3)$$

Denotando W_{t_i} como sendo a i -ésima coluna da matriz W relativa à transição t_i , temos

$$x_k = x_{k-1} + W_{t_i}^+ - W_{t_i}^- \quad (4)$$

Já a condição de habilitação de uma transição t_i no estado x_k pode ser escrita como

$$x_k \geq W^- e_i = W_{t_i}^- \quad (5)$$

Uma vez habilitada, a transição dispara depois de um tempo dado pela respectiva função $f_i(t)$.

2.4. Pseudocódigo

Os passos seguidos no exemplo da seção anterior podem ser generalizados para o Algoritmo 1. Os passos 1 e 2 inicializam as variáveis de saída. Os passos 3 e 4 inicializam a fila de prioridades segundo o tempo de disparo das transições habilitadas. Os passos 6 a 8 formam o critério de parada: nenhuma transição habilitada. O passo 9 identifica o primeiro item da fila de eventos

Algorithm 1 Simulação em redes de Petri

Entrada:

- W^- $(P \times T)$ -matriz de peso de lugares para transições
- W^+ $(P \times T)$ -matriz de peso de transições para lugares
- f T -vetor de funções $\mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ de disparo
- x_0 P -vetor com número inicial de fichas em cada lugar

Saída:

- x $(P \times k + 1)$ -matriz com histórico de fichas em cada estado
 - \bar{t} $(k + 1)$ -vetor com tempo inicial de cada estado
 - \bar{u} $(k + 1)$ -vetor com transição disparada para iniciar cada estado
 - 1: $\bar{t}_0 \leftarrow 0$ ▷ tempo inicial do estado inicial
 - 2: $\bar{u}_0 \leftarrow 0$ ▷ transição que disparou inicialmente: nenhuma
 - 3: $u \leftarrow \{t \mid x_0 \geq W_t^-\}$ ▷ fila de transições habilitadas
 - 4: $\tau_i \leftarrow \bar{t}_0 + f_{u_i}(\bar{t}_0), i = 1, \dots, |u|$ ▷ tempo de disparo das transições habilitadas
 - 5: **for** $k = 1, 2, \dots$ **do** ▷ contador de iterações
 - 6: **if** $u = \emptyset$ **then**
 - 7: **break** ▷ atingiu estado permanente
 - 8: **end if**
 - 9: $i \leftarrow \arg \min_i \tau_i$ ▷ identifica próximo disparo
 - 10: $x_k \leftarrow x_{k-1} - W_{u_i}^- + W_{u_i}^+$ ▷ adiciona novo estado de fichas
 - 11: $\bar{t}_k \leftarrow \tau_i$ ▷ adiciona novo estado de fichas
 - 12: $\bar{u}_k \leftarrow u_i$ ▷ adiciona novo estado de transição disparada
 - 13: $\mathbb{T}^+ \leftarrow \{t \mid x_k \geq W_{t'}^-, \forall t' : (W_{p,t'}^- > 0, t' \notin u) \text{ ou } t' = u_i, \forall p : W_{p,u_i}^+ > 0\}$ ▷ habilitadas
 - 14: $\mathbb{I}^- \leftarrow \{i\} \cup \{j \mid x_k \not\geq W_{u_{j'}}^-, \forall j' : W_{p,u_{j'}}^- > 0, \forall p : W_{p,u_i}^- > 0\}$ ▷ desabilitadas
 - 15: $u \leftarrow \{u_i \mid i \notin \mathbb{I}^-\}, \tau \leftarrow \{\tau_i \mid i \notin \mathbb{I}^-\}$ ▷ remove transições desabilitadas da fila
 - 16: $u \leftarrow u \cup \{t \mid t \in \mathbb{T}^+\}, \tau \leftarrow \tau \cup \{\bar{t}_k + f_t(\bar{t}_k) \mid t \in \mathbb{T}^+\}$ ▷ adiciona transições habilitadas
 - 17: **end for**
 - 18: **return** x, \bar{t}, \bar{u}
-

dado pelo menor tempo de disparo. Os passos 10 a 12 adicionam um novo estado ao histórico. Os passos 13 e 16 adicionam novas transições habilitadas à fila de eventos. Os passos 14 e 15 removem transições da fila de eventos que se tornaram desabilitadas. Para eficiência computacional, apenas transições adjacentes são verificadas na atualização das filas.

Outros critérios de parada podem e devem ser adicionados ao Algoritmo 1, como, por exemplo, o tempo do modelo máximo de simulação ou o número máximo de disparos.

3. Modelo da mina

A Figura 5 ilustra a rede de Petri proposta para modelar o ambiente de carga e descarga de uma mina a céu aberto. Fundamentalmente, cada ficha representa um caminhão, cada lugar representa uma localização para os caminhões e as transições coordenam os movimentos dos caminhões pela mina. Contudo, alguns controles especiais dão outros significados para algumas fichas, lugares e transições.

A temporização das transições do modelo são dadas na Tabela 1, que foram adaptadas dos trabalhos de Castro (2014), Ribeiro (2013). As distribuições de probabilidade usadas no modelo estão ilustradas na Figura 6.

O modelo é composto de 6 blocos que podem ser simplificados em 3 blocos básicos:

1. bloco de praça: base para blocos de praça de carga e praça de descarga;
2. bloco de equipamento: base para blocos de carregadeira e britador;

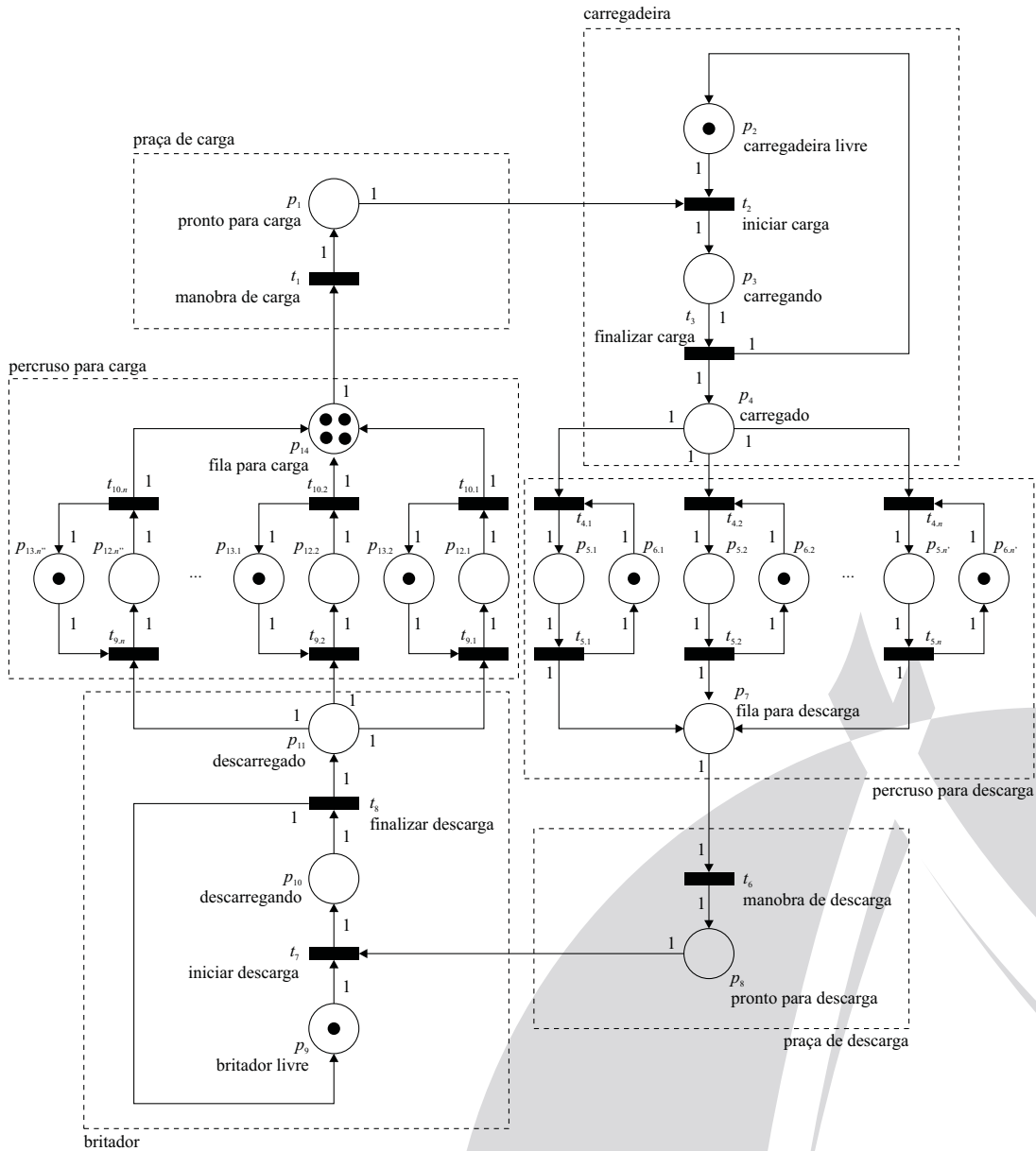


Figura 5: Rede de Petri para modelar mina a céu aberto em seu estado inicial.

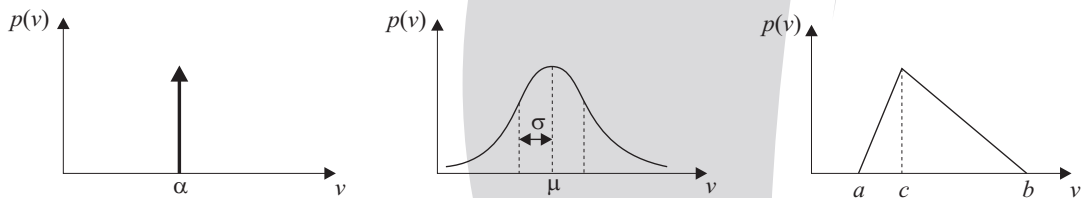


Figura 6: Função p de distribuição de probabilidades delta de Dirac (esquerda) definindo um valor constante α para o período v entre habilitação e disparo de uma transição, normal (centro) com média μ e desvio padrão σ para o período v entre habilitação e disparo de uma transição, e triangular (direita) no intervalo $[a, b]$ com moda c para o período v entre habilitação e disparo de uma transição.

3. bloco de percurso: base para blocos de percurso para carga e percurso para descarga; a serem detalhados a seguir.

Tabela 1: Temporização das transições.

transição	parâmetro	distribuição de probabilidades
t_1	tempo de manobra na praça de carga, v_1	triangular
t_2	tempo de manobra para carga, v_2	delta de Dirac
t_3	tempo de carga, v_3	composição
t_4	tempo de escolha de percurso para descarga, v_4	delta de Dirac
t_5	tempo de percurso para descarga, v_5	normal inversa
t_6	tempo de manobra na praça de descarga, v_6	triangular
t_7	tempo de manobra para descarga, v_7	delta de Dirac
t_8	tempo de descarga, v_8	triangular
t_9	tempo de escolha de percurso para carga, v_9	delta de Dirac
t_{10}	tempo de percurso para carga, v_{10}	normal inversa

3.1. Modelo do bloco de praça

Quando o caminhão termina de fazer o percurso entre equipamentos, ele precisa fazer uma manobra para ficar pronto para utilizar o equipamento, conforme ilustra a respectiva rede de Petri na Figura 5 para os blocos praça de carga e de descarga. Nesse sentido, cada ficha nesse bloco representa um caminhão. Os caminhões permanecem em manobra, representada pelo lugar p_{14} , até completar a manobra. Apenas um caminhão faz a manobra de cada vez. A sinalização de que um caminhão terminou a manobra e outro pode começar é modelada pela transição t_1 . Ao completar a manobra, o respectivo caminhão vai para o estado de manobra completa modelado pelo lugar p_1 .

O tempo de manobra na praça de carga é modelado por uma distribuição de probabilidade triangular e é definido na função de disparo da transição t_1 . O tempo de manobra na praça de descarga é modelado por uma distribuição de probabilidade triangular e é definido na função de disparo da transição t_6 .

3.2. Modelo do bloco de equipamento

Quando um caminhão está pronto usar um equipamento (i.e. fazer carga ou descarga), ele espera o equipamento (i.e. carregadeira ou britador) ficar livre e, uma vez livre, ele pode entrar para utilizar o equipamento, conforme ilustra a respectiva rede de Petri na Figura 5 para os blocos de carregadeira e britador. Os caminhões esperam em p_1 para usar o equipamento. Uma vez livre o equipamento, um caminhão entra para usar o equipamento gastando um tempo definido pela função de disparo da transição t_2 . Permanece no equipamento, modelado pelo lugar p_3 , pelo tempo necessário para finalizar o trabalho, definido pela função de disparo da transição t_3 , e então vai para o lugar p_4 que indica que o trabalho foi feito. O estado livre do equipamento é indicado pelo lugar p_2 . Note que nos lugares p_1 , p_3 e p_4 as fichas possuem o significado de caminhão, mas no lugar p_2 ela indica estado livre do equipamento.

O tempo para entrar no equipamento é modelado por uma distribuição de probabilidade delta de Dirac e é definido na função de disparo da transição t_2 . O tempo descarga é modelado por uma distribuição de probabilidade triangular e é definido na função de disparo da transição t_8 . Já o tempo de carga é modelado por uma composição de distribuições triangulares que modelam a carga e o tempo de uma pazada da carregadeira e é definido na função de disparo da transição t_3 .

3.3. Modelo do bloco de percurso

Vários caminhões podem se encontrar em um mesmo percurso, seja para carga ou descarga. Para tratar tal situação, n circuitos de temporização de percurso foram definidos, conforme ilustrado na Figura 5 para os blocos de percurso para carga e descarga. Quando um circuito i de temporização está livre, indicado por uma ficha no respectivo lugar $p_{6,i}$, um caminhão (i.e. ficha) que estiver no lugar p_4 irá se dirigir a ele $p_{5,i}$ caso todos os circuitos de prioridade maior (definidas

por temporizações nas transições $t_{4,i}$) estejam ocupados. O tempo de percurso é então medido individualmente para cada caminhão pelo respectivo circuito de temporização pela transição $t_{5,i}$. Ao completar o percurso, vai para o lugar comum a todos caminhões p_7 .

O tempo usado para definir qual circuito de temporização pegar é modelado por uma distribuição de probabilidade delta de Dirac e é definido nas funções de disparo das transições $t_{4,i}$, $i = 1, \dots, n$. Já o tempo de percurso é modelado por uma distribuição de probabilidade normal e é definido nas funções de disparo das transições $t_{5,i}$, $i = 1, \dots, n$. Os tempos de $t_{4,i}$ podem ser todos nulos, mas diferentes valores pequenos podem ser usados para dar prioridades aos circuitos de temporização (e.g. $v_i = i\epsilon$, onde ϵ é um número bem pequeno em relação ao tempo do percurso).

Devem haver circuitos de temporização suficientes para atender o número de caminhões no lugar p_4 de forma a não introduzir tempos indesejados no sistema. Para o modelo de mina apresentado na Figura 5, esse número deve ser, respectivamente, para o para os percursos carregado e descarregado

$$n' \geq \min \left\{ \bar{n}, \left\lceil \frac{v_{5,\max}}{v_{3,\min}} \right\rceil \right\} \quad n'' \geq \min \left\{ \bar{n}, \left\lceil \frac{v_{10,\max}}{v_{8,\min}} \right\rceil \right\} \quad (6)$$

onde \bar{n} é o número de caminhões.

3.4. Estudo de caso

O modelo da mina com rede de Petri ilustrado na Figura 5 foi utilizando as funções de disparo definidas na Tabela 1 com os parâmetros dados na Tabela 2. Os tempos de percurso consideram uma velocidade s dada por uma distribuição normal e são calculados como $v_5 = d/s_5$ e $v_{10} = d/s_{10}$. A carga m do caminhão é considerada uma composição de distribuições triangulares que modelam a carga \dot{m} de uma pá da carregadeira, de forma que a carga do caminhão está dentro de um intervalo de carga mínima m_{\min} e carga máxima m_{\max} . O tempo \dot{v}_3 de carga relativa a uma pá da carregadeira é dado por uma distribuição também triangular.

Tabela 2: Parâmetros das distribuições de probabilidades.

variável (unidade)	tipo	parâmetro		
		α, a, μ	b, σ	c
v_1 (minutos)	triangular	1,3	4,0	1,5
v_2 (minutos)	delta de Dirac	0,0		
\dot{v}_3 (minutos)	triangular	0,67	1,0	0,75
$v_{4,i}$ (minutos)	delta de Dirac	$i \times 10^{-10}$		
s_5 (km/min)	normal	0,3	0,03	
v_6 (minutos)	triangular	1,0	1,2	1,1
v_7 (minutos)	delta de Dirac	0,0		
v_8 (minutos)	triangular	1,0	4,3	1,1
$v_{9,i}$ (minutos)	delta de Dirac	$i \times 10^{-10}$		
s_{10} (km/min)	normal	0,36	0,126	
d (km)	delta de Dirac	2,5		
\dot{m} (ton)	triangular	43,0	65,0	44,9
m_{\min} (ton)	delta de Dirac	205,2		
m_{\max} (ton)	delta de Dirac	228,0		

3.4.1. Análise de erro

A Tabela 3 mostra uma comparação entre as produções mensais obtidas com o simulador SIMAN (usado pelo software Arena, ver referências de Pegden (1983), Pegden, Shannon e Sadowski (1995)), e com o modelo de rede de Petri introduzido neste relatório. Os resultados concordaram com erros relativos menores que 5%.

Tabela 3: Comparação do simulador SIMAN (Arena) com redes de Petri para produções mensais.

medida	número de caminhões					
	1	2	3	4	5	6
produção SIMAN (mil ton)	403	798	1.179	1.549	1.886	2.180
produção rede de Petri (mil ton)	398	772	1.129	1.558	1.908	2.268
diferença (%)	1,03	3,26	4,28	0,56	1,20	4,00

3.4.2. Análise de convergência

A Figura 7 apresenta a comparação da convergência dos modelos SIMAN e rede de Petri no tempo do modelo e no tempo da simulação. Apesar das diferenças, as simulações convergem praticamente no mesmo tempo, o que mostra uma concordância entre os modelos. A rede de Petri se mostra relativamente bem mais rápida: cerca de 3 vezes mais rápida. Note que o SIMAN gasta um tempo mínimo de cerca de 3 segundos para fornecer os primeiros resultados, o que parece ser a fonte de diferença em tempo de simulação. Uma possível explicação para esse fenômeno é o tempo para transformar o modelo computacional em uma estrutura de dados para simulação, o que não acontece nas redes de Petri.

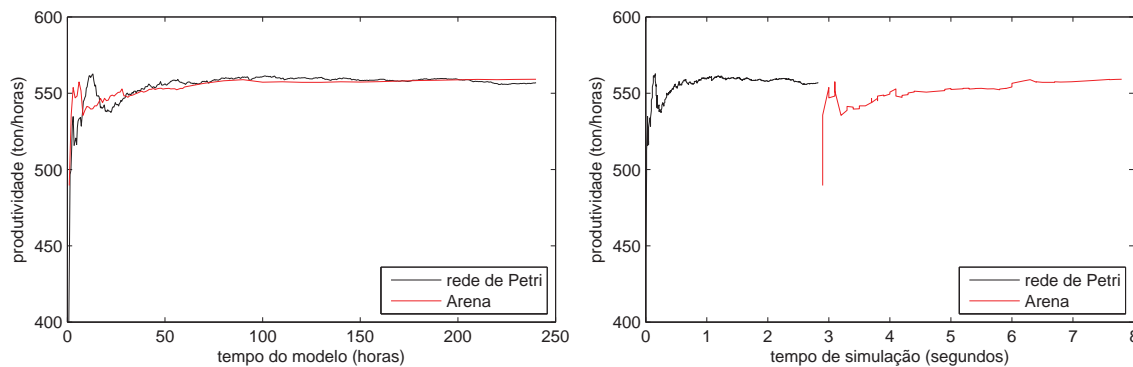


Figura 7: Comparação da convergência do SIMAN (Arena) e do modelo em rede de Petri no tempo do modelo (esquerda) e no tempo da simulação (direita).

4. Conclusão

As redes de Petri se destacam pela simplicidade e padronização para modelar e simular, representando uma base matemática consistente. Mais detalhes podem ser adicionados ao modelo, mas a forma de representação e simulação não irão mudar.

Sua velocidade e concordância em relação ao mesmo modelo implementado no SIMAN a colocam como uma alternativa promissora para simulação de minas a céu aberto. Esse aspecto foi comprovado por uma convergência em um tempo de simulação cerca de 3 vezes menor, enquanto concordando em uma convergência quase simultânea no tempo do modelo.

A sua forte base matemática e simplicidade talvez possam permitir futuramente que estimativas de medidas da mina sejam obtidas de forma fechada ou mesmo automaticamente por um computador.

Por outro lado, muitas vezes um bloco conceitual deve ser quebrado em uma subrede de Petri onde a função pode ficar obscura, como foi o caso do modelo do bloco de percurso da mina a céu aberto. A maioria desses casos vêm do esforço de manter tudo em uma base simples e padrão.

5. Agradecimentos

Este trabalho foi desenvolvido com o suporte da VALE SA, CNPq, FAPEMIG e CAPES.

Referências

BITARAFAN, M.; ATAEI, M. Mining method selection by multiple criteria decision making tools. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 104, n. 9, p. 493–498, 2004.

BOOCH, G. *Object-oriented analysis and design with applications*. [S.l.]: Benjamin/Cummings Publishing Company, 1994.

BRAHMA, K. C. *A study on application of strategic planning models and operations research techniques in opencast mining*. Tese (Doutorado) — The National Institute of Technology, Rourkela, 2007.

BURT, C.; CACCETTA, L. *Equipment selection for surface mining: a review*. [S.l.], 2013.

CASSANDRAS, C.; LAFORTUNE, S. *Introduction to Discrete System*. [S.l.: s.n.], 2008.

CASTRO, F. L. B. de. *Gerenciamento de portfólio de projetos: uma abordagem para investimentos correntes e de melhoria*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.

DAHL, S.; DERIGS, U. Cooperative planning in express carrier networks. an empirical study on the effectiveness of a real-time decision support system. *Decision Support Systems*, 2011.

EL-MOSLMANI, K.; ALKASSA, S.; AL-HUSSEIN, M. A computer module for multi-loaders-multi-trucks fleet selection for earthmoving projects. *Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering*, 2002.

ESKANDARI, H.; DARABI, H.; HOSSEINZADEH, S. A. Simulation and optimization of haulage system of an open-pit mine. *School of Industrial Engineering, Advanced Simulation Lab*, 2013.

FARID, F.; KONING, T. L. Simulation verifies queuing program for selecting loader-truck fleets. *Engineering Management Journal*, v. 120, n. 2, p. 386–404, 1994.

GAMBARDELLA, L. M.; RIZZOLI, A. E.; ZAFFALON, M. Simulation and planning of an intermodal container terminal. *Special Issue SIMULATION on Harbour and Maritime Simulation*, v. 71, p. 107–116, 1998.

HUSTRULID, W.; FERNBERG, H. An introduction to surface mining. *Atlas Copco - Talking Technically*, p. 17–22, 2008.

JONAK, J. Possibility of neural network application for predicting the load on excavating machines. *Journal of Mining Science*, v. 38, n. 4, 2002.

JULIÁ, A. F. *Desenvolvimento de um modelo de simulação para dimensionamento de um sistema integrado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo Escola Politécnica, 2010.

KAPAGERIDIS, I. K. Artificial neural network technology in mining and environmental applications. *Mine Planning and Equipment Selection*, 2002.

KARSHENAS, S. Truck capacity selection for earthmoving. *Journal of Construction Engineering and Management*, v. 115, n. 2, 1989.

KONYUKH, V.; DAVIDENKO, V. Petri nets as a tool for mine simulation. *Mineral resources engineering*, v. 8, n. 4, p. 361–380, 1999.

- KRAUSE, A.; MUSINGWINI, C. Modelling open pit shovel-truck systems using the machine repair model. *Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, v. 107, p. 469–476, 2007.
- MACIEL, P. R. M.; LINS, R. D.; CUNHA, P. R. F. *Introdução às redes de Petri e aplicações*. [S.l.]: X Escola de Computação - UNICAMP-SP, 1996.
- MARINELLI, M.; LAMBROPOULOS, S.; PETROUTSATOU, K. Earthmoving trucks condition level prediction using neural networks. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 20, n. 2, p. 182–192, 2014.
- MAY, M. A. *Applications of Queuing Theory for Open-Pit Truck/Shovel Haulage Systems*. Dissertação (Mestrado) — Virginia Polytechnic Institute and State University, 2012.
- MOLCK, P. H. R. *Métodos Heurísticos em Programação de Atividades em Pátios de Estocagem*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2002.
- MURATA, T. Petri nets: properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, v. 77, n. 4, p. 541–580, 1989.
- NAOUM, S.; HAIDAR, A. A hybrid knowledge base system and genetic algorithms for equipment selection. *Engineering, Construction and Architecture Management*, v. 7, n. 1, p. 3–14, 2000.
- PEGDEN, C. D. Introduction to SIMAN. *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, p. 231–241, 1983.
- PEGDEN, C. D.; SHANNON, R. E.; SADOWSKI, R. P. *Introduction to simulation using SIMAN*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1995.
- PRATA, B.; JUNIOR, E. F. N.; BARROSO, G. C. Modelagem de sistemas de terraplanagem uma aplicação de rede de petri. *Anais do CILAMCE 2005 ABMEC & AMC*, 2005.
- RAMAN, D. et al. Quantity of material handling equipment a queuing theory based approach. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, v. 25, p. 348–357, 2009.
- RIBEIRO, R. G. *Uma metodologia para priorização de portfólio de projetos em ambientes incertos: aplicação em mineração a céu aberto*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.
- SUBTIL, R. F.; SILVA, D. M.; ALVES, J. C. A practical approach to truck dispatch for open pit mines. *35Th APCOM Symposium*, p. 765–777, 2011.
- TOPAL, E.; RAMAZAN, S. A new mip model for mine equipment scheduling by minimizing maintenance cost. *European Journal of Operational Research*, v. 207, p. 1065–1071, 2010.
- TORKAMANI, E.; ASKARI-NASAB, H. *Verifying short-term production schedules using truck-shovel simulation*. [S.l.], 2012.
- WALCK, C. *Hand-book on statistical distributions for experimentalists*. [S.l.], 2007.
- ZUKERMAN, M. *Introduction to queueing theory and stochastic teletraffic models*. [S.l.], 2015.