

O problema de corte de itens irregulares: aplicação na indústria de aventais e forros de luva

Alfredo Rogerio Jorge, Leandro Resende Mundim, Luiz Henrique Cherri, Marina Andretta
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Avenida Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil
alfredorj@usp.br, mundim@icmc.usp.br, lhcherri@icmc.usp.br,
andretta@icmc.usp.br

RESUMO

Nos problemas de corte de itens irregulares, os itens devem ser alocados em objetos maiores (recipientes) de forma que estes estejam inteiramente contidos no recipiente e não se sobreponham. Neste trabalho, resolvemos um problema relacionado a uma indústria de aventais e forros de luva, no qual desejamos alocar uma lista de itens dentro de recipientes retangulares utilizando a menor quantidade de recipientes possível e minimizando o comprimento utilizado em cada recipiente. Para isto, é proposta uma heurística específica para esta aplicação, com o objetivo de obter soluções de alta qualidade rapidamente. Foram realizados experimentos computacionais que comprovaram a eficiência em termos de tempo de resolução e qualidade da solução da heurística proposta. No pior caso, o tempo computacional para resolução do problema foi inferior a um minuto e a ocupação foi superior a 72%, sendo uma boa solução do ponto de vista da indústria.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de corte de itens irregulares, Heurística, Indústria de aventais e forros de luva.

Área Principal: Pesquisa operacional na indústria

ABSTRACT

In nesting problems, items must be allocated into larger objects (containers) so that they are fully contained within the container and do not overlap. In this work, a apron and glove's lining industry cutting problem is solved, in which we want to allocate a list of items into rectangular containers using the smallest quantity of containers and minimizing the length used in each container. For this, we propose a specific heuristic for this application, in order to obtain high quality solutions quickly. Computational tests were performed that prove the efficiency in terms of time to solve the problem and quality of solution of heuristic proposed. In the worst case, the computation time for solving the problem was less than one minute and the occupancy was above 72%, which is a good solution from the industry point of view.

KEYWORDS. Nesting problems, Heuristics, Apron and glove's lining industry.

Main Area: Operational research in the industry

1. Introdução

Os problemas de corte e empacotamento buscam determinar um arranjo ótimo de objetos pequenos (itens) dentro de objetos maiores (recipientes), obedecendo a certas restrições, e sempre visando melhorar a qualidade da solução sob alguma perspectiva. Estes problemas são de difícil resolução, principalmente pelas restrições de não sobreposição entre os itens. Dentre os problemas de corte e empacotamento, os problemas de corte de itens irregulares (ou *nesting problems*) são os que apresentam uma componente geométrica mais complexa, dado que lidam com itens e/ou recipientes de formas irregulares (não-retangulares, não-circulares) (Bennell e Oliveira (2008)). Na prática, os problemas de corte de itens irregulares estão presentes em diversas indústrias onde é necessário cortar ou encaixar múltiplos itens irregulares em um recipiente, como, por exemplo, na indústria têxtil, de móveis e de calçados.

Um caso particular de problemas de corte de itens irregulares é aquele em que os recipientes (matéria-prima) possuem tamanho fixo, podendo ser retangulares ou irregulares. Neste caso, estamos interessados em minimizar a quantidade de recipientes utilizados para empacotar os itens. Estes problemas são conhecidos como problemas de corte de itens irregulares em recipientes (ou *bin packing problems*) e algumas estratégias heurísticas podem ser encontradas nos trabalhos de Halavati et al. (2008); Lopez-Camacho et al. (2010) e Lopez-Camacho et al. (2013). No caso em que os recipientes apresentam largura fixa e comprimento “infinito”, desejamos minimizar o comprimento do recipiente utilizado para alocar todos os itens. Estes problemas são conhecidos como problemas de corte de itens irregulares em faixa (ou *strip packing problems*) e algumas meta-heurísticas relevantes na área podem ser encontradas em Gomes e Oliveira (2006) (*simulated annealing*), Imamichi et al. (2009) (*iterated local search*), Umetani et al. (2009) (*guided local search*) e, a melhor até o momento, Elkeran (2013) (*cuckoo search*). Os primeiros modelos matemáticos para o *strip packing problem* foram propostos recentemente por Fischetti e Luzzi (2009); Alvarez-Valdes et al. (2013) e Toledo et al. (2013).

Neste artigo, estamos interessados no problema de corte de tecido para a confecção de aventais e forros de luva, proveniente de uma empresa do interior do Estado de São Paulo. Neste problema, temos um tipo de forro de luva e três tipos de aventais (pequeno, médio e grande) juntamente com seus bolsos, cada qual com uma determinada demanda a ser atendida.

O problema estudado é considerado multi-objetivo, pois temos um rolo de matéria-prima com largura fixa e comprimento infinito (assim como o *strip packing problem*) e uma mesa com tamanho limitado onde o corte é realizado (assim como o *bin packing problem*). O objetivo é utilizar a menor quantidade de recipientes para cortar todos os itens e, além disso, minimizar o comprimento de cada recipiente utilizado.

Desta forma, propomos uma heurística construtiva para a resolução do problema estudado. A heurística é baseada na heurística *Bottom-left* (proposta inicialmente por Baker et al. (1980)). Os recipientes são discretizados por malhas, com a largura e o comprimento da mesa utilizada para o corte. Utilizamos a técnica de *inner-fit polygon* para alocar os itens no recipiente e a técnica de *no-fit polygon* para evitar sobreposição entre os itens. Os resultados do método de resolução proposto foram satisfatórios, conseguindo altas taxas de ocupação dos recipientes e reduzindo o desperdício de matéria-prima.

O trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, apresentamos o problema estudado neste trabalho. Na Seção 3, temos o método de resolução para o problema. A Seção 4 contém os resultados numéricos obtidos. Por fim, algumas conclusões são feitas na Seção 5.

2. Definição do problema

O problema de corte de aventais e forros de luva presente neste trabalho provém de uma empresa do interior do Estado de São Paulo. As informações apresentadas nesta seção são variações dos valores reais e servem apenas para facilitar o entendimento do leitor.

Para a confecção dos forros de luva, a fábrica utiliza dois moldes para representar o item que o compõe, um para a mão direita e um para a mão esquerda. Assim, um par de luvas é composto

por dois itens para a mão direita e dois itens para a mão esquerda. Em linhas gerais, devemos cortar os forros de luva de um rolo de lona de algodão, de forma a atender a uma demanda (conhecida a priori). Para a realização desse corte, podemos enfiar (dobrar a lona) ou não, utilizar uma máquina para a realização do corte ou realizar o corte de maneira manual. A fábrica utiliza um balancim ou uma faca elétrica para fazer o corte.

Para a confecção dos aventais, a fábrica utiliza dois moldes para representar os itens que o compõem, um para o avental propriamente dito e um para o bolso. Além disso, temos a utilização da lona de algodão que apresenta 1,75m de largura e 100m de comprimento, de uma mesa com 2,70m de comprimento e 1,90m de largura e uma faca elétrica para a realização do corte da lona.

Há algumas restrições que são impostas para a realização do corte. Temos que a lona utilizada para a confecção dos aventais e forros de luva é composta por fibras, assim, apenas são permitidos cortes perpendiculares a essas fibras, pois, caso contrário, a lona pode desfiar e, desta maneira, o item será descartado. Logo, vamos utilizar as rotações de 0 e 180 graus para os itens do forro de luva. Outra restrição é o número de camadas que podem ser feitas. Como o corte é realizado em um balancim, temos que o número máximo de camadas de tecido que ele suporta cortar são 8. Caso o corte seja feito utilizando uma faca elétrica, o número máximo são 20 camadas.

Uma restrição importante para o corte dos aventais é que não pode ser feito um leiaute (que contém a configuração dos itens que compõem o avental) maior que o tamanho da mesa, pois isto inviabiliza o corte. Os itens dos aventais podem ser cortados em qualquer rotação, pois é feita uma costura na borda do avental de forma que este não desfie. Para simplificar, neste trabalho, utilizaremos apenas as rotações de 0 e 180 graus. Caso a demanda dos aventais seja satisfeita e ainda haja posições em que os forros de luva podem ser alocados, é permitido alocá-los juntamente com os aventais.

Dado o cenário presente na fábrica de aventais e forros de luva, o problema abordado neste trabalho tem como objetivo alocar uma demanda de itens (aventais e forros de luva) dentro de recipientes retangulares (com as dimensões da mesa) utilizando a menor quantidade de recipientes possível e minimizando o comprimento utilizado em cada recipiente para cortar todos os itens desejados. Assim, o problema de corte de aventais e forros de luva será tratado, conjuntamente, como um problema de corte de itens irregulares em recipientes e em faixa. Desta forma, na Seção 2.1, apresentamos como os itens e os recipientes são representados. A Seção 2.2 descreve o procedimento para verificar a sobreposição entre itens e na Seção 2.3 temos o procedimento para alocar um item dentro de um recipiente.

2.1. Representação dos itens e recipientes

Há várias maneiras de representar um item e, dentre as mais comuns, estão a representação por pontos em uma malha e a representação por polígonos. Usando estes diferentes tipos de representação, foram desenvolvidas técnicas distintas para a identificação dos problemas geométricos inerentes aos problemas de corte de itens irregulares. Uma revisão sobre diferentes representações para os itens e as análises geométricas podem ser encontradas em Bennell e Oliveira (2008).

Neste trabalho, o recipiente no qual os itens são empacotados é representado por um retângulo, com largura fixa e comprimento considerado infinito. Os polígonos que representam os itens são definidos por um conjunto de pontos ordenados no sentido anti-horário. Um dos vértices deste polígono é escolhido para ser o ponto de referência. Utilizamos o ponto de referência para identificar a posição de alocação do item no recipiente. A Figura 1 ilustra um exemplo de representação de um item por polígono dado pelos vértices $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ e J e seu ponto de referência D .

2.2. Verificação de sobreposição entre itens

Uma das maiores dificuldades encontrada nos problemas de corte de itens irregulares é evitar a sobreposição de itens. Neste trabalho, utilizamos o conceito de *no-fit polygon (NFP)* (Bennell e Oliveira (2008)), que é uma técnica utilizada para verificar as posições relativas entre

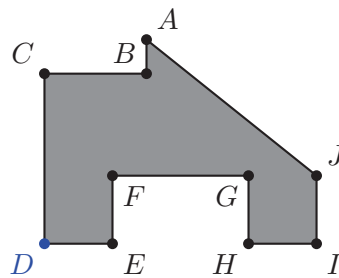


Figura 1: Representação de um item por polígono e seu ponto de referência.

dois itens. Dados dois itens A e B , o *no-fit polygon* do item B em relação ao item A ($NFP_{A,B}$) é obtido ao orbitar o item B ao redor do item A , de forma que eles sempre fiquem em contato. Simultaneamente, traçamos pelo ponto de referência de B , o caminho que este movimento orbital faz, obtendo assim o $NFP_{A,B}$.

Na Figura 2, temos um item A (fixo) e um item B (orbital), com o seu ponto de referência demarcado. Ao orbitar o item B ao redor do item A , o $NFP_{A,B}$ é obtido.

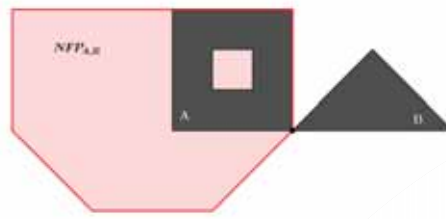


Figura 2: Itens A e B e *no-fit polygon* de B em relação a A ($NFP_{A,B}$).

Note que, se o ponto de referência do item B estiver no interior do $NFP_{A,B}$, então B e A se sobrepõem; se o ponto de referência do item B estiver na borda do $NFP_{A,B}$, então B toca A ; se o ponto de referência do item B estiver no exterior do $NFP_{A,B}$, então B não se sobrepõe e nem toca A . Desta forma, para saber se um item B se sobrepõe a um item A , basta verificar se o ponto de referência do item B está no interior, na borda ou no exterior do $NFP_{A,B}$. Geralmente, os NFP 's são calculados a priori em uma etapa de pré-processamento. Vale ressaltar que, neste trabalho, consideramos apenas NFP 's convexos.

2.3. Alocação de itens em um recipiente

Para realizar a alocação de um item em um recipiente, além de verificar a sobreposição entre este com os demais itens, precisamos verificar as posições de alocação válidas para que o item fique completamente dentro do recipiente. Para isso, utilizaremos uma técnica chamada *inner-fit polygon* (IFP) (Gomes e Oliveira (2002)).

Considere o retângulo R que representa o recipiente. Para construir o *inner-fit polygon* de um item B em relação ao retângulo R , o item B desliza ao longo do contorno interno do retângulo R dando origem ao IFP entre R e B ($IFP_{R,B}$). A Figura 3 ilustra um recipiente R , um item B e seu *inner-fit polygon*.

Se o ponto de referência do item B for alocado no interior ou na borda do retângulo $IFP_{R,B}$, o item está completamente contido no recipiente.

3. Método proposto

Esta seção apresenta o método de solução proposto para o problema de corte de itens irregulares em um recipiente com dimensões conhecidas. Uma característica difícil de incorporar ao problema estudado é a quantidade de dobras que desejamos fazer no recipiente, pois isso depende

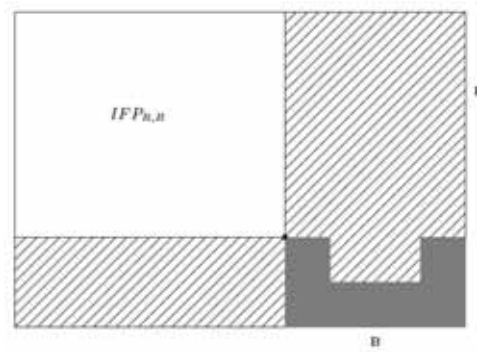


Figura 3: Item B e seu IFP em relação ao recipiente R ($IFP_{R,B}$).

das decisões operacionais da empresa, como, por exemplo, quantos itens cortar e se é interessante estocar um conjunto de itens para os próximos dias. Esta dificuldade é tratada pelo funcionário responsável que possui uma cartela de pedidos da empresa, com a quantidade de itens requeridos para o corte e a expectativa para os próximos dias. Optamos por desconsiderar a questão das dobras, deixando esta decisão no nível operacional para os responsáveis pelo corte poderem usar o método proposto da melhor maneira possível. Sendo assim, o método apresentado nesta seção visa alocar uma demanda de itens no menor número de recipientes possível e minimizar o comprimento utilizado em cada recipiente.

A heurística proposta é especialmente desenvolvida para o problema estudado e para as características geométricas dos itens que representam os aventais e os forros de luva. A geometria dos itens e do recipiente sugerem que alocar primeiro os itens maiores, de preferência próximos da borda superior ou inferior do recipiente e, em seguida, os itens menores, leva à obtenção de soluções de boa qualidade. Outra ideia, apresentada na Figura 4, é alocar os itens no canto inferior (avental G) e os itens no canto superior na rotação de 180 graus (avental M). Neste trabalho, discretizamos o recipiente que representa uma mesa com largura L e comprimento C . É importante destacar que discretizamos o recipiente em centímetros para obter soluções mais compactas.

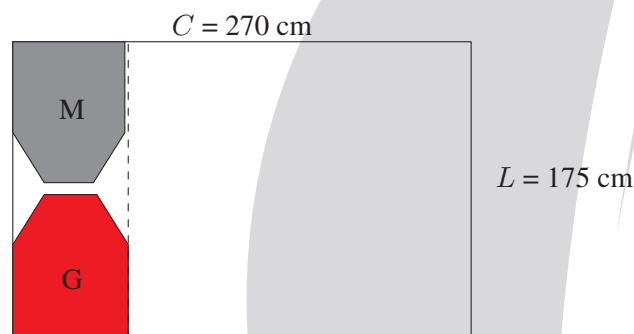


Figura 4: Exemplo de alocação de 2 aventais.

O Algoritmo 1, apresenta o método proposto. Nele, os itens são ordenados por sua área em ordem decrescente. A estratégia utilizada consiste em alocar cada tipo de item até atender a demanda ou não conseguir empacotar mais nenhum item daquele tipo, passando para o próximo item. A busca por posições de alocação é feita de duas maneiras, sempre intercaladas no algoritmo pela variável *busca*: Canto Esquerdo mais próximo da borda Inferior (CEI) e Canto Esquerdo mais próximo da borda Superior (CES). Para exemplificar, a Figura 5 apresenta uma discretização da mesa com lado de cinco centímetros, para as buscas de posições (CEI) e (CES) em cada posição da malha, ordenada de forma crescente. Verificamos se o ponto de referência do item pode ser alocado

(sem rotação para o CEI e com rotação de 180 graus para o CES) ou não nas posições da malha.

Algoritmo 1: MÉTODO DE RESOLUÇÃO

Entrada: *Itens, demanda, n, L, C.*

Itens é a lista com os tipos de itens.

demanda é um vetor com a demanda dos tipos de itens.

n é a quantidade de tipos de itens.

L, C são a largura e o comprimento da mesa, respectivamente.

Saída: *S*

S é a solução obtida, formada pelas posições e rotações dos itens em cada mesa.

```

1 início
2   S ← vazio;
3   Itens é ordenada, de forma decrescente, pela área de cada item;
4   flag recebe o somatório do vetor demanda;
5   busca = 0;
6   enquanto flag > 0 faça
7     Crie um recipiente vazio de largura L e comprimento C;
8     para i = 0; i < n; i = i + 1 faça
9       para j = 0; j < demanda[i]; j = j + 1 faça
10        se busca == 0 então
11          Busque o ponto do recipiente, pela forma CEI, em que o itemi
12            pode ser alocado na rotação 0°;
13            busca = 1;
14          fim
15        senão
16          Busque o ponto do recipiente, pela forma CES, em que o itemi
17            pode ser alocado na rotação 180°;
18            busca = 0;
19          fim
20        se o itemi pode ser alocado então
21          A solução S recebe o itemi na posição e rotação encontrada;
22          A demanda do itemi é reduzida em uma unidade;
23        fim
24      fim
25    fim
26  fim
27  retorna S
  
```

Uma particularidade do método é que quando temos apenas um tipo de avental não consideramos as rotações dos itens porque, desta forma, obtemos melhores resultados. Além disso, pelas características específicas desses itens, observamos que não é interessante empacotarmos os itens sempre o mais à esquerda e abaixo possível no recipiente. Empacotamos um item sempre mais à esquerda e abaixo e outro mais à esquerda e acima, obtendo assim resultados satisfatórios.

Utilizamos este mesmo algoritmo no caso em que temos os itens dos forros de luva.

4. Experimentos computacionais

Nesta seção, apresentamos os experimentos computacionais realizados para o método proposto. Implementamos o método em linguagem C e os experimentos computacionais foram

5	10	15	20	25
4	9	14	19	24
3	8	13	18	23
2	7	12	17	22
1	6	11	16	21

(CEI)

1	6	11	16	21
2	7	12	17	22
3	8	13	18	23
4	9	14	19	24
5	10	15	20	25

(CES)

Figura 5: Busca de posições factíveis: canto esquerdo inferior (CEI) e canto esquerdo superior (CES).

realizados em um computador Intel Core i7-2600 com 16 GB de memória RAM usando o sistema operacional Ubuntu 12.04.2 LTS.

Os experimentos apresentam diferentes demandas para os itens de forros de luva e aventais e foram divididos em três conjuntos, que serão abordados com mais detalhes nas Seções 4.2, 4.3 e 4.4.

4.1. Instâncias

As instâncias utilizadas neste trabalho para resolver o problema de corte de itens irregulares em recipientes são baseadas em um problema real, presente em uma indústria de corte de aventais e forros de luva do interior de São Paulo.

Um par de luva é composto por dois itens do forro da mão esquerda e dois itens do forro da mão direita, representados por polígonos e apresentados na Figura 6. Observe que o polegar (“dedão”) não faz parte do forro de luva, pois ele é feito separadamente pela empresa, utilizando outro material.



Figura 6: Representação do forro de luva da mão direita e esquerda, respectivamente.

Com relação aos aventais, temos três tamanhos diferentes (P, M e G) que podem ser vistos na Figura 7. Note que um avental é composto pelo avental propriamente dito (hexágono) e um bolso (retângulo).

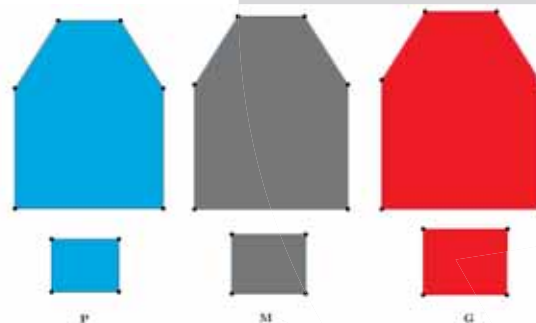


Figura 7: Representação dos itens que compõem os aventais com seus respectivos tamanhos.

4.2. Experimento 1

Neste experimento, utilizamos apenas os itens que compõem os aventais (hexágonos e retângulos). Primeiramente, verificamos o comportamento do método proposto utilizando apenas um tipo de avental (P, M ou G). Cada instância desse experimento será denominada por $AV_{P,M,G}$, em que P , M e G representa o número de aventais de tamanho pequeno, médio e grande, respectivamente, utilizados no experimento.

Na Tabela 1, a primeira coluna apresenta o nome das instâncias; a segunda, o número total de itens cortados; a terceira, a soma do comprimento utilizado em cada recipiente, em centímetros; a quarta, o tempo de resolução, em segundos; a quinta, a porcentagem de ocupação dos recipientes, calculada como a soma das áreas dos itens empacotados dividida pela soma das áreas dos recipientes, considerando que as dimensões dos recipientes são dadas pela largura fixa e o comprimento utilizado. Lembre-se que o tamanho do recipiente é limitado pelo tamanho da mesa, mas ele é de fato dado pelo comprimento do leiaute obtido. Por fim, a sexta coluna apresenta o número de recipientes utilizados para realizar o corte de todos os itens.

Tabela 1: Resultados numéricos utilizando apenas um tipo de avental.

Instância	Total de itens	Comprimento total(cm)	Tempo(s)	Ocupação(%)	Número de recipientes
$AV_{2,0,0}$	4	76,1	0,42	74,58	1
$AV_{4,0,0}$	8	142,0	0,92	79,93	1
$AV_{6,0,0}$	12	212,5	1,41	80,12	1
$AV_{8,0,0}$	16	290,5	1,94	78,15	2
$AV_{10,0,0}$	20	354,5	2,44	80,05	2
$AV_{12,0,0}$	24	418,5	2,90	81,37	2
$AV_{14,0,0}$	28	482,5	3,46	82,34	2
$AV_{0,2,0}$	4	81,3	0,45	75,02	1
$AV_{0,4,0}$	8	153,0	0,98	79,73	1
$AV_{0,6,0}$	12	220,5	1,61	82,98	1
$AV_{0,8,0}$	16	286,5	2,05	85,16	2
$AV_{0,10,0}$	20	352,5	2,63	86,52	2
$AV_{0,12,0}$	24	418,5	3,28	87,45	2
$AV_{0,14,0}$	28	484,5	3,88	88,12	2
$AV_{0,0,2}$	4	87,6	0,45	74,94	1
$AV_{0,0,4}$	8	161,5	0,99	81,29	1
$AV_{0,0,6}$	12	229,5	1,70	85,81	1
$AV_{0,0,8}$	16	297,5	2,17	88,26	2
$AV_{0,0,10}$	20	385,1	2,69	85,23	2
$AV_{0,0,12}$	24	459,0	3,27	85,81	2
$AV_{0,0,14}$	28	527,0	3,94	87,19	3

Percebemos que, a partir de um determinado número de itens, o padrão de corte começou a se repetir periodicamente, portanto, a necessidade de continuar ampliando a demanda se fez desnecessária. Havendo apenas aventais de tamanho P , esse padrão é observado a partir de vinte e oito itens. Além disso, a melhor ocupação obtida foi de 82,34% utilizando um comprimento total de 482,5 centímetros de matéria-prima e dois recipientes. Com relação aos aventais de tamanho M , o padrão foi dado também a partir de vinte e oito itens e a melhor ocupação obtida foi de 88,12%, utilizando um comprimento de 484,5 centímetros de matéria-prima e dois recipientes. Por fim, com relação aos aventais de tamanho G , a partir de vinte e oito itens os padrões começam a se repetir. A melhor ocupação foi de 88,26%, alocando dezesseis itens, utilizando um comprimento total de 297,5 centímetros de matéria-prima e dois recipientes.

A Figura 8, mostra as soluções com maiores taxas de ocupação encontradas pelo método proposto utilizando apenas um tipo de avental.

Além disso, realizamos um experimento com todos os tipos de aventais juntos. A Tabela 2 apresenta os resultados computacionais. Esta tabela apresenta as mesmas informações da Tabela 1.

Em média, a taxa de ocupação para o experimento utilizando todos os tipos de aventais, foi de 73,45%, mostrando que a qualidade da solução é bem estável, que é uma característica

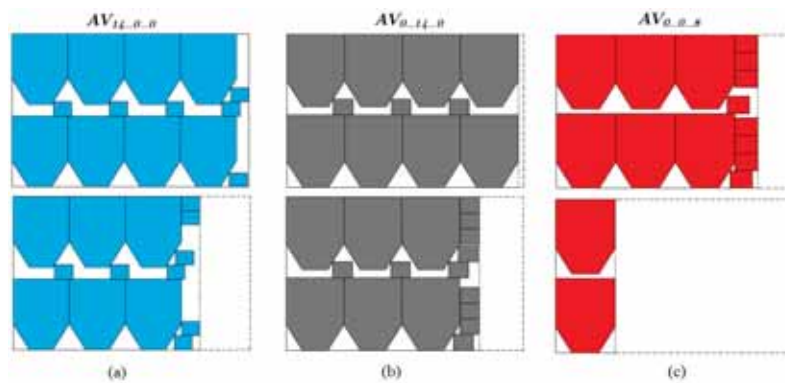


Figura 8: Solução com maior taxa de ocupação utilizando apenas aventais (a) *P*, (b) *M* e (c) *G*, respectivamente.

Tabela 2: Resultados numéricos utilizando todos os tipos de aventais.

Instância	Total de itens	Comprimento total(cm)	Tempo(s)	Ocupação(%)	Número de recipientes
AV _{1.1.1}	6	126,5	5,63	72,49	1
AV _{2.2.2}	12	248,0	7,64	73,95	1
AV _{3.3.3}	18	378,8	9,30	72,62	2
AV _{4.4.4}	24	499,5	11,56	73,43	2
AV _{5.5.5}	30	581,1	13,59	78,90	3
AV _{6.6.6}	36	751,6	15,72	73,20	3
AV _{7.7.7}	42	881,4	17,68	72,82	4
AV _{8.8.8}	48	1003,6	20,15	73,09	4
AV _{9.9.9}	54	1138,5	21,88	72,49	5
AV _{10.10.10}	60	1256,2	23,88	72,99	5
AV _{11.11.11}	66	1338,3	26,01	75,37	6
AV _{12.12.12}	72	1508,8	28,57	72,93	6
AV _{13.13.13}	78	1638,6	30,80	72,75	7
AV _{14.14.14}	84	1760,8	33,16	72,91	7
AV _{15.15.15}	90	1890,7	35,33	72,75	8
AV _{16.16.16}	96	2011,4	37,80	72,94	8
AV _{17.17.17}	102	2088,0	39,81	74,66	9
AV _{18.18.18}	108	2264,8	42,33	72,88	9
AV _{19.19.19}	114	2392,2	45,43	72,83	10
AV _{20.20.20}	120	2514,4	48,33	72,94	10

positiva do método de resolução proposto. Neste caso, a variação da ocupação foi de 2,16%, ou seja, os valores de ocupação diferem no máximo esse valor (o qual é relativamente baixo).

Podemos verificar que a melhor taxa de ocupação foi dada quando utilizamos cinco itens de cada tipo de avental, ou seja, um total de trinta itens, já que para cada avental está associado um bolso. Desta forma, a ocupação foi de 78,90% utilizando um comprimento total de 581,1 centímetros de matéria-prima e três recipientes.

Com relação ao tempo de execução do método, podemos notar que ele foi relativamente baixo, não excedendo 50 segundos em nenhum experimento realizado.

A Figura 9, mostra a solução com maior taxa de ocupação encontrada pelo método proposto utilizando todos os tipos de aventais.

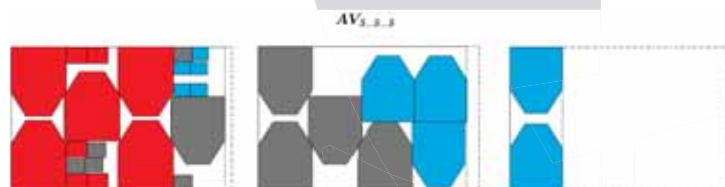


Figura 9: Solução com a maior taxa de ocupação para o experimento com todos os tipos de aventais.

4.3. Experimento 2

Neste experimento, utilizamos apenas os itens que representam os forros de luva. Cada instância é denominada por L_{Pares} , em que $Pares$ representa o número de pares de forros de luva utilizados no experimento.

A Tabela 3 apresenta os resultados computacionais para os experimentos com os forros de luva. As informações apresentadas nesta tabela são as mesmas da Tabela 1.

Tabela 3: Resultados numéricos utilizando apenas os forros de luva.

Instância	Total de itens	Comprimento total(cm)	Tempo(s)	Ocupação(%)	Número de recipientes
$L_{.5}$	20	84,4	0,77	75,08	1
$L_{.10}$	40	147,7	1,49	85,81	1
$L_{.15}$	60	211,0	2,25	90,10	1
$L_{.20}$	80	295,4	2,99	85,81	2
$L_{.25}$	100	358,7	3,95	88,33	2
$L_{.30}$	120	422,0	5,01	90,10	2
$L_{.35}$	140	506,4	6,03	87,60	2

Observamos que a ocupação média é de 86,12%, com uma variação de 26,79% entre os valores. Esta grande variação ocorreu pelo fato dos itens em questão serem muito irregulares. A melhor taxa de ocupação foi obtida quando utilizamos sessenta (ou cento e vinte) itens, ou seja, quinze (ou trinta) pares de forros de luva, obtendo 90,10% de ocupação do recipiente com um comprimento total de 211,0 (ou 422,0) centímetros de matéria-prima e um único recipiente (ou dois recipientes). Note que o tempo de resolução foi de apenas 2,25 segundos para empacotar sessenta itens e 5,01 segundos para empacotar cento e vinte itens.

A Figura 10, mostra a solução com maior taxa de ocupação encontrada pelo método proposto utilizando trinta pares de forros de luva.

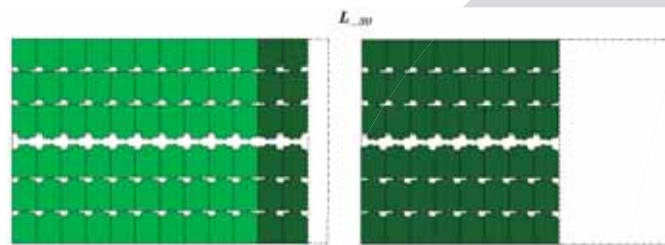


Figura 10: Solução com maior taxa de ocupação para o experimento com os forros de luva.

4.4. Experimento 3

Neste experimento, utilizamos tanto os forros de luva como os aventais. Cada instância será denominada por $T_{P.M.G.Pares}$, onde P , M e G são as quantidades de aventais de cada tipo, respectivamente, e $Pares$ o número de pares de luvas utilizados no experimento.

As colunas da Tabela 4 apresentam as mesmas informações presentes nas colunas da Tabela 1.

Tabela 4: Resultados numéricos utilizando aventais e forros de luva.

Instância	Total de itens	Comprimento total(cm)	Tempo(s)	Ocupação(%)	Número de recipientes
$T_{1.1.1.1}$	10	126,5	3,95	82,51	1
$T_{2.2.2.2}$	20	250,5	8,33	83,33	1
$T_{3.3.3.3}$	30	385,7	12,31	81,18	2
$T_{4.4.4.4}$	40	502,3	16,53	83,11	2
$T_{5.5.5.5}$	50	616,8	20,81	84,61	3
$T_{6.6.6.6}$	60	771,1	24,66	81,21	3

De acordo com a Tabela 4, a maior taxa de ocupação foi de 84,61%, obtida utilizando cinco itens de cada tipo de avental e cinco pares de forros de luva. Desta forma, temos um total de cinquenta itens, utilizando 616,8 centímetros de matéria-prima e três recipientes para cortar todos os itens. Note que o tempo foi de 20,81 segundos, o qual é relativamente baixo. Em média, a taxa de ocupação foi de 82,66%, com uma variação de 1,75%.

A Figura 11, mostra a solução com maior taxa de ocupação encontrada pelo método proposto utilizando aventais e forros de luva.

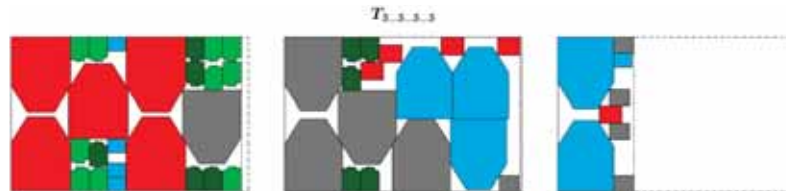


Figura 11: Solução com maior taxa de ocupação para o experimento com os aventais e forros de luva.

5. Conclusão

Neste trabalho foi abordado o problema de uma indústria de aventais e forros de luva do interior do Estado de São Paulo. O problema estudado é um problema multi-objetivo e pode ser definido como um problema de corte de itens irregulares em recipientes e em faixa. O objetivo é empacotar os itens utilizando o menor número de recipientes possível e minimizar o comprimento utilizado em cada um dos recipientes.

Os itens são representados por polígonos, enquanto que os recipientes são representados por um retângulo com largura e comprimento definidos. Utilizamos os conceitos de *no-fit polygon* e *inner-fit polygon* para a construção das soluções.

Os experimentos computacionais foram baseados em um problema real da indústria de aventais e forros de luva, utilizando três tipos de aventais e um tipo de forro de luva. Aplicamos o método de resolução proposto para diferentes demandas, analisando assim seu comportamento. Utilizamos desde demandas pequenas, com 4 itens, até demandas com 140 itens, que é um número elevado quando se trata de itens irregulares.

O método proposto obteve resultados bastante satisfatórios, já que a taxa de ocupação dos recipientes e o tempo de resolução foram, em média, 81,5% e 11,6 segundos, respectivamente.

Como trabalhos futuros, pretendemos utilizar um modelo matemático para a resolução desse problema, realizar novos experimentos computacionais e aplicar na indústria o método que forneceu melhores resultados.

Agradecimentos

Este trabalho contou com o apoio da CAPES, do CNPq (306918/2014-5), da FAPESP Temático (2010/10133-0), CEPID da FAPESP (processo 2013/07375-0) e o Universal do CNPq (processo 476792/2013-4). Agradecemos aos revisores pelos comentários importantes, que tornaram este trabalho melhor.

Referências

- Alvarez-Valdes, R.; Martinez, A.; Tamarit, J.** (2013). A branch & bound algorithm for cutting and packing irregularly shaped pieces. *International Journal of Production Economics*, 145(2), 463 – 477.
- Baker, B.; Jr, E.; Rivest, R.** (1980). Orthogonal packings in two dimensions. *SIAM Journal on Computing*, 9(4), 846–855.
- Bennell, J. A.; Oliveira, J. F.** (2008). The geometry of nesting problems: A tutorial. *European Journal of Operational Research*, 184(2), 397 – 415.
- Elkeran, A.** (2013). A new approach for sheet nesting problem using guided cuckoo search and pairwise clustering. *European Journal of Operational Research*, 231(3), 757 – 769.

- Fischetti, M.; Luzzi, I.** (2009). Mixed-integer programming models for nesting problems. *Journal of Heuristics*, 15(3), 201–226.
- Gomes, A. M.; Oliveira, J. F.** (2002). A 2-exchange heuristic for nesting problems. *European Journal of Operational Research*, 141(2), 359 – 370.
- Gomes, A.; Oliveira, J. F.** (2006). Solving irregular strip packing problems by hybridising simulated annealing and linear programming. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 811–829.
- Halavati, R.; Shouraki, S. B.; Zadeh, S. H.** (2008). A novel evolutionary approach for two dimensional bin packing. *The CSI Journal on Computer Science and Engineering*, 6(2), 58–67.
- Imamichi, T.; Yagiura, M.; Nagamochi, H.** (2009). An iterated local search algorithm based on nonlinear programming for the irregular strip packing problem. *Discrete Optimization*, 6(4), 345 – 361.
- Lopez-Camacho, E.; Ochoa, G.; Terashima-Marín, H.; Burke, E. K.** (2013). An effective heuristic for the two-dimensional irregular bin packing problem. *Annals of Operations Research*, 206(1), 241–264.
- Lopez-Camacho, E.; Terashima-Marín, H.; Ross, P.** (2010). Defining a problem-state representation with data mining within a hyper-heuristic model which solves 2d irregular bin packing problems. *Lecture Notes in Computer Science*, 6433(12), 204–213.
- Toledo, F. M. B.; Carravilla, M. A.; Ribeiro, C.; Oliveira, J. F.; Gomes, A. M.** (2013). The dotted-board model: a new mip model for nesting irregular shapes. *International Journal of Production Economics*, 145(2), 478 – 487.
- Umetani, S.; Yagiura, M.; Imahori, S.; Imamichi, T.; Nonobe, K.; Ibaraki, T.** (2009). Solving the irregular strip packing problem via guided local search for overlap minimization. *International Transactions in Operational Research*, 16(6), 661–683.