

## **OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTI-OBJETIVO DAS RUGOSIDADES $R_y$ E $R_z$ EM UM PROCESSO DE FRESAMENTO DE TOPO PARA O AÇO ABNT 1045**

### **Patrícia Agnes Pereira da Silva**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão - Universidade Federal de Itajubá  
CP 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil  
patricia.unifei@gmail.com

### **José Henrique de Freitas Gomes**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão - Universidade Federal de Itajubá  
CP 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil  
ze\_henriquefg@yahoo.com.br

### **Tarcísio Gonçalves de Brito**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão - Universidade Federal de Itajubá  
CP 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil  
engtarc.gb@ig.com.br

### **Anderson Paulo de Paiva**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão - Universidade Federal de Itajubá  
CP 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil  
andersonppaiva@unifei.edu.br

### **Elisa Maria Melo Silva**

Instituto de Engenharia de Produção e Gestão - Universidade Federal de Itajubá  
CP 50, CEP 37500 903, Itajubá, MG, Brasil  
lizzbr@gmail.com

## **RESUMO**

Este trabalho buscou encontrar os parâmetros ótimos do processo de fresamento de topo do aço ABNT 1045 para se obter os melhores resultados das rugosidades superficiais  $R_y$  e  $R_z$ . Para isso, realizou-se a otimização simultânea de média e variância das rugosidades, utilizando o conceito de Projeto de Parâmetros Robusto. Os modelos matemáticos foram desenvolvidos através de um arranjo combinado que considerou quatro variáveis de controle (avanço por dente, profundidade de corte, velocidade de corte, largura de corte) e três de ruído (desgaste de flanco da ferramenta, concentração do fluido de corte, vazão do fluido de corte). Após a aglutinação das médias e variâncias através da equação do erro quadrático médio, realizou-se otimização utilizando o Método do Critério Global e o método Gradiente Reduzido Generalizado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Fresamento de topo, Arranjo combinado, Otimização robusta.

## **ABSTRACT**

This work aimed to find the optimal parameters from the AISI 1045 steel top milling to obtain the best results of  $R_y$  and  $R_z$  surface roughness. For this, a simultaneous optimization of mean and variance of the roughness was carried out, using the concept of Robust Parameter Design. The mathematical models were developed using a combined array design that considered four control variables (feed rate, depth of cut, cutting speed and cutting width) and three noise variables (tool flank wear, cutting fluid concentration and flow rate of cutting fluid). After the agglutination of the means and variances through the mean square error equation, the

optimization was done using the Global Criterion Method and the Generalized Reduced Gradient algorithm.

**KEYWORDS: Top milling, Combined array design, Robust optimization.**

## 1. Introdução

O processo de fresamento é definido como um processo mecânico de usinagem que utiliza ferramentas multicortantes para conferir forma a uma peça. A ferramenta de corte, chamada de fresa, gira e a peça ou ferramenta se desloca segundo uma trajetória qualquer (FERRARESI, 1970). A fresa pode se apresentar sob as mais variadas formas e isso confere a esta operação um caráter de versatilidade em termos de geometrias possíveis de serem geradas (DINIZ *et al.*, 2008).

O uso contínuo desse processo em indústrias causa diversos desgastes e avarias da ferramenta, influenciando na redução de sua vida útil e na qualidade do acabamento da peça. O fresamento possui algumas características peculiares que auxiliam esse processo de desgaste e/ou avaria da ferramenta, como às variações cíclicas de temperatura ao realizar o processo de corte e às variações dos esforços mecânicos (DINIZ *et al.*, 2008).

Como a vida da ferramenta geralmente depende do material da peça, os parâmetros de corte (especialmente a velocidade de corte) e fluido de corte (ASLANTAS *et al.*, 2012), para minimizar o desgaste da ferramenta, o processo de fresamento é lubrificado ou refrigerado a fim de conter o calor gerado pelo atrito entre a ferramenta e a peça durante a operação de corte. Com a diminuição do atrito, não somente a geração de calor é diminuída, mas também os esforços e a potência de corte (DINIZ *et al.*, 2008). Outras funções podem ser associadas aos fluidos de corte, como a retirada do cavaco gerado da região de corte e a proteção da ferramenta e da peça contra a corrosão. Apesar das vantagens apresentadas sobre o fluido de corte, o emprego deste pode estar sujeito a variações incontroladas em sua concentração e vazão de operação, o que, de certa forma, pode acabar influenciando a qualidade final do produto usinado (BRITO *et al.*, 2013).

Considerando que a rugosidade da superfície e precisão dimensional são características que podem influenciar o desempenho de peças mecânicas e os custos de produção (CORREIA e DAVIM, 2011), este trabalho se propõe a determinar os parâmetros robustos para a otimização das rugosidades  $R_y$  (rugosidade de superfície máxima) e  $R_z$  (rugosidade média dos cinco valores de rugosidade parcial) no fresamento de topo do aço ABNT 1045. O aço ABNT 1045 foi escolhido para estudo, pois possui boas características de usinabilidade, boa resistência mecânica, média soldabilidade e alta forjabilidade (JUNIOR *et al.*, 2013), além de baixo custo, sendo de grande relevância para indústrias metal mecânica (BRITO *et al.*, 2013).

Através da otimização, buscou-se com este trabalho encontrar os melhores parâmetros para as variáveis de controle a fim de se obter os menores valores para  $R_y$  e  $R_z$  com a mínima variabilidade. As equações de média e variância para ambas as respostas foram modeladas a partir de um arranjo combinado projetado para experimentos com quatro variáveis de controle (avanço por dente, profundidade de corte, velocidade de corte e largura de corte) e três ruídos (desgaste de flanco da ferramenta, concentração do fluido de corte e vazão do fluido de corte). Para a otimização robusta, a estratégia empregada baseou-se na modelagem do erro quadrático médio de ambas as respostas e na otimização pelo Método do Critério Global, utilizando o método Gradiente Reduzido Generalizado.

Assim sendo, este trabalho apresentará uma fundamentação teórica sobre a otimização robusta pelo erro quadrático médio, demonstrando as equações utilizadas para realização do objetivo proposto. O procedimento experimental, cujos resultados foram utilizados para modelar e otimizar o processo de fresamento de topo para o aço ABNT, é apresentado em seguida. E para finalizar, são apresentados os resultados, a conclusão, os agradecimentos e as referências bibliográficas utilizadas neste artigo.

## 2. Otimização robusta baseada na modelagem do erro quadrático médio

Por otimização robusta entende-se como sendo a otimização simultânea de média e variância, utilizando o conceito de Projeto de Parâmetros Robusto (PPR). Segundo Ardakani e Noorossana (2008), Projeto de Parâmetros Robusto (PPR) é um conjunto de técnicas para determinar o nível de um conjunto de fatores controláveis que visa reduzir a sensibilidade do processo a outro conjunto de fatores incontroláveis, denominado como ruídos, de modo a aumentar a robustez do processo. Inicialmente proposto por Taguchi (1986), PPR é uma abordagem que determina as configurações ideais de variáveis de processo, combinando experimentos planejados (principalmente matrizes ortogonais) com algum tipo de algoritmo de otimização. O PPR visa tornar os processos menos sensíveis à ação de variáveis de ruído, para melhorar o controle da variabilidade, e para refinar correção de polarização (a diferença entre a média do processo e um valor-alvo; ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008; QUESADA e DEL CASTILLO, 2004; SHIN *et al.*, 2011). Assim, pelo PPR visa-se alcançar dois objetivos básicos: a minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (T) e a minimização de sua variância.

Montgomery (2005) afirma que a Metodologia de Superfície de Resposta tem se mostrado uma técnica eficiente para modelagem e análise de dados em se tratando de Projeto de Parâmetros Robustos (PPR), podendo seu método de análise ser desenvolvido a partir de arranjos cruzados ou arranjos combinados. Nesse sentido, o presente trabalho baseou sua execução experimental no arranjo combinado.

A utilização do arranjo combinado permite analisar a influência das variáveis de controle e também das variáveis de ruído nas respostas estudadas. Para isso, as variáveis de ruído, para fins de experimentação, são tomadas como variáveis de controle e ambas são combinadas em um único arranjo experimental.

A Eq. (1) descreve o modelo desenvolvido a partir de um arranjo combinado (MONTGOMERY, 2005):

$$\begin{aligned} \hat{y}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = & \mu_0 + \sum_{i=1}^k \mu_{1i} X_i + \sum_{i=1}^k \mu_{2i} X_i^2 + \sum_{i < j} \sum \mu_{3ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k \mu_{4i} Z_i \\ & + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \mu_{5ij} X_i X_j + \mu \end{aligned} \quad (1)$$

sendo:  $\hat{y}$  – Resposta de interesse  
 $X_i$  – Variáveis de controle  
 $Z_i$  – Variáveis de ruído  
 $\mu_0, \mu_{1i}, \mu_{2i}, \mu_{3ij}, \mu_{4i}, \mu_{5ij}$  – Coeficientes a serem estimados  
 $k$  – Número de variáveis de controle  
 $k$  – Número de variáveis de ruído  
 $\mu$  – Erro experimental

Na Eq. (1), os coeficientes são estimados pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*). Uma vez estabelecido o modelo de superfície de resposta representado na Eq. (1), a equação para a média da resposta  $y$  pode ser extraída diretamente do modelo combinado. Para isso, utiliza-se o seguinte critério:

$$\hat{y}(\mathbf{X}) = \bar{y}(\mathbf{X}) = \mu_0 + \sum_{i=1}^k \mu_{1i} X_i + \sum_{i=1}^k \mu_{2i} X_i^2 + \sum_{i < j} \sum \mu_{3ij} X_i X_j \quad (2)$$

O modelo de variância é desenvolvido utilizando o princípio da propagação de erro, pela derivação:

$$\hat{\sigma}^2(\hat{y}) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \hat{y}(\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2)}{\partial \hat{\sigma}^2} \right]^2 \hat{\sigma}_{\hat{\sigma}^2}^2 + \hat{\sigma}^2 \quad (3)$$

Para a Eq. (3), Montgomery (2005) sugere adotar  $\hat{\sigma}_{\hat{\sigma}^2}^2 = 1$  e a variável  $\hat{\sigma}^2$  corresponde ao erro residual (*MS*) do modelo de superfície de resposta descrito na Eq. (1).

Com as equações de média e variância desenvolvidas é possível combiná-las em uma única função conhecida como erro quadrático médio (*EQM*), apresentada por K oksoy (2006) como a soma da variância com a diferença quadrática entre a média da resposta e o seu valor alvo (Eq. 4).

$$EQM_j(\hat{y}_j) = [\hat{y}_j(\hat{\beta}_j) - \hat{y}_{j,alvo}]^2 + \hat{\sigma}_j^2(\hat{\beta}_j) \quad (4)$$

sendo:  $EQM_j(\hat{y}_j)$  – Erro quadrático médio para a *j*-ésima resposta  
 $\hat{y}_j(\hat{\beta}_j)$  – Modelo estabelecido para a média da *j*-ésima resposta  
 $\hat{y}_{j,alvo}$  – Alvo da *j*-ésima resposta, obtido pela otimização individual de  $\hat{y}_j(\hat{\beta}_j)$   
 $\hat{\sigma}_j^2(\hat{\beta}_j)$  – Modelo estabelecido para a variância da *j*-ésima resposta

A aglutinação das funções média e variância pela função *EQM*   feita para cada resposta, gerando novas equações que, por sua vez, serão aglutinadas para compor a função global do problema, que deverá ser minimizada. Assim, a otimização simultânea de m dias e variâncias fornecerão valores próximos aos alvos com as menores variabilidades possíveis. Vale ressaltar que o conceito do erro quadrático médio tem sido empregado para a otimização robusta de diferentes processos de fabricação, como pode ser observado em Paiva *et al.* (2012), Gomes *et al.* (2012), Brito *et al.* (2013), Paiva *et al.* (2008).

Para definir a formulação multi-objetivo do problema, o presente trabalho optou pelo Método do Critério Global (MCG), apresentado por Rao (1996) como um método eficaz quando se deseja a otimização de múltiplas respostas. Com isso, formulando os modelos para o erro quadrático médio de acordo com o MCG, a otimização robusta multi-objetivo pode ser obtida por meio da seguinte expressão:

$$\text{Minimizar } EQM_{global} = \sum_{j=1}^n \left[ \frac{EQM_j(\hat{y}_j) - EQM_{j,alvo}}{EQM_{j,alvo}} \right]^2 \quad (5)$$

$$\text{Sujeito a: } \hat{\sigma}_j^2 \leq \hat{\sigma}^2$$

sendo:  $EQM_{global}$  – Erro quadrático médio global  
 $EQM_j(\hat{y}_j)$  – Erro quadrático médio para a *j*-ésima resposta  
 $EQM_{j,alvo}$  – Alvo para o erro quadrático médio da *j*-ésima resposta, obtido pela minimização individual do modelo desenvolvido para  $EQM_j(\hat{y}_j)$   
 $n$  – Número de respostas consideradas  
 $\hat{\sigma}_j^2 \leq \hat{\sigma}^2$  – Restrição esférica para o espaço experimental

A determinação dos parâmetros ótimos   encontrada pela resolução do problema definido pela Eq. (5) através do emprego de métodos de otimização. Neste trabalho optou-se pelo uso do método Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) (RAO, 1996) para este propósito.

### 3. Procedimento experimental

Para a modelagem e otimização robusta do processo de fresamento de topo do aço ABNT 1045, experimentos foram planejados e realizados através de um arranjo composto central (*Central Composite Design - CCD*) baseado em um arranjo combinado, criado para sete variáveis: quatro variáveis de controle ( $V_c, a_e, a_p, f_z$ ) e três variáveis de ruído ( $VB, C, Q$ ).

Considerando que os níveis extremos das variáveis de ruído (pontos axiais) foram desconsiderados, conforme recomendado por Montgomery (2005), e adotando 10 experimentos para os pontos centrais, o arranjo combinado ficou então composto por 82 experimentos.

As variáveis de controle e de ruído com seus respectivos níveis de operação são apresentadas nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Variáveis de controle e seus níveis

| Parâmetros de fresamento | Unidade  | Notação | Níveis |      |      |      |        |
|--------------------------|----------|---------|--------|------|------|------|--------|
|                          |          |         | -2,828 | -1   | 0    | +1   | +2,828 |
| Avanço por dente         | mm/dente | 0,01    | 0,01   | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,29   |
| Profundidade de corte    | mm       | 0,064   | 0,064  | 0,75 | 1,12 | 1,50 | 2,186  |
| Velocidade de corte      | m/min    | 254     | 254    | 300  | 325  | 350  | 396    |
| Largura de corte         | mm       | 12,26   | 12,26  | 15,0 | 16,5 | 18,0 | 20,74  |

Tabela 2 – Variáveis de ruído e seus níveis

| Ruídos                           | Unidade | Notação | Níveis |     |     |
|----------------------------------|---------|---------|--------|-----|-----|
|                                  |         |         | -1     | 0   | +1  |
| Desgaste de flanco da ferramenta | mm      | 0,05    | 0,0    | 0,1 | 0,3 |
| Concentração do fluido de corte  | %       | 5       | 5      | 10  | 15  |
| Vazão do fluido de corte         | l/min   | 10      | 0      | 10  | 20  |

As respostas a serem otimizadas são a rugosidade máxima de superfície ( $R_y$ ) e a média dos cinco valores de rugosidade parcial ( $R_z$ ), representadas pelas suas respectivas médias e variâncias. Segundo Korkut e Guller (2008),  $R_z$  pode ser calculada a partir dos valores do pico ao vale (*peak-to-valley*) de cinco comprimentos iguais dentro do perfil analisado, enquanto a rugosidade máxima da superfície ( $R_y$ ) é a distância entre os pontos de picos e vales deste perfil que pode ser utilizado como um indicador da máxima altura de defeito do perfil avaliado.

Segundo Rossi (2008),  $R_z$  isoladamente pode ser considerado mais sensível a mudanças no acabamento superficial que  $R_a$  (rugosidade média), por exemplo. Isso porque somente alturas máximas de perfis, e não suas médias, são comparadas e analisadas. Para o autor,  $R_y$  e  $R_z$  fornecem uma ideia mais clara para a monitoração da variação do acabamento superficial em um processo de fabricação, e se os valores são similares de  $R_y$  e  $R_z$ , isso indica um acabamento superficial consistente de um processo de fabricação, enquanto que diferenças significativas destes dois indicam defeitos superficiais quando se deseja uma superfície consistente.

Para a execução dos experimentos de fresamento de topo do aço ABNT 1045 (Figura 1), foi utilizado como equipamento uma fresadora CNC da marca Fadal, com 15 kW de potência e rotação máxima de 7.500 rpm. O material usinado, o aço ABNT 1045, foi forjado em blocos de dimensões 100 x 100 x 300 mm e com dureza média de 180 HB. A ferramenta utilizada se constituiu de uma fresa de topo (Figura 2) código R390 -025A25- 11M, com diâmetro de 25 mm, ângulo de posição  $r = 90^\circ$ , haste cilíndrica, passo médio com três insertos e fixação mecânica por pinça. Os insertos foram de metal duro ISO P25, código R390- 11T308MPM GC 1025 (Sandvik - Coromant), revestidos com nitreto de titânio (TiN). Como fluido de corte, utilizou-se o óleo sintético Quimatic MEII.



Figura 1 - Fresamento de topo do aço ABNT 1045



Figura 2 - Ferramenta de corte (fresa de topo)

A avaliação do desgaste da ferramenta foi realizada através de um microscópio estereoscópico modelo Magnification, com aumento de 40x e com uma câmera digital acoplada para aquisição de imagens. O critério adotado para o fim de vida da ferramenta foi o desgaste de flanco  $VB_{max} = 0,30$  mm.

Depois da execução dos experimentos configurando o equipamento de acordo com os parâmetros estabelecidos pelo arranjo experimental, as rugosidades foram medidas na superfície usinada através de um rugosímetro portátil Mitutoyo SJ-201 M/P. A medição ocorreu em três pontos do bloco, sendo um no centro e um em cada extremidade, a fim de se considerar o valor médio das leituras.

Após realizar todas as medições dos experimentos, foi construída a matriz experimental (Tabela 3), utilizada como fonte de dados para a modelagem e otimização do processo. O planejamento de experimentos foi feito pelo software *Minitab*® através dos parâmetros fornecidos para cada nível de cada variável de controle e de ruído. Assim, as oito primeiras colunas da matriz foram geradas pelo próprio software. A cada experimento era feito o *setup* da fresadora de acordo com o planejamento de experimentos e a peça era analisada pelo rugosímetro para se obter as respostas  $R_y$  e  $R_z$ . As respostas foram, então, acrescentadas a matriz.

Tabela 3 – Matriz experimental

| Teste | Variáveis de controle |              |                  |              | Ruídos     |            |                | Respostas           |                     |
|-------|-----------------------|--------------|------------------|--------------|------------|------------|----------------|---------------------|---------------------|
|       | $f_z$<br>(mm/dente)   | $ap$<br>(mm) | $V_c$<br>(m/min) | $ae$<br>(mm) | $VB$<br>mm | $C$<br>(%) | $Q$<br>(l/min) | $R_y$<br>( $\mu$ m) | $R_z$<br>( $\mu$ m) |
| 1     | 0,1                   | 0,75         | 300              | 15           | 0          | 5          | 20             | 1,970               | 1,703               |

|    |      |       |     |       |          |    |    |            |            |
|----|------|-------|-----|-------|----------|----|----|------------|------------|
| 2  | 0,2  | 0,75  | 300 | 15    | 0        | 5  | 0  | 7,483      | 6,247      |
| 3  | 0,1  | 1,5   | 300 | 15    | 0        | 5  | 0  | 3,403      | 2,817      |
| 4  | 0,2  | 1,5   | 300 | 15    | 0        | 5  | 20 | 8,827      | 8,407      |
| 5  | 0,1  | 0,75  | 350 | 15    | 0        | 5  | 0  | 2,147      | 1,863      |
| 6  | 0,2  | 0,75  | 350 | 15    | 0        | 5  | 20 | 9,237      | 8,730      |
| 7  | 0,1  | 1,5   | 350 | 15    | 0        | 5  | 20 | 1,843      | 1,517      |
| 8  | 0,2  | 1,5   | 350 | 15    | 0        | 5  | 0  | 8,460      | 8,020      |
| 9  | 0,1  | 0,75  | 300 | 18    | 0        | 5  | 0  | 1,987      | 1,803      |
| 10 | 0,2  | 0,75  | 300 | 18    | 0        | 5  | 20 | 11,35<br>3 | 10,94<br>3 |
| 11 | 0,1  | 1,5   | 300 | 18    | 0        | 5  | 20 | 1,633      | 1,460      |
| 12 | 0,2  | 1,5   | 300 | 18    | 0        | 5  | 0  | 10,10<br>0 | 9,270      |
| 13 | 0,1  | 0,75  | 350 | 18    | 0        | 5  | 20 | 1,967      | 1,600      |
| 14 | 0,2  | 0,75  | 350 | 18    | 0        | 5  | 0  | 11,03<br>0 | 10,24<br>3 |
| 15 | 0,1  | 1,5   | 350 | 18    | 0        | 5  | 0  | 3,320      | 2,780      |
| 16 | 0,2  | 1,5   | 350 | 18    | 0        | 5  | 20 | 6,957      | 6,470      |
| ⋮  | ⋮    | ⋮     | ⋮   | ⋮     | ⋮        | ⋮  | ⋮  | ⋮          | ⋮          |
| 72 | 0,15 | 1,125 | 325 | 20,74 | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 6,700      | 9,290      |
| 73 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 2,227      | 2,840      |
| 74 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 2,967      | 3,250      |
| 75 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 3,530      | 3,833      |
| 76 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 2,783      | 3,080      |
| 77 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 3,183      | 3,460      |
| 78 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 1,907      | 2,767      |
| 79 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 3,257      | 4,513      |
| 80 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 3,020      | 3,230      |
| 81 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 3,853      | 4,640      |
| 82 | 0,15 | 1,125 | 325 | 16,5  | 0,1<br>5 | 10 | 10 | 2,470      | 2,853      |

#### 4. Resultados

O modelo genérico de superfície de resposta para as quatro variáveis de controle ( $fz$ ,  $ap$ ,  $Vc$ ,  $ae$ ) e as três variáveis de ruído ( $VB$ ,  $C$ ,  $Q$ ), correspondente às respostas  $Ry$  e  $Rz$ , pode ser expresso conforme indica a Eq. (6):

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(\bar{x}, \bar{z}) = & \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_3 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_4 \bar{x}_4 + \hat{\beta}_{11} \bar{x}_1^2 + \hat{\beta}_{22} \bar{x}_2^2 + \hat{\beta}_{33} \bar{x}_3^2 \\
 & + \hat{\beta}_{44} \bar{x}_4^2 \\
 & + \hat{\beta}_{12} \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_{13} \bar{x}_1 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{14} \bar{x}_1 \bar{x}_4 + \hat{\beta}_{23} \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{24} \bar{x}_2 \bar{x}_4 \\
 & + \hat{\beta}_{34} \bar{x}_3 \bar{x}_4 \\
 & + \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_3 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{11} \bar{x}_1 \bar{x}_1 + \hat{\beta}_{12} \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_{13} \bar{x}_1 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{21} \bar{x}_2 \bar{x}_1 \\
 & + \hat{\beta}_{22} \bar{x}_2 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_{23} \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{31} \bar{x}_3 \bar{x}_1 + \hat{\beta}_{32} \bar{x}_3 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_{33} \bar{x}_3 \bar{x}_3 + \hat{\beta}_{41} \bar{x}_4 \bar{x}_1 \\
 & + \hat{\beta}_{42} \bar{x}_4 \bar{x}_2 + \hat{\beta}_{43} \bar{x}_4 \bar{x}_3
 \end{aligned} \tag{6}$$

Os modelos de  $R_y$  e  $R_z$  são expressos com as variáveis de controle e de ruído codificadas. Os coeficientes dos modelos foram estimados pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS) através do software estatístico *Minitab*®. Os ajustes ( $R^2$  *adj.*) encontrados inicialmente para os modelos de  $R_y$  e  $R_z$  foram de 71,28% e 73,12%, respectivamente. Dessa forma, visando aumentar a capacidade de representação dos dados, o modelo foi corrigido utilizando a ponderação pelo inverso do quadrado dos resíduos ( $1/e^2$ ). Após esta correção, foram obtidos os valores apresentados pelas Eqs. (7) e (8), sendo os novos ajustes iguais a 99,9% e 99,7%, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(\bar{x}, \bar{z}) = & 4,422 + 3,083\bar{x}_1 + 0,286\bar{x}_2 - 0,289\bar{x}_3 + 0,123\bar{x}_4 + 0,878\bar{x}_1^2 \\
 & + 0,197\bar{x}_2^2 \\
 & - 0,005\bar{x}_1^2 + 0,553\bar{x}_2^2 + 0,458\bar{x}_3 \bar{x}_3 - 0,207\bar{x}_1 \bar{x}_2 + 0,138\bar{x}_1 \bar{x}_3 \\
 & + 0,085\bar{x}_1 \bar{x}_4 - 0,224\bar{x}_2 \bar{x}_3 + 0,099\bar{x}_2 \bar{x}_4 + 0,823\bar{x}_3 - 0,007\bar{x}_3 \\
 & - 0,085\bar{x}_4 \\
 & - 0,281\bar{x}_1 \bar{x}_2 - 0,264\bar{x}_1 \bar{x}_3 + 0,222\bar{x}_1 \bar{x}_4 + 0,142\bar{x}_2 \bar{x}_3 - 0,391\bar{x}_2 \bar{x}_4 \\
 & - 0,163\bar{x}_3 \bar{x}_4 - 0,040\bar{x}_3 \bar{x}_3 + 0,068\bar{x}_3 \bar{x}_4 + 0,031\bar{x}_4 \bar{x}_3 - 0,176\bar{x}_4 \bar{x}_4 \\
 & - 0,066\bar{x}_4 \bar{x}_4 + 0,065\bar{x}_4 \bar{x}_4
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{z}(\bar{x}, \bar{z}) = & 3,825 + 2,935\bar{x}_1 + 0,192\bar{x}_2 - 0,148\bar{x}_3 + 0,141\bar{x}_4 + 0,990\bar{x}_1^2 \\
 & + 0,202\bar{x}_2^2 \\
 & + 0,032\bar{x}_1^2 + 0,315\bar{x}_2^2 + 0,432\bar{x}_3 \bar{x}_3 - 0,205\bar{x}_1 \bar{x}_2 + 0,233\bar{x}_1 \bar{x}_3 \\
 & - 0,038\bar{x}_1 \bar{x}_4 + 0,082\bar{x}_2 \bar{x}_3 + 0,130\bar{x}_2 \bar{x}_4 + 0,662\bar{x}_3 + 0,017\bar{x}_3 \\
 & - 0,045\bar{x}_4 \\
 & + 0,274\bar{x}_1 \bar{x}_2 - 0,264\bar{x}_1 \bar{x}_3 + 0,184\bar{x}_1 \bar{x}_4 - 0,047\bar{x}_2 \bar{x}_3 - 0,235\bar{x}_2 \bar{x}_4 \\
 & - 0,122\bar{x}_3 \bar{x}_4 + 0,096\bar{x}_3 \bar{x}_3 - 0,137\bar{x}_3 \bar{x}_4 - 0,035\bar{x}_4 \bar{x}_3 - 0,171\bar{x}_4 \bar{x}_4 \\
 & + 0,017\bar{x}_4 \bar{x}_4 + 0,021\bar{x}_4 \bar{x}_4
 \end{aligned} \tag{8}$$

Os modelos de média e variância das respostas  $R_y$  e  $R_z$ , a seguir, foram extraídos das Eqs. (7) e (8), respectivamente, de acordo com as Eqs. (2) e (3):

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(\bar{x}) = & 4,422 + 3,083\bar{x}_1 + 0,286\bar{x}_2 - 0,289\bar{x}_3 + 0,123\bar{x}_4 + 0,878\bar{x}_1^2 \\
 & + 0,197\bar{x}_2^2 \\
 & - 0,005\bar{x}_1^2 + 0,553\bar{x}_2^2 + 0,458\bar{x}_3 \bar{x}_3 - 0,207\bar{x}_1 \bar{x}_2 + 0,138\bar{x}_1 \bar{x}_3 \\
 & + 0,085\bar{x}_1 \bar{x}_4 - 0,224\bar{x}_2 \bar{x}_3 + 0,099\bar{x}_2 \bar{x}_4
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{z}^2(\bar{x}) = & 0,685 - 0,497\bar{x}_1 + 0,267\bar{x}_2 - 0,072\bar{x}_3 - 0,300\bar{x}_4 + 0,198\bar{x}_1^2 \\
 & + 0,200\bar{x}_2^2 \\
 & + 0,007\bar{x}_1^2 + 0,040\bar{x}_2^2 + 0,054\bar{x}_3 \bar{x}_3 + 0,163\bar{x}_1 \bar{x}_2 - 0,075\bar{x}_1 \bar{x}_3 \\
 & - 0,020\bar{x}_1 \bar{x}_4 + 0,009\bar{x}_2 \bar{x}_3
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(\bar{y}) = & 3,825 + 2,935x_1 + 0,192x_2 - 0,148x_3 + 0,141x_4 + 0,990x_5^2 \\ & + 0,202x_6^2 \\ & + 0,032x_7^2 + 0,315x_8^2 + 0,432x_9x_{10} - 0,205x_{11}x_{12} + 0,233x_{13}x_{14} \\ & - 0,038x_{15}x_{16} + 0,082x_{17}x_{18} + 0,130x_{19}x_{20} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(\bar{z}) = & 0,389 + 0,315x_1 - 0,055x_2 + 0,118x_3 - 0,214x_4 + 0,179x_5^2 \\ & + 0,072x_6^2 \\ & + 0,029x_7^2 + 0,030x_8^2 + 0,053x_9x_{10} + 0,112x_{11}x_{12} - 0,095x_{13}x_{14} \\ & + 0,064x_{15}x_{16} + 0,003x_{17}x_{18} - 0,039x_{19}x_{20} \end{aligned} \quad (12)$$

Pode-se observar que os modelos de média e variância desenvolvidos por um arranjo combinado foram escritos como função apenas das variáveis de controle, embora as variáveis de ruído fossem testadas em diferentes níveis durante os experimentos.

Uma vez obtidas as equações de média e variância, é possível aglutiná-las através do modelo do erro quadrático médio (*EQM*). Primeiramente, para a construção dos modelos de acordo com a Eq. (4), é necessário especificar os valores alvo das rugosidades. Esses valores podem ser obtidos pela otimização individual da função de média de  $R_y$  e  $R_z$ . Assim, os valores alvo de  $R_y$  e  $R_z$  definidos foram 1,395  $\mu\text{m}$  e 1,232  $\mu\text{m}$ , respectivamente. Os modelos do erro quadrático médio de cada resposta podem ser então representados pelas Eqs. (13) e (14):

$$\sigma^2_{EQM}(R_y) = [\sigma(\bar{y}) - 1,395]^2 + \sigma^2(\bar{y}) \quad (13)$$

$$\sigma^2_{EQM}(R_z) = [\sigma(\bar{z}) - 1,232]^2 + \sigma^2(\bar{z}) \quad (14)$$

Com as equações do *EQM* estabelecidas, realizou-se a otimização robusta minimizando a média e a variância das respostas simultaneamente. Para construir a formulação de otimização (Eq. 5), foi necessário definir antes os valores alvo das Eqs. (13) e (14) através da otimização individual de cada função. Os alvos para os erros quadráticos médios foram fixados em 1,631 para *EQM* ( $R_y$ ) e 0,237 para *EQM* ( $R_z$ ). Assim, a otimização robusta multi-objetivo, formulada com base no Método do Critério Global, foi definida como:

$$\text{Minimizar } \sigma^2_{EQM} = \left[ \frac{1,631 - \sigma^2_{EQM}(R_y)}{1,631} \right]^2 + \left[ \frac{0,237 - \sigma^2_{EQM}(R_z)}{0,237} \right]^2 \quad (15)$$

$$\text{Sujeito a: } \sigma^2_{EQM} + \sigma^2_{EQM} + \sigma^2_{EQM} + \sigma^2_{EQM} \leq 4,0$$

sendo:  $\sigma^2_{EQM}$  – Erro quadrático médio global  
 $\sigma^2_{EQM}(R_y), \sigma^2_{EQM}(R_z)$  – Modelos do erro quadrático médio representados pelas Eqs. (13) e (14)

Para a solução do problema de otimização, a formulação anterior foi devidamente programada em uma planilha do *Microsoft Excel*® e o suplemento *Solver* do programa foi utilizado, empregando o método GRG. Assim, o resultado ótimo obtido apresentou os seguintes parâmetros robustos dispostos na Tabela 4.

Tabela 4 - Parâmetros robustos ótimos para o fresamento de topo do aço ABNT 1045

| Variáveis de controle | Respostas |
|-----------------------|-----------|
|-----------------------|-----------|

|                 | $fz$     | $ap$ | $Vc$   | $ae$  | $Ry$          | $Rz$          | $Ry^2$          | $Rz^2$          |
|-----------------|----------|------|--------|-------|---------------|---------------|-----------------|-----------------|
| Resultado ótimo | 0,08     | 1,36 | 322,68 | 17,18 | 1,825         | 1,461         | 1,748           | 0,217           |
| Unidade         | mm/dente | mm   | m/min  | mm    | $\mu\text{m}$ | $\mu\text{m}$ | $\mu\text{m}^2$ | $\mu\text{m}^2$ |

Os parâmetros apresentados na Tabela 4 representam o ponto ótimo de suas respectivas funções. Essas condições do processo se mostram satisfatórias, visto que as rugosidades obtidas pela otimização, levando em consideração a mínima variabilidade, se encontram próximas de seus respectivos ótimos individuais. As variâncias encontradas também se apresentam satisfatórias em consideração às medidas experimentais, sabendo-se que o desvio-padrão de  $Ry$  e  $Rz$  são, respectivamente, 1,322  $\mu\text{m}$  e 0,466  $\mu\text{m}$ .

## 5. Conclusão

O presente trabalho apresentou os melhores parâmetros obtidos para uma otimização robusta das rugosidades  $Ry$  e  $Rz$  do processo de fresamento de topo do aço ABNT 1045. A modelagem das respostas levou em consideração três ruídos do processo (desgaste de flanco da ferramenta, concentração do fluido de corte e vazão do fluido de corte), variáveis que não se tem controle durante a operação de corte, mas que podem influenciar o resultado final. Assim, a modelagem foi feita pelo arranjo combinado das variáveis de controle (avanço por dente, profundidade de corte, velocidade de corte e largura de corte) e as de ruído. Os modelos desenvolvidos foram caracterizados como expressões confiáveis para a representação das respostas, já que os ajustes foram superiores a 90% (99,9% para  $Ry$  e 99,7% para  $Rz$ ). Os modelos adquiridos foram então remodelados pela equação do erro quadrático médio que aglutinou em uma única equação a média e a variância de cada rugosidade.

Para realizar a otimização robusta multi-objetivo, optou-se por utilizar o Método do Critério Global e o método GRG. A solução ótima obtida para o processo de fresamento apresentou os seguintes parâmetros para as variáveis de controle:  $fz = 0,08$  mm/dente;  $ap = 1,36$  mm;  $Vc = 322,68$  m/min e  $ae = 17,18$  mm. Com este ajuste, obtêm-se valores médios para  $Ry$  e  $Rz$  iguais a 1,825  $\mu\text{m}$  e 1,461  $\mu\text{m}$ , e variâncias de 1,748  $\mu\text{m}^2$  (desvio-padrão 1,322  $\mu\text{m}$ ) e 0,217  $\mu\text{m}^2$  (desvio-padrão 0,466  $\mu\text{m}$ ), respectivamente. Tais resultados se mostraram devidamente próximos aos valores ótimos individuais, em uma condição simultânea de mínima variabilidade para ambas as rugosidades.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPEMIG, CAPES e CNPq pelo apoio à realização deste trabalho.

## Referências

- Ardakani, M. K., Noorossana R.**, 2008, "A New Optimization Criterion for Robust Parameter Design - The Case of Target is Best", International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 38, pp. 851-859.
- Aslantas, K., Uzun, I., Çicek, A.C.**, 2012, "Tool life and wear mechanism of coated and uncoated Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/TiCN mixed ceramic tools in turning hardened alloy steel", Wear, Vol. 274-275, No. 1, pp. 442-451.

**Brito, T.G., Ferreira, J.B., Paiva, A.P., Gomes, J.H.F., Campos, P.H.S., Peruchi, R.S.,** 2013, “Determinação de parâmetros robustos para otimização da rugosidade Ra no fresamento de topo do aço ABNT 1045”, Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação (COBEF), Penedo (RJ), Brasil.

**Correia, A.E., Davim, J.P.,** 2011, “Surface roughness measurement in turning carbon steel AISI 1045 using wiper inserts”, Measurement, Vol. 44, No. 5, pp. 1000-1005.

**Diniz, A.E., Marcondes, F.C., Coppini, N.L.,** 2008, “Tecnologia da usinagem dos materiais”, Artliber Editora, São Paulo, 262p.

**Ferraresi, D.,** 1970, “Fundamentos da usinagem dos metais”, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 751p.

**Gomes, J.H.F., Campos, P.H.S., Lopes, L.G.D., Costa, S.C., Paiva, A.P.,** 2012, “Otimização robusta da diluição e da largura do cordão na soldagem com arame tubular para aplicações de revestimento do aço carbono ABNT 1020 com aço inoxidável ABNT 316L”, Anais do VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), São Luís (MA), Brasil.

**Junior, A.S.A., Machado, A.R., Neves, T.E.S.B., Paiva, A.E., Rodrigues, J.R.P.,** 2013, “Esforços de usinagem e acabamento superficial no fresamento frontal do aço ABNT 1045 com aplicação MQF do óleo refinado vegetal de coco babaçú”, Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação (COBEF), Penedo (RJ), Brasil.

**Köksoy, O.,** 2006, “Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion”, Applied Mathematics and Computation, Vol. 175, No. 2, pp. 1716-1729.

**Korkut, D. S., Guller, B.,** 2008, “The effects of heat treatment on physical properties and surface roughness of red-bud maple (*Acer trautvetteri* Medw.) wood”, Bioresource Technology, Vol. 99, pp. 2846-2851.

**Montgomery, D.C.,** 2005, “Design and Analysis of Experiments”, Ed. John Wiley, New York, 643 p.

**Paiva, A.P., Campos, P.H., Ferreira, J.R., Lopes, L.G.D., Paiva, E.J., Balestrassi, P.P.,** 2012, “A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool”, International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, Vol. 30, No. 1, pp. 152-163.

**Paiva, E.J., Paiva, A.P., Ferreira, J.R., Balestrassi, P.P.,** 2008, “Otimização de múltiplas respostas baseada no erro quadrático médio multivariado”, Anais do XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP), Rio de Janeiro (RJ), Brasil.

**Quesada, G. M., Del Castillo, E.,** 2004, “Two approaches for improving the dual response method in robust parameter design”, Journal of Quality Technology, Vol. 36, pp. 154–168.

**Rao, S.S.,** 1996, “Engineering optimization: theory and practice”, Ed. John Wiley & Sons, New Jersey, 903 p.

**Rossi, G. C.,** “Estudos da força de corte no processo de fresamento de bordas de chapas utilizadas para fabricação de tubos de aço com costura.” 2008. 129 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

**Shin, S., Samanlioglu, F., Cho, B. R., Wiecek, M. M.**, 2011, “Computing trade-offs in robust design: Perspectives of the mean squared error”, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 60, pp. 248–255.

**Taguchi, G.**, 1986, “Introduction to quality engineering: Designing quality into products and processes”, Tokyo: Usian.

